

Wat kan bij elkaar - II

Opdracht: Analyseren.

Inleiding

In onderstaande opdracht wordt van een leerling gevraagd om wiskundige objecten (lineaire vergelijkingen) in groepen te verdelen op basis van eigen argumenten. Zie ook de opdracht *Wat kan bij elkaar - I*, een vergelijkbare opdracht rond meetkundige figuren.

Een leerling zal de vergelijkingen moeten kunnen oplossen, verbanden moeten zien en moeten redeneren op basis van de eigenschappen van de vergelijking en een mogelijke oplossingsstrategie. Een belangrijk kenmerk van de opdracht is dat de vraag geen goed of fout antwoord kent. Er is niet maar één antwoord, er zijn vele opties mogelijk. De leerling moet de eigen keuze kunnen beargumenteren en hierbij gebruik maken van gangbare wiskundige termen (vaktaal). Dit benadrukt de rol van de docent. Een duidelijke instructie vooraf verhoogt de waarde van de opdracht, evenals een klassikale nabespreking.

vak	Wiskunde
schooltype	onderbouw havo/vwo
leerjaar	Eind klas 1/ klas 2
tijdsinvestering	30 minuten (inclusief nabespreking)
trefwoorden	Lineair, vergelijkingen
hogere denkvaardigheid	Analyseren
wiskundige denkactiviteit	Ordenen en structureren, formules manipuleren
bron	SLO

Opdracht

Hieronder staan tien lineaire vergelijkingen:

$$A: 2x = -6$$

$$B: 6x + 7 = 3(2 + 2x) - 1$$

$$C: 2(3x + 5) = 5(3x + 5)$$

$$D: 3(x + 5) = 0$$

$$E: 5x - 3(x + 2) = 2(x - 3)$$

$$F: 2x = x + 5$$

$$G: 2(3 + 5x) = 7$$

$$H: 3(x + 4) + 2(x - 1) = 5x + 8$$

$$I: 3x + 6 = 18 - 4x$$

$$J: 14x - 7 = 0$$

Kijk goed naar de vergelijkingen en hoe deze op te lossen zijn.

Je zou de vergelijkingen in twee categorieën kunnen verdelen:

I: vergelijkingen waarbij je eerst haakjes moet uitwerken om een oplossing te vinden

II: vergelijkingen waarbij je geen haakjes hoeft uit te werken om de oplossing te vinden

a. Geef aan welke vergelijkingen bij welke categorie horen.

Je zou de vergelijkingen ook op een andere manier kunnen ordenen, bijvoorbeeld door te kijken naar de oplossingen van de vergelijkingen.

b. Verdeel de vergelijkingen in (zelfgekozen) groepen op basis van hun oplossing.

Toelichting voor de docent

Waarom deze opgave?

De opdracht doet een beroep op het oplossen van vergelijkingen, het benoemen van eigenschappen van de oplossingsstrategie en hierover met anderen kunnen communiceren. De opdracht draagt bij aan het behalen van de volgende (tussen)doelen voor de onderbouw:

- eerstegraadsvergelijkingen oplossen en interpreteren binnen een context;
- het snijpunt van twee rechte lijnen berekenen en interpreteren binnen een context;
- passende vaktaal voor wiskunde herkennen en gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen en wiskundetaal van anderen herkennen en beoordelen.

Onder vaktaal worden wiskundige begrippen en formuleringen verstaan die een leerling bij gebruik door anderen herkent en in eigen formuleringen kan gebruiken.

De opdracht vraagt om een analyse van objecten en het aanbrengen van een ordening (classificatie).

Binnen de taxonomie van Bloom wordt 'analyseren' als een hogere denkvaardigheid beschreven.

'Ordenen' en 'structureren' zijn wiskundige denkactiviteiten zoals door de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO) beschreven.

Wat wordt van leerlingen gevraagd?

De opdracht kan ingezet worden bij een hoofdstuk waarin lineaire vergelijkingen behandeld worden. De *vakspecifieke kennis* van het behandelde hoofdstuk dient als voorkennis voor de opdracht. Belangrijk is dat een leerling kennis heeft gemaakt met *algebraïsche vaardigheden* (haakjes wegwerken, herleiden, termen samennemen, op nul herleiden) en gerelateerde begrippen (bijvoorbeeld vergelijking, variabele, constante). Zijn vergelijkingen zonder oplossing of met oneindig veel oplossingen (nog) niet bekend dan kan de opdracht nog steeds worden ingezet, maar zullen de eisen aan het taalgebruik van de leerlingen moeten worden aangepast. De nabespreking van de opdracht kan dan dienen als een middel om verschillende situaties bij lineaire vergelijkingen in kaart te brengen.

Een leerling moet zelf kiezen welke vergelijkingen bij elkaar horen, op basis van de eigenschappen van de vergelijking of een mogelijke oplossingsstrategie. Dit vraagt om het leggen van verbindingen, het zien van wiskundige structuur en samenhang. Dit zijn belangrijke kenmerken voor de ontwikkeling van *wiskundige vaardigheid*.

Doordat er niet maar één indeling 'het goede antwoord' is, wordt een leerling gedwongen na te denken over de eigen indeling en deze te onderbouwen met argumenten (*metacognitie*). Dit vraagt om een andere houding van leerling en docent dan het 'afvinken' van een opdracht omdat het antwoord goed is. Van een leerling wordt een mondelinge uitleg verwacht bij de eigen indeling en een open houding ten opzichte van de indeling van medeleerlingen. Van de docent wordt verwacht dat hij deze houding stimuleert, evenals het gebruik van wiskundige vaktaal.

Suggesties

De vraagstelling is anders dan de leerlingen gewend zijn. Het gaat niet alleen om een rijtje met vergelijkingen dat opgelost moet worden, ook al zullen de vergelijkingen wel opgelost worden. Het gaat ook om het kijken naar eigenschappen van vergelijkingen en de aanpak die gekozen is. Vragen aan de leerling kunnen zijn: 'Welke oplossingsstrategie heb je gekozen en waarom? Is dit de snelste manier? Zie je overeenkomsten met andere vergelijkingen?'

De opdracht is niet heel open geformuleerd; de leerling wordt gestuurd in het nadenken over categorieën rond de oplossing en waar op te letten.

De opdracht kan eenvoudig opener geformuleerd worden, zoals hieronder is weergegeven. Hierbij moet een leerling dus zelf de stap zetten om bijvoorbeeld te kijken naar de oplossingsstrategie of oplossing:

Opdracht (alternatief)

Hieronder staan tien lineaire vergelijkingen:

$$A: 2x = -6$$

$$B: 6x + 7 = 3(2 + 2x) - 1$$

$$C: 2(3x + 5) = 5(3x + 5)$$

$$D: 3(x + 5) = 0$$

$$E: 5x - 3(x + 2) = 2(x - 3)$$

$$F: 2x = x + 5$$

$$G: 2(3 + 5x) = 7$$

$$H: 3(x + 4) + 2(x - 1) = 5x + 8$$

$$I: 3x + 6 = 18 - 4x$$

$$J: 14x - 7 = 0$$

Verdeel deze vergelijkingen in groepen van vergelijkingen die je bij elkaar vindt horen op basis van (wiskundige) eigenschappen. Geef duidelijk de argumenten weer die horen bij jouw gekozen indeling. Gebruik daarbij wiskundige begrippen of notatie.

De alternatieve opdracht kan zo open mogelijk worden gegeven ('*Probeer een eigen indeling te maken, niets is fout, als je het maar kunt verkopen*'). Bij groepswork kan gestuurd worden op een discussie in de groep waarbij er één groepsindeling gemaakt moet worden ('*Overtuig, iedereen moet erachter staan*'). Een competitie-element kan worden ingebouwd door te vragen om een unieke indeling ('*Wie heeft er een logische indeling die niemand anders heeft?*'), maar ook een gezamenlijke zoektocht is een mogelijkheid ('*Kunnen we zoveel mogelijk indelingen vinden?*').

Kortom: de rol van de docent is belangrijk en een klassikale bespreking draagt bij aan het leerdoel van de opdracht.

In de opdracht is gekozen voor lineaire vergelijkingen. Vergelijkbare opdrachten zijn eenvoudig voor te stellen met kwadratische vergelijkingen of een combinatie van verschillende typen vergelijkingen of ongelijkheden. Inspiratie voor dit type opdracht is gehaald uit het *Handboek voor wiskundededidactiek*, waarin ruim aandacht wordt besteed aan lesideeën rond het typeren van vergelijkingen (hoofdstuk 2).

Onderwerpen die zich goed lenen voor classificeeropdrachten:

- grafieken en/of diagrammen, waarbij eigenschappen een rol spelen als gedrag van de grafiek (stijging, daling), indeling assen, type diagram, kleur van de lijn etc.
- grafieken, tabellen en formules, waarbij eigenschappen van de verschillende representaties aan elkaar verbonden kunnen worden, bijvoorbeeld dat het beschreven verband stijgend of lineair is of zelfs het zelfde verband beschrijven.
- wiskundige symbolen en notaties, zoals symbolen die getalrelaties aanduiden ($>$, $<$, $=$), bewerkingen ($+$, $-$, $/$), hoeken (\perp , $^\circ$, $-$) of getallen (2 , $\sqrt{\quad}$, π).
- meetkundige figuren (zie opdracht: *Wat kan bij elkaar - I*)

Belangrijkste uitgangspunt is de openheid van de opdracht en de mogelijkheid die dat biedt om buiten de gebaande paden te gaan!