

## Verdwenen of erbij

Opdracht: *Evalueren*.

Hieronder staat een opdracht waarin van leerlingen gevraagd wordt twee uitgewerkte oplossingen van een vergelijking van een ander te beoordelen. Daarbij kunnen leerlingen de twee uitwerkingen met elkaar vergelijken en de juiste kiezen. Vergelijkbare opdrachten, maar dan rond statistiek en grafieken, die een beroep doen op logisch redeneren en vergelijken, zijn beschreven in *proefwerkcijfers* en *Prooi en roofdier*.

De opdracht bevat een 'foute' uitwerking en een 'goede' uitwerking. De leerlingen moet een keuze maken, en deze keuze kunnen beargumenteren. Hierbij gebruiken zij gangbare wiskundige termen (vaktaal).

Vak	Wiskunde
Schooltype	havo/vwo
Leerjaar	3
Tijdsinvestering	15 minuten (inclusief nabespreking)
Trefwoorden	Algebra, (kwadratische) vergelijkingen
Hogere denkvaardigheid <sup>1</sup>	Evalueren
Wiskundige denkactiviteit <sup>2</sup>	Logisch redeneren en bewijzen, formules manipuleren (symbol sense)
Bron	Voorbeeldopgaven tussendoelen

### De opdracht

a.

*Methode A*

$$\begin{aligned}x^2 + 10x &= 0 \\x^2 &= -10x \\x &= -10\end{aligned}$$

*Methode B*

$$\begin{aligned}x^2 + 10x &= 0 \\x(x + 10) &= 0 \\x = 0 \vee x &= -10\end{aligned}$$

Hierboven zie je twee verschillende manieren om de vergelijking  $x^2 + 10x = 0$  op te lossen. Welk van de onderstaande uitspraken is waar? Leg je antwoord uit.

1. Alleen methode A is juist.
2. Alleen methode B is juist.
3. Beide methoden zijn juist.

<sup>1</sup> Hogere denkactiviteiten zoals door Bloom zijn geformuleerd.

<sup>2</sup> Wiskundige denkactiviteiten zoals door cTWO zijn geformuleerd in het kader van de nieuwe examenprogramma's.

b.

*Methode C*

$$x + 2 = 5$$
$$x = 3$$

*Methode D*

$$x + 2 = 5$$
$$(x + 2)^2 = 5^2$$
$$x^2 + 4x + 4 = 25$$
$$x^2 + 4x - 21 = 0$$
  
$$D = 4^2 + 84 = 100$$
$$x_1 = -7 \quad x_2 = 3$$

Hierboven zie je twee verschillende manieren om een vergelijking  $x + 2 = 5$  op te lossen. Welke van de onderstaande uitspraken is waar? Leg je antwoord uit.

1. Alleen methode C is juist.
2. Alleen methode D is juist.
3. Beide methoden zijn juist.

### Toelichting voor de docent

#### Waarom deze opgave?

De opdracht doet een beroep op logisch redeneren en bewijzen met betrekking tot algebraïsche vaardigheden. De opdracht draagt bij aan het behalen van de volgende (tussen)doelen voor de onderbouw:

- eerstegraadsvergelijkingen oplossen en interpreteren binnen een context;
- kwadratische vergelijkingen oplossen met een geschikte oplossingsstrategie en vereiste precisie zoals direct aflezen, ontbinden in factoren, of de abc-formule en interpreteren binnen een context;
- reflecteren op eigen wiskundige activiteiten, die activiteiten beschrijven en die van anderen kritisch beoordelen.

Bij reflecteren hoort het herkennen of een opgave of probleem goed is opgelost, of er hulp nodig is om het op te lossen en op welke onderdelen nog gestudeerd moet worden. Hier hoort ook het onder woorden kunnen brengen van eventuele vragen bij.

Bij deze opdracht gaat het vooral om het beoordelen van een ander (evalueren), waarbij het gebruik van passende vaktaal (begrippen, eigenschappen, notaties) in de argumenten nadrukkelijk een rol speelt.

Binnen de taxonomie van Bloom wordt evalueren als een hogere denkvaardigheid beschreven. Logisch redeneren en bewijzen, evenals het manipuleren van formules zijn wiskundige denkactiviteiten zoals beschreven door de commissie toekomst wiskunde onderwijs (cTWO).

#### Wat wordt van leerlingen gevraagd?

De opdracht kan ingezet worden bij een hoofdstuk waarin kwadratische vergelijkingen behandeld worden. Besef van de abc-formule, ontbinden in factoren en op nul herleiden vormen de belangrijkste *vakspecifieke (voor)kennis* voor de opdracht.

De vraag draait om het oefenen van *algebraïsche vaardigheden*. Daarbij is het belangrijk dat leerlingen de (wiskundige) structuur van expressies herkennen en hiermee kunnen 'spelen' (symbol sense<sup>3</sup>). De vraag doet een beroep op het zien van (wiskundige) structuur van een expressie. Dit is een belangrijk kenmerk voor de ontwikkeling van *wiskundige vaardigheid*.

Doordat een uitwerking van het probleem gegeven is, wordt een leerling gedwongen na te denken over een geschikte probleemaanpak, te reflecteren op de gekozen aanpak van een ander en de reflectie wiskundig te onderbouwen (*metacognitie*). Van een leerling wordt een kritische, niet veroordelende, houding gevraagd (*algemene vaardigheid*). Van de docent wordt verwacht dat hij deze houding stimuleert.

### **Suggesties**

De opdracht leent zich goed voor individueel werk, met klassikale nabespreking of nabespreking in kleine groepjes. Bij klassikale nabespreking kan aandacht besteed worden aan veelvoorkomende (andere) algebraïsche 'fouten', zoals delen door  $x$  (en oplossing  $x=0$  vergeten) of aan een systematische probleemaanpak (inclusief controle van het antwoord).

De opdracht is ontworpen voor de databank 'voorbeeldopgaven tussendoelen',  
<http://www.fisme.science.uu.nl/ctwo/Onderbouw/onderwijs/welcome.php>.

De titel van de opdracht is 'Verdwenen of erbij'.

---

<sup>3</sup> Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the learning of mathematics* 14 (3).