



# Is dit toeval?

Docentenhandleiding



# Is dit toeval?

Docentenhandleiding



# Colofon

© Platform Taalgericht Vakonderwijs,  
Stichting leerplanontwikkeling (SLO), Enschede, 2009

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

## Auteurs

Monica Wijers (Freudenthal Instituut, Utrecht), Berend Stellingwerf (Etoc, Groningen), Marco Swaen (Caland Lyceum, Amsterdam)

## In opdracht

Ministerie van OCW

**Vormgeving:** Mooi Bedacht, Almelo

**Productie:** Axis, Enschede

**Druk:** Netzodruk, Enschede

## In samenwerking met:

- Freudenthal Instituut, Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen (Flsme), Universiteit Utrecht
- Expertisecentrum Taal, Onderwijs en Communicatie (ETOC), Rijksuniversiteit Groningen
- Calandlyceum, Amsterdam
- Domein Onderwijs en Opvoeding, Hogeschool van Amsterdam
- Instituut voor Taalonderzoek en Taalonderwijs Anderstaligen (ITTA), Universiteit van Amsterdam

## Besteladres

SLO, Stichting Leerplanontwikkeling

Afdeling Verkoop

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 305

Internet: [www.slo.nl](http://www.slo.nl) / [www.taalgerichtvakonderwijs.nl](http://www.taalgerichtvakonderwijs.nl)

E-mail: [verkoop@slo.nl](mailto:verkoop@slo.nl)

AN 5.3792.233

[www.taalgerichtvakonderwijs.nl](http://www.taalgerichtvakonderwijs.nl)

# Inhoud

Inleiding	4
• Onderwerp	4
• Opzet lessenserie	4
<b>Hoofdstuk 1</b>	
Voorkennisopdrachten	6
<b>Hoofdstuk 2</b>	
Inleiding op hypothesetoetsing	8
<b>Hoofdstuk 3</b>	
Opdrachten: Het toetsen van hypothesen	9
<b>Hoofdstuk 4</b>	
Verwerkingsopdrachten	11
<b>Bijlagen</b>	
Werkblad 1: Invulteksten	12
Werkblad 2: Invultekst conclusies	14
Werkblad 3: Leestekst	15
Werkblad 4: Bloggen	17

# Inleiding

Deze lesbrief voor VWO 5/6 is ontwikkeld binnen het Platform Taalgericht Vakonderwijs om te laten zien hoe de kwaliteit van lessen kan worden verbeterd door tegelijkertijd met aandacht aan vakinhoud ook aandacht aan de taalontwikkeling van de leerling te besteden. In het platform werken docenten, vakexperts van de lerarenopleidingen en taalkundigen samen. Er zijn voor verschillende leergebieden van het voortgezet onderwijs lesbrieven ontwikkeld voor de onderbouw, de bovenbouw vmbo en de tweede fase. Dit is een ervan. Zie het 'Handboek taalgericht vakonderwijs' \* voor achtergronden van taalgericht vakonderwijs en [www.taalgerichtvakonderwijs.nl](http://www.taalgerichtvakonderwijs.nl) voor alle producten van het Platform. Ervaringen met deze lesbrief hebben geleid tot verbetering van de lesbrief en tot meer inzicht in vakspecifieke aspecten van de rol van taal bij het leren.

## Onderwerp

Het toetsen van hypothesen vormt de afsluiting van de statistiek in de bovenbouw van VWO wiskunde A. Bij dit onderwerp komt een aantal begrippen samen, zoals het begrip toeval, de normale verdeling en de binomiale verdeling. Toetsingstheorie is een gebied van de statistiek dat veel toepassingen kent. Bij het toetsen van hypothesen wordt een procedure ontwikkeld en gebruikt om te beslissen of een bepaald (steekproef) resultaat als louter toevallig mag worden beschouwd, of dat er werkelijk wat aan de hand is (dit zijn de twee hypothesen die tegenover elkaar staan). Het toetsen van hypothesen is het onderwerp van deze lessen. De gewone stof wordt uit het reguliere wiskundeboek gedaan. In deze lesbrief staan aanvullende opdrachten bij het boek, die de vaktaalverwerving rond dit onderwerp ondersteunen. Wij gaan ervan uit dat de leerling de stof beter doorgrondt zal door de centrale begrippen met de juiste vaktermen te leren benoemen en tegelijkertijd deze begrippen te verbinden aan het dagelijks taal waarin over toeval en toetsing gesproken wordt.

## Opzet lessenserie

Deze lessenserie bestaat uit vier onderdelen:

Deel 1: Voorkennisopdrachten (1 a 2 lessen)

Deel 2: Inleiding op hypothesetoetsen (ca 25 minuten)

Deel 3: Hypothesetoetsen uit het reguliere wiskundeboek aangevuld met opdrachten rond begrippen

Deel 4: Verwerkingsopdrachten (ca. 2 lessen).

## Wat maakt deze lessenserie taalgericht?

Deze lessenserie over hypothesetoetsen maakt duidelijk hoe taalgerichte vakdidactiek in het vakgebied wiskunde eruit kan zien. Ten eerste zie je taal expliciet in de doelstellingen. In de lesbrief staat als doel: *Je kunt de belangrijkste begrippen rond hypothesetoetsen en kansrekening goed en duidelijk gebruiken in een tekst.* Leerlingen leren daar min of meer als een deskundige over praten en schrijven. Ook wordt expliciet aandacht besteed aan de kernwoorden: zie opdracht 1 en 2 in hoofdstuk 3. Typisch voor de taal van wiskunde is gewoonlijk de stelligheid waarmee de uitspraken gedaan moeten worden, terwijl bij dit onderdeel het juist gaat over kansen en de onzekerheden die daarbij horen. Dat moet je in goed Nederlands kunnen verwoorden, bijvoorbeeld: 'De uitkomst is zo onwaarschijnlijk dat we de o-hypothese kunnen verwerpen, en dat betekent dat ...' Typisch bij dit onderdeel van het vak is de taal over toeval, kans en (on)zekerheid. Het is belangrijk daar in de loop van de lessenserie naartoe te werken en heldere taaldoelen helpen daarbij.

In taalgerichte vakdidactiek worden begrippen zorgvuldig aangeboden in een **betekenisvolle context**. Voor leerlingen is gepoogd de context betekenisvol te maken door het klassengesprek (zie hieronder) en de opdracht 1 in hoofdstuk 2 waarin kansberekening en hypothesetoetsen gekoppeld worden aan alledaagse voorbeelden.

In deze lesbrief worden de begrippen door de leerlingen zelf verzameld in een begrippenlijst en vervolgens besproken en van betekenis voorzien (zie hoofdstuk 3). Het gebruik van **de begrippen** wordt verder ontwikkeld doordat leerlingen ze in de gesprekken onderling hanteren (zie opdracht 3 in hoofdstuk 4), het klassikale onderwijs-leergesprek dat daarop volgt en vervolgens in een 'blog'tekst (zie opdracht 4 in hoofdstuk 4).

Ook wordt er met de begrippen **geschreven**, zie de opdrachten 1 en 2 van hoofdstuk 3 en opdrachten 1, 2 en 4 in hoofdstuk 4. In de laatste opdracht krijgen de leerlingen opnieuw de kans te laten zien dat ze in heldere formuleringen kunnen communiceren over kansberekening en hypothesetoetsen

In de **feedback en beoordeling** zou je dan ook vooral moeten letten op hoe de leerlingen formuleren. Let er bijvoorbeeld op dat ze precies formuleren en help ze daarbij door ze te vragen nog iets nauwkeuriger te formuleren, hun formuleringen aan te vullen en ze zo nu en dan te vragen of ze het ook zo kunnen zeggen als een statistisch onderzoeker het zou doen. Als leerlingen bijvoorbeeld schrijven '*We denken dat het gewoon toeval is want er is een kleine kans ...*' dan is dat te vaag. Vragen dan de tekst te verbeteren en dit preciezer met behulp van wiskundetaal te formuleren. Geef bijvoorbeeld hulpwoorden zoals 'omdat ....' en 'vergeleken met....' of andere termen die de relaties in het specifieke geval betreffen.

Wij denken dat op deze manier taalgericht vakonderwijs goed past bij het wiskundeonderwijs, want de leerlingen leren denken, spreken en schrijven over het vak, door gerichte aandacht voor de taal van het vak.





# Voorkennisopdrachten

## Doel

Activeren van voorkennis over de binomiale en normale kansverdeling.

## Werkvorm

Opdracht 1: individueel

Opdracht 2: individueel

Opdracht 3: eerst individueel, dan in tweetallen, dan hele klas

## Tijdsduur

1 lesuur

## Materiaal

Voorkennisopdrachten (deel 2) uit de lesbrief.

Wiskundeboek en schrift als naslagwerk, met name de hoofdstukken over de normale en binomiale kansverdelingen. Deze moeten al gedaan zijn.

## Introductie

Om de voorkennis van de leerlingen te activeren kun je de volgende situatie aan de leerlingen voorleggen. Dit om de stof op te frissen. De opgave hoeft niet uitgewerkt te worden.

## Opgave

Stel, je hebt een bedrag van 100 euro en je kunt meedoen met een gokspel, waarbij jij drie maal mag gooien met een zuivere munt. Voor iedere worp moet je de helft van je geld inzetten. Je wint het bedrag van je inzet als je kop gooit en je bent het bedrag van je inzet kwijt bij munt. *Hoeveel kun je winnen en verliezen en hoe groot is de kans dat je wint of verliest? Neem je de gok?*

## Werkwijze

Leerlingen maken de drie opdrachten om hun voorkennis op het gebied van kansverdelingen op te halen. Ze werken

afwisselend individueel, in een kleine groep en met de hele klas. Leerlingen kunnen eventueel hun boek en schrift gebruiken als naslagwerk, maar werken met het boek komt pas in deel 3 van de lesbrief echt aan de orde. Als het boek nog niet in beeld is, kunnen de opdrachten 2c tot en met 2f leerlingen die dat nodig hebben op weg helpen.

Het is handig vooraf af te spreken hoe het nakijken van de opdrachten plaats vindt.

De werkwijze bij opdracht 3 is een variant op de werkvorm Denken, Delen, Uitwisselen.

Deze werkvorm is vooral geschikt voor opdrachten waarvoor meerdere antwoorden goed zijn of waarvoor de antwoorden elkaar aanvullen. Zo kan deze werkvorm goed gebruikt worden om voorkennis te activeren. Essentieel is dat leerlingen tijd krijgen om eerst zelf na te denken over de gestelde vraag. Voor eenvoudige denkvragen is tenminste 10 seconden denktijd nodig. Het formuleren van afgewogen antwoorden vraagt al snel enkele minuten. In dit geval zijn er 4 stappen.

## Stap 1

De docent stelt een vraag – in dit geval staat deze ook in het leerling-materiaal – en verzoekt de leerlingen eerst in stilte na te denken over het antwoord. Leerlingen krijgen de opdracht:

*Bedenk zelf een opgave over een binomiaal of normaal verdeelde toevalsvariabele.*

## Voorbeeld van een binomiaal verdeelde toevalsvariabele.

We gooien 4 keer met een (eerlijke) dobbelsteen. We kunnen 0, 1, 2, 3 of 4 keer een 6 gooien. Hoe groot is de kans dat we van de 4 worpen 1 keer een 6 gooien?

Voorbeeld van een normaal verdeelde toevalsvariabele.

Intelligentie is normaal verdeeld met een gemiddelde van 100 en een standaarddeviatie van 20. Hoe groot is de kans dat een willekeurige voorbijganger op straat een intelligentie heeft van 130?

Geef aan hoe lang de leerlingen na mogen denken. Bijvoorbeeld 10 minuten. Dit is de stap denken.

### Stap 2

Op een teken van de docent gaan de leerlingen in twee- of drietallen hun antwoorden bespreken. In het leerlingmateriaal staat daartoe de volgende opdracht:

*Besprek met een klasgenoot de twee opgaven die jullie gemaakt hebben. Kies de opgave die jullie de beste vinden en werk die netjes uit. Gebruik de goede termen en notaties. Maak ook een uitwerking van de opgave.*

Laat de leerlingen erop toezien dat iedereen aan bod komt binnen de beschikbare tijd (bijvoorbeeld 15 minuten). Dit is de stap delen.

### Stap 3

Vraag een aantal leerlingen in de klas naar hun antwoorden. Vraag ook leerlingen om te reageren op de antwoorden van anderen. Dit is de stap **uitwisselen**. In het leerlingmateriaal staat hiervoor de volgende opdracht:

*Verzamel alle in de klas bedachte opgaven. Besprek de kwaliteit ervan.*

### Stap 4

In dit geval is een vierde stap toegevoegd. Dit is een individuele verwerkingsopgave die luidt:

*Kies een van de besproken opgaven uit (niet je eigen) en maak die. Laat de maker je werk nakijken.*

Deze opdracht kan als huiswerk worden meegegeven.



# Inleiding op hypothesetoetsing

## Tijdsduur

25 minuten klassikaal interactief of opdracht 1 in tweetallen met een nabespreking

## Werkwijze

Interactief

1. Bedenk of zoek een actuele situatie (of enkele situaties) herkenbaar voor de leerlingen, waarin hypothesetoetsen aan de orde zijn of kan komen. Veel sociaal wetenschappelijk onderzoek waarover o.a. in de media wordt gerapporteerd biedt een geschikte context. De veronderstelling van zo'n onderzoek moet dan toetsbaar (= onderzoekbaar) zijn. Het is mooi – maar niet noodzakelijk – als er ook sprake is van een normale of binomiaal verdeelde variabele.

## Voorbeelden

- De zaak Lucia de B.  
(zie ook: <http://www.luciadeb.nl/bewijs.html>)  
*Hoe kan het dat bij 2 gevallen waar een kind overlijdt Lucia de B dienst had?*
- Je loopt in de stad, je denkt aan een vriendin en 2 minuten later kom je haar tegen.  
*Wat is er aan de hand? Is dat telepathie?*
- Je gooit 10 keer met een munt en je gooit 2 keer kop.  
*Is deze munt vals?*

2. Bespreek de gekozen voorbeelden (of opdracht 1 uit de lesbrief) met de leerlingen zodat ze ervaren dat ze al iets weten (en om ze nieuwsgierig te maken om nog meer te weten te komen). Dit kan bijvoorbeeld door bij het voorbeeld vragen te stellen als: 'hoe komt het dat....?' "hoe zou het zijn om....?" "wat gebeurt er als...?" "wat vind je hiervan?" "is Lucia schuldig?" "is het zeker dat de munt vals is?"

Kies een hierbij passende activerende werkvorm, zodat zoveel mogelijk leerlingen aan het woord komen en zodat u hoort welke dagelijkse en 'schoolse' woorden (toeval, waarschijnlijk, kans) ze gebruiken in relatie tot het onderwerp.

Sluit af met de vraag wat gemeenschappelijk is aan de besproken voorbeelden. Conclusies die leerlingen formuleren kunnen zijn:

"Hoe kleiner de kans dat iets gebeurt, hoe onwaarschijnlijker het is."

"Of iets toevallig is hangt af van de grootte van de kans."

"Hoe kleiner de kans, des te onwaarschijnlijker het is."

"Bij bepaalde kansen is het geen toeval meer."

"Of we iets aan toeval toeschrijven is een kwestie van kansrekening, waarbij we van tevoren afspreken dat een bepaalde kans te klein is om nog op toeval te berusten" (OPM: de leerlingen moeten zich wel goed realiseren dat het uiteindelijk een afspraak is en dat de beslissing dus fout kan zijn!!!).



## Opdrachten

# Het toetsen van hypothesen

## Doelen

De leerling kent de belangrijkste begrippen rond hypothesetoetsing en kansrekening. Daarnaast kunnen ze ze goed en duidelijk gebruiken in een tekst waarin ze een leeftijdsgenoot er iets over uitleggen.

- De leerling kan de begrippen nulhypothese, alternatieve hypothese, eenzijdig toetsen, tweezijdig toetsen en significantieniveau in woord en geschrift hanteren, in combinatie met de verschillende werkwoorden die bij deze begrippen gebruikt worden.
- De leerling kan, in voor anderen begrijpelijke taal, uitleggen en omschrijven wat het toetsen van hypothesen inhoudt.
- De leerling kan de conclusies van de hypothesetoetsing correct formuleren in termen van het gestelde probleem en gebruikmakend van de juiste wiskundige begrippen.

## Tijdsduur

3 - 6 lesuren, met huiswerk.

## Werkvorm

Individueel of in tweetallen uit het wiskundeboek aangevuld met onderstaande opdrachten, tijdens en meteen na het afronden van het hoofdstuk.

## Materiaal

- De opdrachten uit deel 3 van de lesbrief
- Het wiskundeboek
- Eventueel een apart (leeg) werkblad voor het bijhouden van een begrippenlijst.

## Werkwijze

De leerlingen lezen vooraf de introductie van dit deel, paragraaf 3.1 in de lesbrief. Daarin staat een inleiding op het onderwerp hypothese toetsen, de achtergrond van de opdrachten in de lesbrief en wat de leerdoelen zijn. Als daar vragen over zijn kunnen die besproken

worden voor de leerlingen aan het werk gaan met het boek en de opdrachten hieronder.

## Tijdens het doorwerken van het hoofdstuk Hypothesen toetsen

Leerlingen werken aan het hoofdstuk over hypothesetoetsen uit het boek. Hanteer de gebruikelijke werkwijze en planning voor de opdrachten uit het boek. Laat de leerlingen de opgaven niet uitsluitend met het antwoordenboek nakijken, maar bespreek enkele opgaven klassikaal of laat enkele leerlingen dat doen. Besteed daarbij extra aandacht aan de formulering.

Tijdens werken uit het boek maken de leerlingen een begrippenlijst. De nieuwe begrippen die ze tegenkomen noteren ze daarop, daarbij noteren ze ook de bijpassende werkwoorden. Dit zullen met name de wiskundige begrippen zijn (zie de tabel op de volgende pagina).

## Na het doorwerken van het hoofdstuk Hypothesen toetsen

Nadat de leerlingen het hoofdstuk hebben doorgewerkt, hebben ze ook de begrippenlijst af. Ze nemen vervolgens in tweetallen hun begrippenlijsten door: vragen elkaar om verduidelijking, vullen zondig aan en komen tot een gezamenlijke lijst (zie hieronder een suggestie voor gebruik van de werkwijze Check in Duo's). Desgewenst kan dat ook klassikaal worden gedaan, zodat er een lijst ontstaat. De begrippenlijst wordt actief gebruikt in deel 4: de verwerkingsopdrachten.

## Check in Duo's

Deze werkvorm is vooral geschikt voor het zelfstandig corrigeren van gemaakt werk als het gesloten opdrachten betreft. Check in Duo's gaat als volgt:

### Stap 1 (individueel)

De leerlingen hebben individueel hun begrippenlijst gemaakt.

**Stap 2 A (in duo's)**

Elke leerling vergelijkt zijn/haar lijst met die van een medeleerling. Daarbij vergelijken ze welke begrippen ze hebben genoteerd en gaan ze na of ze beiden het begrip kennen en of ze het kunnen uitleggen. Waar ze een begrip verschillend uitleggen moeten ze proberen het eens te worden over de juistheid ervan. Een begrip wat ze niet kennen moet worden opgezocht of de betekenis kan gevraagd worden aan een medeleerling of de docent.

**Stap 2 B (in viertallen)**

Eventueel kan het duo de lijsten nog met een ander duo vergelijken en ook dan de verschillen bespreken

om tot een gezamenlijke lijst te komen. Eventueel kan gezamenlijk een 'beste' lijst worden samengesteld.

**Stap 3 (klassikaal)**

De docent loopt zonedig snel alle begrippen langs en laat steeds een leerling dit begrip toelichten. Daarbij houdt de docent bij welke begrippen nog problemen opleveren, deze worden goed doorgesproken en leerlingen noteren de betekenis in hun lijst.

De eigen (aangevulde) begrippenlijst moet bij de verwerkingsopdrachten worden gebruikt en kan eventueel zelfs dienen als 'spiekbriefje' bij een (eind)toets.

**Begrippen**

<b>vaktaal</b>	<b>schooltaal</b>	<b>alledaagse taal</b>
alternatieve hypothese opstellen	aantonen	ik weet het zeker
alternatieve hypothese aannemen	betwijfelen	het is waarschijnlijk
alternatieve hypothese verwerpen	beweren	het is onwaarschijnlijk
beslissingsregel	toeval	de kans is ....
binomiaal toetsen	vermoeden	dit kan geen toeval zijn
eenzijdig toetsen	veronderstelling	
nulhypothese opstellen	waarschijnlijk	
nulhypothese aannemen		
nulhypothese verwerpen		
onbetrouwbaarheid		
overschrijdingskans berekenen		
significant zijn		
significantiëniveau vaststellen		
steekproef (trekken)		
stochast (=toevalsvariabele)		
tekentoets uitvoeren		
toetsingsgrootte bepalen		
toetsingsprobleem oplossen		
tweezijdig toetsen		

# Verwerkingsopdrachten

## Tijdsduur

2 lesuren.

## Werkvorm

Opdracht 1: individueel

Opdracht 2: individueel

Opdracht 3: individueel, dan in tweetallen, dan klassikaal

Opdracht 4: individueel

## Materiaal

- De opdrachten in deel 4 van deze lesbrief
- Per leerling hun eigen begrippenlijst als naslagwerk
- Wiskundeboek en –schrift als naslagwerk.

## Werkwijze

Er zijn vier verwerkingsopdrachten opgenomen, in alle vier de opdrachten zijn taal- en wiskundeaspecten verweven. Het is de bedoeling dat leerlingen hun begrippenlijst erbij gebruiken. Er zijn verschillende manieren om de leerlingen met de opdrachten aan het werk te laten gaan, bijvoorbeeld:

1. De docent kiest welke leerling welke verwerkingsopdrachten doet
2. De leerlingen kiezen zelf welke verwerkingsopdrachten zij doen
3. Elke leerling doet alle vier de verwerkingsopdrachten.

De eerste verwerkingsopdracht bestaat uit het invullen van de juiste termen en symbolen op de juiste plaatsen in twee teksten met gebruikmaking van de begrippenlijst. Het nakijken van deze opdracht kan goed in kleine groepjes door de leerlingen zelf worden gedaan (Werkblad 1).

De tweede verwerkingsopdracht heeft betrekking op het formuleren van conclusies. Ook hierbij wordt een invultekst gebruikt (Werkblad 2). Deze opdracht is met name geschikt voor leerlingen die daar moeite mee hadden bij het maken van de opdrachten uit het boek.

Het is belangrijk om de leerlingen (ook tijdens het werken uit het boek) feedback te geven op de manier waarop ze hun conclusies verwoorden. Dit kan bijvoorbeeld door de woorden aan te reiken, waarnaar de leerling op zoek lijkt; door een leerling te vragen de conclusie ook nog op een andere manier te verwoorden; door de leerling te vragen ook de tegengestelde conclusie te verwoorden. Het is ook mogelijk leerlingen een set van door henzelf verschillend geformuleerde conclusies te laten beoordelen.

Bij de derde verwerkingsopdracht hoort een leestekst. Het eindproduct dat individueel moet worden gemaakt is een opdracht met uitwerking rond hypothesetoetsing gebaseerd op een voorbeeld uit de leestekst. Bij het nakijken en beoordelen van dit eindproduct is het van belang dat zowel naar de juistheid van de wiskunde als van de gebruikte taal wordt gekeken. De tekst staat op Werkblad 3.

In de vierde verwerkingsopdracht moet de leerling een uitleg schrijven over hypothesetoetsen als reactie op een vraag van een leerling daarover. Hier kan bijvoorbeeld de begrippenlijst worden omgewerkt tot een schematische weergave van het hele proces van hypothesetoetsing. Ook bij deze opdracht is het belangrijk het eindproduct zowel op wiskunde als op taal te bekijken. Laat bij deze opdracht de leerlingen vooral op elkaars werk reageren. Teneinde interactie over het onderwerp te vergroten en het nakijkwerk te minimaliseren is het handig dat de leerlingen gefaseerd naar het eindproduct toewerken. Laat de leerlingen eerst zelf de opdracht maken. Daarna kunnen ze in twee- of drietallen reageren op elkaars stukken. Op basis van deze discussie maakt elk groepje een nieuwe blog. Deze kan dan klassikaal worden gepresenteerd, zodat ook het correct hanteren van begrippen bij mondeling taalgebruik wordt geoefend. Ook de luisterende leerlingen horen zo hoe de verschillende begrippen worden gebruikt en stellen daar vragen over.



# Invulteksten

Naam: \_\_\_\_\_

Klas: \_\_\_\_\_

**Vraag**

*Beste Karel,  
Ik heb het volgende probleem,  
  
Het gaat over een opgave:  
De lengte van mannen is ..1.. verdeeld, ..2... is  
180 cm met een ..3.. van 10 cm Bij een ....4....  
blijkt dat de lengte van mannen ....5.... 189 cm is.  
  
Nu moet ik ..6.. of het ..7... bijgesteld zou  
moeten worden, en zodoende bekijken of dit  
resultaat ....8.... is. Ik heb geen idee waar ik  
moet beginnen.  
  
Ik hoop dat jullie kunnen helpen,  
Gr Emre*

- 1. \_\_\_\_\_
- 2. \_\_\_\_\_
- 3. \_\_\_\_\_
- 4. \_\_\_\_\_

- 5. \_\_\_\_\_
- 6. \_\_\_\_\_
- 7. \_\_\_\_\_
- 8. \_\_\_\_\_

z.o.z. voor het antwoord



Vraag

Beste Emre,  
 De ..... 1 ..... zijn:  
  
 $H_0$ : ..... 2 .....  
 $H_1$ :  $\mu$  3 .. 180 cm (omdat het ..... 4 ..... in de ..... 5 .....  
 een stuk te ..... 6 ..... is).  
  
 Van belang is het aantal mannen ( $n$ ) in de ..... 7 .....  
 Uitgaande van ... 8 ... is de gemiddelde lengte  $X_{\text{gemiddeld}}$  in een  
 groep van  $n$  mannen ..... 9 ..... verdeeld met  
 $\mu_{X_{\text{gemiddeld}}} = \dots 10 \dots$  cm en  $\sigma_{X_{\text{gemiddeld}}} = \dots 11 \dots$  cm.  
  
 Je kunt nu met ..... 12 ..... op je GR uitrekenen  
 wat de kans is dat een groep van  $n$  mannen een gemiddelde  
 lengte van ..... 13 ..... cm of meer heeft. Als die kans onder het  
 ..... 14 ..... ligt, dan wordt  $H_0$  ..... 15 .....  
 In dat geval kun je concluderen dat  
 ..... 16 .....

Karel

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_
7. \_\_\_\_\_
8. \_\_\_\_\_

9. \_\_\_\_\_
10. \_\_\_\_\_
11. \_\_\_\_\_
12. \_\_\_\_\_
13. \_\_\_\_\_
14. \_\_\_\_\_
15. \_\_\_\_\_
16. \_\_\_\_\_





# Invultekst conclusies

## Koekjes

De fabrikant Corona maakt Madeleine koekjes verpakt per 300g. Om duidelijk te maken aan de consument dat er daadwerkelijk 300g koekjes zit in elke verpakking, voert men regelmatig steekproeven uit. De volgende hypothesen worden daarbij gehanteerd:  $H_0: \mu > 300g$  en  $H_a: \mu < 300g$  ze worden getoetst met  $\alpha = 0,05$

Na berekening blijkt de overschrijdingskans  $p = 0,0515$  te zijn.

Wat is de conclusie? Vul de zinnen aan.

De \_\_\_ 1 \_\_\_-hypothese \_\_\_ 2 \_\_\_ wordt \_\_\_ 3 \_\_\_, omdat de overschrijdingskans \_\_\_ 4 \_\_\_ is dan het \_\_\_ 5 \_\_\_.

De fabrikant concludeert op grond van deze \_\_\_ 6 \_\_\_ dat \_\_\_ 7 \_\_\_ en zal \_\_\_ 8 \_\_\_.

1. \_\_\_\_\_
2. \_\_\_\_\_
3. \_\_\_\_\_
4. \_\_\_\_\_
5. \_\_\_\_\_
6. \_\_\_\_\_
7. \_\_\_\_\_
8. \_\_\_\_\_

# Leestekst

Eén op duizend

**Hij doceert schadeverzekeringswiskunde, niet het meest spraakmakende vak zo op het eerste gezicht. Maar het toekennen van prijzen aan risico's is relevant. Van het risico op een hoofdprijs in de lotto tot de kans dat er een wereldrecord sneuvelt.**

*René Franssen*

Econometrist Ruud Koning houdt zich bezig met “het snijvlak van sport, economie en statistiek.” De gevolgen van het Bosman-arrest voor de voetballerij, bijvoorbeeld, of de impact van de Champions-league. Maar ook de grenzen van het menselijk kunnen vallen er onder. Koning: “Een nieuw wereldrecord in de atletiek levert de sporter vaak een forse premie op. Organisatoren sluiten daarvoor meestal een verzekering af. Dan is het van belang te weten hoe groot de kans is op een nieuw record.” De marathon van Rotterdam hield bijvoorbeeld geen rekening met een wereldrecord, dus toen dat in 1988 toch gelopen werd, moest men de wereldrecordpremie zelf ophoesten. “De organisatie was toen feitelijk failliet.”

Het uitloven van grote geldbedragen voor een zeldzame prestatie is niet beperkt tot de sport. Ook loterijen werken volgens dit principe. “Het is voor de organisatie belangrijk het risico op het moeten uitbetalen van de hoofdprijs te weten.” Zeker wanneer die hoofdprijs, zoals bij de Nederlandse Lotto, een gegarandeerd bedrag is. Konings interesse in de lottoballetjes begon met een verzoek van de redactie van het economenblad Economische Statistische Berichten (ESB). “In de zomer van 2000 zijn de spelregels van de lotto veranderd en iemand had bij ESB geklaagd dat hierdoor de kansen op een prijs verslechterd waren. Men vroeg mij om dat uit te zoeken.” Samen met econometriestudent Thijs Vermaat pakte Koning het probleem aan.

In 2000 ging het aantal genummerde lottoballen van 41 naar 45. Bovendien werd na de getallen ook een gekleurde bal getrokken uit een tweede machine. Wie zes getallen goed heeft wint de hoofdprijs. Wie daarnaast ook de kleur goed heeft – er is keuze uit zes verschillende kleuren – wint de jackpot. De eerste conclusie van de econometristen was, dat door de verandering in de spelregels de verwachte uitbetaling per lot niet minder werd. Ze schreven er een artikeltje over in ESB. Maar daarna hielden ze niet op. “Je gaat er vanuit dat alle balletjes volstrekt willekeurig worden getrokken. We wilden uitrekenen of dat inderdaad zo was.” Ooit was bij de Canadese lotto gevonden dat bepaalde getallen vaker voorkwamen dan verwacht, waarna de tijd om de balletjes door elkaar te husselen werd verlengd.

Het aantal trekkingen sinds 2000 was natuurlijk beperkt. 107 trekkingen van zes balletjes elk werden geanalyseerd. Dat aantal trekkingen is niet groot genoeg om voor elk nummer na te gaan of het toevallig wordt getrokken. “Daarom zijn we naar afgeleide verdelingen gaan kijken. Bijvoorbeeld of het aantal even en oneven balletjes per trekking wel volgens de verwachting was.” Daarmee brachten ze het aantal categorieën terug van 45 naar twee en dan waren er wél genoeg waarnemingen. Er bleken geen grote afwijkingen in de verdeling van de getallen te zitten. Heel anders was dat met de kleuren-balletjes. In 107 trekkingen bleek de blauwe bal duidelijk favoriet. Die verscheen 33 keer, terwijl paars slechts 8 maal in het kokertje rolde. Groen, oranje en geel werden 15 maal getrokken, rood 21 maal. De kans op die verdeling was, zo berekenden Koning en Vermaat, ongeveer één op duizend. “Het is dus mogelijk dat deze verdeling bij toeval is ontstaan”, benadrukt Koning. “Bovendien, alleen statistiek is voor een econometrist niet bevredigend. Het liefst wil je ook een verklaring waarom die kans zo ligt.” Maar dat laatste heeft hij niet. Begin deze week



ontving de Nederlandse Lotto het complete artikel waarin beide onderzoekers hun bevindingen hebben beschreven. Een woordvoerder laat inmiddels weten met beide econometristen in gesprek te willen gaan,

maar wil geen inhoudelijke reactie geven. Wel stelt ze dat de balletjes door het Nederlands Meetinstituut zijn gecontroleerd op tal van eigenschappen en gelijk bevonden. “Ze wegen op de milligram even veel en ze stuiten zelfs even hoog.”

Naam: \_\_\_\_\_

Klas: \_\_\_\_\_

a. Op welke plaatsen is in dit artikel sprake van het toetsen van hypothesen?

- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_

b. Kies één van de voorbeelden en beschrijf hoe je de hypothesetoetsing zou uitvoeren en wat het resultaat is. Dat kun je bijvoorbeeld doen door er een opgave van te maken (zoals die in je boek staan), daar hoort dan natuurlijk een uitwerking bij!

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---





