



● ● ● TULE - Rekenen/wiskunde

Inhouden en activiteiten bij de kerndoelen van 2006

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling



TULE - Rekenen/wiskunde

Inhouden en activiteiten bij de kerndoelen

Inhoud van de website **tule.slo.nl**

November 2008

slo

nationaal
expertisecentrum
voor leerplan-
ontwikkeling



Verantwoording

Auteurs:

Kees Buijs, Joost Klep, Anneke Noteboom

Redactie:

Anneke Noteboom

Eindredactie en realisatie:

Martin Klein Tank

Projectleiding:

Gäby van der Linde - Meijerink

Besteladres:

SLO, nationaal expertisecentrum voor leerplanontwikkeling

Afdeling Verkoop

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 664

Internet: <http://tule.slo.nl>

E-mail: tule@slo.nl

AN: 1.4312.0065

© 2008 SLO, nationaal expertisecentrum voor leerplanontwikkeling, Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.



Voorwoord

Op de website <http://tule.slo.nl> zijn alle kerndoelen uitgewerkt in inhoud en activiteiten. Op veler verzoek verschijnt de informatie van de website nu ook in een serie schriftelijke publicaties. Per leergebied wordt hiermee de inhoud van de website van het moment weergegeven. Deze publicatie biedt een praktisch overzicht, maar heeft ook zijn beperkingen ten opzichte van de website. De mogelijkheid direct door te klikken bij verwijzingen in de tekst en de gekoppelde video en audio fragmenten te bekijken en beluisteren zijn voorbehouden aan de website. Ook kunnen vernieuwingen en aanvullingen op de website worden doorgevoerd die niet direct in de schriftelijke publicatie zijn opgenomen. Het blijft dus aanbevolen ook de website te blijven bezoeken.

Inhoud

Verantwoording	2		
Voorwoord	3		
Inhoud	4		
Inleiding	6		
Karakteristiek van Rekenen/wiskunde	10		
Kerndoel 23	12	Kerndoel 30	130
Toelichting en verantwoording	12	Toelichting en verantwoording	130
Inhoud	14	Inhoud	131
Activiteiten en doorkijkjes		Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 1 en 2	18	Groep 5 en 6	134
Groep 3 en 4	20	Groep 7 en 8	138
Groep 5 en 6	22	Kerndoel 31	142
Groep 7 en 8	26	Toelichting en verantwoording	142
Kerndoel 24	28	Inhoud	144
Toelichting en verantwoording	28	Activiteiten en doorkijkjes	
Inhoud	29	Groep 7 en 8	148
Activiteiten en doorkijkjes		Kerndoel 32	152
Groep 1 en 2	30	Toelichting en verantwoording	152
Groep 3 en 4	32	Inhoud	153
Groep 5 en 6	36	Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 7 en 8	40	Groep 1 en 2	154
Kerndoel 25	44	Groep 3 en 4	158
Toelichting en verantwoording	44	Groep 5 en 6	162
Inhoud	45	Groep 7 en 8	166
Activiteiten en doorkijkjes			
Groep 1 en 2	46		
Groep 3 en 4	50		
Groep 5 en 6	54		
Groep 7 en 8	58		

Kerdoel 26	62
Toelichting en verantwoording	62
Inhoud	64
Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 1 en 2	72
Groep 3 en 4	76
Groep 5 en 6	80
Groep 7 en 8	84
Kerdoel 27	88
Toelichting en verantwoording	88
Inhoud	90
Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 1 en 2	94
Groep 3 en 4	96
Groep 5 en 6	100
Groep 7 en 8	104
Kerdoel 28	106
Toelichting en verantwoording	106
Inhoud	108
Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 1 en 2	110
Groep 3 en 4	114
Groep 5 en 6	116
Groep 7 en 8	118
Kerdoel 29	120
Toelichting en verantwoording	120
Inhoud	122
Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 5 en 6	124
Groep 7 en 8	126

Kerdoel 33	170
Toelichting en verantwoording	170
Inhoud	172
Activiteiten en doorkijkjes	
Groep 1 en 2	180
Groep 3 en 4	182
Groep 5 en 6	186
Groep 7 en 8	188
Toelichting op de begrippen	192



Inleiding

Op veel basisscholen wordt gewerkt aan het vormgeven van het onderwijs, bijvoorbeeld door verbeteren van de samenhang en afstemming tussen leergebieden. De kerndoelen voor het primair onderwijs zijn daarbij vaak leidraad. Deze kerndoelen geven de wettelijke kaders voor de kern van de onderwijsinhoud. Kerndoelen laten op hoofdlijnen zien wat belangrijk wordt gevonden om kinderen mee te geven in het primair onderwijs. De inhoud is in de kerndoelen niet heel precies omschreven. De wetgever geeft op die manier scholen de mogelijkheid om zelf invulling te geven aan de inhoud van hun onderwijs.

De kerndoelen zijn geordend in zeven domeinen: Nederlands, Engels, Friese taal, Rekenen en wiskunde, Oriëntatie op jezelf en de wereld, Kunstzinnige oriëntatie en Bewegingsonderwijs. In het project *Tussendoelen & leerlijnen* (TULE) van SLO zijn de kerndoelen van alle leergebieden uitgewerkt. Het is een handreiking aan leraren, maar ook aan studenten, leermiddelenontwikkelaars, opleiders en begeleiders, inspecteurs en anderen die bij het basisonderwijs betrokken zijn.

Met TULE biedt SLO scholen/leraren een beeld wat er onder de globale kerndoelen verstaan kan worden. Het geeft zicht op de manier waarop bij ieder kerndoel de inhouden (kennis en vaardigheden) en activiteiten (van kinderen en leraren) kunnen worden verkaveld over de groepen 1 tot en met 8. Dit maakt de doorgaande ontwikkeling van de inhoud van het onderwijsaanbod zichtbaar en hanteerbaar. De uitwerkingen in TULE laten zien hoe de inhoudsverkaveling eruit zou kunnen zien. 'Zou kunnen' zeggen we met nadruk. Immers, er zijn andere opties en overwegingen denkbaar om bij elk kerndoel de inhoud in te vullen en te verkavelen over de groepen. TULE geeft één beschrijving van de mogelijke verdeling van de kerndoelen in onderwijsinhouden over een aantal jaren.

De verkavelde inhouden met activiteiten vormen, ondanks de vele 'doorkijkjes', géén onderwijsprogramma, geen methode en geen leerplan. Het is niet meer en niet minder dan een beschrijving van een mogelijke verdeling van onderwijsinhouden over een aantal jaren. Om echt onderwijs te geven hebt u als leraar in de eerste plaats uw eigen vakkennis nodig, uw ervaring, uw inventiviteit en creativiteit, en natuurlijk ook uw leermiddelen die u helpen om een uitdagende leeromgeving voor kinderen te creëren.

Met TULE wil SLO bijdragen aan het gesprek in en tussen scholen. De voorbeelduitwerkingen zijn bedoeld als inspiratiebron. Aan de hand van deze uitwerkingen kunnen scholen zelf aan de slag met het maken van eigen, schoolspecifieke uitwerkingen.

Kerdoelen

Kerdoelen zijn globale beschrijvingen van belangrijke onderwijsinhouden. Op hoofdlijnen geven ze een omschrijving van het onderwijsaanbod. De kerndoelen bevatten geen details en geen voorbeelden. De kerndoelen geven aan wat in elk geval aan alle kinderen moet worden aangeboden in de periode waarop zij het basisonderwijs bezoeken. Scholen hebben de vrijheid zelf specifieke keuzes te maken en eigen didactische invullingen te kiezen.

Kerdoelen zijn dus streefdoelen en stellen geen eisen aan kinderen. Het zijn eisen aan leraren om kinderen in elk geval datgene aan te bieden wat in de kerndoelen beschreven staat. Een leerstofaanbod dus. Kerndoelen zijn eisen die door de overheid aan het onderwijs worden gesteld. Voor de school geldt de eis dat zij tenminste de kerndoelen bij haar onderwijsactiviteiten als aan het eind van het basisonderwijs te bereiken doelstelling hanteert. Het zijn ankerpunten die leraren houvast bieden bij het maken van inhoudelijke keuzes en uitwerkingen. In de kerndoelen is op hoofdlijnen vastgelegd wat belangrijk wordt gevonden om aan basisschoolkinderen mee te geven.

Voor kinderen is het van belang dat hun ontwikkeling ononderbroken is. Dat er geen scheidslijn is bij de overgang van de ene groep naar de andere groep of van het ene onderwijstype naar het andere. Kerndoelen dragen eraan bij dat er in de ontwikkeling van kinderen sprake is van een doorgaande lijn: een ontwikkelingslijn in het primair onderwijs zelf en een doorgaande lijn tussen primair onderwijs en voortgezet onderwijs.

Kerdoelen waarborgen een breed onderwijsaanbod voor alle kinderen. In het primair onderwijs, de fase van funderend onderwijs, geeft een breed onderwijsaanbod een brede oriëntatie en daarmee wordt voorkomen dat mogelijkheden en talenten van kinderen onderbelicht blijven.

Door kerndoelen wordt zichtbaar gemaakt waarover het onderwijs gaat. Er kan ook beter vastgesteld worden of doelen wel of niet bereikt worden. Dat vergroot kansen voor kinderen.



Concretisering van de kerndoelen

Leerlijnen

Elk kerndoel is uitgewerkt in inhoud en activiteiten. Hierbij is naast de kerndoelomschrijving de karakteristiek van het kennisgebied vertrekpunt geweest. De inhoud is vervolgens verkaveld over de leerjaren in vier groepscombinaties (1 en 2, 3 en 4, 5 en 6, 7 en 8). Zo wordt een *inhoudslijn* gevormd. De inhoud is aangevuld met activiteiten waarin aangegeven wordt wat de kinderen doen met de inhoud (*lijn van de lerende*) en wat de leraar doet met de inhoud (*onderwijslijn*).

Een leerlijn heeft als het ware drie vervlochten betekenissen:

- de inhoudslijn of leerstoflijn, waarin staat welke inhoud van een leergebied aan bod moet komen (wat is de leerstof);
- de onderwijslijn, waarin de vakdidactische aanwijzingen staan (wat doet de leerkracht);
- de lijn van de lerende, met een globaal overzicht van de leerprocessen van de leerlingen (wat doen de kinderen).

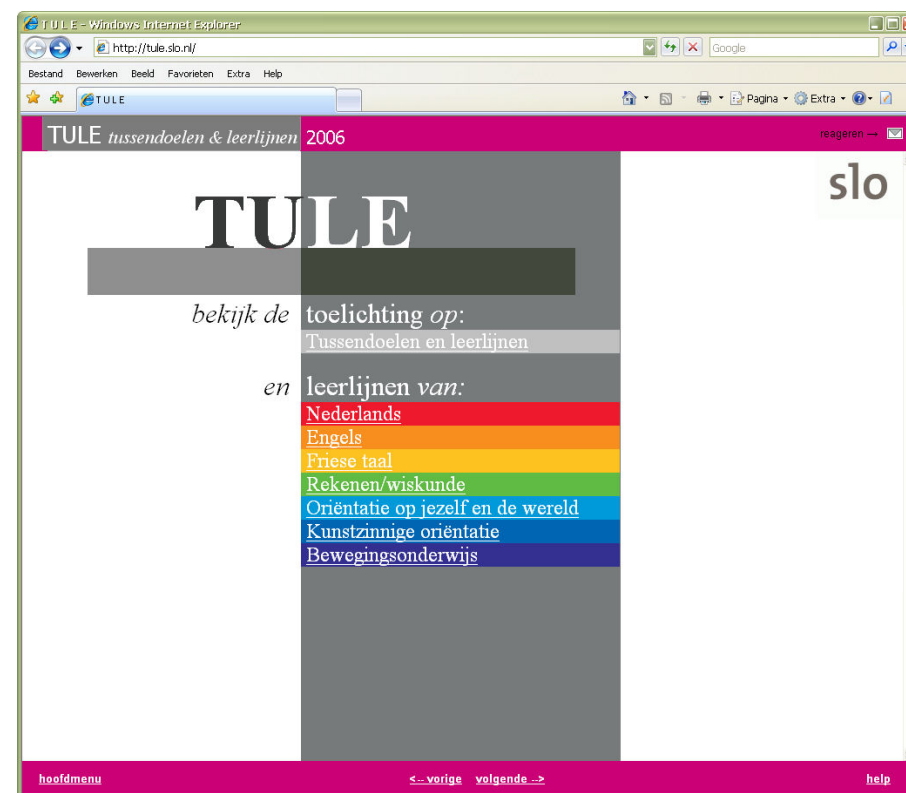
Het gaat dus om leerstof (wat geleerd wordt), om onderwijzen ('doen leren') en om het leren van de kinderen. Bij elk kerndoel vormen de op elkaar afgestemde inhoudslijn, onderwijslijn en lijn van de lerende samen een leerlijn.

Tussendoelen

In een leerlijn zijn er tussendoelen, gemarkeerde momenten op weg naar de kerndoelen. Je zou het ook 'mijlpalen' kunnen noemen, of stappen in ontwikkeling van kinderen. Tussendoelen beschrijven preciezer dan kerndoelen hoe je het onderwijsaanbod van de basisschool zo kunt organiseren dat je na acht jaar de kerndoelen hebt bereikt.

TULE beschrijft de tussendoelen op vier momenten in de basisschool: voor groep 1/2, groep 3/4, groep 5/6 en groep 7/8. Er ontstaat zo een goed beeld van de opeenvolging van de inhoud over de hele basisschool. Voor iedere groepscombinatie bestaat een tussendoel uit de combinatie van een element uit de inhoudslijn (inhouden), de lijn van de lerende (activiteiten van de kinderen) en onderwijslijn (activiteiten van de leerkracht). De beschrijving van de leerstoflijn dekt de inhoud die in het kader van het desbetreffende kerndoel in de loop van acht jaar basisonderwijs aan de orde zouden moeten komen. De beschrijvingen van de lijn van de lerende en de onderwijslijn daarentegen zijn exemplarisch. Ze geven een idee van mogelijke activiteiten van de kinderen en de leraar bij deze inhoud. Deze beschrijvingen moe-

ten een beeld oproepen van de onderwijssituatie. Per tussendoel en groepscombinatie is er ook steeds een 'doorkijkje' naar de onderwijspraktijk dat laat zien hoe dit tussendoel (de combinatie van inhoud, activiteiten van de kinderen en de activiteiten van de leerkracht) eruit zou kunnen zien. Die voorbeelden van klassensituaties zijn in TULE zichtbaar gemaakt door middel van videofragmenten, foto's of situatiebeschrijvingen in tekst.



Structuur van TULE

Elk kerndoel is in TULE als volgt uitgewerkt:

Kerndoelbeschrijving met toelichting en verantwoording

Onder de tekst van het kerndoel staat een toelichting en verantwoording. Hierin wordt het kerndoel toegelicht: *Waar gaat het over en wat zijn de sleutelbegrippen?* en wordt aangegeven waarom voor een bepaalde opzet van de uitwerking bij het kerndoel is gekozen.

Inhoud

De inhouden geven aan hoe elk kerndoel kan worden uitgewerkt. Bij de verkaveling van ieder kerndoel in inhouden is steeds eerst gekeken naar wat er precies in het kerndoel staat (zie de toelichting en verantwoording). De inhouden zijn vervolgens gepreciseerd en verkaveld over vier groepen: groep 1/2; groep 3/4; groep 5/6; groep 7/8.

Er ontstaat zo een goed beeld van de opeenvolging van de inhouden (wat leren kinderen en wat onderwijzen leraren) over de hele basisschool (*de leerstoflijn*). Het betreft hier concepten. Soms komen in alle vier de periodes dezelfde concepten aan de orde, maar meestal is er dan sprake van een toename in moeilijkheid of een toename in complexiteit. Vaak is er sprake van een toename van het aantal concepten.

Activiteiten

De beschrijving van activiteiten voor kinderen en leraren maakt inzichtelijk hoe de inhouden concreet vertaald kunnen worden naar de praktijk. Bij *Wat doen de kinderen* wordt aangegeven aan welke activiteiten van kinderen gedacht kan worden bij een inhoud (*de lerende-lijn*). Daarnaast wordt bij *Wat doet de leraar* aangegeven welke activiteiten de leraar kan uitvoeren bij de betreffende inhoud (*de onderwijslijn*).

De beschreven activiteiten zijn niet volledig, maar exemplarisch. Ze moeten een beeld oproepen, inzicht geven in wat er in de klas kan gebeuren.

Doorkijkjes

Bij de uitwerkingen van een kerndoel (in inhouden, activiteiten van kinderen en leraren) worden voor alle groepen 'doorkijkjes' geboden naar de onderwijspraktijk. In beschrijvingen met foto's en op de website ook met videofragmenten, worden praktijksituaties geschetst bij de betreffende inhouden en activiteiten.

- Een videofragment op de website wordt aangegeven met
- Een geluidsfragment op de website wordt aangegeven met
- Een werkblad of ander document op de website met



Toelichting op de begrippen

Net als op de website zijn in de tekst bepaalde begrippen en vaktermen onderstreept. Deze woorden worden kort toegelicht in een alfabetische lijst achter in deze publicatie.



Karakteristiek van Rekenen/wiskunde

(Uit de beschrijving van de kerndoelen primair onderwijs)

In de loop van het primair onderwijs verwerven kinderen zich - in de context van voor hen betekenisvolle situaties - geleidelijk vertrouwdheid met getallen, maten, vormen, structuren en de daarbij passende relaties en bewerkingen. Ze leren 'wiskundetaal' gebruiken en worden 'wiskundig geletterd' en gecijferd. De wiskundetaal betreft onder andere rekenwiskundige en meetkundige zegswijzen, formele en informele notaties, schematische voorstellingen, tabellen en grafieken en opdrachten voor de rekenmachine. 'Wiskundig geletterd' en gecijferd betreft onder andere samenhangend inzicht in getallen, maatzicht en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde. Meetkunde betreft ruimtelijke oriëntatie, het beschrijven van verschijnselen in de werkelijkheid en het redeneren op basis van ruimtelijk voorstellingsvermogen in twee en drie dimensies.

De onderwerpen waaraan kinderen hun 'wiskundige geletterdheid' ontwikkelen, zijn van verschillende herkomst: het leven van alledag, andere vormingsgebieden en de wiskunde zelf. Bij de selectie en aanbieding van de onderwerpen wordt rekening gehouden met wat kinderen al weten en kunnen, met hun verdere vorming, hun belangstelling en de actualiteit, zodat kinderen zich uitgedaagd voelen tot wiskundige activiteit en zodat ze op eigen niveau, met plezier en voldoening, zelfstandig en in de groep uit eigen vermogen wiskunde doen: wiskundige vragen stellen en problemen formuleren en oplossen.

In de rekenwiskundeles leren kinderen een probleem wiskundig op te lossen en een oplossing in wiskundetaal aan anderen uit te leggen. Ze leren met respect voor ieders denkwijze wiskundige kritiek te geven en te krijgen. Het uitleggen, formuleren en noteren en het elkaar kritiseren leren kinderen als specifiek wiskundige werkwijze te gebruiken om alleen en samen met anderen het denken te ordenen, te onderbouwen en fouten te voorkomen.



Kerdoel 23

De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.



Toelichting en verantwoording

In het reken-wiskundeonderwijs leren kinderen hoeveelheden, groottes, vormen en allerlei relaties tussen getallen en tussen objecten in de ruimte, te beschrijven, verbanden en eigenschappen weer te geven, erover te communiceren, erover te redeneren en er berekeningen over te maken. Daarbij gebruiken ze wiskundetaal, die zowel beschrijvingen in dagelijkse omgangstaal bevat als de meer specifieke wiskunde taal: wiskundige symbolen en notaties (formules), schema's en modellen, tabellen en grafieken.

Kinderen verwerven zich wiskundetaal door met elkaar te communiceren, waardoor behoefte aan taal ontstaat en ze uitgedaagd worden geleerde taal te gebruiken. De leerkracht reikt de kinderen taal aan en helpt ze hun uitdrukkingswijzen te verbeteren. Daarnaast ontwikkelen kinderen voorstellingen zoals de getallenlijn en notatiewijzen zoals bij het kolomsgewijs rekenen. In het gebruik gaan kinderen deze voorstellingen en notatiewijzen naar eigen behoefte steeds verder verkorten.

In de loop van de basisschool leren kinderen over steeds complexere reken-wiskundesituaties te praten in steeds nauwkeuriger taal. Eerst gebeurt dat in betekenisvolle situaties uit het dagelijks leven, later ook in meer reken-wiskundige termen, los van het dagelijks leven: "Waarom is 934 kleiner dan 1024?" "Is 70 km/uur harder dan 1 km/minuut?". De taal wordt dan ook formeler van karakter (ontwikkeling in rekenen/wiskundetaal).

De verdeling van wiskundetaal over de bouwen heeft een exemplarisch karakter. De taal is gebonden aan de concrete onderwerpen, die aan de orde komen. Die kunnen per reken-wiskundemethode een beetje verschillen.



Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
WISKUNDETAAL			
Taal voor het uitdrukken of benoemen van: - hoeveelheden (bijv. Dat zijn er ...) - de telrij (bijv. de kaartjesgetallenlijn en speelborden) (vergelijking van) aantallen en groottes (bijv. groot/klein, groter/kleiner, meer/minder, lang/kort, dichtbij, ver weg) - het veranderen of vergelijken van hoeveelheden en groottes (bijv. erbij, eraf, samen, verschil) - volgordes (bijv. volgende/vorige (ook bij tellen)) - figuren (bijv. vierkant, rechthoek, cirkel, driehoek) - meetkundige termen (bijv. lengte, afstand, rond, recht) - ruimtelijke relaties (bijv. vóór, achter, naast, bij, in de richting van) - ruimtelijke relaties (bijv. spiegelen, spiegelbeeld, dezelfde vorm (maar verschillend van grootte), gedraaid) - het verloop van de dag (bijv. met de tijdlijn)	als groep 1/2 + Taal voor het uitdrukken of benoemen van: - getallen en getalnotaties (bijv. met eenheden, tientallen, honderdtallen) - het structureren van getallen (bijv. bij het splitsen; het tientallig structureren, in eenheden, tientallen, etc.; het turven; een 'rond' getal) - plaatsen van getallen op de getallenlijn/ in de telrij (bijv. tussen ... en ...; vóór / ná ...) - gelijkheid van aantallen (bijv. ... is ...; ... is evenveel / even groot als ...; een volgend tiental) - het vergelijken: >, < - de hoofdbewerkingen - optellingen, aftrekkingen en verschillen (bijv. samen, in totaal, erbij, eraf; het verschil tussen ... en ...; aanvullen tot, tekort) - producten (vermenigvuldigingen) (bijv. keer, maal, zoveel keer zo veel / groot; telkens als ..., dan ...; ... voor elke ...; tafels van vermenigvuldiging) - delen (bijv. verdelen, opdelen, uitdelen, gedeeld door) - pijlentaal om erbij / eraf weer te geven, los van een context - splitstabel om getalsplitsingen weer te geven	als groep 3/4 + Taal voor het uitdrukken of benoemen van: - kolomsgewijs rekenen en cijferen (bijv. wisselen, positiewaarde, kolom, verkorten, tussenuitkomst, 'onthouden', 'lenen') - breuken (bijv. het benoemen van breuken: twee derde; teller en noemer; gelijkwaardig en gelijknamig; schrijfwijze van breuken: ... deel van ...) - maten (bijv. bij lengte: km, m, cm, mm; omtrek, oppervlakte, inhoud: m³ en l; gewicht: mg, g, kg, ton) - kommagetallen (bijv. tienden, honderdsten, duizendsten, vóór en achter de komma) - algoritmen bij kolomsgewijs rekenen en cijferen bij optellen, aftrekken en vermenigvuldigen - termen uit het meten (bijv. lengte, oppervlakte, inhoud, gewicht)	als groep 5/6 + Taal voor het uitdrukken of benoemen van: - gelijkheid van breuken (bijv. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$) - vereenvoudigen van breuken (bijv. $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$) - vaste oplossingsschema's bij cijferen zowel bij het kolomsgewijs rekenen als het cijferen met decimale getallen - verhoudingen (bijv. 1 op 3; 2 van de 5; € 3 per pak) - verhoudingen in allerlei contexten (bijv. taal voor prijs: euro per stuk, euro per eenheid van lengte, gewicht of inhoud; snelheid: tijd-afstand; schaal; belasting: BTW) - verhoudingen vergelijken (bijv. is 3 op 5 méér dan 10 op 16?) - percentages (bijv. procent (per honderd) in verscheidene contexten zoals: rente, korting, winst) - het onderling omzetten van verhoudingen, procenten en breuken - het onderling omzetten van breuken, procenten en kommagetallen - berekeningen met maten (bijv. het "omzetten" van km in meters)



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	- de symbolen: +, -, x, = - de termen bij de symbolen (bijv. plus / erbij, min / eraf, maal / keer) - de formele notaties (bijv. $34 - 17 = 17$ en $3 \times 25 = 75$) - eigenschappen van bewerkingen (bijv. de verwissel-eigenschap: $3 + 4 = 4 + 3$ en $3 \times 4 = 4 \times 3$; de verdeel-eigenschap $(3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$; de nulregel $(3 + 0 = 3$ en $3 \times 0 = 0)$) • strategieën (bijv. rijgen, aanvullen, splitsen; verdub-belen, halveren, één keer méér / minder • geld (bijv. het weergeven van bedragen in spreektaal en met geldnotatie, het be-noemen van munten en biljetten, termen bij betalen: teveel betalen, teruggeven en wisselen) • meetkundige objecten en operaties (bijv. vierkant, cirkel, rechthoek, spiege-len, plattegrond • verbanden (bijv. het staafdiagram om gegevens overzichtelijk weer te geven) • tijd (bijv. aanduiding van uren, minuten, da-tum, tijdsduur)		

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	Modellen en schema's voor het uitdrukken van: - tellen en bewerkingen (bijv. busmodel, eierdozen, kralenketting, rekenrek, getallenlijn, lege getallenlijn, geld, roostermodel, oppervlaktamodel) - verschillende aspecten van getallen (bijv. rekenrek: om de structuur van getallen weer te geven; de (lege) getallenlijn: om getallen te positioneren, optellingen en producten weer te geven; geld: om de structuur van getallen weer te geven) - tijdbalk om tijdsverschillen en periodes weer te geven - plattegrond met hoogtegetallen om blokkenbouwsels voor te stellen	Modellen, schema's en grafieken voor het uitdrukken van: - breuken, hun onderlinge posities en relaties (bijv. getallenlijn, cirkelschijf, breukenstokken, rechthoek en strook, dubbele getallenlijn, vermenigvuldig / breukentabel) - verdelingen (bijv. tabel, cirkelgrafiek, staafgrafiek) - verbanden / verloop (bijv. dubbele getallenlijn, tabellen, lijngrafiek)	Modellen, schema's en grafieken voor het uitdrukken van: - verbanden van tijd en afstand, groei, en andere tijdgebonden zaken (bijv. lijngrafiek, staafgrafiek: histogram) - breuken en procenten (bijv. stroken, procenten- en breukencirkels) - verhoudingen en een klasse van gelijkwaardige verhoudingen (bijv. verhoudingsschema, verhoudingstabel of dubbele getallenlijn)
WISKUNDENOTATIE			
cijfers schrijven en lezen en getallen weergeven op de getallenlijn	als groep 1/2 + - getallen tot 100 lezen en schrijven (met aandacht voor de verschillen tussen gesproken en geschreven getallen) - getallen weergeven in materiaal en beeldtaal (bijv. op getallenlijn, rekenrek, kralenketting, honderdveld)	als groep 3/4 + - grote getallen en kommagetallen noteren en lezen (komma)getallen weergeven op de getallenlijn - breuken noteren met breukstreep (bijv. $\frac{3}{4}$)	als groep 5/6 + - gemeten waarden op meetinstrumenten en schalen aflezen, benoemen en noteren - tijd en tijdsverschillen weergeven met tijdlijnen (samengestelde) breuken lezen en schrijven en weergeven op de getallenlijn - verhoudingen en procenten formeel noteren



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
WISKUNDE EN REDENEREN			
- taal om volgordes weer te geven (bijv. eerst ..., dan ... en daarna ...) - taal om processen weer te geven (bijv. eerst doe je ..., dan ... en daarna ...; terwijl je ..., doe je (ook) ...) - gebruik van voorwaardelijke zinnen (bijv. als ..., dan ...)	als groep 1/2 + - taal om klassen van gelijkwaardige optellingen en verschillen aan te geven en er over te redeneren (bijv. in $17 + 8$ kun je acht zien als $3 + 5$; in $62 - 37$ verandert het verschil niet als je beide getallen met drie verhoogt: $65 - 40$) - taal om de tientallige wisselstructuur te benoemen en er over te redeneren: zowel in de context van de tientallige getalstructuur als in de context van de tientallige structuur van de getallenrij (bijv. tientallen en eenheden) - taal om berekeningen te beoordelen (bijv. een kortere, handigere, veiligere, overzichtelijker, of meer voor de hand liggende berekening of redenering) - de ontwikkeling van taal voor verschillende aspecten van gelijkheid (bijv. gelijk, gelijkwaardig, even groot, in te wisselen voor) - taal voor belangrijke eigenschappen (bijv. de verwissel-eigenschap: $3 + 4 = 4 + 3$; de verdeel-eigenschap: $3 \times (6 + 7) = 3 \times 6 + 3 \times 7$) - taal voor belangrijke redeneerpatronen (bijv. A is groter dan B, B is groter dan C, dus is ook A groter dan C; als A groter is dan B, dan kan B niet groter zijn dan A)	als groep 3/4 + - taal om klassen van gelijkwaardige breuken te benoemen - taal om gelijkwaardige maten te beschrijven (bijv. $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$) - taal om gelijkwaardige (inwisselbare) bedragen en getallen te benoemen (bijv. $\text{€ } 20$ kan ik wisselen voor $4 \times \text{€ } 5$; 20 tientallen kan ik wisselen voor (is gelijkwaardig met) 2 honderdtallen) - taal om nauwkeurigheid van kommagetallen en meetresultaten te benoemen (bijv. $2,25 \text{ m}$ is op een centimeter precies; $2,255 \text{ m}$ is op een mm precies) - taal om strategieën en algoritmes te beschrijven en te beoordelen (bijv. bij het rijgen: eerst de tientallen erbij, dan de eenheden; bij het kolomsgevijs optellen: eerst doe je de honderdtallen, dan de tientallen en dan de eenheden; bij het cijferen: 3 onthouden betekent dat je 30 wisselt tegen 3 op de volgende positie)	als groep 5/6 + - taal om klassen van gelijkwaardige verhoudingen te benoemen (bijv. 3 op 6 is gelijkwaardig met 9 op 18) - taal om gelijkwaardige maten te benoemen (bijv. $60 \text{ km/uur} = 1 \text{ km/min} = 1000 \text{ m/min} = 1000\text{m}/60\text{sec} = 166 \text{ m/sec}$) - taal om conclusies te generaliseren (bijv. 25 is deelbaar door 5, 30 en 35 zijn dat ook. Zijn dan ook alle volgende getallen in deze rij deelbaar door 5? Ja, want elk tiental is deelbaar door 5 (10 is deelbaar door 5) en elk tiental plus vijf is dan ook deelbaar door 5)

Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen beschrijven met de genoemde taalelementen hoeveelheden, vormen, structuren en handelingen (procedures), die ze zien, willen doen of gedaan hebben.
- De kinderen vertellen in de kring wat ze gisteren gedaan hebben, of vanmorgen of vanmiddag gaan doen. Ze gebruiken hierbij allerlei begrippen rond tijd.
- Ze werken met ontwikkelingsmateriaal waarin ze allerlei vormen moeten vergelijken of benoemen: 'plaatjes op volgorde leggen van klein naar groot, van dik naar dun van lang naar kort, van meer naar minder, vormen bij elkaar zoeken (alle rode vierkanten bij elkaar)
- De kinderen bedenken zelf oplossingen voor het representeren van hoeveelheden, dingen, mensen. Bijvoorbeeld door te turven of een pictogram maken. Doordat ze zelf dergelijke representaties bedenken leren ze ook hoe ze die kunnen 'lezen'. Ook het representeren van hoeveelheden met een getal komt dan aan de orde, ook al zal dit niet voor iedereen meteen duidelijk zijn. Juist door er herhaaldelijk met anderen mee bezig te zijn leren ze van elkaar en gaan ze het zelf ook toepassen. Ze leggen aan elkaar uit wat ze bedoelen met de representaties.

Wat doet de leraar?

- De leraar verwoordt gedetailleerd haar eigen waarneming, plannen en ervaringen en nodigt kinderen uit dat ook te doen.
- Vooral laat ze kinderen verwoorden wat er dadelijk zal gebeuren, wat ze willen gaan doen en hoe het was of vermoedelijk is. Het gaat er steeds om dat kinderen onder woorden brengen wat ze denken (in gedachten zien).
- De leraar laat de kinderen de verworven woorden, zegswijzen en rede-neerpatronen oefenen door ze regelmatig te laten gebruiken in belangrijke voorbeeldige situaties (bijv.: "Hoe zat het ook al weer met ...?") en in gevarieerde contexten.
- Ze biedt kleine conflictsituaties aan, bijvoorbeeld in de kring, waarmee ze de kinderen dwingt opnieuw na te denken over wat ze weten en begrijpen en vervolgens hun gedachten onder woorden te brengen waarbij ze begrippen moeten gebruiken en redeneren:
 - "Hé, hoe kan dat nou: Lieke is vijf en Maikel is vier, maar toch is Maikel groter dan Lieke. Dan is hij toch ouder?"
 - "Kan dat eigenlijk wel? Sera zegt dat er 12 kinderen zijn en Fieke zegt dat er 10 kinderen zijn. Kan dat allebei?"
- De leraar zingt liedjes met kinderen waarin allerlei begrippen voorkomen die de kinderen zich eigen moeten maken, zoals telliedjes en liedjes waarin ruimtelijke begrippen voorkomen (voor, achter, naast, opzij, links, rechts)
- Ze leest met kinderen prentenboeken en stelt hierbij vragen waarin kinderen hun woordenschat rond begrippen vergroten, bijvoorbeeld door kinderen het verhaal te laten navertellen en te letten op woorden als 'eerst dit, toen dat, daarna, daarvoor, later, eerder'.
- De leraar zoekt kinderen op die in de verschillende hoeken spelen en stelt gericht enkele vragen in de context van het spel van de kinderen, waarin ze gebruik maakt van allerlei begrippen, bijv.: Welke toren is het hoogst? Kun je hem nog hoger maken? Staat hij stevig? Hoe kan het dat deze toren hoger is dan die, en toch minder blokken heeft?
- De leraar besteedt iedere dag aandacht aan verschillende aspecten rond

tijd, bijvoorbeeld aan de hand van een planbord en een dagkalender:
- Welke dag is het vandaag? Staat de kalender goed, wie kan hem goed hangen? Is er vandaag of morgen iemand jarig? Wat doen we vanmorgen en vanmiddag allemaal?

Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Een treinspoor met bochten



In groep 1-2 is een aantal kinderen met houten rails aan het spelen. Achmed wil een bocht rechtsom leggen. Hij zoekt een volgend stuk. Willemijn, de juf, vraagt wat hij aan het maken is. "Een rond", verklaart hij. "Wijs eens aan?", informeert Willemijn. Achmed wijst dat hij een ovaal wil maken: halve cirkel leggen, dan een recht stuk, dan weer een halve cirkel en dan weer een recht stuk. Maar hij kan er niets over zeggen. Willemijn heeft hem wel vaker zo'n treinbaan zien leggen. Achmed weet waarschijnlijk heel goed wat hij wil.

Willemijn besluit Achmed wat taal aan te reiken. "Wat voor stuk rails zoek je nou?" Achmed pakt een bocht. "Hoe heet dat?", vraagt Willemijn. Achmed kijkt haar onzeker aan: "Dat heet een bocht" vertrouwt Willemijn hem toe. Achmed herhaalt het woord: "bocht". "Hoeveel bochten heb je nog nodig?", vraagt Willemijn. Achmed kijkt: "Nog één", ziet hij meteen. Hij pakt er één en legt hem aan. "En hoeveel bochten heb je straks nodig?" Achmed kijkt naar de grote bocht die er al ligt: "Vier", telt hij.

"Zijn er nog genoeg in de doos?" Achmed kijkt en pakt er vier. "Weet je zeker dat het genoeg is?", vraagt Willemijn. Achmed legt trots de bocht en maakt de rechte stukken er tussen.

"Van rails bouwen heeft hij verstand. En van tellen ook", denkt Willemijn. Even later hoort ze Achmed met een groepsgenoot over bochten praten.

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen beschrijven met genoemde taalelementen de hoeveelheden, getallen, vormen, structuren en handelingen (procedures), die in de situaties (contexten) aan de orde zijn en ze geven hun redeneringen weer in spreektaal en modellen.
- Ze gebruiken bij getallen en basisbewerkingen ook wiskundige standaardtaal en formele taal.
- De kinderen lezen gegevens af uit grafieken en tabellen en verwerken gegevens in bijvoorbeeld staafgrafieken. Ze leggen uit hoe je zo'n grafiek moet lezen.
- Ze gebruiken allerlei ruimtelijke begrippen in meetsituaties, bijvoorbeeld door te vergelijken: ze gaan met de hele groep in volgorde van klein naar groot staan. Waar moet je dan op letten? Wie is het grootst, wie is het kleinst? Is de grootste ook de oudste? Wie is groter dan Jop en kleiner dan Pim? Zijn er twee kinderen die precies even groot zijn?

Wat doet de leraar?

- De leraar daagt de kinderen uit om te verwoorden waar het wiskundig gezien precies om gaat en dat in wiskundige taal te verwoorden.
- Zij besteedt aandacht aan symbolentaal, het noteren van berekeningen en redeneringen en het geleidelijk schematiseren (het weglaten van bijkomstigheden en het abstraheren) van contexten en modellen.
- Zij zorgt dat kinderen bij formele wiskundige uitdrukkingen (sommen, schema's, modellen) voorbeelden uit het alledaagse leven kunnen geven.
- Zij laat kinderen verwoorden hoe ze bepaalde opgaven uitrekenen en andere kinderen hierop reageren: "Hoe heb jij het uitgerekend?" "Wat deed je eerst, en wat daarna?" "Wie heeft het ook zo gedaan en wie heel anders?" "Kun jij uitleggen hoe Martin rekende?"
- De leraar doet allerlei spelletjes met de kinderen, waarin ze diverse begrippen gebruikt die kinderen moeten toepassen:
 - Ra ra wat kan het zijn, kijk goed om je heen: het ligt op de kast, het is groter dan een pen, maar kleiner dan het rekenboek. Maar het is wel dikker dan het boek.
 - Ik heb een getal in mijn hoofd: het is kleiner dan 100, maar groter dan 50, en het ligt dicht bij 70, welk getal kan het zijn?
 - Ra ra, welk dier kan het zijn? Het is groter dan een hond en kleiner dan een olifant, maar wel langer dan een olifant.
- Ze laat kinderen in tweetallen ook zelf van dergelijke raadsels bedenken en let daarbij op correct gebruik van begrippen.
- De leraar laat kinderen tijdens het kringgesprek vertellen over hun weekend en richt zich in haar vragen op een natuurlijke manier op tijdsbegrippen, bijvoorbeeld: "Wanneer was je voetbalwedstrijd? 's Morgens of 's middags? Wat heb je daarvoor gedaan, en daarna?" "Wie is er heel vroeg op gestaan of heel laat naar bed gegaan? Wat is 'heel laat' voor jou? Kan het nog later?"
- De leraar besteedt specifiek aandacht aan de betekenis van symbolen zoals bewerkingstekens en vraagt kinderen wat die allemaal kunnen betekenen. Zo kan + staan voor 'erbij', maar ook 'samen' of 'verder'. Ze laat kinderen voorbeelden noemen.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Rekenstrategieën

In de groep van juffrouw Lidy denken de kinderen na over de opgave $28 + 17$. Hoe pak je dat aan?

"Eerst 2 erbij" meent Floor, "En dan nog 15." "Ik doe 10 er bij", zegt Ilse.

"Waarom doe je er eerst 2 erbij, Floor?", vraagt Juf. "Nou" zegt Floor, "dan heb je 30." Floor geeft geen echt antwoord op de vraag. Ze geeft een tussenuitkomst. Juf hoort wel iets van een aanvulstrategie: *eerst naar een rond getal toe werken*. Zou Floor zich dat bewust zijn? Of zou Floor hetzelfde doen als bij de sprong over de tien: eerst de tien vol maken?

De juf vraagt eerst aan Ilse wat ze denkt. Misschien brengt dat Floor op een idee.

"Ik doe eerst tien erbij, dat kun je makkelijk optellen", verklaart Ilse haar aanpak. "Dat kun je makkelijk optellen", herhaalt de Juf. "En Floor, waarom doe jij eerst 2 erbij?" Floor pakt de hint op: "Dat weet ik" zegt ze, " $28 + 2$ is 30". "En hoe ga je dan verder?" vraagt Juf. "Nog tien erbij en dan nog vijf."

"Kun je dat tekenen?" vraagt Juf. Met een lege getallenlijn tekent Floor de drie sprongen: +2, +10 en +5. Elke stap is makkelijk voor haar.

Ilse kan haar aanpak ook tekenen: Eerst een sprong van tien en dan $38 + 7 = 45$. "Hoe weet je dat?" vraagt Juf. "Nou" zegt Ilse, "net als $8 + 7 = 15$ ". Juf herkent het analogierekenen bij Ilse. "Kun je nog een voorbeeld geven van iets wat je op deze manier handig kunt uitrekenen?" " $48 + 7 = 55$ " weet Ilse.

Juf vraagt bewust niet verder naar uitleg. Dat zou Ilse wellicht in verwarring kunnen brengen.

"Ik zie dat Floor drie stappen en dat Ilse twee stappen nodig heeft" zegt Juf.

Hoe komt dat? Ilse weet het: "Floor kan ook twee stappen doen: Eerst $28 + 7 = 35$ en dan tien erbij is 45".

De kinderen zijn nog niet zo ver dat ze kunnen zeggen dat Ilse de sprong over de tien in één keer maakt. "Wat heeft Ilse gedaan?" vraagt de juf aan Floor.

"Eerst 7 erbij" zegt Floor. "Hoe doet Ilse er dan 17 bij?" "Eerst 7 en dan 10 erbij." merkt Floor op.

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen beschrijven met genoemde taalelementen de hoeveelheden, structuur van de getallen, de getallen en hun relaties tot tenminste 1000, grootheden en hun maten (zoals lengte, gewicht en tijd), vormen, structuren en handelingen (procedures), die in de situaties (contexten) aan de orde zijn en ze geven hun redeneringen weer in spreektaal en modellen (bijvoorbeeld: ze laten zien hoe je $34+58$ kunt uitrekenen op een getallenlijn).
- Ze gebruiken bij getallen en basisbewerkingen ook wiskundige standaardtaal en formele taal. Ze leren ook enkele rekenstrategieën benoemen, zoals 'omkeren', 'verdubbelen'.
- De kinderen beschrijven hun rekenprocedures en leggen deze uit.
- Ze luisteren naar elkaar en proberen elkaars uitleg te begrijpen en vragen eventueel om meer uitleg. Ze leggen hun eigen oplossingsmanieren naast die van een ander en leggen uit wat er verschillend is.
- Ze verwoorden de wiskundige kern van een situatie of praktisch probleem in modellen en in formele wiskundetaal en leggen verband met problemen die in andere situaties op een andere manier werden verwoord: ze generaliseren en verbijzonderen.

Wat doet de leraar?

- De leraar daagt de kinderen uit om steeds meer verbanden te leggen tussen een voorliggend probleem en eerder verworven inzichten. Vragen als: "We hebben zoiets al eens eerder gezien. Wie weet nog wat?", "Waar lijkt dit op?". "Wie kan een ander voorbeeld geven?" worden steeds belangrijker. Daarmee stimuleert ze dat de kinderen verbanden gaan zien, maar daarmee ook tot de wiskundige kernen doordringen.
- De leraar laat niet alleen op het niveau van situaties (contexten) maar ook bij modelmatige weergaven steeds meer verbanden leggen. Bijvoorbeeld bij 6×8 op de getallenlijn en op het rooster vraagt zij: "Wie kan uitleggen wat die getallenlijn en dat rooster met elkaar te maken hebben?" (6 sprongen van 8 op de getallenlijn en 6 rijen van 8 in het rooster). "Wie kan uitleggen wat het verschil is tussen ons (euro-)geld en ons talstelsel?" (De 2,5,20,50, etc. hebben in het talstelsel niet zoveel nadruk.) "Wie weet waar dat verschil vandaan komt?" (De behoefte om met weinig munten gepast te betalen, maakt dat bij geld meer behoefte is aan verschillende eenheden.)
- De leraar stimuleert de onderlinge communicatie tussen de kinderen. Die communicatie is gericht op inzicht: de kinderen bevragen elkaar en leggen aan elkaar uit. De leraar stimuleert in de onderlinge gesprekken nauwkeurig taalgebruik
- De leraar laat de kinderen steeds meer gebruikmaken van gestandaardiseerde en vaak formele redeneringen en geautomatiseerde procedures bij het oplossen van basisproblemen en basisberekeningen, zoals bij het rekenen tot 100 (1000) en het werken met maten.



Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Rekenen met jaartallen: Hoe lang is het geleden?

In de geschiedenisles ging het over het jaar 1672. Een beroemd en berucht jaar in de Nederlandse geschiedenis: *Het volk was redeloos, de regering radeloos, en het land reddeloos.*

Juffrouw Fadou besluit dit getal nader te bekijken: het biedt wel aanknopingspunten om met de kinderen over de tijdbalk en de ligging van de getallen erop na te denken. Er zijn wel goede vragen te stellen: "Was dat vóór of ná de tachtigjarige oorlog?" "Hoe lang is dat geleden?" "Hoe lang was het af van Willem van Oranje?"

De kinderen raken geïnteresseerd in de vraag "Hoe lang geleden?" Hoe zou je dat kunnen weten? Ieder denkt er even over na. En in de groepjes ontstaan verschillende oplossingen. Sommigen gebruiken een tijdlijn: ze tekenen sprongen: 1672, 1700, 2000, 2007. Anderen tellen rijgend door: 1672, 1772, 1872, 1972, 82, 92, 2002, 2007. En nog weer anderen maken er een aftreksom van: 2007-1672. De verschillende oplossingen komen naast elkaar te staan.

De juf gaat in op de vraag: 'Hoe lang is het geleden?' "Wat willen we eigenlijk weten?" Een getal? Hoeveel het ongeveer is? Hoeveel eeuwen het is? Hoeveel generaties (ongeveer 25 jaar).

Kies nu eens wat je weten wilt: Hoeveel eeuwen, hoeveel generaties, hoeveel jaren precies en kijk eens hoe je dat probleem zou oplossen? Er verschijnen nu andere aanpakken, naast de eerste: een getallenlijn met sprongen van ongeveer 25: 1672 is bijna 1675, en van 1675 naar 1700 is een sprong van 25. Het zijn dus iets meer dan 13 generaties. "Zo weinig?" verwonderen de kinderen zich.

Er zijn ook kinderen die veel moeite met de structuur van de getallen hebben. Bij hen stimuleert de juffrouw het denken in eeuwen en het tellen in sprongen van 100. Drie eeuwen. En als je beseft dat $100 = 4 \times 25$ Hoeveel generaties gaan er dan in een eeuw?

Vol trots realiseren de kinderen zich dat het dus iets meer dan 12 generaties geleden is.



De snelle rekenaars hebben aan dit soort dingen niet veel boodschap. Die vinden het leuk om $2007 - 1672$ uit te rekenen. Met veel moeite maken ze een kolomsgewijze aftrekking. De juffrouw daagt ze uit: "Ik zie zó dat het $2035 - 1700 = 335$ jaar is". De kinderen kijken verbaasd. "Weet je nog de eigenschap van de aftrekking dat je bij allebei de getallen hetzelfde mag optellen, zonder dat het antwoord/het verschil verandert?" Dus wat kun je dan hier doen? En hoe lang is dan 1889 geleden?"

De vraag hoe lang 1672 geleden is, is -zo blijkt in het nagesprek- aanleiding geweest om getallen en tijd op verschillende manieren te structureren. Je krijgt verschillende antwoorden, al naargelang wat je wil weten. Ook de aanpakken komen nog een keer onder elkaar te staan: het denken in eeuwen, in generaties van 25 jaar en de eigenschap van de aftrekking. Vooral de laatste twee wekken verwondering: "maar dertien generaties geleden", en "zo'n leuke manier van aftrekken."

De kinderen hebben tijdens deze activiteit veel uitgewisseld aan idee, wiskundetaal gebruikt en gezien in welke situaties je welke taal gebruikt. Ook zijn de getallenlijn en tijdbalk besproken en met elkaar vergeleken als handige modellen om volgorde in de tijd/telrij/getallenrij op af te beelden, mee te illustreren.

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen beschrijven met genoemde taalelementen de hoeveelheden, structuur van de getallen, de getallen en hun relaties tot tenminste 1000, grootheden en hun maten (zoals lengte, gewicht en tijd), vormen, structuren en handelingen (procedures), die in de situaties (contexten) aan de orde zijn en ze geven hun redeneringen weer in spreektaal en modellen.
- Ze gebruiken bij getallen en basisbewerkingen ook wiskundige standaardtaal en formele taal. Ze leren dat spreektaal anders is dan wiskunde taal en dat voor wiskundetaal ook regels zijn, zoals bijvoorbeeld voor de volgorde van bewerkingen, maar ook bij gebruik van symbolen: je mag niet zomaar overal een '=' teken tussen zetten.
- De kinderen leren werken met de rekenmachine en vergroten aan de hand van de machinetaal ook weer hun inzicht in bewerkingen, het gebruik van symbolen en functies ervan.
- De kinderen beschrijven hun rekenprocedures en leggen deze uit en vergelijken verschillende oplossingsmanieren. Ze verwoorden welke oplossingsmanieren handig zijn en wanneer.
- Ze verwoorden de wiskundige kern van een situatie of praktisch probleem in modellen en in formele wiskundetaal en ze leggen verband met problemen die in andere situaties op een andere manier werden verwoord: ze generaliseren en verbijzonderen.

Wat doet de leraar?

- De leraar daagt de kinderen uit om alleen en samen problemen op te lossen en die oplossingen samen te evalueren. Daarbij wordt aandacht besteed aan de formulering van de vraag en de formulering van de oplossing. Is de vraag helder? Is de wiskundige vraag goed geformuleerd? Zijn de oplossingen van bekende deelproblemen goed genoteerd? Is de redenering helder stapsgewijs weergegeven? Ze houdt in haar vraagstelling en eisen die ze aan de kinderen stelt, veel rekening met het niveau van de kinderen. Bij de een is ze tevreden als hij zijn gedachten min of meer onder woorden kan brengen, bij betere rekenaars stelt ze hogere eisen wat betreft het formeel en abstract correct formuleren, en vertalingen te geven naar nieuwe situaties.
- De leraar stimuleert de kinderen al naargelang hun vermogen om hun vragen, en oplossingen zo helder en overzichtelijk mogelijk weer te geven.
- In de bovenbouw vraagt zij van de kinderen steeds vaker de kernen van het reken-wiskundeonderwijs helder onder woorden te brengen, in schema's, modellen en standaard notatievormen weer te geven en geordende redeneringen en berekeningen te maken. Die kernen zijn vooral: getalbegrip en hoeveelhedsbegrip, structuur van getallen en van de telrij, de belangrijkste rekenstrategieën (rijgen, splitsen, kolomsgewijs rekenen en cijferen), het samenhangend geheel van breuken, verhoudingen, procenten, kommagetallen en het rekenen daarmee, begrip van meten en kennis van maten en het kunnen rekenen daarmee.
- Bovendien vraagt de leraar de kinderen wiskundige vragen in betekenisvolle contexten helder te formuleren, ze in reken-wiskundige taal te herformuleren en oplossingen in de betreffende context te interpreteren.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Rekenen met breuken



"Een half maal een half is een kwart. Raar, het wordt minder, en het is toch 'keer'", merkt Wim op.

Meneer Wil hoort het en denkt bij zichzelf: dat is ook een beetje vreemd. Maar vermenigvuldigen met hele getallen en met breuken is ook niet helemaal hetzelfde. Onder hetzelfde woordje "keer" en hetzelfde symbool "x" schuilen verschillende betekenissen.

"Wat betekent 'Een half maal een half is een kwart?'", vraagt Wil. "Je neemt de helft van de helft", weten de kinderen.

"En als je twee-en-een-half" keer een helft neemt?", vraagt Wil verder. "Dan krijg je weer meer." "En met één keer een half?" Er is even een beetje verwarring. Maar dan weet iedereen het: het blijft evenveel.

Laten we het eens onderzoeken stelt Wil voor. We maken een lijst. En dan ontdekken de kinderen een regel: als je vermenigvuldigt met een breuk die groter is dan 1, dan krijg je méér en als je vermenigvuldigt met een breuk kleiner dan 1, dan krijg je minder. Mijnheer Wil vraagt de kinderen hoe je 3×4 kunt tekenen. "Met een rooster" weten een paar kinderen. Ze tekenen het op het bord.

"En als je daar 2×4 van maakt?" "Dan moet je een rij van vier uitvegen". En dan 1×4 ? "Nog een rij uitvegen". "En met een kwart keer vier?" "Dan moet je nog een ...". Er is weer twijfel. "Je moet een kwart rij overhouden, dus moet je driekwart wegvegen.", zegt Jolande. "En als je er nog weer een kwart rij bij zet, wat krijg je dan?", vraagt Wil. "Een halve rij, of eigenlijk vier halve tegels", meent Jolande. Wil wijst Jolande op wat ze zegt: "'vier keer een halve tegel' is een half keer vier tegels". Gewoon "keer" en "keer bij breuken" lijken vaak op elkaar.

"Weten jullie de verdeel eigenschap nog" vraagt Wil. " $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$ " weet de groep nog. "En hoe is dat met $\frac{1}{2} \times (4 + 5)$?" "Hetzelfde!" roepen sommige kinderen. "Kun je dat tekenen?", vraagt Wil. Er verschijnt een rooster van $\frac{1}{2}$ bij $4 + 5$ op het bord. "Zie je dat bij breuken de verdeel eigenschap ook geldt?"

Kerndoel 24

De leerlingen leren praktische en formele rekenwiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.



Toelichting en verantwoording

Kinderen leren praktische problemen van wiskundige aard oplossen. Die praktische problemen doen zich in het dagelijkse leven in een grote variatie voor. Bijvoorbeeld op het gebied van hoeveelheden, groottes, tijd, ruimte en vormen, geldbedragen, verhoudingen, percentages, schaal, en deel-geheelrelaties. Het onderzoeken, begrijpen en modelleren van de probleemcontext is een wezenlijk onderdeel bij het zoeken naar een oplossing. In veel gevallen wordt het probleem omgezet in een rekenformule, die dan handig uit het hoofd, met standaard rekenprocedures, of met de rekenmachine opgelost wordt.

Kinderen leren ook formele rekenwiskundige problemen op te lossen. Die liggen bijvoorbeeld op het gebied van getallen, bewerkingen en hun eigenschappen, volgorde van bewerkingen, het rekenen met en omzetten van maten, het bedenken en verbeteren van rekenprocedures, omzettingen tussen kommagetallen, breuken, verhoudingen en percentages, en het rekenen op de rekenmachine, wat een goede organisatie en opsplitsing in deelberekeningen vergt.

Het oplossen van praktische en wiskundige problemen leidt tot een repertoire van oplossingsstrategieën en rekenstrategieën. Kinderen leren voor uiteenlopende rekenproblemen:

- een adequate oplossingsstrategie te kiezen,
- op strategieën te variëren en ze aan de probleemcontext aan te passen,
- ze in veel voorkomende situaties vlot toe te passen,
- en na te denken over de aanpak.

Ook leren kinderen kiezen of ze een berekening uit het hoofd, (cijferend) met een standaardprocedure of met de rekenmachine zullen oplossen.

Kinderen zullen zich bewust worden van het feit dat de keuze en de waardering van hun aanpakken mee bepaald worden door het netwerk aan kennis van problemen, oplossingen, rekenfeiten en -procedures waarover ze beschikken.

NB.

Het oplossen van problemen en het weergeven van redeneringen beschrijven we bij de kerndoelen 26 tot en met 31.

De uitwerking van dit kerndoel 24 heeft hier een exemplarisch karakter.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
BELANGRIJKE PROBLEMEN			
• problemen in verband met aantallen (bijv. Zijn er evenveel?; Zijn er genoeg?; Zijn er meer of minder?) • problemen in verband met de telrij (bijv. Waar staat de 9?; Wat zijn de bu- ren van 5?) • problemen in verband met lengte en gewicht (bijv. Wie is het grootst?; Kan ik mezelf zwaarder maken?)	• problemen in verband met optellen en aftrekken (bijv. Hoeveel mensen zitten er in de bus vóór, en ná de stop bij de bushalte?; Welke dominostenen hebben in totaal vijf stippen?; Welke sommen kun je maken met de getallen 3, 5 en 8?) • problemen in verband met de structuur van getallen (bijv. Hoe kun je € 12 betalen? Of 75 eu- rocent?; Wat krijg je terug als je € 4,57 betaalt met een briefje van 5 euro?) • problemen in verband met vermenigvul- digen (bijv. Hoeveel eieren zitten er in vijf doos- jes van 6?; Waarom is 5×3 evenveel als 3×5?) • problemen in verband met rekenstrate- gieën (bijv. Hoe kun je $45 + 18$ handig uitreke- nen?; Als je weet dat $5 \times 12 = 60$ Hoe- veel is dan 6×12?)	• problemen in verband met de structuur van de telrij (bijv. Hoe weet je dat 625 groter is dan 619?; Hoe ver liggen 398 en 402 van el- kaar af?; Welk getal ligt midden tussen 500 en 1000?) • problemen in verband met de structuur van getallen (bijv. Wat verandert er aan de waarde van 563 als ik in plaats van de 6 een vier schrijf: 543?; Welk getal komt vóór 350?; Waarom mag je bij 10 keer een geheel getal, een nul achter dat getal zetten?) • problemen in verband met delen (bijv. In elke bus gaan 45 personen. Hoeveel bussen zijn nodig om 560 per- sonen te vervoeren?; Hoe kun je zien of een getal deelbaar is door 5?) • problemen in verband met rekenstrate- gieën (bijv. Hoe kun je 12×75 handig uitreke- nen?) • problemen in verband met komma's (bijv. Wat betekent € 34,15?; Kan ik met de bordmeetlat meten hoe dik een (sta- pel van 10 of 100) schrift(en) is?) • problemen in verband met volgorde van bewerkingen (bijv. Maakt de volgorde waarin je rekent uit bij $3 + 5 \times 8$?)	• problemen in verband met breuken (bijv. Wanneer krijg je het meest: als je drie pannenkoeken met vijf personen verdeelt of als je vier pannenkoeken met zes personen verdeelt?) • problemen in verband met omzettingen (bijv. Hoeveel meter per seconde ga je als je 60 km / uur rijdt?; Hoeveel procent is $1/3$?) • problemen in verband met kommagetal- len (bijv. Welk getal is het grootst: 0,446 of 0,45?) • problemen in verband met verhoudingen (bijv. Welke olie is het duurst: 0,75 l voor € 3,40 of 0,8 l voor € 3,60?; Hoe lang is Chili (landkaart en schaal)?; Waarom is 10% korting op € 110 geen € 10?;) • problemen in verband met de rekenma- chine (bijv. Hoe bereken je $5 \times 835 + 7 \times 56$?; Wat is de rest van $678 : 34$?) • problemen in verband met maten (bijv. Welke rechthoek met een omtrek van 60 cm heeft de grootste oppervlak- te?)

Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen lossen allerlei praktische probleempjes op en onthouden hun aanpak:
 - Ze tellen het aantal stippen op een dominosteen;
 - Ze beschrijven de weg van de voordeur naar hun klas;
 - Ze maken een tekening van de weg van huis naar school.
- Opmerkingen hierbij:

Bij sommige problemen onthouden de kinderen het resultaat en verkrijgen hiermee feitenkennis. Ze herkennen bijvoorbeeld de aantallen stippen op de dobbelstenen, lopen blindelings van de voordeur naar de klas en weten precies hoe je van huis naar school kunt lopen.
- Ze onthouden ook vaak de manier waarop je een probleem kunt oplossen: de manieren waarop je een hoeveelheid kunt tellen weten ze vaak na wat oefenen. Ze weten ook hoe je een blaadje in twee even grote stukken kunt vouwen. Ze ontwikkelen een heel repertoire van handige aanpakken.
- In eenvoudige situaties en met eenvoudige taal leren ze ook uitleggen hoe je iets moet aanpakken. Resultatief tellen kunnen ze vóórdoen en uitleggen waar je op moet letten. Sommigen weten zelfs zeker dat een telresultaat niet verandert als je de telvolgorde verandert. Kinderen met een ontwikkelingsvoorsprong kunnen soms zelfs ook onder woorden brengen, wat de regels voor correct resultatief tellen zijn en wat er fout gaat als ze een ander zien tellen.
- Kinderen zoeken naar oplossingen voor praktische problemen die de leraar voorlegt en overleggen met elkaar:
 - hoe kunnen we onthouden welk fruit iedereen kiest? Kunnen we dat misschien opschrijven (tekenen)?
 - hoe kun je laten zien hoe groot je grootste knuffel is, zonder dat hij op school is?
 - hoe kun je aan een nieuw kindje in de klas uitleggen, waar het lokaal van groep 6 is?
- Ze horen elkaars oplossingen en reageren op elkaar.

Wat doet de leraar?

- Naarmate de kinderen in situaties preciezer moeten denken en werken verschijnen er op een natuurlijke manier momenten waarin de kinderen tot wiskundige activiteit komen. Voor jonge kinderen zijn dat momenten waarin vragen opkomen zoals: Hoe veel (precies)?; Waar (precies)?; Op welke manier?; Wie gaat er winnen?; Hoe vaak?; Past het?
- De leraar richt speel- en leerarrangementen in, waarin kinderen uitgedaagd worden tot wiskundige activiteit. Zij stimuleert de kinderen te benoemen wat ze doen en waarnemen en gaat de kinderen daarin voor door haar eigen handelen waar zinvol te verwoorden en de kinderen vragen te stellen of tot onderling gesprek aan te zetten.
- Bij telproblemen stimuleert zij dat de kinderen telresultaten onthouden ("Weet je nog hoeveel dit is?") en dat de kinderen bij vergelijken van aantallen, grootte (waaronder lengte en gewicht) en tijd correcte strategieën gebruiken en onthouden ("Wie weet nog hoe we dat laatst deden?").
- De leraar let er op of kinderen geleidelijk hoger niveau oplossingen vinden: korter, duidelijker, beter beredeneerd, meer gegeneraliseerd of abstracter (bijvoorbeeld bij tellen: ze tellen niet alles meer door elkaar, maar maken een rijtje (organiseren) en verschuiven zo, dat ze weten wat ze geteld hebben en wat nog niet; of ze maken groepjes en tellen met sprongen).

Groep 1 en 2 - Doorkijkje

De jas kwijt

Wim is zijn jas kwijt. Hij weet het zeker: Hij had hem vanmorgen echt aan. Juffrouw Gina overlegt in het groepje dat bij dit probleem betrokken is. De kinderen roepen van alles door elkaar heen. Maar dat helpt niet.

De juf overweegt hoe zij de kinderen kan helpen dit probleem op te lossen en er wat van te leren. Zij realiseert zich wat ze normaal zelf doet: "Waar ben ik binnengekomen? Wat heb ik het eerst gedaan? Waar laat ik mijn jas gewoonlijk? Wat was er vanmorgen anders? Wat kan ik dan met mijn jas gedaan hebben?"

Ze besluit om met de kinderen ook zoiets te doen: "Wim, weet je nog waar je binnenkwam." Wim wijst naar de deur van de klas. "Ja, daar kwam je de klas binnen. Had je toen je jas nog?" "Nee, dat denk ik niet." zegt Wim. "Waar kwam je de school binnen?" "Door de deur." "En wat heb je toen gedaan?" Dat weet Wim niet meer. "Waar ga je het eerst naar toe?" "Naar de kapstok", weet Wim. En welke kapstok? Dat kan Wim niet zeggen.

Samen denken ze na over hoe de hal er uit ziet, hoe je in de gang naar de klas komt en aan welke kant de kapstokken zijn. De kinderen gebruiken allerlei termen om richtingen, bewegingen, en plaatsen in de gang aan te geven. "Maar je jas hangt niet aan de kapstok hè? Heb je dan iets anders gedaan?" De groep kijkt op. Natuurlijk, "iets anders gedaan, maar wat?" Ze kijken Wim vol verwachting aan. "Naar de WC", zegt hij. "Ben je naar de WC gegaan, denk je?" De kinderen reageren begrijpend. "En had je toen je jas nog aan?" De kinderen realiseren zich dat dat een belangrijke vraag is. "Ik moest heel erg nodig", zei Wim. En zijn gezicht klaarde op. "Mijn jas is op de WC". "Waar dan?", wil de leraar weten. Want misschien kan Wim dat wel onder woorden brengen. "Bij de deur", zegt Wim. "Bij welke deur?", vraagt de leraar. "Bij de deur vóóraan", herinnert Wim zich.

En even later komt hij triomfantelijk terug. Met zijn jas! Hoe heb je je jas nu gevonden?" "Ik heb gekeken" zegt Wim? "En daarvoor? Wat hebben wij samen daarvóór gedaan?" "Waar hij kon liggen" zei Wim. "Precies, we hebben bedacht hoe jij in de school kwam en waar je je jas kon hebben gelaten", vatte juffrouw Gina samen.

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- Net als de kinderen in groep 1/2 lossen de kinderen in groep 3/4 allerlei problemen op: ze leren de basisbewerkingen, werken met geld, meten en werken aan andere rekenwiskundige onderwerpen, zoals:
 - Hoe kun je getallen splitsen, tientallig structureren, of bij getallen de de- lers vinden?;
 - Hoe groot is de sprong van 19 naar 22 of van 98 naar 103?
 - Hoe kun je $72 : 6$ oplossen?;
 - Adwoa krijgt iedere week € 1,-- van haar grootvader. Ze heeft al € 39,--. Maar ze spaart voor een computerspel van € 45,--. Hoeveel weken moet ze nog wachten/sparen?
- Kinderen lossen deze problemen op en leggen uit hoe ze te werk gaan. Opmerkingen hierbij:
 - Bij de basisbewerkingen onthouden de kinderen veel oplossingen: de optel-, aftrek-, vermenigvuldig- en deeltafels. Ook de waarde van de munten en bankbiljetten onthouden ze.
 - Bij de basisbewerkingen lossen ze veel problemen op en onthouden de gevolgde aanpak (strategie). Voor sommige problemen weten ze verschillende oplossingsstrategieën. Ze krijgen in de gaten dat sommige aanpakken ingewikkelder zijn dan andere. Hoe meer je gebruik maakt van je feitenkennis van bijvoorbeeld de tafels en van routines (en automatisen), des te gemakkelijker en met des te meer zelfvertrouwen kun je complexere problemen oplossen.
 - Geleidelijk aan lukt het de kinderen om de eigen oplossingen te vergelijken met die van anderen en samen over verschillende oplossingen te praten.
- De kinderen krijgen de vraag om aftrekkingen te bedenken waar '2' uitkomt. In eerste instantie zoeken ze het in kleine opgaven onder 10 en onder 20. De opgaven worden op het bord geschreven en gezamenlijk gecontroleerd. Al gauw zijn er enkele betere rekenaars die ook grotere getallen gaan gebruiken: zij zien het verband tussen 'een aftrekking' en 'verschil bepalen'. Tijdens de activiteit leggen de kinderen aan elkaar uit hoe ze zo snel van die moeilijke opgaven kunnen bedenken en al gauw kunnen ook andere

Wat doet de leraar?

- In de groepen 3 en 4 komen rekenwiskundige problemen vooral voort uit de getallenwereld en de basisbewerkingen.
- De leraar biedt de kinderen problemen aan in betekenisvolle contexten. Soms dienen zich bij het oplossen daarvan ook zuiver wiskundige problemen aan, zoals: Op welke manieren kun je 5 gooien met twee dobbelstenen?; Welke splitsingen van vijf zijn er mogelijk?; Kun je weten hoeveel splitsingen van 5 je kunt maken?; En van 7?; En van een willekeurig getal? Deze vragen zijn voorbeeldig voor een hele groep van wiskundige problemen, die de leraar door de kinderen laat opwerpen en oplossen.
- Een andere groep problemen heeft betrekking op het uitwerken van bewerkingen: De leraar laat bijvoorbeeld de kinderen vertellen hoe ze de sprong van 19 naar 22 gemaakt hebben. Er zijn vele oplossingen mogelijk. Verder tellen. In één of twee (via 20) sprongen verder tellen. Teken op een lege getallenlijn met 1, 2 of 3 sprongen. Met een stipsom: $19 + \dots = 22$ of met een aftrekking: $22 - 19$ die dan weer rijgend (al of niet op lege getallenlijn) of terugtellend uitgerekend wordt. De kinderen vertellen hoe ze rekenen. Geconfronteerd met andere oplossingen vertellen kinderen wat zij (en dat is individueel) de handigste oplossing vinden en waarom.
- De leraar bespreekt met de kinderen dat het erg handig kan zijn als je bepaalde sommetjes snel en goed uit het hoofd kent. Bijvoorbeeld het rekenen onder 10, of het tellen met sprongen van 10 vooruit en achteruit. Ze beseft dat als kinderen het nut hiervan zien, ze ook meer gemotiveerd kunnen zijn om dergelijke kennis te vergroten.
- Bij het oplossen van problemen spelen het modelleren en schematiseren van contextproblemen een geleidelijk steeds belangrijkere rol. Zowel bij het getalbegrip en het rekenen als bij meten en meetkunde. De leraar let er op of kinderen geleidelijk hoger niveau oplossingen vinden: korter, duidelijker, beter beredeneerd, meer generaliseerd of abstracter.



kinderen getallen noemen waar '2' tussen zit. Voor zwakkere rekenaars is dit nog moeilijk, maar ze begrijpen al wel dat de aanpak heeft te maken met de volgorde van getallen in de getallenrij.

- De kinderen tellen verschillende hoeveelheden die op verschillende manieren gestructureerd zijn. Tijdens een bespreking vertellen ze hun aanpakken, waardoor ze leren dat je bijvoorbeeld verkort kunt tellen, gebruik kunt maken van de structuur die je ziet en van kennis die je hebt van bepaalde getalbeelden. Ze bespreken wat handig is en waar correct tellen aan moet voldoen.

- In groep 3 en 4 speelt het model van de getallenlijn een belangrijke rol (ook bij de overgang van tellen naar rekenen). De leraar besteedt hier extra aandacht aan door kinderen te laten rekenen op de getallenlijn, hun aanpak te laten afbeelden en de verschillende aanpakken via dit model te laten vergelijken.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Trakteren op koeken

Sandra, één van de kinderen in groep 4, is jarig en heeft pakken koekjes meegebracht voor de groep. Straks mag ze uitdelen. Er zijn een veel koeken. Zeker genoeg voor iedereen. Juffrouw José ziet dat het zes pakken zijn met elk 8 koeken. Voor ieder twee en dan nog twee over.

"Straks mag Sandra uitdelen. Er zijn veel koeken hè Sandra? Misschien kun je vanmiddag *nóg* een keer uitdelen? Zou dat lukken denk je?" Sandra kijkt hoopvol, maar weet niet direct een antwoord. "Hoe kunnen we daar achter komen?"

In de klas ontstaat een gesprek. "Wat staat er op het pak? Wat kun je zien van de koeken (ze zijn in transparant plastic verpakt). De kinderen beginnen te tellen. Telkens zijn het twee koekjes op elkaar. Er wordt door elkaar heen gepraat. De juf grijpt dat aan: "Als we zo door elkaar heen praten, raakt iedereen telkens in de war. Hoe kunnen we handig tellen hoeveel koeken er zijn?"

"Denk eens rustig na?" Weer roepen enkele kinderen flarden van een oplossing door de klas. Juffrouw José stelt een organiserende vraag: "Hoe hebben ze de koeken ingepakt?" "Telkens twee." "En vier stapels" constateren de kinderen. "Kunnen we dat tekenen?" vraagt zij, "zodat we goed kunnen zien hoe de koekjes verpakt zijn?"

Een van de kinderen tekent de vier stapeltjes van 2 op het bord. En eronder schrijft Thom, even later: $2+2+2+2$. De kinderen zien allang dat het 8 koeken zijn. "Zien jullie dat: vier stapeltjes van 2 is 8", zegt de juf. En hoe kun je dat nog meer zeggen? " 4×2 ", meent één van de kinderen. En wat heeft dat te maken met wat Thom heeft opgeschreven? "Nou, daar staat óók 4×2 : je moet vier keer twee optellen!"

"Hebben we aan één pak genoeg voor ons allemaal?", vraagt juffrouw José zich af. "Kunnen jullie dat eens zelf uitzoeken? En zijn er ook nog genoeg koeken voor vanmiddag? Dat zou wel fijn zijn."

De kinderen gaan aan de slag. Er komen allerlei oplossingen. Sommigen tellen $8+8+8+8+8+8$ achter elkaar op en weten dan niet goed, wat '*zijn er genoeg voor vanmiddag*' betekent. Een paar kinderen stellen vast dat drie pakken al 24 koeken zijn. En dat is één meer dan het aantal kinderen in de klas. Nog weer andere kinderen redeneren dat er zes tafelgroepen zijn, en dat elke tafel-



groep in principe één pak koekjes heeft. De juf ziet dat dit wel een heel mooi geval wordt om met kinderen over het structureren van aantallen te praten. Op het bord verschijnt voor elk van de aanpakken een tekening. De getallenlijn en het rooster bewijzen hun diensten.

Na afloop wordt er teruggekeken op wat er gedacht is: alles samennemen ($6 \times 8 = 48$) en dat is méér dan $2 \times 23 = 46$. En $3 \times 8 = 24$, dat is genoeg voor de klas. Dus hebben we voor vanmiddag nóg $3 \times 8 = 24$ koekjes. En voor elke groep (van 4 kinderen) is er een pak met 4×2 koeken: ieder heeft er één voor 's morgens en één voor 's middags. Maar dat kan ook anders: 2×4 is twee keer het aantal kinderen.

De juf schrijft alle optellingen en vermenigvuldigingen bij elkaar: dat worden de "onthoud"-sommen voor vandaag: $2 \times 4 = 8$, $6 \times 8 = 48$, $8+8+8 = 3 \times 8 = 24$ en zo verder. Sommigen zijn al bekend voor de meeste kinderen, andere nog niet. De verbanden tussen de sommen zijn duidelijk met de getallenlijnen en de rooster die op het bord staan.

De volgende morgen is alles uitgeveegd, maar de juffrouw vraagt nog even aan de kinderen om zich voor te stellen wat er op het bord stond. En wat de relatie tussen 3×8 en 6×8 ook al weer was en hoe ze die bij de pakken koeken ook al weer konden zien.

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- Net als in groep 3/4 lossen de kinderen allerlei problemen op en praten met elkaar over de aanpakken.
- Ze bouwen verder aan hun repertoire van feitenkennis, goed geoefende strategieën (automatismen) en leren die goed in te zetten bij het oplossen van complexere problemen zoals:
 - Hoe gaat de getallenreeks verder?
Bijvoorbeeld:
1, 2, 4, 8 (steeds verdubbelen);
1, 2, 3, 5, 8 (som voorgaande twee getallen);
5, 10, 8, 16, 14 (verdubbelen en dan 2 er af).
 - Je koopt vier CD's van € 9,95. Hoeveel moet je dan betalen? Hoe reken je dat uit?
- Opmerkingen hierbij:
 - De kinderen leren om problemen schematisch weer te geven. Ze gebruiken daarbij modellen, tabellen en schematische notaties.
 - Ze ontdekken ook dat het samen praten over een probleem afgewisseld met momenten van persoonlijke concentratie helpt bij het oplossen van moeilijke problemen.
- Kinderen leren rekenproblemen onder woorden te brengen: eerst in de taal van de context later ook in meer formele taal. Ook leren ze bij moeilijke problemen het probleem eerst te vereenvoudigen en vanuit de oplossing van het eenvoudiger probleem verder te denken.
- De kinderen leren overzicht te houden over het probleem dat ze oplossen en de aanpak die ze gebruiken en hoe ver ze ermee zijn. Ze leren vooral om ná een deeloplossing even pas op de plaats te maken en dan verder te denken.
- Geleidelijk aan leren de kinderen ook om lering te trekken uit een aanpak die ze eerder hebben gebruikt. Is die handig en wanneer is die aanpak handig. Ze vragen bij nieuwe problemen zich af of een eerder gebruikte aanpak bij dit probleem ook handig is.

Wat doet de leraar?

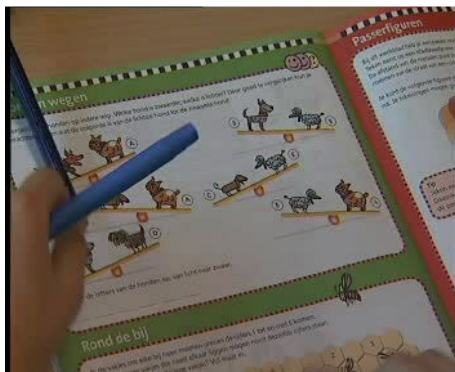
- De leraar zet de activiteiten voor het stimuleren van het oplossen van problemen en het onthouden van feiten en strategieën van de groepen 3 en 4 voort.
- Steeds nadrukkelijker komen er complexere wiskundige onderwerpen aan de orde, waar kinderen op verschillende niveaus aan kunnen werken.
- De leraar biedt rijke problemen in contexten aan en stimuleert de kinderen rekenvragen en wiskundige vragen te stellen en op te lossen. Daarbij stimuleert zij dat kinderen alleen en samen problemen leren oplossen.
- Zij leert de kinderen ook om problemen eerst goed te begrijpen en schematisch weer te geven. Er zijn verschillende manieren waarop ze de kinderen naar oplossingen kan leren zoeken:
 - De context bekijken en deze precies en kort verwoorden.
 - Overzichtelijk opschrijven wat er gebeurt.
Bijvoorbeeld bij het volgende vraagstuk: 560 personen moeten vervoerd worden in bussen van 45 passagiers. De kinderen kunnen een overzicht maken, en dat uitwerken naar een korte notatie als:
1e bus: 45
2e bus: 45, totaal 90
3e bus: 45, totaal 135
4e bus: 45, totaal 180
5e bus: 45, totaal 225
Op basis van deze eerste stappen kunnen kinderen op ideeën komen om de aanpak te verkorten: met 10 bussen kunnen dus 450 mensen mee. Dan moeten er nog 110 mensen mee ... Het overzichtelijk werken, draagt bij aan handige oplossingen. In de reflectie achteraf kunnen de kinderen concluderen wat een handige aanpak is: eerst zoveel mogelijk keer groepen van 10 bussen tellen, en dan verder met 'losse' bussen tellen.
 - Het probleem vereenvoudigen.
Zoals: $457 + 200$ in plaats van $457 + 286$; Hoeveel worpen met 5 en ... kan ik met twee dobbelstenen gooien? in plaats van: Hoeveel worpen zijn er mogelijk met twee dobbelstenen?



- Ze leren vergelijkbare problemen te herkennen, oplossingen en aanpakken te generaliseren, en vast te stellen wat ze willen onthouden.
 - Bij deze verschillende activiteiten leren ze met elkaar in een duidelijke taal te overleggen, eigen gedachtegangen uit te leggen en die van elkaar te begrijpen. Redeneringen worden op helderheid vergeleken en aanpakken worden uitgetoetst. De kinderen leren te reflecteren op hun eigen aanpakken en bedenken wat ze ervan leren.
- Materiaal of een model gebruiken.
Bijvoorbeeld: Geef de stappen die je wilt maken weer op de getallenlijn; Geef op een rooster aan hoe je 5×23 wilt opdelen.
 - Een schema gebruiken.
Bijvoorbeeld bij een probleem als: Hoeveel verschillende worpen er mogelijk zijn als je met 3 dobbelstenen gooit, kun je visualiseren met een boomdiagram.
- De leraar stimuleert dat kinderen bewust een moment nemen om zelf over een aanpak te denken, alvorens samen met anderen over een aanpak of oplossing te praten. Zo'n moment van reflectie kan ook goed zijn alvorens kritiek op een oplossing van anderen te geven: het gaat er steeds om dat kinderen leren de kern van de zaak te raken en die helder weer te geven.
 - De leraar stelt samen met de kinderen vast wat belangrijke feiten zijn om te onthouden: basisoptellingen, -aftrekkingen, de tafelproducten en delingen komen vaak voor en moeten daarom noodzakelijk gememoriseerd worden. Zowel voor het schattend rekenen, als voor het hoofdrekenen en cijferen.
 - Ook stelt ze samen met de kinderen vast welke basisbewerkingen echt goed geoefend moeten worden ter wille van het handig rekenen en cijferen. Het analyseren waarom die bewerkingen goed geautomatiseerd moeten worden wordt duidelijk als de kinderen op een goede overzichtelijke manier de berekeningen opschrijven: "Alle tussenstappen moet je goed oefenen, want anders raak je het overzicht kwijt."

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Honden wegen



Vier sterke rekenaars uit groep 6 werken aan een verrijkingsopdracht [zie werkblad] uit Rekentijger. Op het blad staan enkele verschillende honden op diverse 'wippen'. De ene keer is een hond de zwaarste, de andere keer is hij lichter.

De opdracht aan de kinderen is, om op basis van de plaatjes de volgorde van licht naar zwaar te bepalen, van de honden. Het is een opdracht waarbij het gaat om logisch denken en redeneren. De opdracht van meester Henry is om samen tot een oplossing te komen.

De kinderen beginnen zonder de meester. Ze lezen ieder voor zich de opdracht. Daarna beginnen ze te praten. Ieder volgt alleen zijn eigen denkspoor, ze praten door en langs elkaar heen. Er is geen samenwerking. Dan komt Henry erbij zitten en biedt structuur via vragen en interventies.

Hij laat een van de kinderen de opdracht voorlezen en dan de kinderen reageren. Als één kind een duidelijke mening naar voren brengt, vraagt hij de rest om erop te reageren: "Wat vinden jullie daarvan?"

Er ontstaat nu een gesprek tussen de kinderen. Ze praten meer om de beurt en reageren op elkaars opmerkingen. Ze zijn het nu ook niet altijd met elkaar eens. Dus zijn ze genoodzaakt om argumenten naar voren te brengen en oplossingen te verantwoorden. Meester Henry begeleidt het gesprek met open vragen en opmerkingen als "Waarom niet?" en "Misschien moet je het even proberen...."

Ook als Henry weer weggaat, blijven de kinderen veel meer op elkaar gericht en werken ze echt samen. Het blijkt ook dat ze samen verder komen dan ieder voor zich. Al redenerend lossen ze de puzzel op en worden ze het eens.



Honden wegen



Honden wegen

Bron:
Noteboom, A. (red.). (2007). *Gouden fragmenten in de rekenles*. Enschede: SLO.



Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- Net als in groep 5/6 lossen de kinderen allerlei problemen op en praten met elkaar over de aanpakken.
- Ze bouwen verder aan hun repertoire van feitenkennis, goed geoefende strategieën (automatismen), kennis van eigenschappen van getallen en bewerkingen en leren die goed in te zetten bij het oplossen van complexe problemen, met name in het gebied van breuken, procenten, verhoudingen en kommagetallen. Ook meten, maten, het rekenen met (samengestelde) maten en meetkundige verhoudingen (vergroten, verkleinen en schaal) worden flink uitgewerkt.
- In deze context gaan de kinderen complexere problemen waarin het meer gaat om een situatie interpreteren dan om oplossen van gesloten vraagstukken, bijvoorbeeld:
 - Het plannen van een vakantie;
 - Het analyseren van sportprestaties (gemiddelde snelheid, verschillen in snelheid tussen schaatsters die op een paar honderdste seconden verschillen);
 - Verbruik van gas en elektra;
 - Het voorbereiden van een doe-het-zelf klus.
 Bij het oplossen van dit soort problemen gebruiken de kinderen allerlei inzichten en wisselen ze van voorstellingswijzen. Het beredeneren van aanpakken en oplossingen en reflecteren op eigen aanpakgedrag is een belangrijk deel van de reken-wiskundeles in de hoogste groepen van het basisonderwijs.
- Naast het oplossen van gegeven problemen leren kinderen ook zelf problemen te stellen en onderzoek te doen, zoals:
 - Rekenen op de klok:
 $10.45 + 0.25 = 11.10$;
 $22.30 + 1.40 = 0.10$;
 $1.00 - 0.25 = 0.35$;
 en ook $4 \times 15 = 0$ (na 60 minuten begint een nieuw uur) en $4 \times 6 = 0$ (na 24 uur begint een nieuwe dag);
 - Hoe zit het met de tafels van vermenigvuldiging als je in minuten rekt

Wat doet de leraar?

- De leraar geeft de kinderen rijke contexten waarin zij verschillende aspecten van wiskundige inhouden in maatschappelijk relevante situaties aan de orde stelt. Alle fasen van het oplossen van problemen komen aan de orde.
- De leraar is zich ervan bewust dat de kinderen uit groep 8 na de basisschool veel zelfstandiger moeten zijn als ze naar het voortgezet onderwijs gaan. Zij anticipeert hierop door situaties uit die nieuwe situatie vaak als onderwerp van gesprek te nemen en aandacht te besteden aan vaardigheden die je hiervoor nodig hebt, zoals:
 - kunnen aflezen van tabellen voor bussen;
 - omgaan met geld, plannen, reflecteren op uitgavenpatronen;
 - kritisch lezen van reclamematerialen, voor bijvoorbeeld mobiele telefoons: hoeveel ben je echt kwijt en is het wel zo voordelig als ze zeggen?
 - plattegronden bekijken en bespreken van fietsroutes, afstanden, rekenen met schaal.
- Zij laat kinderen vooral hun gedachten en aanpakken verwoorden en op elkaar ingaan en kinderen ervaren aan welke rekenvaardigheden ze veel hebben en die rekenvaardigheden oefenen.
- De leraar stimuleert dat de kinderen een goede houding ontwikkelen: een afwisseling van creatief denken en nauwkeurig en overzichtelijk noteren van redeneringen.
- De leraar let er op dat de kinderen bij het oplossen van een probleem niet zomaar een uitkomst geven, maar redeneren en dat ze niet alleen een uitkomst geven maar ook nagaan wat voor lering ze uit de oplossing van het probleem kunnen trekken: vergelijkbare problemen noemen, het probleem algemener maken, een rekenregel of eigenschap formuleren en dergelijke.
- Ook besteedt de leraar aandacht aan de persoonlijke moed en het volhoudingsvermogen die nodig zijn om complexere problemen op te lossen. Een kind moet leren dat 'het soms niet ineens wil', 'dat je er soms een nachtje over moet slapen', en 'dat je soms moet wachten op een goede inval'. De

- (60 = 0) of in uren (24 = 0). En hoe is het met de deeltafels?
- Hoeveel tegels heb je nodig om een badkamer te betegelen tot 1.50 m hoogte? Wat moet je allemaal weten om het probleem op te lossen? Ga in groepjes werken. Maak een tekening van de badkamer. Zet er de maten bij. Bedenk welke maat tegel je wilt gebruiken. Beantwoord nu de vraag.
- Hoe zit het met de volgorde van bewerkingen? Bijvoorbeeld $12 - 4 + 5$, is dat 13 of 3? En $3 + 4 \times 5$? Hoe gaat dat op de rekenmachine? En met de rekenmachine of in het spreadsheet op de computer?
- Opmerkingen hierbij:
 - De kinderen leren niet alleen contextproblemen op te lossen, maar ook om wiskundige vragen te beantwoorden (hoe weet je of een getal deelbaar is door 2? Wat zijn priemgetallen en hoe bepaal je of 117 een priemgetal is of niet? Hoe weet je of een getal een vierkantsgetal is). De kinderen leren om naast gevonden oplossingen ook andere te zoeken: enerzijds om de gevonden oplossing te controleren, anderzijds om de "mooiste" oplossing te vinden: mooi in de zin van: kort, overzichtelijk, overtuigend,
 - Ze leren ook om met echt lastige problemen om te gaan: ze leren bijvoorbeeld moed te houden, de volgende dag opnieuw te beginnen, informatie in te winnen, of het probleem te visualiseren.
 - Ze houden ook een overzicht bij van succesvol opgeloste problemen, waarin ze niet alleen de oplossing, maar ook het proces en de gevoelens daarbij beschrijven.
- Kinderen gebruiken bij het oplossen van problemen hun rekenwiskundig repertoire en vullen dat aan. Het gaat om een repertoire van:
 - getallen (referentiegetallen en referentiematen);
 - bewerkingen en procedures (schattend rekenen, hoofdrekenen, schriftelijk (cijferend) rekenen en gebruik van de rekenmachine en computer);
 - maten voor diverse grootheden, zoals lengte, tijd, gewicht en samengestelde maten zoals snelheid, verbruik en dergelijke;
 - vormen en ruimtelijke relaties, zoals projecties, schaal en dergelijke.

leraar schept het pedagogisch klimaat dat de kinderen zich echt kunnen concentreren en veilig voelen.

- De leraar besteedt ook aandacht aan respect voor elkaars denkwijze: kinderen verschillen in denkstijl en de oplossingen en redeneringen die ze geven zijn niet altijd direct duidelijk voor iedereen.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Rekenen met breuken en procenten: Wat vindt de meerderheid?

In de krant staat:

'Uit een enquête blijkt dat 1/4 van de Nederlanders het eens is met de voorstellen van de minister, 23% heeft voorkeur voor het voorstel van de oppositie en 1 op de 3 Nederlanders vindt het voorstel overbodig'.

Dit bericht las meneer Gijs 's morgens in de krant. Zo'n berichtje is aardig, want er zijn allerlei vragen over te stellen. Breuken en verhoudingen door elkaar. Het totaal komt niet uit op 'alle Nederlanders'. Om in te zien hoe de meningen verdeeld zijn moet er nog wat gerekend worden. Al met al een activiteit, waarin veel aspecten van inzicht aan de orde kunnen komen. "Hoe zou je de kinderen goed kritisch naar dit artikel kunnen laten kijken en zelfstandig aan het denken kunnen zetten?" bedenkt Gijs. "Is hier wel een echte meerderheid die het eens is met de minister? Misschien is dat ook een goede vraag: Mag de minister zijn mening nu vasthouden (doorzetten)?"

Later in de klas wordt het artikel voorgelezen. "Mag de minister zijn wil nu doorzetten? Is dat democratisch?" Gijs vraagt de kinderen om een onderbouwde mening. "Leg eens uit waarom wel en waarom niet en laat vooral duidelijk zien hoe de meningen verdeeld zijn."

De kinderen gaan aan de slag en allerlei ideeën komen op. Een kwart en 23%, hoe zit dat? Sommige kinderen weten al vlug dat een kwart 25% is. Maar anderen niet. "Hoe kun je dat verband uitleggen? Weet je dat nog?" vraagt meneer. De kinderen weten dat stroken vaak een goed hulpmiddel zijn om dat uit te leggen. Een strook van 100 is handig. "Waarom?" "Omdat we met procenten werken, en 23% is 23 van de 100". "En een kwart van 100 is 25, dus een kwart is 25%" Dat kun je laten zien met een dubbele getallenlijn: "Van nul tot 100: de helft is 50, weer de helft is 25. En dat is een kwart van de 100 en tegelijk 25 van de 100." Op dezelfde manier weet je dat 1 op de 3, ongeveer 33% is, of één derde.

Al dit soort inzichten worden gebruikt, opnieuw geformuleerd en getekend.

"Is het nu eerlijk? Er zijn bijna evenveel vóór als tegenstemmers. Maar elke groep is maar een kwart. En een derde vindt het voorstel overbodig. Zijn die nu vóór of tegen? Zouden we dat kunnen tekenen?"



Met de bordliniaal van één meter komt de strook op het bord: 25 cm (25%) voor de vóórstanders, 23 cm voor de tegenstanders. 33 cm voor de mensen die het voorstel overbodig vinden. En dan blijkt er een stuk over te zijn. Verbazing in de groep. 22% van de mensen ontbreken. Wat hebben die dan voor mening?

Op basis van deze getallen ontstaat een discussie in de groep. Zijn mensen die geen mening hebben vóór of tegenstander? Of mag je die verhoudingsgewijs verdelen? En de mensen die het voorstel overbodig vinden? Hoe zit het daarmee?

In de terugblik kijkt de groep nog eens terug naar het geheel: Hoe breuken, procenten en verhoudingen omgezet werden met de strook en met de verhoudingstabel. Hoe de stemming op een schaal van 100 werd weergegeven. "Je zou ook nog $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$ kunnen uitrekenen. Dan heb je $\frac{1}{6}$ waarvan je niets weet. En daar kun je een mooi sectordiagram van tekenen. En dan kun je overal twaalfden van maken: $\frac{3}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12}$ ziet -door het sectordiagram- één van de snelle rekenaars tot slot.

Kerdoel 25

De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van rekenwiskunde-problemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.



Toelichting en verantwoording

In rekenen en wiskunde gaat het er om dat je op grond van redeneren laat zien dat een berekening of een betoog klopt. Het is daarom wenselijk dat leerlingen leren hun redeneringen en (deel)berekeningen weer te geven, zodat de denkstappen voor hen zelf scherper worden, voor anderen zichtbaar zijn en aangevuld of gecorrigeerd kunnen worden.

Kinderen leren berekeningen te beredeneren en aanpakken te onderbouwen in de context van allerlei wiskundige activiteiten. In interactie met medeleerlingen en leraar leren ze na te denken over aanpakken en redeneringen en te vertellen waarom ze in een situatie bepaalde denkstappen gezet hebben. Ze zullen ervaren dat bij elke leerling de aanpak mede wordt ingegeven door de situatie en dat die ook afhankelijk is van het persoonlijk netwerk van rekenfeiten, rekenprocedures, strategieën, bekende redeneringen en zo meer.

In die communicatie is een aantal zaken belangrijk:

- Het onder woorden brengen en uitleggen van eigen voorstellingen, gedachten en keuzen;
- Het luisteren naar de woorden en de uitleg van medeleerlingen en leraar en het interpreteren daarvan in de eigen denkkaders door kritisch (onderscheidend) méé te denken;

- Het aangeven op welke punten zich verschillen in denken voordoen en wat die verschillen zijn (kritiek geven);
- Het luisteren naar de kritiek van anderen en het begrijpen ervan in het eigen denkader;
- Het verbeteren en verrijken van de eigen redeneringen op basis van wat anderen aandragen.

Op basis van deze communicatie leren de kinderen:

- Op voorhand rekening te houden met mogelijke kritiek en de eigen uitleg als goede redenering te geven;
- De eigen redeneringen en berekeningen als vanzelfsprekend te controleren.

Kinderen verschillen in inzicht en vaardigheid en hebben verschillende voorkeuren voor aanpakken en redeneringen. Ze moeten elkaars mogelijkheden en redeneerstijl leren waarderen en tegelijk oog hebben voor wat objectief gezien goede redeneringen zijn.

Het onderbouwen en beoordelen van aanpakken vindt plaats in alle groepen en inhoudelijke domeinen. De volgende beschrijving is dan ook voorbeeldmatig.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
ONDERBOUWEN EN BEOORDELEN			
• aanpakken onderbouwen en oplossingen beoordelen bijvoorbeeld bij het werken met - groottes en aantallen - verbanden als evenveel, groter/kleiner - vormen en ruimtelijke relaties • voorstellingen en gedachten onder woorden brengen • kritisch luisteren naar elkaars uitleg	als groep 1/2 + • onderbouwen en beoordelen van redeneringen over aantallen, getallen en bewerkingen daarmee (bijv. precies uitleggen hoe je verschillende bedragen met geld betaalt) • aanpakken verwoorden en controleren of berekeningen kloppen in het rekenen tot honderd • kritisch luisteren naar de manieren van rekenen van anderen • ontwikkelen van goed meetkundig taalgebruik (bijv. in oefeningen met blokkenbouwsels)	als groep 3/4 + • onderbouwen en beoordelen van redeneringen op bijvoorbeeld de volgende gebieden: - aantallen, maten, tijd, en berekeningen daarmee in de context van het leven van alledag - de tientallige structuur van de getallen en de telrij (bijv. getallen hun plaats geven tussen andere getallen en daarbij redeneren op basis van inzicht in deze structuur) - rekenstrategieën (bijv. in het schattend rekenen, hoofd-rekenen en het kolomsgewijs rekenen, rekenwijzen onderbouwen op basis van eigenschappen en structuur van getallen en telrij) - tijd en tijdsduur: op basis van de klok, de kalender en tijdmeting	als groep 5/6 + • onderbouwen en beoordelen van redeneringen op bijvoorbeeld de volgende gebieden: - verbanden, zoals verhoudingen, samengestelde maten en deel-geheel-relaties - kommagetallen, breuken en verhoudingen, kennis maken met de formele kant van het rekenen (bijv. beredeneren waarom je als je deelt door 100 de komma twee plaatsen naar links mag zetten) - het maatschappelijk verkeer, redeneren over kopen, verkopen, winst en korting en redeneren over sparen, rente, en lenen - bij complexe maatschappelijke realiteiten: ▪ situaties voorstellen en alert zijn op redeneerfouten ▪ informatie uit de media, in reclame en in dagelijkse situaties kritisch wiskundig doordenken (bijv. aanbiedingen van mobieltjes)

Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen leren oplossingen te onderbouwen en te beoordelen door bijvoorbeeld:
 - (Tel-)procedures te beoordelen
Bijvoorbeeld: de kinderen vergelijken aantallen met elkaar door paren te vormen (één-één-relaties) en 'bewijzen' zo wat meer of minder is, welke verzameling meer of minder elementen bevat. Ze gaan samen na of de procedure goed is uitgevoerd en wat eventueel mis ging.
 - Contextgebonden betekenissen herkennen
Bijvoorbeeld: de kinderen benoemen aantallen als 'veel' of 'weinig' en onderbouwen hun mening vanuit de context, zoals bij "Ik heb 4 knikkers" is 4 niet zo veel, "Ik heb 4 fietsen" is 4 wel veel. Ze ervaren dat de betekenissen van getallen in de getallenwereld en in een context kunnen verschillen. Kinderen hanteren ook begrippen als 'hoog', 'hoger', 'even hoog' en kunnen aangeven waarop ze die kwalificatie baseren. Ze leren ook dat bijvoorbeeld hoog en laag (hoger en lager) tegengesteld zijn en ze gebruiken dat inzicht in hun redeneringen.
 - Redeneren op grond van eigenschappen
Bijvoorbeeld: kinderen weten dat hoe groter een aantal is, hoe verder dat getal in de telrij geplaatst is en redeneren op de manier van: 8 komt na 7 dus is 8 meer dan 7 en dus is ook 7 minder dan 8.
 - Redeneren over verbanden
Bijvoorbeeld: kinderen leren verbanden te zien en leren die onder woorden te brengen en te tekenen (uitleggen hoe het zit). Bijvoorbeeld: stokken van verschillende lengte geven schaduwen van verschillende lengte. Hoe langer de stok is, des te langer wordt de schaduw.

Wat doet de leraar?

- De leraar prikkelt de kinderen om onder woorden te brengen wat ze zien en doen. Zij vraagt de kinderen een situatie te beschrijven, zich voor te stellen wat ze dadelijk gaan doen en dat onder woorden te brengen: "Wat ga je doen?" en "Wat verandert er dan?" Of als iets mislukt is: "Wat was je van plan?" of als iets moeilijk is: "Wat is er precies aan de hand?"
- De leraar vraagt door, 'wil het naadje van de kous weten' en laat kinderen op elkaar reageren: "Zou jij dat ook doen?", "Wat denk jij dat er dadelijk verandert?", "Waardoor is het lastig?"
- Zij stimuleert dat kinderen elkaar (echte!) vragen stellen: "Denk je dat zij hetzelfde wil doen als jij?", "Hoe kun je daar achter komen?", "Vraag eens aan ... hoe zij/hij het zou doen?"
- Het gaat de leraar er steeds om dat kinderen zich een voorstelling van een situatie vormen die zich voordoet of die de leraar schept en dat de kinderen dat innerlijk beeld in woorden, gebaren of tekeningen uiten. Zó ontstaat er een situatie waarin kinderen en ook de leraar op elkaars denken kunnen reageren.
- De leraar herkent in spontane situaties (kring, hoeken) mogelijkheden om te stimuleren tot nadenken over "hoe het in elkaar zit", "wat voor samenhangen er zijn", "hoe groot of veel het is", "hoe het vergeleken kan worden: zij laat kinderen hun ervaringen en ontdekkingen verwoorden en verbinden met eerdere ervaringen of ervaringen van anderen.
- De leraar maakt gebruik van zogenaamde conflictsituaties om de kinderen regelmatig te dwingen vanzelfsprekendheden opnieuw te bezien en na te gaan hoe iets echt in elkaar zit.
"Jij zegt dat 5 veel is, maar is 5 altijd veel? Kun je ook bedenken dat je zegt: nee, 5 is juist heel weinig."
"Jij telt 12 dropjes, maar ik tel er 15, kijk maar." (de leraar telt bewust fout en wijst enkele dropjes twee keer aan). "Wie heeft nu gelijk? Hoe weet je dat zeker?"
"Ben jij nu eigenlijk klein of groot? Hoe kan het dat je de ene keer klein bent



en de andere keer groot?"

- De leraar laat kinderen reageren en hun argumenten onder woorden brengen en meningen onderbouwen.

Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Thee schenken

Drie kinderen zijn bezig in het keukentje. Er wordt thee gezet. Yanka heeft de leiding. "Gaan jullie maar zitten. Ik kom met de thee". En even later gaat ze met een pot (denkbeeldige) thee naar de tafel en zegt "Houd je beker maar bij". Joris steekt zijn hand met de beker uit. Yanka schenkt de 'thee' in. Erg goed mikken doet ze niet.

"Gaat dat er niet naast?" vraagt juf Lea. "Ze keek niet eens!" reageert Joris. Lea vraagt aan het drietal: "Waar moet je op letten als je thee inschenkt?" "Je moet de pot boven de beker houden", zegt Joris. En Adry zegt: "en je moet goed kijken of de beker al vol is". "Probeer maar eens uit bij de watertafel", spoort Lea de kinderen aan. En straks gaan we thee drinken. En dan moeten jullie alles heel precies doen. Ik wil dan drie suikerklontjes.

De kinderen gaan aan de slag. Bij het inschenken blijkt je de pot net niet recht boven de beker te moeten houden. De kinderen gebruiken allerlei taal om het inschenken van de thee onder woorden te brengen. Ze discussiëren over de vraag wat je precies moet doen: "Moet je de pot nou recht boven de beker houden of niet?" Als je hem precies recht boven de beker houdt, gaat de straal over de beker heen, en dat moet niet. De kinderen proberen alles uit en brengen hun inzichten onder woorden: "Je moet de pot boven de beker houden." "Je moet hem ook een beetje van de beker af houden." "Het water gaat eerst schuin naar beneden en dan recht naar beneden." "Je moet ophouden met schenken vóór de beker vol is."

Dan gaan ze op zoek naar een suikerpot. Kleine blokjes worden als suikerklontje gebruikt. Iedereen wil drie suikerklontjes. De suikerpot wordt vol met klontjes gedaan.

"Zijn het er genoeg" vraagt Lea als ze ziet dat de kinderen de theeceremonie bijna hebben voorbereid. Daar hebben ze nog niet over nagedacht. "Je moet in elke beker drie doen", stelt Joris voor. "Nee, je moet de thee eerst inschenken", reageert Yanka. Joris kijkt teleurgesteld. "Je doet er voor iedereen drie", stelt Yanka op haar beurt voor. Ze doet drie klontjes in de suikerpot en dan nog eens drie.

Dan wil ze naar Lea om de thee te gaan drinken. Joris reageert boos. "Het klopt niet," zegt hij. "Je moet méér suiker doen". Yanka heeft geen zin meer



om daar over na te denken. "Dan krijg jij geen suiker", zegt Joris. "Je moet voor iedereen drie doen." Yanka lijkt te zwichten. "Doe jij het maar", zegt ze. Joris doet drie klontjes in de pot: "voor juf", dan nog drie: "voor jou" dan "voor Adry" en dan nog een keer "voor juf" en tenslotte "voor mij". Yanka reageert: "Juf heeft twee keer gehad: ik hoorde het zelf". Lea komt op dat moment kijken: Hoe kunnen we nou zeker weten dat het er genoeg zijn?

In gedachten constateert juf Lea dat de kinderen geleerd hebben zich het inschenken van de thee en het klaarzetten van de suiker goed voor te stellen, ermee te experimenteren en de ervaringen daarmee weer te koppelen aan hun voorstelling. Ze hebben overlegd en elkaars gedachtegangen kritisch kunnen volgen.

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen lossen allerlei problemen op rond handig tellen en vergelijken van hoeveelheden. In besprekingen vertellen ze aan elkaar hoe ze te werk zijn gegaan. Hierin komt een scala van oplossingen aan de orde, meer en minder handige. Zo tellen sommige kinderen de stippen op twee dobbelstenen nog steeds allemaal een voor een, terwijl anderen al verkort tellen (gebruik makend van de kennis dat ze weten hoeveel er op een steen staan). Sommige kinderen pikken van elkaar handige manieren op en gaan die uitproberen. Anderen zijn nog niet zo ver, of durven er niet op te vertrouwen.
- De kinderen kijken naar de juf die de kastanjes telt die in de kring liggen. Juf maakt fout op fout: ze telt dubbel, slaat kastanjes over, maakt fouten in de volgorde van de telrij. De kinderen roepen dat 'ze het fout doet'. Uitleggen wat ze fout doet, is heel wat moeilijker. De een kan dit beter, de ander doet het wat omslachtiger. Maar ze krijgen hiermee wel meer grip op de regels van het tellen.
- De kinderen leren oplossingen onderbouwen en beoordelen door:
 - Modellen te gebruiken bij het redeneren
Bijvoorbeeld: de kinderen geven optellingen en aftrekkingen weer in contexten met modellen (bijv. de getallenlijn) en materiaal (bijv. fiches).
 - Aanpak van een opgave onder woorden brengen
Bijvoorbeeld: de kinderen bespreken met één of meer andere kinderen de eigen aanpak en vergelijken die met die van de ander(en).
 - Een eenvoudiger geval éérs uitrekenen
Bijvoorbeeld: kinderen brengen onbekende of meer complexe opgaven in verband met bekende of eenvoudige opgaven, zoals bij 9×5 ligt in de buurt van 10×5 , en dus $9 \times 5 = 10 \times 5 - 1 \times 5$;
 - Nagaan of een aanpak omslachtig is en kans geeft op fouten
Bijvoorbeeld: kinderen beoordelen tijdens het oefenen met getallen en bewerkingen steeds wat de 'veiligste' of de kortst mogelijke route naar het antwoord is (Ze gebruiken bijvoorbeeld op de lege getallenlijn zo groot mogelijke sprongen).

Wat doet de leraar?

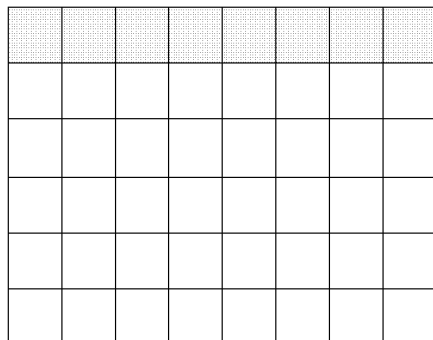
De leraar doet hetzelfde als bij groep 1/2. En verder:

- De leraar lokt uit dat verschillende aanpakken van een rekenopgave tijdens een klassikale bespreking de revue passeren en stimuleert de kinderen te praten over de kwaliteit van de verschillende aanpakken: "Is het altijd te gebruiken?", "Is het snel?", "Is het (in dit geval) handig?", "heb je veel kans op fouten?", etc.
- Zij daagt de kinderen uit gebruik te maken van hun voorkennis; ze stimuleert hen bovendien dat aspect te gebruiken in het verklaren van hun voorkeur-aanpak. (ik wist al.... En daarom heb ik....)
- Zij stimuleert en demonstreert het herkennen en gebruiken van referentiegetallen en -maten, als basis voor het beredeneren van oplossingen en schattingen.
- Zij stimuleert en demonstreert het gebruik van passende termen en nauwkeurige omschrijvingen, zodat voor anderen duidelijk is wat wordt bedoeld. Tevens stimuleert ze dat kinderen nagaan of ze een ander goed hebben begrepen, voordat ze reageren.
- Zij stimuleert dat kinderen hun redeneringen ondersteunen met modellen, schema's, (overzichtelijk) genoteerde getallen en met materialen. Dat betekent dat kinderen hun voorstelling van een situatie uitdrukken en zó zichtbaar maken voor anderen.
- Zij stimuleert de kinderen de gedachtegang van een ander nauwkeurig te volgen en zo nodig te kritiseren: "Zeg jij eens in jouw eigen woorden wat Tanja zei?" "En wat vind je daarvan?"
- De leraar constateert daarbij steeds of de noodzakelijke voorkennis met betrekking tot rekenfeiten en procedures aanwezig is, zodat zij waar nodig haar aanbod in vragen en opdrachten kan aanpassen.
- Bovendien vraagt zij niet steeds om uitleg voor dingen die voor het gevoel van de kinderen geen uitleg meer behoeven: Bij "plus vier is veertien" gebruiken de kinderen eerst een vijftek, staafjes, geld, een getallenlijn of wat ook. Maar als de kinderen opgaven van buiten weten valt er niet veel meer te beredeneren. Je verdiepen in redeneringen is alleen interessant als het om een echt probleem en een echte vraag gaat.



Groep 3 en 4 - Doorkijkjes

Splitsen bij het uitrekenen van vermenigvuldigen



De kinderen in de groep van juffrouw Tania zijn aan het rekenen.

Ton en Jaap zijn bezig 6×8 uit te rekenen. Ze weten dat $5 \times 8 = 40$. Dus is $6 \times 8 = 48$ besluiten ze. Hilde, ook in hun tafelgroepje, had $3 \times 8 = 24$ gedaan.

"Nou en dan twee keer. Dat is ook 48", stelde ze voor. Juf Tania zag het en vroeg terloops: op hoeveel manieren je 6×8 kunt splitsen. De kinderen proberen wat: $5 \times 8 + 1 \times 8$ hadden we al. En nou 3×8 en dat twee keer. Maar dat is eigenlijk $3 \times 8 + 3 \times 8$, dus ook een splitsing. "En met 4×8 ", vroeg Jaap zich af. "En $6 \times 8 + 0 \times 8$ kan dat ook?" vroeg Ton. Ze maken een lijstje: $0 \times 8 + 6 \times 8$, $1 \times 8 + 5 \times 8$, $2 \times 8 + 4 \times 8$, ... "Eigenlijk heb je alle splitsingen van 6, maar dan keer 8", ontdekken ze. En de 8 kun je ook splitsen natuurlijk. Ton kan het niet goed volgen.

"En hoe kun je dat nu handig uitleggen?" vraagt Tania aan de anderen als ze even langs komt. De kinderen moeten even omschakelen. Het gaat er nu niet om dat je een probleem oplost, maar om de vraag hoe je het uitlegt. Tania tekent 6 sprongen van 8 op de getallenlijn. "Kijk", zegt ze, "zo kun je 6×8 tekenen en bij elke sprong kun je een streep zetten: Bijvoorbeeld eerst 4 sprongen en dan 2. Maar je kunt ook drie sprongen en drie sprongen hebben." "Zes sprongen kun je op 5 manieren splitsen" stelt Jaap. "Hm, maar heb je dan niets met 0×8 ", vraagt Jaap die weer opnieuw twijfelt. Dat is lastig. Het groepje twijfelt. "Zullen we die dan niet mee laten doen?" Ton ziet het ineens: Je kunt 6×8 op 5 manieren splitsen zonder 0×8 en op 7 manieren mét 0×8 . En als je de 8 splitst, dat kon toch ook?", vraagt Tania. Ton heeft het weer door: 7 splitsingen zonder 0×6 en 9 met 0×6 . En hoe kun je dat uitleggen vraagt Tania. De kinderen kijken naar de getallenlijn met 6 sprongen van 8. "Dat gaat niet", zegt Hilde. "Dan moet je een andere getallenlijn tekenen. "Zou het ook met een rooster (een tegelpleintje) kunnen?" suggereert Tania.

De kinderen zetten hun onderzoek voort. Inderdaad: 6 stroken van 8 tegels kun je op 6-1 manieren splitsen en 8 stroken van 6 tegels op 8-1 manieren. De kinderen worden enthousiast. Als je een potlood op het rooster legt heb je een denkbeeldige splitsing. En als je het potlood over het rooster beweegt krijg je bij elke strook een volgende splitsing, behalve bij de laatste. Maar helemaal goed zeggen kunnen ze het niet. Voordoen lukt echter wel. Tania vindt het een schitterende uitleg. Ze vraagt zich af hoe ver kinderen uit groep 7 zouden komen. Die hebben als het goed is al wat meer ervaring met uitleggen.

Wordt het bouwwerk hetzelfde?

Twee kinderen zitten met hun tafels tegenover elkaar. Tussen hen in staat een plankje rechtop, zodat ze niet bij elkaar op tafel kunnen kijken. Beiden hebben een grondplaat met een roosterpatroon van vierkantjes en daarop passende houten blokken. Ze moeten beiden hetzelfde bouwsel met de blokken maken, zonder bij elkaar te kijken. De een legt een blok neer en geeft tegelijk de ander een aanwijzing om hetzelfde te doen ("Leg het rode blokje in het midden"). Daarna is de ander aan zet en geeft ook de aanwijzing mondeling door ('Zet een blauw blokje op het rode blokje'). Zo voegen ze om en om een steen aan hun bouwwerk toe en laten dat de ander ook doen.

Steeds vraagt het voor de een nadenken over de meest duidelijke aanwijzing en voor de ander over mogelijkheden om die aanwijzing te interpreteren. Dit blijkt niet eenvoudig. Je moet veel ruimtelijke begrippen gebruiken en héél eenduidig zijn. Als Christa bijvoorbeeld zegt dat Bent een groen blokje naast het rode blokje moet zetten, gaat het mis. Bent kiest er zelf voor, om het blokje links van het rode blokje te zetten, terwijl Christa bedoelde rechts, maar ze hebben geen van tweeën in de gaten dat ze het verschillend interpreteren.

Gelukkig is er een 'scheidsrechter', Mette, die meekijkt en ziet wat beide kinderen doen. "Hé", zegt ze, "je doet het niet goed Bent, het blokje moet aan de andere kant" Bent doet dit netjes en gaat er niet op in dat hij onvoldoende informatie kreeg. Maar bij de volgende beurt gebeurt dit weer en worden de kinderen zich er steeds meer van bewust dat ze nog nauwkeuriger moeten zijn in wat ze willen. Het is voor beiden de uitdaging om het zó goed te doen, dat er inderdaad twee identieke gebouwtjes komen.

Zowel Christa, Bent als Mette zijn zich bewust van het belang van hun taal en van hun rol. Ze hebben er plezier in.

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen leren oplossingen onderbouwen en beoordelen door:
 - Uitkomsten vergelijken met bekende (referentie)getallen en (referentie)maten
Bijvoorbeeld: € 5,00 zakgeld per week, kan geen € 2510,00 per jaar (5×52) zijn. Want elke week € 10,00 is € 520,00 per jaar. Er moet dus iets fout zijn.
 - Kolomsgewijs optellen van grote getallen uitleggen met de structuur van getallen
Bijvoorbeeld: kinderen kunnen uitleg geven in termen als: "Je neemt eerst alle honderdjes samen, dan alle tientallen en dan alle eenheden. En dan tel je die drie getallen weer op". Ze begrijpen steeds beter de tientallige structuur van onze getallen en maken daarvan in hun berekeningen en redeneringen (handig) gebruik.
 - Kennis van het talstelsel verwoorden
Bijvoorbeeld: kinderen kunnen de positie en betekenis van de nullen in een getal als 5020 verklaren vanuit het getallensysteem.
 - Analogieredeneringen en berekeningen gebruiken
Bijvoorbeeld: kinderen kunnen hun kennis van basisbewerkingen gebruiken om berekeningen met grote getallen 'kort te sluiten': Omdat $8 + 5 = 13$, is $800 + 500 = 1300$ en "bij $758 + 125$ zie ik $750 + 120 = 870$ ineens, dus is $758 + 125 = 870 + 13 = 883$."
 - Gebruikmaken van de structuur van de klok en de jaarindeling/de kalender
Bijvoorbeeld: kinderen beredeneren op welke dag ze volgend jaar jarig zijn op basis van hun kennis van de kalender en het effect van schrikkeljaren.
Kinderen kunnen het verschil tussen twee tijdmetingen met een stopwatch uitrekenen en beredeneren of dat verschil klopt en welke conclusie daaraan kan worden verbonden (bijv. bij oefenen in sneller lezen of hardlopen).

Wat doet de leraar?

De leraar doet hetzelfde als bij groep 3/4. En verder:

- De leraar stimuleert een zorgvuldig gesproken en schriftelijk taalgebruik met min of meer vaste formuleringen en notaties bij de belangrijke onderwerpen die in de reken-wiskundeles aan de orde komen (Kerndoelen 26 tot en met 32).
- Zij laat de kinderen oefenen in het ordelijk en overzichtelijk noteren van gegevens en stimuleert dat kinderen berekeningen overzichtelijk, goed geschreven en duidelijk noteren, zodat altijd controle achteraf mogelijk is. Nauwkeurigheid en overzichtelijkheid behoren tot de belangrijkste onderzoeksinstrumenten van de wiskunde.
- Zij stimuleert kinderen de eigen redeneringen en berekeningen zo goed mogelijk te controleren. Ze leert de kinderen ook passende controlestrategieën.
- Zij laat de kinderen argumenten noemen waarom hun redenering of manier van uitrekenen 'het best passend', 'het handigst', 'het snelst', of 'de enig mogelijke manier' is. Daarmee benadrukt ze dat het beredeneren van een oplossing of oplossingswijze essentieel is in de wiskunde.
- Tevens laat zij kinderen reageren op foute denkwijzen en formuleren wat hier niet juist aan is. Ook op die manier worden de kinderen zich bewust van eigenschappen van bewerkingen en regels en procedures.
- De leraar benut ook buiten de rekenles voorbeelden en situaties waarin getallen, maten en inzicht in structuur (hoe het in elkaar zit) een rol spelen.
- Zij stimuleert de kinderen deze wiskundige werkwijzen te gebruiken om werk van elkaar en werk van derden (nieuwsberichten, advertenties, kas-sabonnetjes en dergelijke) te begrijpen, analyseren (wat betekent het?) en te controleren.



Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Is dat altijd zo?

10 x 628: dan komt er een nul achter. "Is dat altijd zo?" vraagt mijnheer Wil aan de kinderen. De kinderen kennen dat soort vragen al. "Is dat altijd zo?", dat wil zeggen dat mijnheer Wil kijkt of er iets tegenin te brengen is.

Laatst hadden ze ook zo iets: "drie erbij en dan weer drie eraf, dan kom je op hetzelfde uit. Maar 1/4 deel erbij en dan weer 1/4 deel eraf, dan kom je niet op hetzelfde uit.

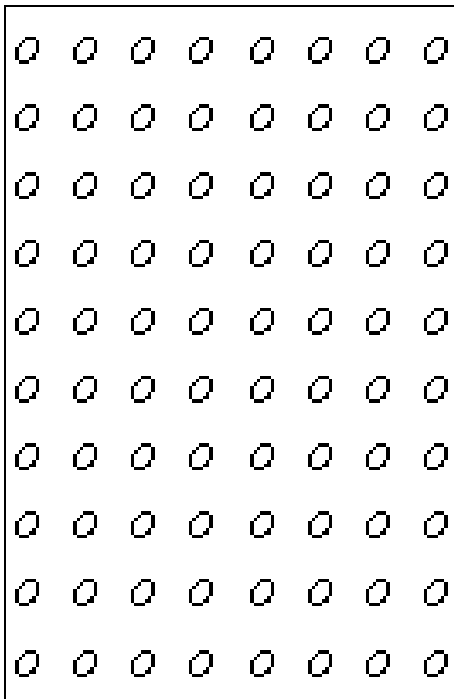
Probeer maar met € 8,--: 1/4 deel erbij dan kom je op € 10,-- (1/4 deel van 8 euro is 2 euro, dus 8+2 is 10). En dan weer 1/4 deel eraf dan kom je op € 7,50 (1/4 deel van 10 euro is 2,50 Dus je houdt 10,00-2,50=7,50 over).

Het is dus soms wel goed om te kijken of een regel die je ontdekt, altijd (in elke situatie en/of bij elke bewerking) geldt. De kinderen hadden in de klas een hele tijd gepraat waar dat in zit, dat drie erbij en drie eraf anders werkt dan 1/4 deel erbij en dan 1/4 deel eraf. Ze ontdekten dat '1/4 deel erbij' eigenlijk betekent dat je het getal deelt door 4. In de eerste situatie (1/4 deel erbij) gaat het om een ander startgetal (8) dan in de tweede situatie (10), dus komt er ook een ander getal/bedrag uit. Door dit probleem/conflict in te brengen zorgde Wil dat de kinderen niet alleen maar klakkeloos rekenen volgens regels, maar ook nadenken óver die regels en erover redeneren. Op het moment dat Wil dus vraagt 'Is dat altijd zo?', worden de kinderen alert: het is weer zo'n denkvraag!

Nou ging het dus om 10 x 628. Waarom mag je er dan een nul achter zetten? In de klas ontstaat een gesprek. Eén van de kinderen doet het met herhaald optellen zoals op het blaadje hiernaast. Met het wisselen schuiven alle cijfers één positie op.

"En gaat dat met alle getallen zó?", vraagt Wil. De kinderen raken in discussie: "Hoe weet je eigenlijk dat je als je tien keer hetzelfde cijfer optelt, dat je er dan een nul achter krijgt?" De discussie verzandt. Wil laat het probleem liggen. Hij geeft alleen een suggestie: "Denk eens aan geld? Hoe zit het met 10 x 8 cent?"

6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	
6	2	8	+
60	20	80	
6	2	8	0



Een paar dagen later komt het probleem van 10x weer aan de orde. Ook dat zijn de kinderen gewend. In de reken-wiskundeles zijn er wel vaker problemen die je niet in één keer scherp krijgt.

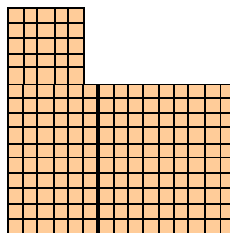
10 x 8 cent. Eén van de kinderen had bedacht dat 10 achttallen hetzelfde is als 8 tientallen. Leg het maar in een rooster. Je hebt dan 8 rijen van tien of 10 rijen van acht. En 8 rijen van 10 zijn acht tientallen.

Als je 10 x € 628,-- hebt, heb je 10 x 6 honderdtallen, dat is 6 x 10 honderdtallen en dat is 6 duizendtallen. En ook heb je 10 x 2 tientallen. En dat zijn twee honderdtallen. en 10 x 8 eenheden is dus 8 tientallen. Alle cijfers schuiven een plaats op. Of dat altijd zo is? Het lijkt er wel op. Maar om dat precies uit te leggen lukt op dit moment niet.

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

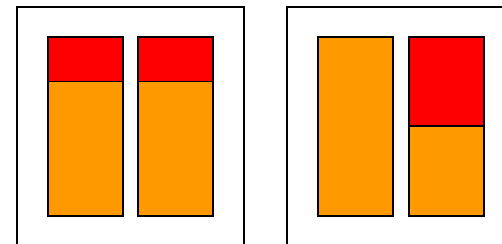
- De kinderen leren oplossingen onderbouwen en beoordelen door:
 - Grote inzichten gebruiken om problemen op te lossen
Bijvoorbeeld: kinderen springen bij het redeneren gemakkelijk van het redeneren over van breuken naar procenten, kommagetallen en verhoudingen.
(bijv. voor deze broek betaalde ik € 125,00, maar ik kreeg 30% korting. 30% is bijna $\frac{1}{3}$, dus $\frac{2}{3}$ van de oorspronkelijke prijs is ongeveer €125,00. De oorspronkelijke prijs lag dus in de buurt van € 180. Dat klopt wel want $0,7 = 70\%$ en $0,7 \times 180 = 70 + 56 = 126$.)
 - Het verband tussen een complexe berekening en een situatie leggen, verwoorden en de berekening formuleren
Bijvoorbeeld: kinderen kunnen beredeneren waarom een berekening bij een gegeven situatie past. De kinderen vragen zich eerst dingen af als: waar gaat dit over?, wat moet ik te weten komen?, welke bewerking hoort daarbij?, en heb ik de juiste gegevens? (bijv. verklaren waarom in de tekening hier-naast $10 \times 15 + 5 \times 5$ of $15 \times 15 - 5 \times 10$ tegels liggen en waarom (al op voorhand) beide berekeningen hetzelfde moeten opleveren.
 - Op basis van feiten en argumenten beweringen van anderen (bijvoorbeeld in reclame) herkennen, analyseren en zo nodig ontmaskeren van vreemde of misleidende of foute redeneringen
Bijvoorbeeld: de kinderen kunnen een uitspraak als "25% korting op elk pak koeken is voordeliger dan elk 2e pak voor de halve prijs" interpreteren en de waarheid ervan nagaan. Ze kunnen daarbij gebruik maken van schema's of schematische voorstellingen (bijvoorbeeld strookmodel) en getalsmatige formuleringen.



Wat doet de leraar?

De leraar doet hetzelfde als bij groep 5/6. En verder:

- De leraar stimuleert de kinderen om complexe redeneringen goed weer te geven en uit te leggen: vooral bij complexe opgaven waarin getalbegrip, begrip van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen en maatbegrip door elkaar heen gebruikt worden en ze samenhang moeten doorzien.
- Zij laat kinderen steeds vaker vooraf bedenken welke manier van uitrekenen in een bepaalde situatie passender is: hoofdrekenen, schattend, een cijfermanier, met de rekenmachine. De kinderen moeten vooral goede argumenten aandragen, die passen bij de context van dat moment.
- Zij stimuleert redeneringen aan de hand van tabellen en grafieken, waarbij het verband met de context in de gaten gehouden wordt.
- Zij stimuleert meetkundige redeneringen (zie kerndoel 32), vooral het redeneren over meetkundige verhoudingen.
- De leraar stimuleert redeneringen bij (indirect) meten en het werken met maten: $120 \text{ km/uur} = 2 \text{ km/minuut} = 33 \text{ m/seconde}$. Bij deze redeneringen spelen afspraken over de verbanden tussen maten een rol.
- Zij stimuleert kinderen wiskundige werkstukjes te maken en presenteren zoals over symmetrie of combinatorische telproblemen, kans of statistiek en dat ze in hun werk aandacht besteden aan nauwkeurig en overzichtelijk uitspreken en genoteerde redeneringen.
- Zij stimuleert kinderen elkaars werk nauwkeurig stap voor stap aan te horen of te lezen, te begrijpen en te analyseren en er zo nodig precieze kritiek op uit te oefenen.
- Zij stimuleert dat kinderen kritisch kijken naar berekeningen en redeneringen in de krant en eventuele fouten te corrigeren.
Bijvoorbeeld: dat Nederland 34.000 m^2 groot is, of dat het BTW tarief met 1% gestegen is en dat er dus ook 1% meer BTW bij de staat binnenkomt.





Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Spaarsystemen in winkels

Nederlanders sparen massaal zegeltjes, punten en dergelijke.

Juffrouw Rita vraagt enkele (begaafde) kinderen uit groep 7 en 8 in een extra verrijksactiviteit zoveel mogelijk voorbeelden daarvan mee naar school te brengen. Al gauw liggen er allerhande spaarkarten, klantenkarten en prijs- en cadeaulijsten.

Daarmee gaan de kinderen aan de slag om uit te rekenen hoeveel korting een klant krijgt die meedoet door vragen te beantwoorden als: "Is het ene benzinemerkt voordeliger dan het andere?" of "Is de ene supermarkt royaler dan de andere?" Ook mogen ze schatten hoe lang het duurt voordat een klant een cadeau uit de lijst zonder bijbetalen kan krijgen.

In een eindpresentatie wordt van de kinderen verwacht dat ze niet alleen een heldere berekening laten zien, maar ook een onderbouwde mening geven over zulke spaarsystemen en/of hun voorkeur voor een daarvan.

De kinderen weten hoe ze zoiets moeten aanpakken. Eerst bekijken ze de verschillende spaarkarten. Ze weten ook dat het er op aankomt om de situatie duidelijk weer te geven. Maar waar gaat het in dit geval om? Hoeveel je krijgt voor een volle kaart? Soms moet je voor de zegels betalen. Soms niet.

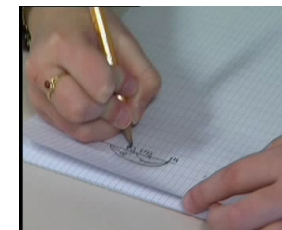
De kinderen besluiten verschil te maken tussen spaarsystemen waar je zelf voor moet betalen, en spaarsystemen waarvoor je geld of gratis dingen krijgt als je de zegels die je bij de kassa krijgt op een kaart weer inlevert. Dat laatste is een soort korting. Het eerste een soort rente. Korting en rente, daar weten de kinderen wel raad mee. Verhoudingstabellen en stroken kun je goed gebruiken om weer te geven hoe het zit. Maar toch: Wat is de korting als je nu een winkel hebt, waar je per betaalde 5 euro, een zegel krijgt en dan weer voor 100 zegels € 10 terug krijgt. En hoe voordelig is het echt als je met spaarzegels korting krijgt op producten die je in andere winkels toch nog goedkoper kunt krijgen? En heb je ze echt nodig of laat je je verleiden tot dingen kopen waar je eerder niet over nadacht? Er is veel onderzoek en gesprek nodig om de verschillende rekenaspecten, maar ook emotionele en maatschappelijke aspecten helder te krijgen. Niet het rekenen zelf is moeilijk, maar het begrijpen wat er precies aan de hand is.



In de presentatie aan de klas gaat het vooral over de soorten spaarsystemen, en wat het principe ervan is. De presentatie moet zo zijn, dat alle kinderen er in de klas wat van kunnen leren, dat betekent dat het groepje kinderen extra moet nadenken over de onderbouwing van hun verhaal, over redeneringen en over de manier waarop ze bij de kennis van de klas kunnen aansluiten. De activiteit levert ook op dat alle kinderen zich ervan bewust worden, dat het niet zondermeer altijd handig is om met elke actie mee te doen, ook al lijken ze allemaal alleen maar voordelen op te leveren.

Kerdoel 26

De leerlingen leren structuur en samenhang van aantallen, gehele getallen, kommagetallen, breuken, procenten en verhoudingen op hoofdlijnen te doorzien en er in praktische situaties mee te rekenen.



Toelichting en verantwoording

Gehele getallen worden gebruikt om aantallen, volgordes (plaats in een rij), hoeveelheden, groottes (maten) of tijd te benoemen. Daarnaast worden getallen als naam (of code) gebruikt. In praktische situaties in het dagelijks leven gebruiken kinderen, wij allemaal, deze aspecten van getalbegrip in samenhang.

Jonge kinderen in groep 1 en 2 gebruiken gehele getallen vooral om hoeveelheden te tellen (hoeveelheidgetal), om de plaats in een rij aan te geven, om maten en tijd aan te geven en als naamgetal.

Kinderen hebben inzicht nodig in de structuur van de telrij eerst tot 100 en later tot 1000 en groter, zodat ze de volgorde en de onderlinge ligging van de getallen leren kennen. Verder hebben kinderen inzicht nodig in het tientallige talstelsel, zoals dat in praktijk gebruikt wordt in het geldstelsel en het stelsel van lengte of gewicht. Inzicht in het talstelsel omvat onder andere: inzicht in het onderling wisselen van bijvoorbeeld 10 honderdtallen tegen een duizendtal, het uitspreken van (grote) getallen en het vergelijken van getallen.

In het getalbegrip spelen relaties tussen getallen een belangrijke rol. Op basis van de kennis van de telrij en het talstelsel leren kinderen getallen op grootte vergelijken. Ze leren ook getallen af te ronden op mooie of ronde getallen. Ze leren op basis van de bewerkingen met getallen bijvoorbeeld ook getsplitsingen, producten en kwadraten. Ze leren ook waar speciale of



mooie (anker-)getallen staan in de getallenrij : 1, 5, 10, 25, 50, 75, 100, Ze leren de grootte en plaats in de telrij van referentiegetallen, zoals die van hun leeftijd, het aantal kinderen in hun groep, hun eigen gewicht, de afstand naar opa en/of oma, of het aantal inwoners van Nederland. De kinderen krijgen zó inzicht in de grootte en de ligging van getallen en hun onderlinge relaties in de getallenwereld.

Kennis van de telrij, het talstelsel (o.a. geld) en inzicht in maatverfijning (als centimeters te grof zijn, kun je millimeters gebruiken) vormen een basis voor inzicht in kommagetallen (decimale breuken), die onder andere gebruikt worden bij het meten.

Door te rekenen met getallen kunnen kinderen bijvoorbeeld totalen, verschillen of veelvouden van gegeven hoeveelheden berekenen. De bewerkingen met deze verschillend gebruikte getallen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen) krijgen betekenis in alledaagse situaties. Kinderen leren de betekenis van de bewerkingen en leren de eigenschappen van de bewerkingen kennen.

Verder leren kinderen een aantal situaties kennen waarin het denken in verhoudingen een rol speelt: deel-geheel-relaties, verhoudingen zoals prijs per stuk, snelheid (km/uur), veranderen van maat zoals bij $90 \text{ km/uur} = 1,5 \text{ km/minuut}$. Deze relaties leren ze beschrijven met breuken, verhoudingen en procenten. Deze drie hangen met elkaar samen. Bij breuken gaat het om "hoe groot iets is ten opzichte van een bepaalde grootte". Bij verhoudingen om "de grootte van het één ten opzichte van het ander". Procenten zijn een manier om breuken en verhoudingen weer te geven in een eenheid van $1/100$ of één per honderd.

Al deze soorten getallen en relaties daartussen leren kinderen in eenvoudige praktische situaties herkennen en toepassen en ze leren er over te redeneren.

In dit kerndoel wordt aangegeven, dat kinderen "er in praktische situaties" mee moeten kunnen rekenen. Het rekenen met hele getallen en kommagetallen wordt in de kerndoelen 27 tot en met 29 uitgewerkt. Het rekenen met breuken, procenten en verhoudingen wordt in onderstaande inhoudsbeschrijvingen globaal beschreven.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
HOEVEELHEDEN, GROOTTES EN HUN RELATIES			
• (kleine) hoeveelheden vergelijken (meeste, méér, minder, evenveel) • hoeveelheden tellen (resultatief tellen) • meten door afpassen • benoemde hoeveelheden, groottes, data etc. (waarvan je de getallen weet) vergelijken op grond van die getallen. Bijvoorbeeld bij een vraag als "wie is het oudst?" • getallen met elkaar vergelijken op basis van volgorde in de telrij en door vergelijking van corresponderende hoeveelheden • kleine hoeveelheden direct overzien • getalpatronen herkennen, zoals die op de dobbelsteen en bij dominostenen	als groep 1/2 + • gestructureerde hoeveelheden en aantallen tellen (telstrategieën) en vergelijken • aantallen tellen en vergelijken door die aantallen te structureren, zoals bij verpakkingen • zie ook meten (kerndoel 33) • getalpatronen op het rekenrek, kralenketting, honderdveld, bij wisselmateriaal (MAB) • andere alledaagse getalpatronen, zoals: zes eieren in een doosje, vijf twintigjes in een euro, 12 in een dozijn • even en oneven als eigenschap van getallen	als groep 3/4 + • hoeveelheden bepalen of vergelijken of tellen door bijvoorbeeld wegen (Wat zijn de meest erwten?) en meten (Waar liggen de meeste stenen?) • zie ook meten (kerndoel 33) • bijzondere getalpatronen: tafelgetallen op de getallenlijn en in het honderdveld	als groep 5/6 + • hoeveelheid bij benadering tellen of meten door middel van steekproeven • het beredeneren van aantallen of grootte uit gegevens, zoals: een winkelier heeft 2,65 kg euromunten. Eén euromunt weegt volgens de bank 7,50 gram. Hoeveel munten zijn dat? Bij natellen blijken het er 355 te zijn. Hoe kun je dat verklaren? • zie ook meten (kerndoel 33) • bijzondere getallen, zoals kwadraten, gemene veelvouden, delers en priemgetallen



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
STRUCTUUR VAN DE TELRIJ EN GETALSTRUCTUUR			
- de telrij tot 10 / 20: de telwoorden, verder tellen en terugtellen vanaf een willekeurig getal - telrij tot 100 (in oriënterende zin) - aantallen en hoeveelheden structureren in tweetallen, vijftallen en tientallen en naar analogie van de vingers van twee handen de vijf- en tienstructuur: 0, 5, 10, 15, 20	als groep 1/2 + - de telrij tot 100 / 1.000 - tellen in sprongen van 2, 5 en 10 - positioneren van getallen in de telrij (bijvoorbeeld tussen twee tientallen) en op de (lege) getallenlijn - ankergetallen in de telrij verkennen: 5, 10, 15, 20, ... 10, 20, 30, ... 20, 40, 60, 80, 100, ... 25, 50, 75, 100 Deze ankergetallen spelen een belangrijke rol bij het handig uitvoeren van de basisbewerkingen tot 100 - hoeveelheden en getallen tot 100 structureren in tientallen, vijftallen en eenheden (Structuur van geld, rekenrek, kralenketting, honderdveld) en andere praktisch belangrijke structureringen zoals zestallen en twaalfallen - aantallen en getallen structureren zoals: getsplitsingen, verdubbelen/halveren, verschil tussen getallen kunnen bepalen - relaties tussen ankergetallen en tijden van de klok: 4 kwartier in een uur, 60 minuten in een uur, 60 seconden in een minuut - de indeling van geld (euro): 1, 2, 5, 10; 20, 50, 100	als groep 3/4 + - de telrij tot 1.000 / 100.000 - tellen in honderdvouden, duizendvouden etc. - positioneren van getallen op de lege getallenlijn - orde van grootte van getallen aangeven en vergelijken (1.000 is echt klein ten opzichte van 100.000; of 7.850 ligt tussen 5.000 en 10.000, op zo'n dikke 2.000 afstand van 10.000 en op zo'n 3.000 afstand van 5.000) - meer ankergetallen leren in de telrij: zoals 10, 100, 1000, ... 200, 400, 600, 800, 1000, ... 250, 500, 750, 1000 - en evenzo in het gebied van de duizendtallen en groter - grote getallen structureren - grote getallen positiegewijs onderling vergelijken - grote getallen vergelijken met ankergetallen en referentiegetallen - klokgetallen leren gebruiken, die cyclisch zijn: ná 24 (of 12), en ná 60 begin je met een nieuw(e) dag(deel), uur of minuut - romeinse getallen (afgeleid van de vijfstructuur: 5, 10, 50, 100, etc.) verkennen	als in groep 5/6 + - tellen tot in miljoenen en miljarden - afronden van getallen; nauwkeurigheid van afronden; nauwkeurigheid van getallen - negatieve getallen (thermometer) - termen om getalgrootte aan te geven: zoals kilo-, mega-, giga-, mili-, en micro- - grote ankergetallen als referentiegetallen - kennis van het talstelsel gebruiken bij het veranderen van maat, zoals bij 150 centimeter is 1,5 meter of bij 10.000 meter is hetzelfde als 10 kilometer - tweetalig talstelsel (computer)

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
INZICHT IN DE BEWERKINGEN MET GEHELE GETALLEN			
- betekenis van het resultatief tellen - betekenis van het samenvoegen, door-tellen, terugtellen, wegnemen, verschil bepalen in betekenisvolle situaties	als groep 1/2 + - betekenis van de bewerkingen optellen en aftrekken en verschillen bepalen in verschillende eenvoudige contexten - verkenning van de <u>eigenschappen van optellen en aftrekken</u> - verkenning van (de betekenis van) het vermenigvuldigen als basis voor kern-doel 27: het vlot kennen van de basis-bewerkingen	als groep 3/4 + - betekenis van de bewerkingen vermenigvuldigen en delen in verschillende eenvoudige contexten - verkenning van de <u>eigenschappen van vermenigvuldigen en delen</u> - veelvouden en deelbaarheid als basis voor: - kerndoel 27: het vlot kennen van de basisbewerkingen - kerndoel 28: het schattend rekenen - kerndoel 29: het handig rekenen - kerndoel 30: het schriftelijk rekenen - kerndoel 31: het gebruik van de rekenmachine	als in groep 5/6 + - uitbreiding van betekenis van de basis-bewerkingen in: - allerlei praktische contexten - het rekenen met kommagetallen - het meten en rekenen met maten - meetkunde, zoals het vergroten / verkleinen van figuren - fundamentele uitbreiding van betekenis van de basisbewerkingen in het rekenen met verhoudingen, procenten en breuken
KOMMAGETALLEN, HUN STRUCTUUR EN HUN RELATIES			
		als groep 5/6 + - begrip van kommagetallen vanuit: - geld, zoals bij € 23,67 - maatverfijning (kerndoel 33), zoals bij 1,45 meter - uitbreiding van het talstelsel, door rechts naast de komma posities te maken die telkens een tien keer zo kleine waarde hebben - kommagetallen op de getallenlijn, door de ruimte tussen twee opeenvolgende hele getallen in tien stukjes te verdelen en zo verder - getallen en kommagetallen met elkaar vergelijken op grond van het aantal cijfers, de plaats van de komma (positiewaarden) en de positiewaarden van de cijfers in de getallen	als in groep 5/6 + - redeneren over nauwkeurigheid van kommagetallen (maatgetallen), zoals bij: - waarom staat op een melkpak soms 1000 ml e en soms 1 l e? - wat betekent 1,65 miljoen en waarom schrijft men niet 1.650.000? - verband tussen positiewaarden van cijfers in kommagetallen en het metriek stelsel - samengestelde bewerkingen - rekenregels, zoals bij het werken met haakjes en de volgorde van bewerkingen



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	BREUKEN, HUN STRUCTUUR EN HUN RELATIES		
	• half en kwart (onder andere in relatie tot boterhammen, een appel, uur, fles frisdrank)	• breuken: verdelen in halven, kwarten, vijfden, achtsten, tienden, derden en zesden • het plaatsen van breuken op de getallenlijn tussen de hele getallen. ook als gemengd getal ($1\frac{1}{2}$) • breuk als operator, zoals bij 'een kwart van de Nederlanders' • breuk als beschrijver van een deel van een geheel (een kwart taart), bij kleine en grote aantallen en hoeveelheden • breuk als beschrijving van een verhouding (1 op de 3 Nederlanders, $\frac{1}{3}$ van de Nederlanders) • breuk als (reken)getal • vergelijken van breuken (met stroken of breukenstokken) of van breuken als verhouding met verschillende redeneringen • breuk als beschrijving van een eerlijke verdeling (2 pizza's verdelen met z'n drieën, dus ieder $\frac{2}{3}$ pizza) • indeling van breuken in klassen van gelijkwaardige breuken: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$	als in groep 5/6 + • verkennen van klassen van gelijkwaardige breuken; de eenvoudigste breuk uit een klasse • vergelijken en ordenen van breuken • vergelijken van eenvoudige en veel voorkomende breuken en kommagetallen • omzetten van breuken in kommagetallen en omgekeerd

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
			PERCENTAGES - leren van de verschillende beschrijvingswijzen met een percentage: - percentage als bijzondere breuk: 50% is de helft - percentage als breuk met noemer $100: 1\% = \frac{1}{100}$ - percentage als operator (35% van een aantal nemen) - percentage als kommagetal: 75% = 0,75 - percentage in specifieke contexten, zoals winst, korting, rente of helling - percentages in breuken omzetten en andersom, zoals bij 50% = 0,5 en $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ - diverse rekenstrategieën waaronder in ieder geval de 1% regel
	VERHOUDINGEN, HUN STRUCTUUR EN HUN RELATIES		
	- tafels van vermenigvuldiging als verhoudingstabel - vergroten / verkleinen van figuren - verhouding van bijvoorbeeld aantal en prijs - verhoudingen in recepten - verhoudingen met eenvoudige schaallijnen	als in groep 3/4 + - verhoudingen bij / als: - schaal (verhoudingen) - rekenen met snelheid, prijs per stuk of per verpakking, per gewicht - berekeningen aan de hand van een plattegrond - mengsels en recepten - verhoudingen en verhoudingentaal (1 op 5) - gebruik van de verhoudingstabel	als in groep 5/6 + - omzetten van verhoudingen in breuken en percentages en andersom - verhoudingen bij recepten en als vergrotingsfactor bij bijvoorbeeld figuren / kopiëren, foto's, dia's, digitale beelden op de computer - verband tussen breuken en verhoudingen. Verhoudingen vergelijken / naar verhouding vergelijken



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
			REKENEN MET BREUKEN, PROCENTEN EN VERHOUDINGEN - inzichtelijk rekenen met breuken: - toepassen van de breuk als operator in betekenisvolle situaties: zoals bij $\frac{3}{4}$ van de kinderen van de klas - optellen en aftrekken van (gelijknamige en ongelijknamige) eenvoudige breuken (benoemd en onbenoemd=rekengetal) - vermenigvuldigen van breuken met hele getallen ($\frac{3}{4}$ van 20, $\frac{3}{4} \times 20$) en in betekenisvolle contexten met eenvoudige breuken - veelvoud van een breuk berekenen ($20 \times \frac{3}{4}$) - delen door (benoemde) breuken met behulp van verhoudingstabel (hoeveel glazen van $\frac{1}{8}$ liter uit een fles van 1 liter?), voornamelijk in context - rekenen met percentages als breuk en als kommagetal, eventueel met gebruik van o.a. verhoudingstabellen en de 1% regel - rekenen met verhoudingen met behulp van verhoudingstabellen en met de dubbele getallenlijn

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
BETEKENISSEN EN FUNCTIES VAN GETALLEN, BREUKEN, VERHOUDINGEN, PERCENTAGES, EN HUN ONDERLING VERBAND			
het onderscheiden van verschillende betekenissen van getallen bij het benoemen van onder andere aantallen, posities (de derde in de rij, huisnummers), tijd, leeftijd, gewicht, lengte, prijzen, kledingmaten en andere groottes	als groep 1/2 + - het onderscheiden van verschillende betekenissen van getallen bij: - gebruik van getallen als hoeveelheidsgetal (resultatief tellen) en het rekenen daarmee - gebruik van getallen op de klok, de kalender, maatgetallen op meetlat en liniaal, getallen op de weegschaal, tijd en data, leeftijd, waarde (prijs, kosten), gewicht en temperatuur - gebruik van getallen in allerlei (con)texten, zoals: de krant, de winkel, kledingmaten, rugnummers, huisnummers, autonummers, leeftijden, data (15 juli of de vijftiende van de zevende of 15-07-2007)	als groep 3/4 + - digitale kloktijden lezen en hanteren: zoals 21:34 uur - breuk als maatgetal: stroken van $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$, etc. - breuken en kommagetallen als maatgetal in prijzen, maten en gewichten - breuk als operator: $\frac{3}{4}$ nemen van een strook of een aantal - breuk als verhoudingsgetal, zoals in recepten - vanuit een deel het geheel berekenen - niet evenredige verhoudingen, zoals bij: een vierkant wordt vier keer zo groot als de zijden twee keer zo groot worden	als in groep 5/6 + - verhoudingsgetallen voor bijvoorbeeld: snelheid (50 km / uur), 30% (30 van elke 100), $\frac{3}{5}$ (drie van elke vijf; in vijfden verdelen en er drie nemen) - het verschil tussen 3,5 meter en 3,50 meter - verband leggen tussen breuken en delen - relaties tussen percentages als 50%, 25%, 10%, 5% - relatie tussen breuken en procenten (voor uitrekenen van percentages) - percentages als verhoudingsgetallen, in verhoudingstabel, sectordiagram, stroken - percentage als $\frac{1}{100}$ - verhoudingen bij: toename en afname, stijging / daling, rente, winst, verlies, korting - inzicht in lineaire en niet-lineaire maten, lineaire vergroting, oppervlaktevergroting, inhoudsvergroting



Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen leren wat telwoorden zijn, ze leren de telwoorden in de juiste volgorde en ontdekken dat tellen en bepalen van hoeveelheden iets met elkaar te maken hebben. Spelenderwijs leren ze de 'regels' van het tellen van hoeveelheden. Hierbij ontdekken ze ook handige telstrategieën, zoals aanwijzen of verschuiven of groepjes maken, om de kans op fouten te voorkomen en niet in de war te raken.
- De kinderen leren hoe ze hoeveelheden kunnen vergelijken (en ordenen) en dat het hierbij lang niet altijd nodig is om alles een voor een te tellen. Ze leren ook werkwijzen te gebruiken als 'op het oog vergelijken' (als de verschillen groot zijn), vergelijken door de één-één relatie toe te passen, patronen leggen, in één oogopslag hoeveelheden herkennen (zie doorkijkje).
- De kinderen leren kleine hoeveelheden in één keer overzien, zoals bijvoorbeeld de stippen op een dobbelsteen of dominostenen, of vingers aan je hand. Ze ontdekken dat het niet nodig is om ze een voor een te tellen maar te vertrouwen op wat ze 'zien en weten'.
- Ze doen allerlei flitsspelletjes (ook op de computer) om op een speelse manier kleine hoeveelheden handig te leren overzien en af te zien van tellen, een belangrijke vaardigheid voor het leren rekenen.
- De kinderen bedenken zelf oplossingen voor het representeren van hoeveelheden, dingen, mensen. Bijvoorbeeld door te turven of een pictogram te maken. Doordat ze zelf dergelijke representaties bedenken, leren ze ook hoe ze die kunnen 'lezen'. Ook het representeren van hoeveelheden met een getal komt dan aan de orde, ook al zal dit niet voor iedereen meteen duidelijk zijn. Juist door er herhaaldelijk met anderen mee bezig te zijn leren ze van elkaar en gaan ze het zelf ook toepassen.
- Kinderen die verder zijn in hun ontwikkeling ontdekken dat ze steeds maar verder kunnen tellen. Ze doen dit samen en/of met de leraar en bespreken hoe ze steeds maar alle getallen weten zonder ze allemaal uit het hoofd te kennen.
- De kinderen denken na over waar getallen voor gebruikt worden en waar

Wat doet de leraar?

- De leraar biedt regelmatig verschillende telliedjes en telversjes aan waardoor de kinderen de volgorde van de telwoorden in de telrij uit het hoofd leren. Zij combineert dit ook met activiteiten in de speelzaal, zodat de kinderen het tellen ook 'aan den lijve' ondervinden en gevoel krijgen voor ritmisch tellen. Zij besteedt hierbij ook expliciet aandacht aan het terugtellen.
- De leraar laat de kinderen in zinvolle situaties (waarbinnen tellen nut heeft en niet een oefeningetje is) zowel gestructureerde als ongestructureerde hoeveelheden tellen. Regelmatig biedt ze conflictsituaties aan waardoor ze kinderen bewust maakt van de regels die horen bij het tellen:
 - ze telt kinderen in de kring en gaat gewoon door als ze iedereen gehad heeft
 - bij het telwoord 'ze-ven' wijst ze twee voorwerpen na elkaar aan
 - ze slaat voorwerpen over of telt ze dubbel
 - ze maakt fouten in de telrij
 - ze legt voorwerpen uit elkaar en zegt: 'zo, nu zijn het er veel meer!'
 De kinderen corrigeren haar en bespreken zo expliciet 'hoe je moet tellen'.
- De leraar biedt situaties aan met een open probleem, die de kinderen op verschillend niveau kunnen oplossen. Zo kunnen zowel kinderen die nog moeite hebben met het tellen, als kinderen die al meer getalbegrip hebben, meedoen en van elkaar leren:
 - Wat denken jullie, zijn er genoeg scharen voor iedereen?
 - Hebben we voor elk groepje een lijmpotje?
 - Zijn er vandaag meer jongens of meer meisjes?
 Kinderen hoeven dit niet persé op te lossen door te tellen (en getalsmatig vergelijken) maar kunnen ook één-één verbindingen maken, bijvoorbeeld uitdelen, naast elkaar zetten, etc. Ze zorgt dat de kinderen elkaars manieren zien en ze bespreekt de verschillen.
- De leraar biedt spelletjes aan waarin kinderen hoeveelheden vergelijken. Bijvoorbeeld bij het spel 'Wie het meeste gooit', (zie doorkijkje) waarbij twee spelers met twee dobbelstenen gooien en bepalen, wie het meeste gooit. Ook hier zijn verschillende manieren om tot een antwoord te komen. Voor



ze die allemaal tegenkomen. Ze denken ook na over vragen als: kun je 3 jaar zijn en 4 knuffels hebben? Kun je vijfde op een rij zijn als je 4 jaar bent?

betere kinderen kan ze variëren, bijvoorbeeld door maar één paar dobbelstenen te geven en vragen te stellen als 'wat moet je gooien om toch nog meer dan 7 te gooien?'

- De leraar laat kinderen ontdekken waarom symboliseren (met figuren en cijfers) een handige manier is om hoeveelheden te duiden. De kinderen spelen winkeltje met allerlei doosjes waarin ze knopen hebben gedaan. Steeds als een klant komt en vraagt om een doosje met 'x' knopen, moeten ze in het doosje kijken en tellen. Al gauw ontstaat de behoefte om er iets op te schrijven: veel makkelijker en sneller. Sommigen tekenen de knopen, anderen alleen maar rondjes, die de knopen één voor één representeren, weer anderen vertellen dat je er ook een getal voor kunt gebruiken. Ze proberen het uit, leren welk getal bij welke hoeveelheid hoort en bespreken samen voor- en nadelen.
- Kleuters kunnen al jong erg verschillen in hun ontwikkeling van getalbegrip. De leraar speelt hierop in door in haar activiteiten aan te sluiten op de niveaus van (groepjes) kinderen. Sommigen doorzien de structuur van de telrij tot 100 al en willen daarin verder ontdekken, anderen hebben nog moeite met de volgorde van de telwoorden tot 10 te onthouden. Naast gezamenlijke activiteiten waarin ze de kinderen van elkaar laat leren, neemt ze de groepjes ook apart om passende activiteiten te bieden.

Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Wie het meest gooit



Juf Joke speelt samen met Halima het spel 'Wie het meeste gooit'. Ze gooien elk tegelijk met twee dobbelstenen. Wie het meeste gooit, mag een fiche uit de pot pakken. Als alle 15 fiches op zijn is het spel afgelopen. Wie dan de meeste fiches heeft, is de winnaar.

Ze gooien weer allebei. Juf Joke gooit een 4 en een 2, Halima een 6 en een 2.

Joke: "Hé, wie heeft de meeste?" Halima telt niet en antwoordt meteen: "Ik."

Op de vraag hoe ze dat weet antwoordt ze eerst 'gewoon'. Later licht ze toe: "Ik heb een zes en een twee en jij hebt een vier en een twee."

Bij de volgende beurt is duidelijk te zien dat Halima de stippen op beide worpen één voor één telt. Daarna weet ze dat 7 meer is dan 6. "Jij hebt meer" zegt ze tenslotte, "jij hebt 7 en ik heb 6."

Via dit spel krijgt Joke in een paar minuten een beeld van wat Halima aan telstrategieën toepast en hoe ze denkt en redeneert. Halima kan globaal vergelijken, dus begrijpt dat alles tellen niet altijd nodig is. Ook vergelijkt ze op basis van getalpatronen. Verder kan ze hoeveelheden correct tellen en daarna getalsmatig vergelijken (zeven is meer dan zes, dus heb jij meer gegooit). Verkort tellen (meteen zien dat er 'vijf' zijn en dan doortellen op de tweede dobbelsteen) past Halima helemaal niet toe. Misschien moet Joke daaraan een keer-tje extra aandacht besteden?



Wie het meest gooit

Bron:

Noteboom, A. (red.). (2007). Gouden fragmenten in de rekenles. Enschede: SLO.



Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen oefenen het flexibel tellen in de telrij, als voorbereiding op het optellen en aftrekken, door bijvoorbeeld door te tellen en (vooral ook) terug te tellen met sprongen van 10:
 - 21 - 31 - 41 - .. - .. etc.
 - 98 - 88 - 78 - .. - .. etc.
- Zo oefenen ze ook getalbeelden snel herkennen zonder tellen, met behulp van de vijfstructuur via het rekenrek en flitskaarten met daarop een rekenrek afgebeeld. De kinderen ontdekken dat het herkennen van getalbeelden hen helpt bij het rekenen, omdat ze dan niet een voor een meer hoeven tellen.
- De kinderen denken na over de structuur van de telrij. Ze redeneren hoe je altijd weet wat een volgend of vorig getal is, zonder dat je alle telwoorden in volgorde kent. Ze luisteren naar elkaar, vullen elkaar aan en bedenken ook nieuwe problemen voor elkaar (hoe zit het dan na 100?).
- De kinderen denken na over een activiteit die ze net hebben uitgevoerd en leggen uit wat ze in die activiteit hebben geleerd (reflectie). Bijvoorbeeld hoe ze van een hoeveelheid in een keer kunnen zeggen hoeveel het er zijn, zonder dat ze alles één voor één tellen. Ze beseffen dat alles tellen dus niet nodig is om het aantal vast te kunnen stellen. Zo leren ze ook dat, als ze de telrij kennen in sprongen van 10, ook grotere hoeveelheden sneller en handiger kunnen vaststellen door groepjes van 10 te maken en dan met sprongen te tellen.
- De kinderen filosoferen over een wereld zonder getallen: kan dat wel, wanneer gebruik je eigenlijk getallen en welke getallen gebruik je eigenlijk in welke situaties? Ze leggen uit, luisteren naar elkaar, zoeken voorbeelden en maken voorspellingen (zie doorkijkje).
- De kinderen spelen het spel 'raad mijn getal'. De een neemt een getal in gedachten, de ander moet via zo min mogelijk vragen die je alleen met ja en nee kunt beantwoorden erachter komen, welk getal de ander in zijn hoofd heeft. Ze gebruiken een getallenlijn om op af te strepen welke getal-

Wat doet de leraar?

- De leraar laat kinderen zelf ontdekken wat het nut is van structuren en structureren via betekenisvolle contextproblemen en het stellen van prikkelende vragen:

Structuur van de telrij:

Bijvoorbeeld:

- Je kunt nu wel doortellen tot een eindje na 20 of sommigen van jullie kunnen al veel verder tellen. Maar hoe kun je nu al die ge-tallen op een rij uit je hoofd kennen? En... als je wil weten wat een volgend getal is, waarom hoeft je dan toch niet steeds weer eerst de rij vanaf 1 op te zeggen om te weten welk getal dat is?

Structureren van hoeveelheden

Bijvoorbeeld:

- De leraar stelt het structureren van hoeveelheden aan de orde aan de hand van een modelcontext: geld. Ze legt een berg losse euro's in de kring en vraagt of ze hiermee met z'n allen naar de bioscoop kunnen als ze weten dat één kaartje 10 euro is.
Hoe kunnen we dat uitzoeken? Wie weet een manier?
- De leraar koppelt de verschillende oplossingen die kinderen aandragen aan elkaar en geeft de ruimte om het uit te proberen. Hierbij grijpt ze de kans kinderen die een voor een tellen en de munten allemaal op één hoop leggen, te onderbreken zodat ze de tel kwijt zijn. Ook als alle kinderen een stukje tellen, komen ze er niet uit. Ze constateren samen dat groepjes van 10 neerleggen handig is.
- De leraar laat de relatie tussen 1 groepje van 10 en 10 groepjes van 10 aan de orde komen en bespreekt dat het handig kan zijn als je kunt tellen met sprongen van 10. etc.

Structuur en opbouw van getallen

Bijvoorbeeld:

- De leraar stelt de relatie tussen de structuur van de telrij en het structureren van hoeveelheden in tientallen en eenheden aan de orde en laat het ver-

len niet meer, of nog juist wel meetellen. De kinderen bepalen zelf hun niveau: nemen ze een getal onder 20, onder 100, onder 1000. Ze bespreken wat handige en minder handige vragen zijn en proberen handige vragen van een ander uit.

- De kinderen oefenen in het samenstellen van bedragen met behulp van eurobiljetten en briefjes. Hiermee ontdekken ze ook bijzondere relaties tussen getallen en de vele splitsingen van getallen: 100 kun je samenstellen met 10 briefjes van 10, maar ook 5 van 20, 2 van 50; 25 kun je maken met twee briefjes van 10 en één van 5, maar ook met 5 briefjes van 5 of één van 20 en één van 5. Hiermee ontdekken ze de inwisselbaarheid en gaan er steeds meer mee spelen, niet alleen handelend, maar ook in gedachten rekenend.

band met de getalnotatie en opbouw van getallen doorzien.

- Ze laat kinderen herhaaldelijk korte speelse oefeningen doen die het flexibel tellen bevorderen en ondersteunen bij het optellen en aftrekken.
Bijvoorbeeld:
 - doortellen met sprongen van 10: 24 - 34 - 44 - etc.
 - terugtellen met sprongen van 10: 89 - 79 - 69 - etc.
 - tellen met sprongen van 2: 14 - 16 - 18 - etc. en 49 - 47 - 45 - etc.
- Ook geeft ze raadsels, om kinderen te laten nadenken over relaties tussen getallen en eigenschappen van getallen.
Bijvoorbeeld:
 - Welk getal kan het zijn? Het is oneven, het is groter dan 50 en kleiner dan 60.
 - Welk getal kan het zijn? Het zit in de tafel van 2 én van 5 en het is groter dan 10.
 - Welk getal kan het zijn? Het eindigt op een 2 en is groter dan 70 en kleiner dan 90.
- Ze laat kinderen hun antwoorden toelichten en ook raadsels voor elkaar bedenken.
- De leraar laat kinderen de betekenissen van bewerkingen optellen, aftrekken en verschil bepalen en de relatie hiertussen ontdekken in betekenisvolle contexten, bijvoorbeeld aan de hand van problemen als 'wat is er gebeurd?'. Kinderen spelen een situatie voor de klas na: er zitten 8 kinderen voor de klas op een rijtje op de grond (bijv. in de bus). De klas doet de ogen dicht. Heel zachtjes gaan er enkele kinderen bij zitten dan wel lopen zachtjes weg. De klas doet de ogen weer open en de vraag is: wat is er gebeurd? Op deze manier worden op een natuurlijk wijze woorden als 'erbij gekomen, weggegaan, verschil' en de relaties hiertussen aan de orde gesteld. Daarnaast kunnen de kinderen eventueel ingaan op de vraag 'wat is er precies gebeurd? Hoeveel zijn er precies bijgekomen/weggegaan?' waarmee op heel informele wijze de bewerkingen en de relaties ertussen aan de orde komen. Ze laat kinderen ook zelf situaties voor elkaar bedenken waardoor ze op eigen niveau werken met getallen die ze aankunnen.
- De leraar laat kinderen nadenken/filosoferen, redeneren over de vraag wat het betekent als we in onze wereld geen getallen zouden gebruiken (zie doorkijkje). Aan de hand van vragen als 'waar gebruiken mensen getallen voor, kan het ook zonder getallen, wat is een groot getal (veel) wat is een klein getal (weinig) en is dat altijd zo?' denken kinderen na over de essenties van getallen en vergroten ze hun getalinzicht.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Het getallenlied

Het getallenlied (u kunt dit downloaden via de website) is een vrolijk, makkelijk mee te zingen lied. Het biedt veel mogelijkheden om met kinderen van groep 4 (en 3) naar aanleiding van de tekst na te denken en te redeneren over verschillende betekenissen en functies van getallen, over de (relatieve) waarde en grootte van getallen en over gebruik van getallen in diverse contexten uit het dagelijks leven. Dergelijke gesprekjes verdiepen en verbreden het getalbegrip van kinderen.

We geven enkele suggesties:

In het lied worden verschillende situaties genoemd, hoe het zou zijn als we zouden leven in een wereld zonder getallen.

- Weet je nog welke situaties in het liedje worden genoemd?
- Kun je zelf nog meer voorbeelden noemen waarbij het heel lastig zou zijn als je geen getallen hebt?
- Wanneer heb je vandaag al getallen gebruikt of gezien, vanaf dat je wakker bent geworden (klok, producten op tafel, op weg naar school, in het lo-kaal)?
- Zoek eens samen in tijdschriften, de krant of internet: is er een bladzijde waarop je geen getallen ziet staan? Zoek eens uit waarvoor de getallen worden gebruikt? Je kunt ook samen een poster maken van die getallen.

We gebruiken hele lage of kleine getallen maar ook hele hoge of grote getallen.

- Welke kleine getallen ken je en welke grote getallen? Wat vind jij een klein getal? Vinden anderen dat ook? En wat vind je grote getallen? Waarom vind je dat?
- Soms kan een getal zowel veel als weinig zijn: 5 knikkers hebben is niet zo veel, maar als je 5 fietsen hebt, dan is dat heel erg veel. Kun je zo zelf ook voorbeelden geven? Weet je ook een groot getal dat toch heel weinig kan zijn?

Niet alle getallen komen voor in bepaalde situaties. Bijvoorbeeld 100 staat niet op de klok en 23 staat niet op een verkeersbord.

- Weet jij voorbeelden? Als ik bijvoorbeeld 11 zeg, waar kan dat bij horen,



[Getallenlied](#)



[Getallenlied](#)



noem eens situaties. En wanneer kom je 11 eigenlijk niet tegen? Bedenk zelf eens voorbeelden.

Voor de betere kinderen.

- Hoe zit dat eigenlijk met getallen en de telrij. Hoe weten we altijd welk getal op een getal volgt of eraan vooraf gaat? Hoe weten we dat zonder dat we de hele telrij uit ons hoofd kennen? Kun je uitleggen aan iemand die dat niet weet, hoe dit eigenlijk zit?
- Hoe weten we of getallen dicht bij elkaar of ver van elkaar liggen? Noem eens voorbeelden.

In alle situaties gaat het er vooral om, om kinderen te laten nadenken over betekenissen, functies en (relatieve) waarde van getallen. Laat ze vooral voorbeelden noemen en op elkaar reageren, argumenten aandragen en uitleggen waarom iets wel of niet zo is. Dit vergroot hun getalbegrip.

De voorbeelden geven ook situaties en vragen, waarbij de kinderen van heel verschillend niveau samen kunnen nadenken of voorbeelden kunnen zoeken en kunnen redeneren op eigen niveau.

*Bron:
(2007). Rondje Rekenliedjes, groep 4.
Tilburg: Zwijzen.*

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen leggen relatie tussen wat ze ontdekt hebben bij de structuur in de telrij tot 100 met de nieuwe telrij die ze leren tot 1000 en 10.000. Ze zien dat het in feite allemaal is gebaseerd op het tientallige inwisselsysteem. Ze zoeken naar woorden om dit ook uit te kunnen leggen.
- Ze oefenen via allerlei speelse activiteiten het flexibel omgaan met getallen: vergelijken, ordenen, plaats van getallen tussen andere getallen bepalen. Ze maken daarbij gebruik van hun inzicht in de structuur van de telrij en opbouw van getallen (zie doorkijkje). Ze leren deze vaardigheden in contextsituaties maar ook met kale getallen. Ze oefenen het vergelijken en ordenen regelmatig, zodat ze er steeds vaardiger in worden
- Ze maken kennis met breuken vanuit allerlei dagelijkse situaties waarin breuken en breuknamen gebruikt worden (half brood, kwartier). Ze zoeken uit waarom breuken gebruikt worden en leren expliciet de nieuwe betekenis die de getallen in een breuknotatie krijgen. Ze denken na over de relatie tussen breuken en hele getallen en leren breuken plaatsen tussen hele getallen op een getallenlijn.
- Ze leren via modelcontexten wat de relatie is tussen de bewerkingen vermenigvuldigen en delen, tussen optellen en vermenigvuldigen en tussen delen en aftrekken.
Bijvoorbeeld in een context als 'er zijn 478 kinderen (en begeleiders), ze gaan met bussen naar het pretpark. In elke bus mogen 50 kinderen, hoeveel bussen zijn dan nodig? Via informele oplossingswijzen gaat de een te werk via herhaald optellen, de ander via herhaald aftrekken en een derde neemt meteen meer groepen van 50 samen: 2 bussen is 100, 4 bussen is 200, enzovoort. Ze vergelijken hun oplossingen met elkaar en worden zich bewust van de verschillende manieren waarop je tot een oplossing kunt komen: via delen, vermenigvuldigen, herhaald optellen en herhaald aftrekken. Ze brengen hun werkwijzen expliciet onder woorden en proberen manieren van elkaar uit.
- De kinderen leren dat het tellen of vergelijken van grote hoeveelheden ook via andere wijzen dan alleen tellen kan. Tijdens een klein project vragen ze zich af of er nu evenveel witte als pure chocoladekorrels in het pak zitten.

Wat doet de leraar?

- Omdat de leraar beseft dat een goed getalbegrip een noodzakelijke basis is voor vlot en flexibel rekenen, stelt ze regelmatig speelse oefenactiviteiten met getallen tot 100, 1000 (en 10.000) aan de orde, zodat ook verworven vaardigheden voldoende onderhouden worden. Ze bedenkt activiteiten waarin de kinderen actief zijn, ieder op hun eigen niveau kunnen werken en waarbij ze ook kan nagaan hoe het zit met de vaardigheid en begrip van zwakke rekenaars. Ze oefent het vergelijken en ordenen van getallen (Wat is het grootste getal? Kun je ze op volgorde zetten van klein naar groot? Welke getallen passen tussen deze twee getallen? Ligt 351 dichter bij 300 of dichter bij 400? Zie ook het doorkijkje). Ze besteedt hierbij ook aandacht aan uitleggen en redeneren: Hoe weet je dat? Waaraan kun je dat zien? Is dat altijd zo?
- Zij bespreekt de grootte van getallen en de waarde van cijfers in getallen door kinderen met dezelfde cijfers steeds andere getallen te laten maken:
 - Gebruik de cijfers 5,6,7,8. Wat is het grootste getal dat je daarmee kunt maken? Hoe weet je dat dit het grootste is? Wat is de waarde dan van bijvoorbeeld de 5 in dat getal?
 - Is het getal dat met een 5 eindigt, altijd het kleinste getal dat je met deze vier cijfers kunt maken? Leg eens uit waarom dat wel of niet zo is.
 - Welk getal dat je hiermee kunt maken, ligt het dichtst bij 8000? Hoe weet je dat zeker? Waar let je dan op?
- De leraar let erop, dat in de uitleg zowel de structuur van de telrij, als de posities van cijfers in getallen aan de orde komen, dat kinderen daartussen relaties leggen en met elkaar overleggen. Ze gebruikt de getallenlijn (of geld) als ondersteunend model.
- De leraar introduceert kommagetallen vanuit de ervaringen die kinderen hebben met geldbedragen: meer dan 1 euro en minder dan 2 euro, dan verfijn je naar centen, omdat er 100 cent in een euro zitten. Dus je kunt zeggen: 1 euro en 4 cent, 1 euro en 85 cent, tot en met 1 euro en 99 cent.
- Zij vraagt kinderen ook waarom mensen dit zo doen. Waarom niet alleen hele prijzen gebruiken?
- In relatie tot de context van geld stelt ze deze problematiek ook aan de



Via schatten komen ze er niet uit: de klas is verdeeld, de ene groep zegt dat er meer witte dan pure zijn en de andere groep meent het omgekeerde. Ze mogen het in groepjes gaan uitzoeken. Al gauw blijkt dat tellen toch wel erg veel geduld en nauwkeurigheid vraagt. Na met elkaar te overleggen, komen er ook opties als 'wegen'. Maar dan moet je wel eerst weten hoeveel er in een bepaald gewicht zitten en wanneer dat betrouwbaar genoeg is. De kinderen dragen argumenten aan, praten over afronden, schatten, zeker weten, onzekerheid accepteren, (handig) tellen, proberen uit, voorspellen en reflecteren. Ze zoeken naar alternatieven voor het tellen van grote hoeveelheden vanuit een voor hen betekenisvolle context.

orde aan de hand van het meten van lengtes. Niemand is precies 1 meter of 2 meter. Je kunt in centimeters meten, maar hoe druk je dat uit in meters? De noodzaak tot maatverfijning wordt besproken.

- De leraar gebruikt de getallenlijn (en meetlat) als ondersteunende context en als model waarbij kommagetallen tussen hele getallen geplaatst worden.
- Ze laat de kinderen onder woorden brengen wat ze geleerd hebben bij deze activiteit.
- De leraar roept 'conflictsituaties' op, aan de hand waarvan ze de kinderen laat nadenken over de waarde van cijfers in getallen en de grootte van getallen:
'Is het altijd zo, dat een getal met meer cijfers groter is dan een getal met minder cijfers?' Ze doelt hiermee op een verfijning van hele getallen naar kommagetallen, bijvoorbeeld in de context van geld: 35 euro is meer dan 24,95 euro, ook al heeft het minder cijfers.

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

'Spelen met' en 'denken over' getallen

Alle kinderen van groep 5 krijgen een A4-vel en een dikke stift van juffrouw Loes. Ze mogen van Loes over de breedte van het blad een getal onder de 1000 op het blaadje noteren. "Schrijf maar zo groot mogelijk en zorg dat niemand jouw getal ziet." vult Loes aan. "En probeer een getal te kiezen dat niemand heeft." Met deze laatste opmerking lokt Loes uit, dat niet iedereen bijvoorbeeld 1000 of 999 kiest, maar dat er veel verschillende getallen genomen worden.

Alle kinderen gaan geheimzinnig aan de slag.

"Wie denkt... dat hij het kleinste getal heeft", vraagt Loes. Sommige kinderen kijken even op hun blaadje. Er gaan een paar vingers omhoog. "Wie weet zeker dat hij het kleinste getal heeft?" Twee kinderen steken hun vinger op. "Oké, wie heeft het allergrootste getal denkt hij?" Er gaan weer vingers de lucht in. "Ik weet het heel, heel zeker" roept Eline lachend. "Oh, dan heb jij zeker 1000" reageert Willem.

"Nou, spannend", zegt Loes. "Zullen we eens kijken?" Ze vraagt de kinderen om hun getallen zichtbaar te maken aan de rest van de klas en zegt dat ze ook rond mogen lopen om bij de anderen te kijken. "Heleen heeft de kleinste", roept iemand. "Niet, ikke" roept Jeroen, "kijk maar ik heb 1." De kinderen lopen wat door elkaar. Al gauw blijkt dat Jeroen inderdaad het laagste getal heeft en Farah het hoogste. Farah had 1000, Eline 999, samen met nog twee kinderen.

Vervolgens geeft Loes verschillende opdrachten waarbij de kinderen steeds weer in wisselende situaties terecht komen: soms als grootste getal, soms als kleinste: Zoek een maatje. Wie heeft het kleinste getal? Hoe weet je dat? Ben je met jouw getal dan altijd het kleinste getal? Wanneer wel? Bij wie niet? Hoe weet je dat?

Loes tekent een lange getallenlijn op het hele bord met daarop de getallen 0, 250, 500, 750 en 1000. "Wie weet waar zijn getal ongeveer hoort?" Enkele kinderen gaan op ongeveer de juiste plek staan. Op de vraag van Loes of het ongeveer klopt, worden vanuit de groep wat correcties aangebracht. "Wie hoort héél dicht bij 500?" Op deze manier stelt Loes nog enkele vragen en ze laat ook enkele andere kinderen opdrachten bedenken. Sommige kinderen komen erbij staan, moeten wat van plaats verschuiven en Loes vraagt regel-



matig of de anderen het er mee eens zijn en hoe ze denken. Ze legt relaties tussen de plaatsen van getallen in de telrij, of ze ver of dichtbij elkaar liggen en hoe je ook aan de opbouw van getallen kunt zien waar ze ongeveer in de rij liggen of groter of kleiner dan andere getallen zijn.

Tot slot vraagt ze alle kinderen in volgorde op een rij te gaan staan. Doordat er al enigszins voorgestructureerd is, gaat dit wat sneller. Het wordt een rumoerige maar actieve activiteit, iedereen is betrokken, de kinderen corrigeren elkaar, sommigen geven aanwijzingen, anderen volgen die stilzwijgend op. Loes ziet welke kinderen snel en minder snel reageren.

Daarna mogen de kinderen gaan zitten en schrijft Loes een geheim getal op háár blad. "Raad mijn getal nu eens", zegt ze. "Ik antwoord alleen met *ja* of *nee*."

Om de beurt roept iemand iets, variërend van minder handige vragen "Is het 999" tot hele handige vragen "Ligt het tussen 500 en 1000?" en "Is het meer dan 800?" De kinderen kennen dit spel. Loes streept op de getallenlijn op het bord weg wat niet tot de mogelijke getallen meer hoort. Ze bespreekt na afloop wat handige vragen zijn.

Hierna gaan de kinderen dit spel in tweetallen spelen. Loes stelt dat de kinderen die dat willen, ook grotere getallen boven 1000 kunnen nemen. Sommige kinderen die er moeite mee hebben, laat ze samenwerken en eerst een getal onder 100 nemen. Op deze manier laat ze de kinderen meer op eigen niveau werken maar wel aan hetzelfde onderdeel. Iedereen is actief.

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen voeren allerlei activiteiten uit, waarin ze (opnieuw) nadenken over de grootte van getallen in contexten. Hierdoor verdiepen ze zich opnieuw in de betekenis van getallen en maten en leggen ze verbanden.
Bijvoorbeeld:
De kinderen hebben de opdracht gekregen uit het Guinnessbook of records een mooi record te zoeken en dat voor klasgenoten op de een of andere manier uit te beelden. Een tweetal kiest voor het uitbeelden van het wereldrecord verspringen van mannen: 8,95 meter. Een van hen wil dit op het schoolbord uittekenen. Ze nemen een meetlat en komen er al doende achter dat het bord te kort is. Vervolgens na wat gedoe merken ze ook dat zelfs het lokaal te kort is. De verwondering stijgt en ze vragen zich af of ze het wel goed doen. Na overleg met de leraar gaan ze naar buiten en tekenen met de bordliniaal op het schoolplein de afstand van 8,95. Ze zijn erg verbaasd over de ongelooflijke afstand en vergelijken het met hoe ver ze zelf kunnen springen. Dit tonen ze aan de klas die er evenmin echt een voorstelling bij kon maken, maar door het beeld dat hun klasgenoten geven wel een idee krijgen van de gegeven lengte. Het is dus verder dan de lengte van het lokaal.
Juist doordat ze deze reflecties maken, verdiepen ze hun getalinzicht.
- De kinderen hebben in verschillende lessen de relatie tussen breuken, procenten en verhoudingen besproken en gebruikt bij het oplossen van rekenproblemen. Ze beseffen dat het handig is als ze enige parate kennis hebben van deze relaties: 25% van, kun je uitrekenen door $1/4$ deel te nemen; 1 op de 5, betekent in feite $1/5$ deel of 20%. Hieruit leiden ze ook weer andere relaties af: 75% is dus $3 \times 1/4$; 1% is $1/100$ deel, dan is 4% $4 \times 1/100$ deel. Doordat ze de relaties doorzien, zien ze ook het nut ervan om enkele van deze relaties gewoon uit het hoofd te leren.
- Ze passen hun kennis over gelijkwaardigheid van breuken toe en zoeken naar algemene regels die hierbij gelden, bijvoorbeeld: De kinderen zijn verdeeld in groepjes van vier. Ze krijgen een groot vel papier, waarop vier vakken aan de zijkanten getekend zijn en één vak in het midden. Eerst krijgen ze de opdracht om allerlei breuken te noteren die even groot zijn als $1/2$. Sommige kinderen lopen de rij af: $2/4$, $3/6$, $4/8$. Anderen bedenken wille-

Wat doet de leraar?

- De leraar laat kinderen zich verwonderen over getallen in diverse (extreme) contexten. Hiermee beoogt ze dat kinderen hun inzicht in getallen en maten verdiepen.
Een van de kinderen heeft het nieuwste 'Guinnessbook of records' mee naar school genomen. Hierin staan allerlei extreme situaties en prestaties beschreven, zoals wereldrecords voor verspringen, hoogspringen, snelste dier, kleinste mens, grootst gebakken pizza, etc. Als dergelijke voorbeelden voorgelezen worden, merkt de leraar dat er ook veel kinderen zijn die zich niet verwonderen over de extreme getallen of prestaties. Ze beseft dat zij zich eigenlijk geen voorstelling kunnen maken van de getallen in de gegeven context met de gegeven maten. Daarom stelt ze voor dat de kinderen in twee- of drietallen een record uit het boek mogen kiezen en in de komende week enkele momenten tijd krijgen om samen aan de klas via een uitbeelding te laten zien of het record nu bijzonder is of niet, zoals: hoe ver is het record verspringen van 8,95 meter? Hoe groot is een pizza met een diameter van 37,4 meter? En de grootste worst ooit gemaakt is 151,89 meter. Is dat eigenlijk wel lang? Ze maken van hun bevindingen een presentatie voor de klas.
- Gedurende het groepswork en de presentaties komen verschillende maten, omzettingen, het metriek stelsel aan de orde, als mede het nut en belang van kommagetallen en de vraag of je mag afronden in dit soort situaties. Er ontstaan gesprekken waarin begrip van maten en getallen wordt uitgediept.
- De rol van de leraar is verwondering oproepen, kinderen laten reageren en hun denken laten verwoorden. Ze stimuleert kinderen naar elkaar te laten luisteren. Ze zorgt dat betekenissen van getallen en (relatieve) grootte van getallen nadrukkelijk aan de orde komen.
- Het onderdeel procenten is voor alle kinderen van belang omdat ze percentages in het dagelijks leven veel tegenkomen. De leraar beseft echter dat rekenen met procenten van de kinderen nogal wat vaardigheid vereist. Bij de introductie van de begrippen 'percentage' en 'procent' sluit ze daarom aan bij herkenbare contexten voor kinderen en houdt in de vragen die ze stelt, rekening met de verschillende niveaus van de kinderen. Ze laat de kinderen vertellen in welke situaties ze percentages tegenkomen, laat zoe-



keurig breuken: $\frac{4}{8}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{500}{1000}$. Al gauw zijn er kinderen die gewoon een getal noteren, dan een breukstreep eronder tekenen en vervolgens het getal verdubbelen. Ze hebben door hoe je gelijkwaardige breuken bedenkt. Tijdens de bespreking met de klas denken ze na over de vraag van de leraar, hoeveel breuken er zijn die even groot zijn als $\frac{1}{2}$. Dit leidt tot reflectie op wat ze geleerd hebben en het zoeken naar verbanden en regels. (Zie doorkijkje.)

- Enkele (hoog)begaafde kinderen werken aan verrijkingsactiviteiten rond bijzondere getallen en andere getalsystemen. Sommigen gaan aan de slag met het getal pi. Ze zoeken op internet waarvoor pi gebruikt wordt en hoe groot pi is. Ze komen tot de ontdekking dat dat niet zo eenvoudig uit te leggen is. Ze mogen zich er echter niet makkelijk vanaf maken en moeten met een presentatie voor de klas komen. Juist door samen op zoek te gaan ontdekken ze steeds meer over pi en gaan ze zelfs een wiskundeleraar interviewen. Andere kinderen onderzoeken het binaire talstelsel dat ook voor computers gebruikt wordt. Om aan de klas duidelijk te maken hoe dit eigenlijk werkt, maken ze werkbladen en opdrachten die klasgenoten kunnen begrijpen. Ze verdiepen zo ook weer hun eigen inzicht in het tientallig stelsel én ze leren uitleggen.

ken in folders en kranten. In (heterogene) groepjes bespreken de kinderen wat zo'n getal met het symbool % betekent. Ze laat de kinderen hiervan een poster maken. Tijdens de besprekingen komt aan de orde wat hoge en wat lage percentages zijn, of percentages die gegeven worden gunstig of ongunstig zijn (korting; rente, kans op regen). Sommige kinderen weten hoe je kunt rekenen met percentages, zoals 50% en 10%. Vanuit deze situatie laat de leraar de kinderen die dat kunnen percentages berekenen en uitleggen hoe je dit doet. Andere (zwakkere) rekenaars gaan op zoek naar gebruik van percentages en interpreteren de uitkomsten van berekeningen. Ze stelt bij deze introductie geen rekenregels aan de orde.

- De kinderen hebben regels van afronden bij geldbedragen geleerd. Maar hoe zit het met de nauwkeurigheid van afronden als het gaat om grote getallen? De leraar stelt dit aan de orde met de bedoeling de kinderen over de (relatieve) grootte van hoeveelheden te laten nadenken.
- De leraar legt de kinderen enkele problemen voor en vraagt waar voor hen grenzen van afrondingen liggen en laat hen daarover in kleine groepjes discussiëren. Het gaat niet om correcte antwoorden, maar om de redeneringen die kinderen maken en reacties die ze op elkaar geven:
 - Een dorp heeft 8559 inwoners... Hoe mag je dit afronden in een folder? Met 8000? 9000? Of moet je iets preciezer zijn: 8500 of 8600?
 - In een stadion bij een popconcert zijn 35.000 mensen. Dat zijn er natuurlijk niet precies 35.000. Wat zou het kunnen zijn geweest? En wat niet? Welke grenzen zijn er volgens jou?
 - Nederland heeft 16,5 miljoen inwoners. Wat zou het iets preciezer kunnen zijn?
- De leraar stelt nogmaals de gelijkwaardigheid van breuken aan de orde, als herhaling en verdieping. Dit doet ze op een manier waarbij ze rekening houdt met de verschillende niveaus van begrip en vaardigheid door eigen producties van kinderen te stimuleren. Nadat ze met de klas heeft besproken hoe je ook al weer breuken kunt vinden die even groot zijn als een half, laat ze de kinderen zelf nieuwe breuken zoeken. Ze doet dit volgens samenwerkend leren, waarbij de kinderen zelf breuken bedenken, uitleggen aan elkaar waarom de breuken juist zijn en samen op zoek gaan naar nieuwe en moeilijke breuken. Als vanzelf komen de regels van gelijkwaardigheid aan de orde. (zie doorkijkje)

- De leraar weet van sommige kinderen dat ze veel meer aankunnen dan de reguliere methode biedt. Zij heeft verrijkingsmateriaal voor deze kinderen in de klas liggen, waaruit ze activiteiten mogen kiezen. Een van de activiteiten is nadenken over bijzondere getallen als oneindig en pi.
- Zij stimuleert de kinderen uit te zoeken via werkbladen en via internet wat het getal 'pi' inhoudt, hoe de mens aan dit bijzondere getal is gekomen, hoe groot het is (en de verschillende ideeën hierover door de geschiedenis heen). Ze geeft de kinderen de opdracht een (begrijpelijke) presentatie voor de klas te maken/te houden over dit onderwerp.
- De leraar zorgt dat kinderen gelegenheid krijgen om na te denken over getallen, de grootte/waarde, betekenissen, relaties en eigenschappen van getallen. Dit doet ze door (conflict) situaties aan te bieden zoals hierboven zijn beschreven en door de nadruk te leggen op verwoorden van gedachten en uitleggen aan elkaar, een wezenlijk onderdeel van wiskunde. Daarbij krijgt ze ook zelf gelegenheid om te zien in hoeverre kinderen inzicht en vaardigheid hebben (ontwikkeld) op het gebied van getalbegrip.
- Ze zorgt er ook voor dat kinderen hun vaardigheden voldoende oefenen en onderhouden, zeker als de rekenmethode daartoe wellicht onvoldoende mogelijkheden biedt. Hierdoor voorkomt ze dat verworven kennis en vaardigheden wegzakken.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Op zoek naar de superbreuk

Groep 7 en meneer Jacco hebben een les rond de gelijkwaardigheid van breuken. De kinderen hebben voorafgaande aan dit fragment nagedacht over wanneer breuken even groot zijn als 'een half'. Via samenwerkend leren en de placemat-methode gaan de kinderen nu allerlei breuken bedenken en bespreken of die even groot zijn als 'een half'.

Deze werkvorm bestaat uit verschillende fasen:

- Fase 1: introductie en zelf nadenken
De kinderen zitten in een groepje en schrijven elk individueel op één groot vel eigen breuken (eigen producties) die even groot zijn als 'een half'. Dit geeft de mogelijkheid alle kinderen op eigen niveau te laten werken.
- Fase 2: in tweetallen bespreken
Per groepje bespreken de kinderen in tweetallen de bedachte breuken. Zo worden alle breuken gecontroleerd, bespreken ze wanneer breuken gelijk zijn aan een half en zijn ze allemaal actief bezig.
- Fase 3: iedereen heeft inbreng
In een gezamenlijke bespreking vraag de leraar hoe je kunt nagaan of de breuken kloppen. Via vragen en reacties wordt de essentie van gelijkwaardigheid van breuken aan 'een half' gezamenlijk besproken. Hierna mogen ze elk hun mooiste breuk kiezen en in het middenvak op het gemeenschappelijke blad noteren.
- Fase 4: Overleggen en kiezen, Bespreking en afronding
De groepjes krijgen de opdracht om nu samen van de vier gekozen breuken in het middenvak één mooiste breuk, hun superbreuk te kiezen. Eén van de groepsleden mag die op het bord noteren. De activiteit wordt samen afgerond.

Aan het eind van deze activiteit hebben alle kinderen zelf nagedacht over breuken die even groot zijn als 'een half' en hebben ze er samen over kunnen praten. Alle kinderen zijn de hele tijd actief bezig geweest en waren betrokken. Ze konden op eigen niveau werken wat ook duidelijk te zien is aan de breuken die ze kiezen en de gesprekken die ze voeren.



Op zoek naar de superbreuk

Bron:
Noteboom, A. (red.). (2007). Gouden fragmenten in de rekenles. Enschede: SLO.

Kerdoel 27

De leerlingen leren de basisbewerkingen met gehele getallen in elk geval tot 100 snel uit het hoofd uitvoeren, waarbij optellen en aftrekken tot 20 en de tafels van buiten gekend zijn.



Toelichting en verantwoording

Bij de basisbewerkingen gaat het om:

- rekenfeiten die de kinderen van buiten moeten kennen, zoals $5 + 3 = 8$ en $10 - 7 = 3$; $6 \times 4 = 24$ en $40 : 5 = 8$;
- basisberekeningen die de kinderen vlot uit het hoofd moeten kunnen uitvoeren, zoals $30 + 26 = \dots$ en $50 - 18 = \dots$;
- bijzondere rekenfeiten, zoals $4 \times 25 = 100$ en $4 \times 15 = 60$.

De oplossingsstrategieën waar de kinderen gebruik van maken bij het van buiten leren van rekenfeiten, worden naderhand op een hoger niveau bij het leren van de basisbewerkingen tot 100 ingezet en uitgebouwd.

Basisbewerkingen zijn belangrijk omdat ze nodig zijn voor bijna al het rekenen, dat enerzijds berust op het inzicht in getallen en getalrelaties (kerndoel 26) en anderzijds op de basisvaardigheden tot honderd. Hoe beter de basisbewerkingen gekend zijn, des te beter zijn kinderen in staat om te leren hoofdrekenen en schattend rekenen met grotere getallen. Ook voor het schriftelijk rekenen (kerndoel 30) zijn de basisbewerkingen onmisbaar.

Bij het leren en onthouden van rekenfeiten maken kinderen gebruik van handige strategieën, zoals het gebruik van de vijfstructuur bij het optellen en aftrekken tot 20, en de 'eentje meer/minder'-strategie bij de tafels. Daarnaast maken ze gebruik van reeds gekende rekenfeiten, bijvoorbeeld als 6×8 via

verdubbelen van $3 \times 8 = 24$ wordt uitgerekend. Via gerichte automatiseer- en memoriseeroefeningen leren ze deze feiten uiteindelijk van buiten.

Kinderen leren de basisbewerkingen in zinvolle contexten, die uitlokken om handige strategieën te gebruiken. Verschillende materialen, modellen en hulpmiddelen ondersteunen het overzichtelijk werken met strategieën. Het onderwijs is erop gericht dat de kinderen geleidelijk aan loskomen van deze modellen en materialen, zodat ze de bewerkingen steeds meer direct uit het hoofd leren. Naderhand passen ze deze kennis toe in contextproblemen.



Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
BASISBEWERKINGEN OPTELLEN EN AFTREKKEN			
• bezinning op het getalsmatige aspect (cq. het hoeveelheidsaspect) in situaties waarin sprake is van 'erbij komen' en 'eraf gaan' of 'weggaan', zoals bij het in- en uitstappen van passagiers, het winkelen, het parkeren van auto's, en zo meer; verwoorden van de getalsmatige veranderingen die zich in zulke situaties voordoen. • het symboliseren van hoeveelheden in 'optel'-en 'aftrek' situaties met behulp van vingers, blokjes, fiches en dergelijke, en het gebruik van zulke hulpmiddelen om te bepalen hoe groot het nieuwe aantal passagiers of euro's of auto's is geworden.	als groep 1/2 + • betekenis geven aan de bewerkingen optellen en aftrekken aan de hand van concrete situaties waarin sprake is van 'erbij' en 'eraf' • optellen en aftrekken tot 10 en tot 20 op basis van getalbeelden (vijf- en tienstructuur) en aan de hand van hulpmiddelen zoals het rekenrek en de getallenlijn • bewustmaking van het 'inverse' karakter (omgekeerde handelingen) van optellen en aftrekken • introductie van rekentaal in de vorm van pijlentaal en formele sommentaal • rekenen met eenvoudige strategieën zoals: - $3 + 6 = 6 + 3$ (verwisselen) - $6 + 5 = 5 + 5 + 1$ (bijna dubbel) - $4 + 6 = 5 + 5$ (omvormen) - $5 + 8 = 5 + 10 - 2$ (compenseren) - $6 + 8 = 6 + 4 + 4$ (rekenen via de 10) - $12 - 6 = 6$ want $6 + 6 = 12$ (inversierelatie) • automatiseren en memoriseren van de splitsingen, optellingen en aftrekkingen tot 10 en tot 20 • optellen en aftrekken tot 100, op basis van inzicht in de structuur van de telrij en waarde van cijfers in getallen, aan de hand van bijvoorbeeld de tientallig ingedeelde kralenketting of geld en gebruik makend van de lege getallenlijn	als groep 3/4 + • onderhouden en toepassen van de memoriseerde kennis van het optellen en aftrekken tot 20 • onderhouden en toepassen van het vlot uit het hoofd optellen en aftrekken tot 100 • het ontwikkelen van het analogierekenen: - $800 + 800 = 1600$, denkend aan $8 + 8 = 16$; - $1700 - 900 = 800$, denkend aan $17 - 9 = 8$	als groep 5/6 + • onderhouden en toepassen van: - de parate kennis van de optel-/ aftrektafels - het vlot en handig berekenen van optellingen en aftrekkingen tot 100 - het analogierekenen, ook met grotere getallen



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	• rekenen met verschillende rekenstrategieën.* - rijgaanpak (bijv. $34 + 27$, door eerst bij 34 de twee tientallen van 27 op bij te tellen ($34 + 20 = 54$) en dan bij 54 de eenheden: $54 + 7 = 61$) - splitsaanpak, voornamelijk bij optellen (bijv. $34 + 27$, eerst de tientallen samen nemen: $30 + 20 = 50$, dan de eenheden samentellen: $4 + 7 = 11$, en dan alles samenvoegen: $50 + 11 = 61$) - compenseren (bijv. $67 - 19$: je maakt van 19 even 20; $67 - 20$ is 47; Maar dan heb je er 1 teveel afgehaald, die moet er weer bij: $47 + 1 = 48$) - aanvullen (bij aftrekken) (bijv. $50 - 48$ kun je handig uitrekenen door het verschil uit te rekenen: hoeveel ligt er tussen 48 en 50) • vorming van een netwerk van getalrelaties rond optellen en aftrekken tot 100 <i>* onderdelen hiervan worden door sommige methodes in groep 5 aangeboden</i>		

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	BASISBEWERKINGEN VERMENIGVULDIGEN EN DELEN		
	- betekenis geven aan de bewerking vermenigvuldigen aan de hand van concrete situaties waarin sprake is van 'keer'; en van daaruit: kleine producten berekenen op basis van herhaald optellen aan de hand van bijvoorbeeld even grote groepjes tellen, roosterpatronen en steeds even grote sprongen op de getallenlijn - gebruik maken van handige strategieën zoals: $6 \times 4 = 4 \times 6$ (verwisselen) $6 \times 4 = 5 \times 4 + 4$ (één keer meer) $9 \times 8 = 10 \times 8 - 8$ (één keer minder) $3 \times 7 = 21$ dus is $6 \times 7 = 42$ (verdubbelen) $10 \times 7 = 70$, 5×7 is daarvan de helft: 35 (halveren) - hierbij gebruikmakend van ondersteunende modellen, contexten en tabellen (beginnen met) het automatiseren en memoriseren van tafelproducten - vorming van een netwerk van tafelproducten	als groep 3/4 + - voortzetting en uitbreiding van het automatiseren en memoriseren van tafelproducten - betekenis geven aan de bewerking delen aan de hand van concrete situaties waarin sprake is van 'verdelen' en 'opdelen' - in situaties met opgaande delingen, maar ook in situaties met rest - bewustworden van het 'inverse' karakter (omgekeerde handelingen) van vermenigvuldigen en delen, en gebruik makend van de kennis van vermenigvuldigstrategieën - gebruik van het groeperen en herhaald aftrekken als oplossingsstrategieën voor delen - het steeds vlotter en 'automatischer' leren berekenen van eenvoudige delingen, met en zonder rest - het ontwikkelen van het analogierekenen: $20 \times 50 = 1000$, denkend aan $2 \times 5 = 10$ $560 : 80 = 7$, denkend aan $56 : 8 = 7$	als groep 5/6 + - onderhouden en toepassen van: - de parate kennis van de vermenigvuldigtafels - de kennis van delingen die omkeringen van tafelproducten zijn - het vlot en handig vermenigvuldigen en delen (met en zonder rest) met grotere getallen tot 100 - het analogierekenen ermee, ook met grotere getallen: $56000:80$; 300×6000



Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen spelen situaties na waarin sprake is van veranderende hoeveelheden, zoals bij het in- en uitstappen van passagiers, een wintervoorraad van 'eikels' die steeds verandert, het aantal vogels in een vogelhuisje, kinderen die in de klas komen en weer weggaan, bij gym getikt worden en aan de kant moeten gaan staan, en dergelijke.
- Ze denken na over de getalsmatige veranderingen die zich daarin voordoen en proberen te bepalen hoeveel er nog over zijn (bij weghalen) of hoeveel het nieuwe aantal is geworden (bij erbij komen).
- Ze spelen dobbelsteenspelletjes waarin het belangrijk is om goed te bepalen hoeveel ogen er gegooid zijn, en ze verbinden zulke aantallen met het aantal stappen dat verder gegaan mag worden langs een ganzenbordbaan etc.

Wat doet de leraar?

- De leraar is zich bewust van het getalsmatige aspect van situaties die op een spontane manier aanleiding geven tot erbij doen en weghalen als voorloper van optellen en aftrekken, en zij confronteert de kinderen van tijd tot tijd met dit aspect.
- Daarnaast creëert zij regelmatig zelf erbij- en erafsituaties in de vorm van spelletjes en puzzelachtige situaties zoals een bedekspel waarbij de kinderen moeten bepalen hoeveel 'dropjes' (fiches) er nog in een doosje zitten, of een dobbelsteenspel waarbij aantallen gegooide ogen vergeleken moeten worden of bij elkaar geteld moeten worden.
- Zij is zich bewust van het feit dat het aanbrengen van een zekere structuur in dergelijke hoeveelheden (zoals wanneer de dropjes in een dobbelsteen-vorm neergelegd worden) kinderen kan helpen om beter greep op de getalsmatige veranderingen te krijgen.



Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen werken met concrete situaties en contexten waarbij handelingen als in- en uitstappen, toevoegen en weghalen, 'erbij' en 'eraf', 'verschil bepalen', in eerste instantie uitgebeeld en nagespeeld worden. Naderhand monden deze uit in rekenformules met de bewerkingstekens '+', '-' en '=', waarbij de pijlentaal als overgang naar de formele sommentaal wordt gebruikt.
- Bij het uitrekenen van opgaven leren ze steeds efficiënter gebruik te maken van passende modellen die aansluiten bij de eigen informele tel- en rekenstrategieën. Zulke modellen zijn bijvoorbeeld de vingerbeelden (vijfstructuur van de volle hand), het rekenrek en de getallenlijn.
- De kinderen onderzoeken hoe je hoeveelheden op verschillende manieren kunt splitsen zonder dat het aantal verandert. Ze ontdekken dit eerst in een context met concrete voorwerpen, later zien ze dat je ook kale getallen (als representatie van die hoeveelheden) kunt splitsen. Ze doen dit eerst met behulp van een splitschema en tenslotte zonder hulpmiddelen, met kale getallen.
- Ze leren getalbeelden van getallen tot 20 (dubbelbeelden en vijfbeelden, later ook tienbeelden) vlot te herkennen en leren deze kennis toe te passen om met name bij de opgaven over de 10 ($7 + 6$, $14 - 8$) (ondersteund met het rekenrek) steeds efficiënter tot een oplossing te komen.
- Ze splitsen getallen boven de tien in tientallen en eenheden, eerst met behulp van een context, bijvoorbeeld een kralenketting of geld, en tenslotte zonder hulpmiddelen.
- Ze maken optel- en aftreksommen tot en met 20 naar analogie van het rekenen onder de 10 (bijv. $13 + 5$ en $19 - 7$) en later onder 100 naar analogie ook sommen als $38 - 6$ en $52 + 7$.
- Ze leren bij het optellen en aftrekken over de 10 steeds efficiënter gebruik te maken van verschillende strategieën die mede gebaseerd zijn op de handelingen op het rekenrek of andere modellen: door- of terugtellen (bijv. $9 + 2$, $11 - 2$), gebruik maken van dubbelen ($6 + 7$ uitrekenen via $6 + 6$); rekenen via de 10 ($15 - 7$ via $15 \rightarrow 10 \rightarrow 8$; $6 + 8$ via $6 \rightarrow 10 \rightarrow 14$); gebruik maken van de inverserelatie ($12 - 6$ via $6 + 6$).
- De kinderen automatiseren en memoriseren optellingen, aftrekkingen en splitsingen tot 20, mede op basis van het steeds efficiënter gebruik van de boven-

Wat doet de leraar?

- De leraar zorgt bij de verwerving van het begrip optellen en aftrekken voor zorgvuldige en gevarieerde contexten en ziet erop toe dat de betreffende handelingen door de kinderen goed verwoord worden.
- Zij laat zien dat de rekenformule (pijlentaal of formele rekentaal) op verschillende contexten kan slaan, en ze laat bij rekenformules verschillende toepasselijke verhalen bedenken.
- Zij is zich bewust dat veel kinderen aanvankelijk vooral telstrategieën gebruiken en ze stimuleert de overgang naar geavanceerdere strategieën zoals het gebruik van de vijfstructuur, redeneren op basis van dubbelen, en zo meer.
- Zij organiseert reflectiemomenten waarbij verschillende aanpakken naast elkaar gelegd en met elkaar in verband gebracht worden met het doel om niveauverhoging en automatisering te stimuleren.
- Zij gebruikt flitskaarten, gekoppeld aan het rekenrek, en andere oefeningen om tot een versterking van het getalbeeld te komen, daarbij gaat het zowel om getallen onder de tien als boven de tien (tienbeelden en dubbelbeelden).
- De leraar controleert bij het optellen en aftrekken over de tien of de kinderen goed kunnen aanvullen en splitsen (bijv. $7 + 5$ vereist de aanvulling tot de 10 en de splitsing van de 5 in 3 en 2; $12 - 7$ vereist de splitsing van 7 in 2 en 5).
- Zij organiseert regelmatig korte, felle oefenmomenten waarop de kinderen kunnen laten zien welke sommen ze al memoriseerd hebben en bij welke sommen ze nog een model nodig hebben of moeten rekenen om tot een oplossing te komen. Ze is zich bewust dat daarbij flinke verschillen tussen kinderen kunnen optreden en houdt daar rekening mee bij de oefeningen die gedaan worden.
- Zij maakt duidelijk dat je bij sommen als $13 + 5$ gebruik kunt maken van splitsen en sommen die je al weet, zoals $3 + 5$.
- Zij controleert door middel van rekendictes of computersoftware in hoeverre de optellingen en aftrekkingen uit het getalgebied tot 20 correct memoriseerd zijn.



genoemde strategieën. Ze zullen zich sommige antwoorden van sommen tot 20 op een zeker moment al wel herinneren en zijn zich bewust dat ze aan het van buiten leren van andere sommen nog moeten werken.

- Ze verkennen optellingen en aftrekkingen tot 100 en worden zich bewust hoe je daarbij hulpmiddelen kunt gebruiken als het honderd kralensnoer en de lege getallenlijn.
- Mede op basis daarvan leren ze verschillende soorten oplossingsstrategieën kennen, namelijk de rijgstrategie, de splitsstrategie en diverse aanpakken van handig rekenen. Ze worden zich bewust dat je al naar gelang de eigen voorkeur voor zo'n strategie kunt kiezen.
- Ze leren bij het gebruik van deze strategieën al naar gelang de opgave en de eigen behoefte gebruik te maken van tussennotaties in de vorm van sprongen op een lege getallenlijn, en (later) notaties in rekentaal waarmee de eigen denkstappen weergegeven worden.
- Ze verkennen situaties met een vermenigvuldigstructuur (zoals in het geval van '5 zakjes met 4 koekjes' en van tegelpleintjes met '6 rijen van 3 tegels') en gaan inzien dat vermenigvuldigen een andere, korte beschrijvingswijze is voor herhaald optellen.
- De kinderen beginnen met het construeren van tafels doordat ze de makkelijke sommen uit elke tafel weten: $1x$, $5x$ en $10x$. $1x$ is gewoon het getal zelf. $10x$ is altijd met een 0 erachter en $5x$ is de helft. De rest komt er langzaam bij doordat ze rekenen met behulp van dubbelen, halveren, verwisselen, 1 keer meer en 1 keer minder.
- Ze beginnen met het automatiseren en memoriseren van de tafels en doen dat niet alleen via korte klassikale oefeningen maar ook door bijvoorbeeld in groepjes een tafelspel te doen, een computerspel te spelen en via het leren voor het tafeldiploma, waarbij temporekenen een steeds belangrijker rol gaat spelen.

- Zij oefent het tellen met sprongen van tien heen en terug vanaf een willekeurig getal onder de 100 als voorbereiding op de rijgstrategie (bijv. $35 - 45 - \dots$ en terug), met gebruikmaking van hulpmiddelen als het honderd kralenketting of geld.
- De leraar laat met verschillende contexten zien dat vermenigvuldigen hetzelfde is als herhaald optellen (bijvoorbeeld 4 groepjes van 3 kinderen samentellen of vermenigvuldigen).
- Zij laat de kinderen overleggen over de voor- en nadelen van de verschillende strategieën voor de constructie van de tafels. Bij welke opgaven is het verdubbelen handig? (4×4 via 2×4) En bij welke opgaven verwisselen? (7×2 via 2×7) Hoe kun je eenvoudig $9x$ vinden en met welke strategie? Hoe kun je eenvoudig $5x$ vinden? Etc.
- Zij doet zelf hardop denkend verschillende strategieën voor, met betrekking tot constructie van de tafels en de optel- en aftreksommen en controleert of de kinderen strategieën op de goede manier gebruiken.
- Zij controleert het gememoriseerd hebben van de tafels, bijvoorbeeld door dictees en observaties, laat kinderen in kaart brengen welke vermenigvuldigingen ze kennen en welke ze nog niet paraat en welke ze niet correct uit het hoofd kennen, en maakt afspraken met de kinderen hoe ze meer kunnen leren. Ze geeft de kinderen daarbij ook eigen verantwoordelijkheid.
- Zij laat de kinderen veel oefenen met de tafels en de sommen tot 20 in bij voorkeur speelse vormen, zoals memory.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Het rekenrek



Juf Petra is samen met de kinderen bezig met het rekenrek. Elk kind heeft een rekenrek op de tafel staan, en voor het bord hangt het klassikale rekenrek. De juf vraagt om de som $7+6$ uit te rekenen. De meeste kinderen gaan meteen op hun rekenrek de betreffende aantallen kraaltjes opzetten. Pim vraagt of hij het uit zijn hoofd mag doen en dat mag.

Na enkele ogenblikken vraagt de juf aan Margriet of ze wil verwoorden hoe ze dit sommetje heeft opgelost. "Ik heb eerst 7 kralen bij elkaar gezet op de bovenste rij." "Hoe wist je dat het er zeven waren?" vraagt de juf. "Ik heb ze een voor een geteld totdat ik bij zeven was," antwoordt Margriet. Pieter steekt zijn vinger op. "Ik kon 5 kralen tegelijk pakken, omdat ze allemaal rood waren." "Heel mooi!" zegt de juffrouw, en ze laat beide werkwijzen nog even op het klassikale rek zien. 'Dat gaat iets sneller, maar het kan allebei.'

Margriet vertelt dat ze verder 6 kralen had geteld en die eronder had geschoven. "Toen had ik 13." Pieter vertelt dat hij twee keer vijf kralen ineens onder elkaar kon schuiven. "Toen moest ik er nog 3 in totaal bij doen, want 7 is 2 meer dan 5 en 6 is 1 meer dan 5. Dus het antwoord is 13, want $5 + 5 = 10$ en $10 + 3 = 13$." Juf laat zowel de manier van Margriet als die van Pieter op het klassikale rekenrek zien en bevestigt dat de manier van Pieter een handige manier is.

"Maar ik heb het nog anders gedaan," zegt Fatma. "Ik heb eerst $6 + 6$ gedaan, want ik weet dat dat 12 is en toen heb ik er nog 1 bijgedaan en dat is 13." Juf: "Dus jij zegt: eerst 6 en 6 (schuift twee keer zes kralen op het klassikale rek naar links), en dan nog eentje meer (idem) is 13; goed, hoor!" En ze vervolgt: "Heeft iemand er een ander getal dan 13 uitgekregen?" Hannah steekt haar vinger op en vertelt dat ze er 12 uit had gekregen. "Ik ben eerst van 7 naar 10 gegaan en toen moest ik er nog twee bij doen en zo kwam ik uit op 12." "Maar je moest er nog drie bijdoen, want van 7 naar 10 is 3 en dan nog eens drie erbij is 13," zegt Anton. "Heel mooi," antwoordt juf Petra. "Nu mogen jullie hetzelfde gaan doen bij de som $9 + 7$."



Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen oefenen het optellen en aftrekken tot 100, waarbij ze meer en meer gebruik maken van een zelf gekozen strategie, zoals rijgen, splitsen, compenseren of verschil bepalen.
- Ze maken daarbij voor zover nodig gebruik van passende tussennotaties en leren om deze notaties gaandeweg steeds meer achterwege te laten.
- Ze kunnen dan ook anderen en de leraar uitleggen hoe ze de som in hun hoofd uitgerekend hebben en waarom die strategie goed past.
- Ze herhalen de kennis van de tafelproducten en leren om de eerder geleerde, handige strategieën ook bij de moeilijkere tafelproducten in te zetten.
- Ze automatiseren en memoriseren de tafels niet alleen via interactieve gezamenlijke oefeningen, maar ook door bijvoorbeeld in groepjes een tafelspel te doen of een computerspel te spelen.
- Ze inventariseren zelf regelmatig welke optellingen, aftrekkingen tot 20 en welke tafelproducten ze nog niet vlot kennen en welke al wel. Ze nemen zelf verantwoordelijkheid om wat ze nog niet kennen, gericht te gaan oefenen en bespreken met de leraar hoe ze dit kunnen doen, wanneer en eventueel ook met wie.
- De kinderen verkennen grotere vermenigvuldigingen en worden zich bewust dat deze vaak via het splitsen van één van de factoren (bijv. $5 \times 18 \rightarrow 5 \times 10 + 5 \times 8$) handig opgelost kunnen worden.
- Ze gaan vermenigvuldigingen met veel gebruikte en nuttige 'ankergetallen' herkennen en onthouden, bijvoorbeeld 2×50 , 4×15 en 4×25 .
- De kinderen oefenen het vlot uitrekenen van deelsommen uit de deeltafels zoals $32 : 4 =$, waarbij ze de deling kunnen interpreteren als: 'hoeveel keer 4 kan er in, of: 'hoeveel groepjes van 4 kan ik eruit halen'; daarmee wordt direct de relatie met het vermenigvuldigen gelegd.
- Ze automatiseren en memoriseren de deelsommen uit de deeltafels en zijn zich bewust hoe ze daarbij hun kennis van de vermenigvuldigings tafels kunnen inzetten.
- Ze oefenen delingen met rest op basis van hun kennis van de deelsommen uit de deeltafels (bijv. $83 : 9$ via $81 : 9$).

Wat doet de leraar?

- De leraar zorgt er voor dat het onderhoud van het optellen en aftrekken tot 20 en tot 100 regelmatig in mondelinge oefeningen, rekendictees en computerspellen aan de orde komt.
- Zij signaleert tijdig lacunes in de kennis van de kinderen met betrekking tot het rekenen tot 100 en laat zo nodig enkele stappen terugdoen door het werken met de lege getallenlijn en de rijgaanpak nog eens op te frissen.
- Zij lokt kinderen die eraan toe zijn, uit om met andere strategieën te werken (bijvoorbeeld: aanvullen, splitsen en compenseren), en bespreekt de voor- en nadelen ervan met de kinderen. Ze dringt niet haar manier van denken op aan de kinderen, maar stimuleert ze om hun eigen oplossingswijze te kiezen.
- Zij legt de relatie van het optellen en aftrekken tot 100 met het rekenen met grotere getallen (bijv. de relatie tussen $148 + 23$ met $48 + 23$).
- De leraar zet de (re)constructie en het automatiseren en memoriseren van de tafels voort, en laat de kinderen verkennen hoe je sommen als 12×6 en 20×5 handig kunt uitrekenen op basis van tafeltennis.
- Zij maakt de samenhang tussen delen en vermenigvuldigen helder door te laten ervaren dat het steeds gaat om hoeveel keer er afgetrokken kan worden.
- Zij stimuleert de kinderen om deelsommen te controleren met de bijbehorende tafelsom.
- Zij stelt het analogierekenen aan de orde, vooral bij vermenigvuldigen en delen (bijvoorbeeld 20×80 ; $100:20$), zodat het werken met nullen geen trucje blijft en de kinderen het echt gaan snappen.
- Ze laat door middel van verschillende contexten zien dat niet alle deelsommen in de praktijk hoeven uit te komen, maar dat er ook resten kunnen zijn.
- Ze maakt kinderen duidelijk wat de voordelen zijn van het vlot uit het hoofd kennen van optellingen en aftrekkingen onder 20 en de tafels. Ze laat kinderen eigen verantwoordelijkheid nemen bij het uit het hoofd leren van deze sommen en bespreekt hoe ze dat willen oppakken.

- 
- Ze laten zien dat ze verschillende contexten kunnen vertalen in vermenigvuldigingen en delingen (bijv. 36 foto's er gaan er vier op één blad).
 - Ze krijgen door dat in verschillende contexten deelsommen niet helemaal uit hoeven komen, dat er een rest kan zijn, bijvoorbeeld een groep kinderen die over bussen moeten worden verdeeld. Ze leren daarbij deze 'rest' correct te interpreteren

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Tafelkaartjes

Meester Henri is bezig met het automatiseren van de tafels bij de kinderen van groep 5. Hij gebruikt daarbij een set tafelkaartjes waarop alle tafelproducten groot een duidelijk zonder antwoord staan vermeld.

Achtereenvolgens laat hij nu een tiental kaartjes zien (3×4 , 8×7 , 10×3 , 6×8 , 5×5 , 9×7 , 9×10 , 4×4 , 6×5 en 9×8) waarbij de kinderen op een blaadje het antwoord noteren. Per som krijgen ze ongeveer vijf seconden de tijd. Na afloop worden de antwoorden gezamenlijk gecontroleerd. Hierbij blijkt dat vrijwel alle kinderen de sommen 3×4 , 10×3 , 5×5 , 9×10 , 4×4 en 6×5 al uit het hoofd wisten. Maar voor de overige vier geldt dat in mindere mate, en daarom wordt nog eens kort geïnventariseerd hoe je deze handig kunt uitrekenen.

Zo komen bij 8×7 verschillende strategieën naar voren:

- omdraaien (7×8) en via 5×8 rekenen: 5×8 is 40; dan 8 erbij is 48, en nog eens 8 erbij is 56;
- verdubbelen: 2×7 is 14; 4×7 is 28; en dan nog eens verdubbelen is 56;
- redeneren via 10×7 : 10×7 is 70; 7 eraf is 63, nog eens 7 eraf is 56.

Aan de hand van een rechthoekig tegelpleintje met 10 rijen van 7 tegels maakt meester Henri deze strategieën nog eens aanschouwelijk.

Tot slot schrijft hij de vier sommen die nog moeilijk waren, op de achterkant van het bord. Hij neemt zich voor deze de komende weken regelmatig nog eens even aan de orde te stellen.

In een vervolgactiviteit wil Henri de kinderen zich bewust laten worden van welke tafelproducten ze al beheersen en welke ze nog niet snel genoeg kennen. Hij bespreekt dit en laat de kinderen in tweetallen aan de hand van de tafelkaartjes uitzoeken, welke sommen ze al snel kennen. Die leggen ze links, en waar ze nog moeite mee hebben leggen ze rechts. Als ze weten welke ze nog lastig vinden, laat Henri de kinderen zelf opschrijven, hoe ze die sommen uit het hoofd zouden kunnen leren en hoe ze elkaar daarbij kunnen helpen.

Zijn bedoeling is dat de kinderen ook eigen verantwoordelijkheid nemen voor wat ze moeten leren. Hij merkt dat dit kinderen ook stimuleert en ze zichzelf uitdagen om te halen wat ze zich voornemen. Ook stimuleren ze als tweetallen elkaar.



Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen onderhouden de kennis van het rekenen tot 100 en de tafels en passen die toe bij het werken met grotere getallen, het cijferen, en het rekenen met kommagetallen, procenten, etc.
- Ze maken meer en meer gebruik van een zelf gekozen strategie, bijvoorbeeld de rijgstrategie, splitsen, compenseren of verschil bepalen en werken daarin met steeds minder tussenstappen.
- Ze kunnen ook anderen en de leraar uitleggen hoe ze de som in hun hoofd uitgerekend hebben en waarom die strategie goed past.
- Ze laten zien dat ze verschillende moeilijke contexten kunnen vertalen in vermenigvuldigingen en delingen.
- Ze leren steeds vlotter deelsommen met rest uit te rekenen en zien door de context hoe ze de som realistisch moeten afronden
- (bijv. Hoeveel klaslokalen zijn er nodig voor 41 kinderen als er in elk klaslokaal 20 tafels en stoelen staan? Het antwoord 2 is realistischer dan 3.).
- De kinderen zien zelf wat de voordelen zijn van het vlot kennen van de vermenigvuldig- en deeltafels, bijvoorbeeld doordat ze dan sneller grotere vermenigvuldigingen en delingen kunnen oplossen en minder kans op fouten maken.

Wat doet de leraar?

- De leraar zorgt ervoor dat regelmatig in mondelinge oefeningen, rekendictees en computerspellen het onderhoud van het optellen en aftrekken tot 100 aan de orde komt.
- Zij doet competitie spellen met de tafels en deeltafels, zodat de gememoriëerde kennis van de kinderen op peil blijft en waar nodig nog verbetert.
- Zij laat de kinderen hun verschillende strategieën aan elkaar vertellen, zodat ze van elkaar kunnen leren en sommige rekenstappen sneller zullen gaan doen.
- Zij oefent het analogierekenen, met name bij vermenigvuldigen en delen, en maakt de kinderen bewust hoe het kan helpen om bij een opgave als 600: 20 aan een concrete situatie te denken zoals 600 euro verdelen met z'n twintigen, om oplossingsproces te ondersteunen.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Analogie redeneren

$$\begin{array}{l} 800 : 4 = .. \\ 1200 : 8 = .. \\ 300 : 15 = .. \\ 600 : 20 = .. \\ 1000 : 25 = .. \end{array}$$

Juf Ingrid toont in haar groep 7 op het bord een rijtje van vijf deelopgaven. De kinderen krijgen enkele minuten om deze opgaven op te lossen, waarbij ze een eventuele tussenstap op een kladblaadje mogen noteren.

Na vijf minuten volgt een nabespreking, waarbij de kinderen achtereenvolgens hun oplossingen bij de verschillende sommen naar voren brengen.

Mustafa (bij $800 : 4$): "Dat is 200; want ik doe 8 gedeeld door 4 is 2; en dan is 800 gedeeld door 100 keer zoveel, dus 200."

Lesley (bij $1200 : 8$): "150; want 100 gedeeld door 8..., Nee! 800 gedeeld door 8 is 100; en dan 400 gedeeld door 8 is de helft, dus 50; bij elkaar 150." (Juf Ingrid heeft het stapsgewijs op het bord genoteerd, andere kinderen zijn het er weer mee eens).

Carl (bij $300 : 15$): "Ik dacht: 10×15 is 150; en 20×15 is 300." Juf Ingrid: "Maar wat is nu je antwoord?" Carl: "Nou, 20; want het is 20 keer 15..." (instemmend gemompel)

Mervin (bij $600 : 20$): "Dat is 3; want 6 gedeeld door 2 is 3; en dan is 600 gedeeld door 20 ook 3." Andere kinderen: "Hè...?" Juf Ingrid: "Wie is het met Mervin eens?" (twee kinderen steken hun vinger op, de rest niet) Sander: "Ik dacht dat het 300 moest zijn; Of nee, 30" Her en der ontstaat nu discussie in de klas. Wat is het nu: 3 of 30 of 300?

Juf Ingrid: "Zou iemand een verhaal bij deze som kunnen bedenken?" Gaby: "Nou, je bent bijvoorbeeld met z'n twintigen..." (Ingrid: "Hoe bedoel je?") "Dan moet je wat verdelen, en je bent met z'n twintigen..." Ronny: "Ja. Bijvoorbeeld, 600 euro en die verdeel je met z'n twintigen..." (andere kinderen stemmen in)

Juf Ingrid: "600 euro verdelen met z'n twintigen... En hoe reken je dat uit?"

Gaby: "Ik deed: 6 gedeeld door 2 is 3 euro; en dan 60 euro gedeeld door 2 is 30 euro; en dan 600 euro gedeeld door 20 is evenveel, dus ook 30."

Juf Ingrid (noteert het analogierijtje op het bord): "Is iedereen het ermee eens?"

Gürmüz: "Ja, maar, je kan ook zeggen: als je 60 euro met z'n twintigen verdeelt, dan krijg je allemaal 3 euro; want 20×3 is 60. En als je 600 euro met z'n twintigen verdeelt, dan krijg je 10 keer zoveel, dus 30 euro."

Anderen: "Ja, logisch..."

Kerdoel 28

De leerlingen leren schattend tellen en rekenen.



Toelichting en verantwoording

Schattend tellen en rekenen is het door globaal tellen of door rekenen met afgeronde getallen bepalen van een hoeveelheid of een uitkomst. Dat gebeurt om verschillende redenen. Steeds is daarvoor de afweging nodig: is in deze situatie 'ongeveer' voldoende of is 'precies' noodzakelijk. De (noodzakelijke) nauwkeurigheid van een schatting wordt vooral bepaald door de context.

Zowel bij schattend tellen als bij schattend rekenen gaat het er om dat een leerling 'moeilijk te bepalen hoeveelheden', 'lastige aantallen' of 'lastige getallen' overzichtelijk en hanteerbaar maakt. Dat kan door hoeveelheden te vergelijken met bekende aantallen, ze handig te structureren, of getallen te vervangen door beter 'hanteerbare ('handige') getallen'. Wat hanteerbaar is, hangt af van de telstrategieën, de (bij de context passende) referentie aantallen, getallen en maten en het netwerk van rekenfeiten en basisberekeningen (kerndoel 27) waarover die leerling beschikt.

Leerlingen moeten niet alleen leren schatten, maar ook leren bepalen wanneer het goed is precies te tellen of te rekenen en wanneer zij aan schatten de voorkeur moeten geven. Ook is het belangrijk dat leerlingen leren zien 'hoe ver je er naast komt te zitten' als je met geschatte of afgeronde getallen gaat werken en of een dergelijke afwijking (binnen de context) nog acceptabel is.

Schattend tellen heeft alleen zin bij grote of onoverzichtelijke aantallen, waarbij het één voor één tellen te tijdrovend of onmogelijk is. Wat als een groot aantal ervaren wordt, hangt af van (de vaardigheid van) de leerlingen. Schattend rekenen is belangrijk geworden, omdat men in de praktijk precieze berekeningen met grote getallen wel met de rekenmachine kan maken. Bij meten speelt schatten per definitie een belangrijke rol (Zie kerndoel 31).



Inhoud

🗺️ groep 1 en 2	🗺️ groep 3 en 4	🗺️ groep 5 en 6	🗺️ groep 7 en 8
SCHATTEND TELLEN			
• schattend bepalen van grotere hoeveelheden, voorafgaand aan precies tellen, (via orde-van-grootte-vergelijkingen: 'zijn het er meer of minder dan 10? Meer dan 20? Tussen 20 en 30?' etc. Het gaat daarbij vanaf het begin om de 'argumenten', en niet om alleen raden)	als groep 1/2 + • tellen (via sprongen) op basis van geschatte aantallen: (bijv. Hoeveel boterhammen eet je per week? Hierbij kan het aantal boterhammen per dag als uitgangspunt voor de schatting dienen) • het bijstellen van schattingen op basis van nieuwe informatie tijdens het uitvoeren van precieze tellingen (bijv. Als er in dit stapeltje 20 schriften zijn, kunnen er dan in de hele stapel 50 schriften zijn?) • het schatten van aantallen op basis van referentieaantallen (bijv. méér dan 50, maar minder dan 100)	als groep 3/4 + • tellen op basis van gemiddelden • tellen op basis van een tussenmaat: (bijv. het aantal mensen op een plein schatten door het aantal mensen per m² te tellen en de oppervlakte van het plein te schatten)	als groep 5/6 + • tellen op basis van steekproeven • kritisch analyseren van getalsmatige informatie in maatschappelijke contexten en op basis van een eigen schatting besluiten of die informatie juist is / kan zijn (bijv. In het nieuwe voetbalstadion kunnen wel 1 miljoen mensen de wedstrijden zien!)



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	SCHATTEND REKENEN EN REDENEREN		
	- rekenen via ronde getallen bij verschillende bewerkingen: 9 + 8 is bijna 18, want 9 is bijna tien; 67 - 28 is ongeveer 67 - 30 (want 28 is bijna 30); 7 x 49 is iets minder dan 7 x 50 en is dus iets minder dan 350 - schatten of een optelling klopt op basis van snel hoofdrekenen door afronding op handige getallen: (bijv. het totaal van een kassabon schattend controleren door naar beneden of naar boven per artikel op hele euro's af te ronden en die getallen (globaal) op te tellen)	als groep 3/4 + - rekenen via ronde getallen en kennis van rekenfeiten bij verschillende bewerkingen: $28 \times 39 \approx 30 \times 40 \approx 1200$, maar iets minder of: $28 \times 43 \approx 30 \times 40 \approx 1200$ $98 : 8$; ik weet $80 : 8 = 10$, dus het antwoord is iets meer dan 10 - onze gemeente (112 duizend inwoners) verstrekt de eredivisieclub € 1.250.000. Dat is ruim € 10 per inwoner! - berekenen van onbekende lengten, inhouden, oppervlakten op basis van bekende referenties (bijv. de lengte van dit lokaal is ongeveer 10 meter en de breedte zo'n 7 meter, dus de oppervlakte is ongeveer 70 m²) - beoordelen hoe nauwkeurig gerekend moet worden op basis van de grootte van de getallen en de aard van de context - herkennen welke schatstrategie het best passend is en deze kunnen toepassen - beredeneren hoe ver de geschatte uitkomst af zal wijken van de werkelijke uitkomst	als groep 5/6 + - weten hoe men schattend rekent in allerlei maatschappelijke contexten en tevens begrijpen waarom dat daar zo gebeurt - kunnen afronden; eerst met hele getallen, later ook met kommagetallen - redeneren met orden van grootte (bijv. 1.500.000 euro of € 1,5 miljoen, nadruk op 1,5 miljoen als 1500 duizenden of op één en een half miljoen) - kritisch analyseren van en betekenis geven aan berekeningen met geschatte of afgeronde getallen; zijn de juiste keuzes gemaakt en correcte conclusies getrokken? - schatten bij bewerkingen met kommagetallen, waarbij de positie van de komma en het effect van de cijfers achter de komma worden herkend. Dit geldt voor zowel benoemde als onbenoemde kommagetallen - schatten van de uitkomsten van cijfersommen bij hele en vooral bij kommagetallen - schatten van uitkomsten van bewerkingen als controle op uitkomsten bij gebruik van een rekenmachine of Excel-bestand - beredeneerd vergelijken van verschillen door gebruik te maken van percentages (bijv. In 2005 is de prijs van een ijsje gestegen van € 0,80 naar € 1,00; in 2006 steeg de prijs van zo'n ijsje van € 1,00 naar € 1,20. Was de sterkte van de prijsstijging gelijk, hoger of lager?)

Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen voorspellen hoeveel objecten (knikkers, pepernoten, blokjes e.d.) er in een potje (of doosje) zitten en onderbouwen op grond waarvan ze dat denken; later tellen ze na of het aantal ongeveer klopt en bespreken of de schatting kon kloppen.
- Ze leren dat ze bij het vergelijken van hoeveelheden niet precies hoeven tellen, maar een schatting kunnen maken door de hoeveelheden te overzien: waar liggen er meer.
- Ze voorspellen (bijvoorbeeld op basis van een eigen referentie (ik ben in 2 stappen voorbij het tafeltje) hoeveel stappen de lengte van het lokaal is (of hoeveel stappen het is naar de deur van de gang).
- Ze schatten (impliciete of denkbeeldige vergelijking) hoeveel handspan, stappen of een andere lichaamsmaat, een bankje, een lijn, een stok, een raam is en meten het na door af te passen. Ze beseffen dat iedereen dan verschillende maten gebruikt.
- Ze herkennen of er genoeg (stoelen, vellen papier, bordjes, etc.) zijn voor alle kinderen in de groep, en of het er meer of minder zullen zijn, zonder tellen, maar door te schatten en te redeneren.

Wat doet de leraar?

- De leraar stelt vragen bij situaties met hoeveelheden en zorgt dat de kinderen niet precies kunnen tellen of dat het antwoord niet vraagt om precies tellen (hoeveel boterhammen eet je per dag? Is dat altijd zo? Hoeveel kinderen zitten er denk je op school? Meer of minder dan 10? Of 20? Waarom denk je dat?
- Zij is model door zelf hardop te demonstreren hoe zij schattend omgaat met getallen.
- Zij laat vanaf het begin merken dat raden wat anders is dan schatten, en dat schatten te maken heeft met goed kijken, met herkennen en met globaliserend durven omgaan met getallen.
- Zij zorgt er dagelijks voor dat kinderen zich verwonderen over, voorspellen van en vergelijken met getallen en hoeveelheden.
- Ze stelt vragen die kinderen aanzetten tot schatten, omdat precieze antwoorden niet te geven zijn: hoeveel stappen zou het schoolplein lang zijn? Maakt het uit wie die stappen maakt?
- De leraar herkent (buiten een specifieke rekenles) situaties waarin aantallen moeten worden bepaald of waarin schattend tellen betekenisvol kan worden toegepast.
- Zij verzamelt verhalen en materialen die uitdagen tot schattend tellen en stimuleert kinderen dat ook te doen.
- Zij herhaalt eerdere ontdekkingen en ervaringen, zodat deze bij de kinderen inslijpen en tot herkenning leiden.
- Zij stimuleert in spel en expressie structuren en patronen in hoeveelheden te herkennen en te gebruiken.



Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Gestapelde stoelen

Als de kleuters binnenkomen staan alle stoeltjes opgestapeld aan twee kanten van het lokaal. Aan de ene kant 5 stapels van 4 en aan de andere kant 4 stapels van 3.

Op de plaats van de kring liggen kleden. De juf zit al op de grond en nodigt de kinderen met gebaren uit om haar heen te komen zitten.

Als alle 25 kleuters zitten en de moeders zijn vertrokken brengt juf maar direct de stoeltjes ter sprake. Ze merkt dat de kinderen het spannend vinden dat het anders is dan anders.

"De vloer is schoongemaakt en daarom staan de stoeltjes opgestapeld. Ik weet niet of we alle stoeltjes weer terug hebben. Wat denken jullie?" De kinderen kijken rond "Het zijn er wel veel", zegt de een. "Ja, maar wij zijn ook met veel!" zegt een ander.

Na wat heen en weer praten komen ze wel tot de conclusie dat het er wel genoeg zullen zijn. "Zouden we aan de stoeltjes die daar staan genoeg hebben?", vraagt juf en ze wijst naar de 4 stapels van 5. "Ja! Dat zijn heel hoge stapels!", roept een jongste enthousiast. "Het zijn er maar vier" zet een oudste daar tegenover. "Ga eens door!", moedigt juf haar aan. "Nou, een stapel is genoeg voor 5 kinderen maar wij zijn met 25! Ik denk dat het niet genoeg is.

"Hoe zouden we dat kunnen uitzoeken zonder die stapels af te breken?" vraagt juf uitdagend. Even is het stil, maar dan komen de ideeën. Een kind stelt voor om in rijtjes van 5 voor die stapels te gaan zitten, dan zie je het vanzelf. Een strak plan! Juf neemt de regie en stelt voor om eerst een rijtje te maken. Vijf kleuters gaan achter elkaar voor een stapel stoeltjes zitten. "Wat denken jullie? Zouden die drie andere stapels genoeg zijn voor de andere kinderen?" Sommigen denken zeker te weten dat het kan, anderen juist dat het niet kan. "Laten we dan nog maar zo'n rijtje maken", stelt juf voor. De helft van de stapels is daarna nog over: zou dat genoeg zijn? De kinderen kijken rond. "Er zijn meer kinderen dan stoeltjes juf!" roept een oudste kleuter heel beslist. "Waaraan zie jij dat?" informeert juf belangstellend. "Kijk juf, daar zitten er al 5", en ze wijst naar een groepje kleuters dat op hun knieën bij elkaar zit, "en daar zitten er ook wel vijf en dan ze nog niet op, en de stoeltjes wel!" Tja, daar is geen speld tussen te krijgen. "Wie denkt dat het anders is?" Nadat het meisje het nog eens heel precies heeft aangewezen, is iedereen overtuigd.



"Zouden we dan misschien beter die stapels kunnen nemen?" vraagt juf arge-
loos, terwijl ze naar de vier stapels van 3 wijst. Alle kinderen kijken mee en al
snel zijn er een paar die het zien. "Dat zijn evenveel stapels, maar met minder
stoeltjes, dus dat kan nooit!" Juf laat haar nog eens aanwijzen wat het verschil
is tussen de stapels aan de ene kant en aan de andere kant en dan is ook dat
duidelijk. "Hoeveel stoeltjes van de lage stapels hebben we nog nodig om alle
kinderen een stoel te geven?"

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen oefenen in tweetallen het herkennen van orden van grootte door gebruik te maken van (flitskaartjes met) 5-beelden (is het 10 of minder, meer dan 10, maar niet meer dan 20 of meer dan 20?).
- Ze voorspellen of ze wel of niet van de 100-ketting zullen 'afvallen' (je begint op 31 en maakt 7 tiensprongen); ze geven elkaar (in tweetallen) opdrachten en controleren samen.
- Ze schatten lengten (hoogten/afstanden) door gebruik te maken van de eigen lichaamsmaten of andere referentiematen (bijvoorbeeld de hoogte van een deur of hoe ver ik loop in een minuut).
- De kinderen noemen hun eigen referenties bij getallen: 26 is alle letters van het alfabet; 24 is twee doosjes nieuwe potloden; 16 is alle meisjes uit de groep; 6 is als we allemaal thuis zijn, etc.
- Ze benoemen wat voor hen mooie of handige getallen zijn (niet: mooie cijfers!!) en waarom en vergelijken het nut daarvan. 10 is handig, want dan kan ik snel tellen; 9 is mooi want dat is 3×3 , een vierkantje! Op basis van deze bespreking in de (kleine) kring maakt ieder zijn eigen getallenboekje met mooie en handige getallen, met bij elk een voorbeeld of een passende tekening.
- De kinderen spelen in de winkelhoek en moeten alles betalen met hele euro's. (Kleinere munten doen niet mee.) De prijzen zijn niet afgerond. Kinderen mogen met de winkelier 'onderhandelen' of ze sommige bedragen ook naar beneden mogen afronden, ter compensatie van andere.
- Ze bespreken in de kleine kring of aan de instructietafel hoeveel er ongeveer uit een gegeven bewerking komt en hoe zij dat hebben geschat (opgaven als $46 + 39$; $98 - 39$) Zij leggen elkaar uit (bijv. m.b.v. een tekening of mab-materiaal) of het 'echte' antwoord meer of minder zal zijn.

Wat doet de leraar?

De leraar doet hetzelfde als haar collega in groep 1/2 en ook nog dit:

- Zij stimuleert vanaf het begin het denken en praten over getallen, zodat kinderen bijv. 8 en 9 gaan herkennen als 'bijna 10' of 6 en 7 als 'een beetje meer dan 5'.
- Zij biedt de kinderen regelmatig (bijv. via een handpop) prikkelende uitspraken aan die een 'cognitief conflict' uitlokken en aanzetten tot kritisch nadenken en redeneren. (Als ik 8 pepernoten samen met 9 pepernoten in een zakje doe heb ik wel meer dan 20 pepernoten!)
- Zij formeert regelmatig een kleine kring waarin zij de kinderen met elkaar laat bespreken hoe zij een bewerking schattend te lijf gaan Daarbij stimuleert zij dat de kinderen kritisch luisteren naar elkaars aanpak luisteren en daarop reageren.
Zo legt ze bijvoorbeeld opgaven neer als $48+19$, $39+39$, $21+23$, en de kinderen bepalen of de uitkomst meer of minder is dan een bepaald getal. Doordat bewust niet gevraagd wordt naar één uitkomst of antwoord, worden de kinderen ook niet 'geconditioneerd' dat bij elke vraag of som één uitkomst moet komen.
- Zij stimuleert dat kinderen hun eigen mooie en handige getallen gaan herkennen en verzamelen. Zij geeft aandacht en moedigt aan als kinderen aan het werk zijn met hun getallenboekje.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Tussen tien en twintig

Juf Marije geeft les in groep 3 en 4. Ze merkt dat de kinderen het moeilijk vinden als ze niet meteen vertelt of de kinderen een opgave goed of fout gemaakt hebben. En als het goed is, dan kunnen ze haast niet meer luisteren naar haar reactie. Ze vindt dit jammer omdat ze niet wil dat het kinderen vrij rechttoe rechtaan over sommen en antwoorden denken. Daarom besluit ze met groep 3 een activiteit te doen waarbij meer antwoorden goed zijn en kinderen leren dat het allemaal niet zo precies moet.

Op het bord schrijft ze een getallenlijn en daarop de 10 en de 20.

"Wie kan een som geven die een uitkomst heeft tussen 10 en 20?" Verschillende kinderen steken meteen hun vinger op. $8 + 10$, $6 + 6$. Op de vraag hoe de kinderen hun antwoord bepalen, zeggen ze dat ze het uitgerekend hebben. Marije wil echter dat er niet precies gerekend wordt. Hoe kan ze dat nu bevorderen?

Ze besluit zelf de sommen te maken en de kinderen zo snel mogelijk hun vinger op te laten steken als het antwoord tussen 10 en 20 ligt. In snel tempo noemt ze opgaven als $2 + 3$, $4 + 1$, $10 + 4$. De kinderen krijgen geen tijd genoeg om te rekenen. Als ze vraagt hoe ze dan toch hun antwoord weten, komen er inderdaad andere antwoorden: dat zie je toch zo, $2 + 3$ is maar heel weinig; " $10 +$ iets is altijd al meer dan 10."

Dan besluit Marije om het omgekeerd te doen:

"Zouden jullie ook kunnen zeggen of een uitkomst meer of minder dan 15 is? We gaan het snel doen, zodat je niet precies kunt rekenen, want dat is juist de bedoeling van dit spel.. Oké, $3 + 3$, meer of minder dan 15?" Méér, wordt er geroepen. " $5 + 5$? $10 + 10$? $8 + 8$? $7 + 6$?" Marije merkt dat de kinderen, naar mate de getallen heel klein of juist heel groot zijn, de meeste kinderen wel een antwoord weten en niet precies gaan rekenen. Dit is precies wat ze wilde bereiken. Ze ziet wel dat zwakkere rekenaars er wel moeite mee hebben. Hoe ze die kan helpen weet ze niet meteen. Wel bedenkt ze dat ze dit spel met groep 4 ook eens zou kunnen doen, dan met moeilijkere getallen. Misschien in een context, met geld bijvoorbeeld?

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen beredeneren de uitkomsten van optellingen en aftrekkingen met grote getallen op basis van het vervangen van de gegeven getallen door 'handig' afgeronde getallen, zoals
 - $398 + 293 \rightarrow 400 + 300 = 700$
 - $956 - 298 \rightarrow 960 - 300 = 660$
- Ze vergelijken in tweetallen, of in de kleine kring verschillende manieren van afronden op de aspecten 'handig rekenen' en 'nauwkeurigheid'.
- De kinderen bespreken hun redeneringen bij de uitkomsten van vermenigvuldigingen en delingen op basis van het vervangen door handiger getallen. Bijvoorbeeld:
 - is 19×21 hetzelfde als 20×20 ?
 - is de uitkomst van 16×127 meer of minder dan van 20×100 ;
Is 16×125 een handig alternatief en waardoor dan? Maakt het bij vermenigvuldigen uit of je het kleinste of het grootste getal afrondt?
 - Hoe is dat bij het delen? (bijv. bij $367 : 68 \rightarrow 367 : 70 \rightarrow 350 : 70$ of $360 : 60$ of $375 : 75$)
- De kinderen bedenken, onderzoeken en vergelijken referentiematen voor lengte, oppervlakte, inhoud, gewicht en tijd. Zij passen die toe bij het beredeneren van dergelijke maten in nieuwe contexten. Zij leggen hun bevindingen vast in een digitale presentatie met foto's en uitgeschreven redeneringen.
(bijv. ze leren dat een bed en een deur ongeveer 2 meter lang zijn; op basis daarvan kunnen ze de lengte van het lokaal of van hun slaapkamer schatten. Ze kennen hun eigen lengte en kunnen op basis daarvan een schatting maken van de hoogte van het lokaal)

Wat doet de leraar?

De leraar doet hetzelfde als haar collega in groep 3/4 en ook nog dit:

- Zij bespreekt met de kinderen de verschillende manieren van afronden en de voor- en nadelen daarvan binnen verschillende contexten. Daarbij stimuleert zij via coöperatieve werkvormen dat kinderen vooral zelf op onderzoek gaan en met elkaar argumenten en voorbeelden uitwisselen.
- Zij stimuleert dat kinderen schattend rekenen toepassen in situaties waarin dit zinvol is; zij maakt dit bovendien lonend door niet steeds daarna ook de precieze uitkomst te eisen.
- Zij stelt aan de orde, dat schatten meer is dan alleen maar een beetje afronden zodat je rekenen handiger maakt. Dit doet ze door de kinderen verschillende varianten voor te leggen en hun mening daarover te laten geven:
 - kun je over een dorp met 647 inwoners zeggen dat het er ongeveer 500 heeft? Of 700?
 - kun je over een stad met 25.381 inwoners dan wel zeggen dat het er ongeveer 20.000 zijn, of 30.000? Waar let je dan op?
 - als je 10 DVD's koopt voor 29,30; kun je dan zeggen dat ze ongeveer 3 euro per stuk zijn?
- De leraar zorgt regelmatig voor verrassende voorbeelden van gebruik van getallen in het nieuws en stelt daar tot schatten uitdagende vragen bij.
- Zij stimuleert het gebruik van referentiegetallen en -maten, bijvoorbeeld door kinderen in groepjes zelf van die maten te laten bedenken of bewust te worden.
- Zij accepteert dat deze niet voor alle kinderen hetzelfde zijn, maar gebruikt gesprekken om eigen referenties wel aan elkaar te vertellen, zodat anderen er ook van kunnen leren, bijv. 'ik weet dat dat het van school naar de kerk precies 1 km is' Nu andere kinderen dat weten, gebruiken ze die referentie ook: 'dan woon ik ongeveer 2 km van school, want de kerk ligt ongeveer op de helft.'

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Meer oplossingen voor dezelfde opgave

Aan de instructietafel zit een groepje van 5 kinderen. Zij werken met het compacte programma uit de rekenmethode en rekenen dus boven gemiddeld. Vandaag wil meester Gert eens wat moeilijker vragen aan hen voor leggen. Ieder heeft een kladblokje voor zich, waarmee ze steeds eerst even in de denktijd zelf aan het werk gaan met de vraag.

"Ik noem je een vermenigvuldiging. Je hoeft die niet precies uit te rekenen, dat heeft geen zin. Ik wil dat je die som vervangt door een andere, die erop lijkt, maar veel eenvoudiger is om uit te rekenen, maar waaruit toch ongeveer een even groot antwoord komt. Duidelijk? Daar komt ie... 341×5987 (.....)"

Zou het ook anders kunnen? Wat is het verschil? Wanneer kun je deze manier het handigst gebruiken?

"Bedenk nu zelf ook eens zo'n opgave, schrijf die op een blaadje en geef dat naar links door. Als je jouw oplossing eronder hebt geschreven, dan geef je het weer naar links door en kijk je of je nog een andere (liefst slimmere) oplossing voor diezelfde opgave kunt bedenken. Daarna bespreken we de verschillende oplossingen en proberen we een paar regels te vinden voor het schatten van zulke vermenigvuldigingen, waar je op moet letten en wat wel en niet mag."

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- Voortzetting van wat de kinderen in groep 5/6 doen maar nu ook met grotere getallen en complexere contexten.
- De kinderen verzamelen krantenberichten (of berichten op bijv. www.nu.nl) waarin (grote) getallen voorkomen. Ze kopiëren deze en verwijderen daarin de betreffende getallen op het meest linkse cijfer na. Deze teksten-met-gaten worden in de groep uitgewisseld, waarna ieder probeert een passend getal in te vullen en vooral argumenten te bedenken voor deze keuze. Daarna worden de antwoorden en de argumenten vergeleken. Hierbij gaat het er niet om wie het antwoord precies goed had, maar wie de beste redenering heeft bedacht bij zijn of haar antwoord.
- De kinderen voorspellen hoeveel cijfers links van de komma zullen komen in de uitkomst van een bewerking met kommagetallen. Zij kunnen daarbij gebruik maken van hun kennis van afronden. Zwakkere kinderen doen dit uitsluitend met benoemde kommagetallen, zoals eurobedragen.
- De kinderen bedenken ieder een formule met verschillende bewerkingen. Samen met een ander kind maken zij een schatting van de uitkomsten van hun formules. Ze letten er samen op vooral te rekenen met afgeronde (globale) getallen en niet precies de oplossing uit te rekenen. Ook voorspellen ze of de werkelijke uitkomst groter of kleiner zal zijn. Vervolgens wordt de formule ingetypt op een rekenmachine en/of in Excel. Samen controleren ze of de uitkomst klopt met hun schatting, of ze de verschillen kunnen verklaren en of het antwoord in de verwachte richting afwijkt van hun schatting.
- De kinderen gaan op onderzoek bij allerlei beroepsbeoefenaren en bij allerlei sporten en verzamelen gegevens over de manier waarop wordt gewerkt met schattingen, gemiddelden, afrondingen en nauwkeurigheid van getallen.

Wat doet de leraar?

De leraar doet hetzelfde als haar collega in groep 5/6 en ook nog dit:

- Zij daagt de kinderen uit situaties uit de actualiteit (waarin getalsmatige informatie staat) kritisch te lezen en door schatten na te gaan of deze informatie juist is of zou kunnen zijn.
- Zij stimuleert door het aanbieden van kritische situaties en door het stellen van open, niet-suggestieve vragen dat kinderen niet 'op de automatische piloot' afronden en schattingstrucjes toepassen.
- Zij stimuleert met name zwakke rekenaars (kinderen met minder voorkennis en vaardigheden) steeds met benoemde getallen (natuurlijke getallen, en rationale getallen) te rekenen, en hun schattingen op die contexten te baseren.
- Ze stelt vooral ook het rekenen met kommagetallen in meetsituaties aan de orde en de vraag, wanneer het wel en niet geoorloofd is om schattend te rekenen of precies te rekenen. In contexten is dat heel wat anders dan in rekenopgaven:
 - als je bijvoorbeeld in de winkel loopt, een bepaald bedrag bij je hebt, mag je het totaal van de prijzen wel schattend optellen, maar je moet niet te veel naar beneden afronden.
 - als je een kast maakt en je hebt gemeten hoe lang de planken moeten zijn, dan mag je wel afronden, maar niet naar beneden: je kunt beter wat overhouden dan te kort komen.
- Juist door met kinderen dit soort gesprekken te voeren en vooral ook kinderen uit hun eigen beleevingswereld voorbeelden aan te laten dragen, ervaren ze het nu van schatten en vergroten ze hun inzicht in kommagetallen en de functie van de maatverfijning.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Brandstofprijzen

AMSTERDAM - Shell heeft dinsdag de adviesprijzen voor benzine en diesel verhoogd. Een liter euro ongelood steeg 1,3 cent in prijs tot 1,362 euro. Diesel werd 0,7 cent duurder op 1,026 euro. Dat heeft de olie-maatschappij aan haar pomphouders laten weten.

De prijsverhoging hangt dit keer voornamelijk samen met de jaarlijkse accijnsverhoging voor brandstoffen. Loodvrije benzine en diesel zijn daardoor respectievelijk 1,07 en 0,6 cent duurder geworden.

Olieconcerns baseren hun adviesprijzen op internationale productnoteringen. De prijs van ruwe olie is een belangrijk bestanddeel in de prijsvorming van benzine.

Op het digitaal schoolbord is een stukje van de site www.nu.nl geprojecteerd.

Juffrouw Ilse vraagt de kinderen van haar klas het volgende:

"Dit bericht staat vandaag op de website www.nu.nl. Lees het bericht eens."

De kinderen lezen de tekst van het bericht.

Dan gaat juf verder: "Als je de stijging van die prijzen zou moeten tekenen in een grafiek, welke lijn zou dan steiler omhoog gaan, die van de loodvrije benzine of die van de diesel? Probeer dat in tweetallen eens te schatten, dus zonder het precies uit te rekenen."

Al gauw is er een heftige discussie gaande. Het is duidelijk dat 1,3 cent meer is dan 0,7 cent, maar is dat ook meer in verhouding tot de literprijs?"

Ilse loopt langs de groepjes, luistert mee, stelt af en toe een vraag en legt dan alle gesprekken stil. Op basis van wat zij heeft gehoord en gezien geeft zij enkele kinderen een beurt en stimuleert de anderen daarop te reageren. Zij zorgt er heel goed voor niet iets van een voorkeur voor een oplossing te laten merken, maar speelt die steeds weer terug naar de groep: is dat zo? Hoe weet je dat zo zeker? Kun je dat zo uitleggen dat wij het ook snappen?

Kerdoel 29

De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.



Toelichting en verantwoording

Handig rekenen is (vlot) uit het hoofd rekenen, eventueel met ondersteuning van enkele genoteerde tussenantwoorden, tussenstappen of een schema zoals een dubbele getallenlijn of een verhoudingstabel.

Bij handig rekenen komt het er op aan de berekening overzichtelijk te maken, het aantal stappen beperkt te houden en de kans op fouten te reduceren door op een handige manier bekende rekenfeiten en -inzichten te gebruiken. Drie voorbeelden zijn: 83 - 67, 25% van € 12,00 en prijs-gewicht-probleem: 1 kg kaas kost € 12,00; hoeveel kost een stuk kaas van 350 gram dan?. Dergelijke opgaven kunnen op vele manieren handig opgelost worden. Leerlingen zullen bij het handig rekenen vaak verschillende voorkeuren hebben, afhankelijk van wat ze gewend zijn, en de feitenkennis, inzichten en bekende strategieën waar ze over beschikken.

Bij handig rekenen combineren ze hun kennis van:

- rekenfeiten en basisberekeningen (kerndoel 27);
- eigenschappen van getallen en bewerkingen (kerndoel 26);
- rekenstrategieën. (Deze rekenstrategieën komen in de inhoudsbeschrijving bij dit kerndoel aan de orde.)



Kenmerkend voor handig rekenen is verder de flexibiliteit waarmee bewerkingen uitgevoerd worden. Er wordt al naar gelang de getallen en de bewerking(en) gekozen voor een passende strategie of combinatie van strategieën.

In het onderwijs gaat het bij handig rekenen om:

- het rekenen met eenvoudige hele getallen tot 1000 (en eventueel daarboven);
- het rekenen met geld, tijd, maatgetallen en eenvoudige kommagetallen;
- het rekenen met elementaire breuken, percentages en verhoudingen.

Handig rekenen is belangrijk in het dagelijks leven, in gevallen waarin men niet kolomsgewijs of cijfermatig wil of kan gaan rekenen en niet direct de rekenmachine wil of kan gebruiken, zoals bijvoorbeeld in de winkel, in het huishouden of bij het doe-het-zelven.

Bij handig rekenen met eenvoudige hele getallen gaat het bijvoorbeeld om:

- optellingen zoals $270 + 320$, $234 + 199$, $125 + 125$ of $750 + 750$;
- aftrekkingen zoals $120 - 48$, $500 - 375$, $502 - 498$ of $1200 - 995$;
- vermenigvuldigingen zoals 8×39 , 20×50 , 8×75 of 250×6 ;
- delingen zoals $80 : 4$, $100 : 5$, $400 : 20$ of $1000 : 25$.

Bij handig rekenen met kommagetallen en breuken gaat het om een uitbreiding van het handig rekenen met hele getallen, zoals bij $6 \times 1,25$ m is ... en $\frac{3}{4}$ deel van € 600,- is ... En bij handig rekenen met procenten en verhoudingen gaat het om opgaven zoals 20% van € 350,- is .. en opgaven rond prijs-gewichtverhoudingen zoals: gegeven een kiloprijs voor kaas van € 12,-, hoeveel kost 350 gram kaas? Daarbij wordt allerlei kennis van relaties tussen breuken, procenten en kommagetallen ingezet. Bijvoorbeeld: $\frac{3}{4} = 0,75$, $\frac{3}{4}$ deel = 75%, 50% = $\frac{1}{2}$ deel en 20% = $\frac{2}{10}$ deel of $\frac{1}{5}$ deel.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
	zie rekenen tot 100 (kerndoel 27)	H A N D I G R E K E N E N	
		- handig optellen met strategieën zoals: - rijgen (230 + 90 230 → 300 → 320) - splitsen (46 + 53 → 90 + 9) - compenseren (199 + 86 200 + 86 - 1 of ineens 200 + 85) - analogie (3000 + 12000 naar analogie van 3 + 12) - verwisselen (2 + 399 → 399 + 2) - omvormen (97 + 54 is evenveel als 100 + 51) - handig aftrekken met strategieën zoals: - rijgen (460 - 370 460 → 160 → 100 → 90) - aanvullen (460 - 370 van 370 naar 460 springen via 400) - splitsen (785 - 460 700 - 400 en 85 - 60) - compenseren (1185 - 999 1185 - 1000 + 1) - terug tellen (2301 - 2	als groep 5/6 + - toepassen van de strategieën op grotere getallen en kommagetallen; zowel met kale getallen als in contextsituaties - handig rekenen met de breuk als operator in situaties als: 4/5 deel van een groep van 600 personen is ... personen - handig vergelijken van benoemde breuken door met die breuken te opereren op een daartoe geschikte 'ondermaat' (bijv.: Wat is meer 3/4 liter of 4/5 liter? 4/5 liter is meer, want 4/5 van 1000 ml is 800 ml en 3/4 van 1000 ml is 750 ml.) - handig rekenen met procenten in operatorsituaties door gebruik te maken van ankerpunten in situaties, (bijv.: 20% van € 350,- is ..? 10% (ankerpunt) is 1/10 deel dus 350 : 10 is € 35,-; 20% is het dubbele, dus € 70,-) - het handig kiezen voor het onderling omzetten van breuken, kommagetallen, percentages en verhoudingen, ook in situaties waarin deze begrippen door elkaar voorkomen (bijv.: van de 1500 ondervraagden bleek 25% voor de nieuwe snelweg te zijn, 2/5 deel was tegen, en de rest had geen mening) (voorbeelden van dergelijke omzettingen zijn: 0,75 = 3/4 1/3 ≈ 0,33 3/4 deel is '3 op 4' of 75% 20% = 1/5 deel 48% = 50% - 2% dus bij 48% van



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
		2301 → 2300 → 2299) - analogie (17000 - 9000 denkend aan 17 - 9) - omvormen (604 - 254 is evenveel als 600 - 250) • handig vermenigvuldigen met strategieën zoals: - verdelen (5 x 28 → 5 x 20 + 5 x 8) - compenseren (4 x 148 → 4 x 150 - 4 x 2) - verwisselen (25 x 8 → 8 x 25) - verdubbelen=halveren (50 x 28 is evenveel als 100 x 14) • handig delen met strategieën zoals: - verdelen (252 : 6 → 240 : 6 + 12 : 6) - compenseren (995 : 5 via 1000 : 5 - 5 : 5) - analogie (810 : 9 of 8100 : 9 naar analogie van 81 : 9) - omvormen (600 : 50 is evenveel als 1200 : 100) Deze strategieën komen zowel met kale getallen als in contextproblemen aan de orde. Belangrijke contexten zijn geld en tijd. (bijv.: je koopt 3 DVD's van € 2,45 per stuk, en je betaalt met een tientje; hoeveel krijg je terug? of de trein vertrekt om 17.06 uur; Op je horloge is het kwart voor 5; over hoeveel minuten vertrekt de trein?)	€ 250,00 kun je denken aan 'de helft min 2 x € 2,50' (€ 125,- - € 5,- = € 120,-) • handig rekenen met verhoudingen, zo nodig met de dubbele getallenlijn en de verhoudingstabel als ondersteuning (bijv.: 400 van de 500 parkeerplaatsen in de parkeergarage zijn bezet, hoeveel procent is dat? 10% van 500 is 50; 20% is dus 100, en 80% is 400 of 100 plaatsen zijn leeg, dat is 1/5 deel of 20%; dan is 80% bezet)

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

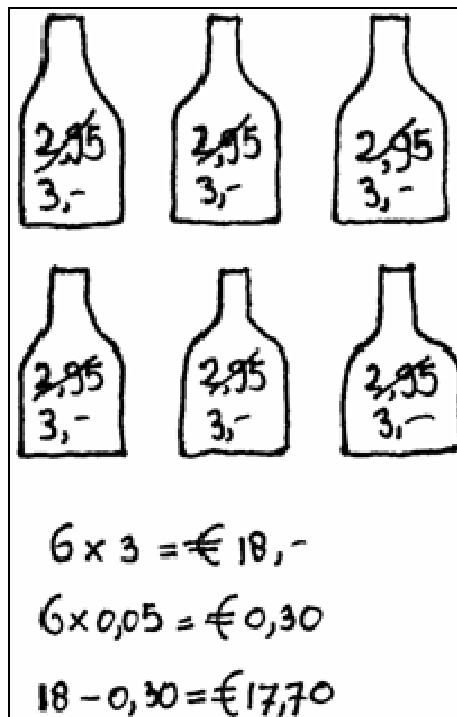
- De kinderen onderhouden hun repertoire aan strategieën van het rekenen tot 100 en breiden de toepassing ervan uit naar het rekenen met grotere getallen.
- Ze verkennen nieuwe strategieën zoals compenseren, rekenen naar analogie en omvormen.
- Ze leren om al naargelang de situatie tussennotities te maken in de vorm van tussenantwoorden of tussenstappen; en ze leren om zulke notities steeds overzichtelijker, beknopter en schematischer te maken.
- De kinderen verantwoorden en verwoorden de keuze van een strategie, en bezinnen zich op de vraag hoe een bepaalde strategie onderbouwd kan worden.
- Ze overleggen in groepjes over strategiekeuze, spreken over de voor- en nadelen van de keuze en worden zich bewust van het belang van het kennen van een aantal rekenfeiten en strategieën.
- Ze nemen deel aan klassengesprekken waarin de voor- en nadelen van bepaalde strategieën tegen elkaar afgewogen worden, en leren om verantwoorde keuzes voor een strategie te maken.
- Ze leren onderscheid te maken tussen opgaven die zich meer voor een standaardprocedure (kolomsgewijs of cijferend rekenen) lenen; en opgaven die zich meer voor handig rekenen lenen.

Wat doet de leraar?

- De leraar zorgt ervoor dat het rekenen tot 100 wordt onderhouden, bijvoorbeeld via rekendictees, klassikaal-mondelinge oefeningen en schriftelijk werk.
- Zij richt zich erop de door een kind verwoorde strategie in begrijpelijke taal nog eens te herhalen ('parafraseren') en gebruikt het bord om zulke strategieën stapsgewijs weer te geven. Ze besteedt daarbij aandacht aan correcte notaties, bijvoorbeeld: $78 - 19 = 78 - 20 + 1 = 69$ en niet: $78 - 19 = 78 - 20 = 68 + 1 = 69$.
- De leraar stimuleert de kinderen om, waar nodig, tussenantwoorden of tussenstappen te noteren, en maakt hen bewust van de mogelijkheid om zulke tussennotaties geleidelijk aan steeds compacter te maken.
- Zij laat keuzen voor handige strategieën verantwoorden en laat de groep praten over voor- en nadelen van een aanpak. Ze accepteert daarbij dat keuzen verschillend uitvallen afhankelijk van voorkeuren en voorkennis van kinderen.
- Zij is zich bewust dat handig rekenen naast kolomsgewijs en cijfermatig rekenen belangrijk blijft en zorgt voor een goede afwisseling van activiteiten rond deze verschillende rekenvormen.
- Zij maakt de kinderen bewust van de mogelijkheid om bij kale opgaven een relatie te leggen met bijpassende contexten en daar steun aan te ontleen om tot een goede strategie te komen.
- Zij observeert de kinderen en stimuleert hen om hun oplossingswijzen waar mogelijk efficiënter uit te voeren, te verkorten of helemaal uit het hoofd te doen.

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Handig rekenen in groep 6 - Compenseren



De kinderen uit groep 6 van juffrouw Sonja hebben aan een rekendictee gewerkt waarin onder andere de volgende opgave voorkwam:

Jop koopt 6 flessen wijn van € 2,95 per stuk.

Hoeveel kosten die flessen samen?

In de nabespreking bleek dat sommige kinderen via verdubbelen of herhaald verdubbelen tot een oplossing zijn gekomen, al dan niet ondersteund met hulpmiddelen.

Bijvoorbeeld: $2,95 + 2,95$ is 5,90; en dat dan 3 keer:
 3×5 is 15 euro; $3 \times 0,90$ is 2,70 euro; samen € 17,70.

Veel kinderen blijken gesplitst te hebben, waarbij de tussenantwoorden veelal op het kladblaadje zijn genoteerd:

6×2 is 12 euro; 6×90 cent is 5,40 euro; 6×5 cent is 0,30 eurocent; bij elkaar $12 + 5,40 + 0,30 = € 17,70$.

Als juffrouw Sonja deze strategieën op het bord heeft genoteerd, blijken er toch nog een paar vingers over te zijn in de klas.

Germana staat te popelen om haar strategie naar voren te brengen. "Ik heb er 3 euro van gemaakt...", meldt zij. "Maar dat kan toch niet zo maar", reageert Sonja, "dan reken je toch te veel?" Germana: "Ja, maar, dat haal ik er dan weer af. Dan doe ik eerst 6×3 is 18 euro; en dan heb ik 6×5 is 30 cent teveel gerekend; die haal ik er dan weer af..."

De aanpak blijkt voor een aantal kinderen moeilijk te volgen, en daarom probeert Sonja het in overleg met Germana aanschouwelijk te maken. Zij tekent om te beginnen de zes flessen op het bord, met de prijs van € 2,95 erop.

Sonja: "En nu zeg jij: ik reken voor elke fles even 3 euro (streept de zes bedragen van € 2,95 door en vervangt deze door € 3,-)?" Germana: "Ja, en dan heb ik voor elke fles 5 cent teveel gerekend. Dus dan doe je 6×3 is 18 euro; en weer 6×5 is 30 cent eraf..."

Op het bord staat nu de tekening zoals hiernaast. Bij veel kinderen lijkt nu een licht op te gaan: ja, zo kan het ook...

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen rekenen handig met grotere getallen met gebruikmaking van strategieën waarbij ze overwegen welke strategie gegeven de getallen en de bewerking(en) het handigst is voor henzelf.
- Ze worden zich bewust dat de rekenstrategieën die ze binnen het domein van de hele getallen hebben leren gebruiken, ook inzetbaar zijn binnen domeinen als kommagetallen, breuken en procenten.
- Ze luisteren naar de keuzen en overwegingen van andere kinderen en leveren een bijdrage aan gesprekken waarin zulke overwegingen gezamenlijk doordacht worden.
- Ze overleggen in groepjes of met de hele groep onder leiding van de leraar over de vraag wat handig rekenen nu precies inhoudt en waarin dit zich onderscheidt van schriftelijk rekenen via standaardprocedures zoals cijferen.
- De kinderen passen de handige strategieën ook toe op kommagetallen waarbij vooral gewerkt wordt met benoemde kommagetallen. En ze zijn zich bewust hoe een strategie in het geval van kale opgaven ondersteund kan worden door te denken aan geld of lengtematen.
- Ze worden zich bewust dat de begrippen *breuk*, *kommagetal*, *percentage* en *verhouding* onderling sterk samenhangen en leren verschillende relaties tussen deze begrippen handig te benutten. Zo leren ze dat 25% van een bedrag berekenen, eenvoudig is, als je ziet én weet dat 25% berekenen hetzelfde is als ergens een kwart van nemen, dus delen door 4.
- De kinderen leren uit een gegeven aantal rekenopgaven die opgaven te halen die zich voor een handige rekenstrategie lenen in tegenstelling tot opgaven die meer in aanmerking komen voor een cijferaanpak of het gebruik van de rekenmachine.
- Ze leren hun denk- en werkwijzen op een beknopte, overzichtelijke én wiskundig correcte manier te noteren en bespreken die notatiewijzen ook met elkaar.

Wat doet de leraar?

- De leraar gaat met de kinderen in op de achterliggende eigenschappen van getallen en bewerkingen bij verschillende oplossingsstrategieën, verbindt die met zingevende en verklarende contexten, en koppelt terug naar de ontstaansgeschiedenis van die strategieën.
- Zij laat oplossingswijzen verwoorden, laat reflecteren op voor- en nadelen van de verschillende strategieën en respecteert dat kinderen in hun keuzen verschillen.
- Zij geeft kinderen de ruimte om zelf een oplossingswijze op het bord te noteren, stimuleert om dat zo helder en begrijpelijk mogelijk, maar ook wiskundig correct te doen en laat de rest van de klas over zulke bordnotaties van gedachten wisselen.
- Zij kent de mogelijkheden om in allerlei rekensituaties op een basaal niveau tot een oplossing te komen, met name door gebruik te maken van een model of schema, en wijst de kinderen op zulke mogelijkheden ter ondersteuning van het eigen denken.
- Zij is zich bewust van het feit dat handig rekenen ook voor leerstofgebieden als procenten en kommagetallen van groot belang is laat de kinderen binnen deze gebieden waar mogelijk handige rekenstrategieën gebruiken.
- De leraar is zich bewust van het belang van gevarieerd en productief oefenen en organiseert regelmatig korte, felle, interactieve oefenactiviteiten waarbij handig rekenen met hele getallen, breuken, procenten, verhoudingen en kommagetallen centraal staat.
- Zij wisselt zulke activiteiten af met 'getaltheoretische' onderzoekjes waarin bijvoorbeeld wordt onderzocht hoe je handig kunt vaststellen of een getal deelbaar door 2, door 5, door 10, door 20 is; of een getal priemgetal dan wel een 'vierkantgetal' (kwadraat) is, en zo meer.
- Zij is zich bewust dat de kinderen in gegeven toepassingssituaties vertrouwd dienen te raken met het kiezen uit verschillende rekenvormen (handig rekenen, schattend rekenen, schriftelijk rekenen, gebruik van de rekenmachine), en stimuleert ze om, waar mogelijk een handige rekenstrategie te hanteren.
- Ze houdt in haar activiteiten rekening met niveauverschillen tussen de kinderen. Als het gaat om het doorzien van een handige strategie, dan geeft



ze kinderen die meer moeite hebben met rekenen opgaven met eenvoudige getallen, zodat ook zij de essentie van de strategie leren doorzien en kunnen oefenen en niet belemmerd worden door hun rekenvaardigheid. Hele goede kinderen vraagt zij, zelf geschikte getallen te zoeken (bij welke combinatie van getallen is zo'n strategie lonend) en verklaringen te geven voor het waarom van bepaalde strategieën.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Handig rekenen in groep 8 - Samenwerkend leren

Groep 8 van juffrouw Magda heeft rekenles. In het rekenboek staat vandaag een opdracht 'reken handig'. Steeds is de eerste som van een tweetal sommen gegeven (bijvoorbeeld: $15 \times 18 = 270$) en dan moeten de kinderen de tweede som ($14 \times 18 = \dots$) zelf uitrekenen.

Magda: "Wat bedoelen ze daar nu mee, *reken handig*?" Marc: "Nou, dat je niet te moeilijk gaat zitten rekenen..." Sacha: "De bovenste som die weet je al, en dan bedenkt je een handige manier voor de onderste..."

Nadat het voorbeeld van 15×18 en 14×18 is besproken, gaan de kinderen in twee- en drietallen aan de slag. Het is namelijk de bedoeling dat er samenwerkend geleerd wordt: het ene kind in een groepje bedenkt een handige manier en verwoordt die zo goed mogelijk, de anderen gaan na of ze deze manier begrijpen en of het antwoord correct is. Bij de volgende opgave wordt van rol gewisseld.

In het groepje van Gerben zijn ze bezig met de opgave $400 + 1200 = 1600$; $397 + 1204 = \dots$ Remco: "Die is hetzelfde, maar dan één cijfer meer". Gerben: "En wat is het antwoord?" Remco: "1601." "Ja, hij bedoelt: hier is het 3 minder, en daar 4 meer; dus 1 erbij."

Een volgende opgave is $51 \times 48 = 2448$; $51 \times 24 = \dots$ Nancy: "Hoe moet je die tweede som nu uitrekenen?" Remco: "Gewoon de helft minder, dus je moet de helft er aftrekken". Nancy: "Van die 48 of van die 2448?" Remco: "Van die 2448, gewoon delen door 2". Gerben: "Dus dat is ... 1224".

Na verloop van tijd worden enkele resultaten met de hele groep nabesproken. Juffrouw Magda probeert daarbij de betreffende handige manieren steeds op het bord te visualiseren. Zo noteert zij naar aanleiding van wat Tim bij $397 + 1204$ naar voren brengt het volgende op het bord:

$$\begin{array}{r} 400 + 1200 = 1600 \\ 397 + 1204 = 1601 \\ -3 \quad +4 \end{array}$$

In een hoog tempo passeren op deze wijze diverse handige oplossingswijzen de revue. Juist door in tweetallen te werken zijn de kinderen veel bewuster bezig met verwoorden, uitleggen en begrijpen dan wanneer ze stil en individueel in hun schrift werken en alleen hun antwoorden noteren.



Hoe reken jij?

Bron:
Noteboom, A. (red.). (2007). *Gouden fragmenten in de rekenles*. Enschede: SLO.



Kerdoel 30

De leerlingen leren schriftelijk optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen volgens meer of minder verkorte standaardprocedures.



Toelichting en verantwoording

Binnen het getalgebied tot 1000 maken de leerlingen zich in eerste instantie een aantal hoofdrekenstrategieën eigen, waarbij de aandacht ook uitgaat naar de mogelijkheid om tussenstappen of -antwoorden te noteren. Naarmate de getallen complexer worden en ook de grens van 1000 steeds meer overschreden wordt, voldoen deze hoofdrekenstrategieën echter niet meer. Daarom leren de leerlingen, in aanvulling op de hoofdrekenstrategieën, de procedures voor het kolomsgewijze optellen en aftrekken. Deze zijn verwant aan de splitsstrategie waar ze al vertrouwd mee zijn. In het verlengde hiervan worden voor vermenigvuldigen en delen soortgelijke kolomsgewijze procedures verworven.

De stap van het kolomsgewijze rekenen naar het cijfermatige rekenen die vervolgens voor optellen en aftrekken wordt gezet, vraagt van de leerlingen een blikwisseling. Er wordt nu niet meer van links naar rechts gewerkt (eerst de honderdtallen, dan de tientallen en tenslotte de eenheden bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken), maar van rechts naar links. Bovendien wordt niet langer met getalwaarden gewerkt ($500 - 300 = 200$; $300 - 400 = -100$ oftewel 100 tekort; e.d.) maar met cijfers. Om deze overstap te vergemakkelijken, wordt het begrip plaatswaarde verduidelijkt, veelal met geld als ondersteunend model.

Voor het vermenigvuldigen leren de leerlingen een vergelijkbare cijferprocedure. Voor het delen daarentegen blijft het gewoonlijk bij de kolomsgewijze procedure (die van het herhaald aftrekken), waarbij de leerlingen tot verschillende graden van verkorting komen. Aldus verwerven de leerlingen een repertoire aan rekenstrategieën dat hen in staat stelt om zowel in toepassingssituaties als in meer formele wiskundige probleemsituaties op passende wijze tot een oplossing te komen.

Bij de verkenning van kommagetallen staat aanvankelijk, net als binnen het domein van de gehele getallen, begrip van getallen en gebruik van elementaire hoofdrekenstrategieën centraal. In aanvulling hierop verwerven de leerlingen de cijferprocedures voor optellen en aftrekken, waarbij wordt voortgebouwd op de kennis die de leerlingen van deze procedures binnen het gebied van de gehele getallen reeds verworven hebben. Voor het vermenigvuldigen en delen met complexere kommagetallen leren de leerlingen de rekenmachine in te zetten.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
		O P T E L L E N	
		• verkenning van de kolomsgewijze procedure bij optellen waarbij de honderdtallen, de tientallen en de eenheden apart worden samengevoegd vanuit situaties die daartoe uitnodigen (bijv. bij het optellen van geldbedragen als € 247,- en € 389,- of van meerdere puntenaantallen zoals $105 + 63 + 235 + 90$ punten) • het benoemen daarbij van getallen in termen van decimale getalwaarden; een getal als 235 bestaat uit 2 honderdtallen (honderdjes), 3 tientallen (tientjes) en 5 eenheden (lossen) • introductie en oefenen van de kolomsgewijze notatievorm waarbij de samengevoegde honderdtallen, tientallen en eenheden onder elkaar in kolommen genoteerd worden. (bijvoorbeeld bij $457 + 389$): $\begin{array}{r} 457 \\ 389 + \\ \hline 700 \text{ (} 400 + 300 \text{)} \\ 130 \text{ (} 50 + 80 \text{)} \\ \underline{16} \text{ (} 7 + 9 \text{)} \\ 846 \end{array}$ • introductie van de cijferprocedure voor het optellen waarbij overeenkomsten en verschillen met de kolomsgewijze procedure geanalyseerd worden	
		• oefenen van de cijferprocedure voor het optellen van hele getallen, ook in het geval van meer dan twee getallen (zoals bij $346 + 478 + 1256 =$) • verkennen en inoefenen van de cijferprocedure voor het optellen met kommagetallen vanuit het inzicht in en de vaardigheid met het cijferend optellen van hele getallen	

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
		AFTREKKEN	
		• verkenning van de kolomsgewijze procedure voor aftrekken op een vergelijkbare wijze als bij optellen, met een daarbij passende 'verticale' notatievorm: $\begin{array}{r} 638 \\ 275 - \\ 400 \text{ (600 - 200)} \\ - 40 \text{ (30 - 70, 40 tekort)} \\ \underline{3} \text{ (8 - 5)} \\ 363 \end{array}$ • speciale aandacht hierbij voor de gevallen waarin sprake is van een tekort, zoals bij 30 - 70. • introductie van de cijferprocedure voor het aftrekken waarbij de nadruk ligt op overeenkomsten en verschillen met de cijferprocedure voor optellen	• verder oefenen van de cijferprocedure voor het aftrekken van hele getallen • verkennen en inoefenen van de cijferprocedure voor het aftrekken van kommagetallen, op basis van de verworven inzichten en vaardigheden bij het cijferend aftrekken met hele getallen
		VERMENIGVULDIGEN	
		• verkenning van de kolomsgewijze procedure voor het vermenigvuldigen van een eencijferig met een meercijferig getal (bijv.: 6 x 48, 7 x 234, e.d.) $\begin{array}{r} 234 \\ 7 \times \\ \hline 1400 \text{ (7x200)} \\ 210 \text{ (7x30)} \\ \underline{28+} \text{ (7x4)} \\ 1638 \end{array}$ • uitbreiding naar het kolomsgewijs vermenigvuldigen van een meercijferig getal met een meercijferig getal (zoals 24 x 35, 16 x 325, e.d.) • introductie van de cijferprocedure voor het vermenigvuldigen van een eencijferig met een meercijferig getal vanuit een verkorte werkwijze van het kolomsgewijs vermenigvuldigen	• introductie van de cijferprocedure voor het vermenigvuldigen van een meercijferig met een meercijferig getal • verder inoefenen van de kolomsgewijze procedure dan wel van de cijferprocedure voor vermenigvuldigen



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
		D E L E N	
		• verkenning van de procedure van het herhaald aftrekken (bijv.: 256:4, 624:24) $\begin{array}{r} 624: 24 = \\ \underline{240} - 10x \\ 384 \\ \underline{240} - 10x \\ 144 \\ \underline{120} - 5x \\ 24 \\ \underline{24} - 1x \\ 0 \end{array} \quad 26$	• inoefenen van de procedure van het herhaald aftrekken waarbij een werkwijze wordt nagestreefd met zo groot mogelijke 'happen': veelvouden van 100 en van 10, en een hap kleiner dan 10. De formele cijferprocedures voor delen worden in het basisonderwijs niet (meer) aangeboden

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen onderzoeken hoe je de decimale structuur van getallen kunt gebruiken om getallen tot 1000 en daarboven op te tellen en af te trekken.
- Ze worden zich bewust hoe je daarbij voor optellen kunt redeneren in termen van: honderdtallen bij de honderdtallen, tientallen bij de tientallen, eenheden bij de eenheden, en ze leren het bijbehorende notatieschema gebruiken om de betreffende handelingen vast te leggen.
- Hetzelfde geldt voor het aftrekken. In het geval een aftrekking 'niet kan' in de zin dat bijvoorbeeld het aantal af te trekken tientallen te groot is, leren ze te redeneren met een tekort.
Bijvoorbeeld: $30 - 50$?; $30 - 30$ is 0; dan moet er nog 20 af, dus dat schrijven we op (-20) .
- De kinderen maken kennis met de cijferprocedure voor optellen en bezinnen zich op de vraag wat de overeenkomsten en verschillen van deze procedure zijn met die van het kolomsgewijze optellen. Mede hierdoor verdiept zich het inzicht in de positionele schrijfwijze van onze getallen, en in de bijzondere betekenis van de nul in ons notatiesysteem als aanduiding voor een 'lege plaats' in een getal.
Bijvoorbeeld: de 2 in 1206 staat voor 2 honderdtallen, de 0 wijst erop dat er geen tientallen in dit getal zitten.
- Bij de introductie van de cijferprocedure voor aftrekken gebruiken de kinderen dit toegenomen inzicht om de betekenis van het 'lenen' te reconstrueren als een handeling waarbij datgene wat in een bepaalde positie niet kan, alsnog mogelijk wordt gemaakt door overheveling van een tiental of honderdtal uit de volgende kolom.
- Op een zeker moment, als de verschillende procedures voor optellen en aftrekken voldoende zijn ingeoeft, reflecteren de kinderen op het voor deze bewerkingen doorlopen leerproces dat hen van hoofdreenstrategieën via kolomsgewijze procedures naar cijferprocedures bracht. Zij worden zich bewust dat hiermee een repertoire aan oplossingswijzen is gecreëerd waaruit al naar gelang de situatie geput kan worden.
- Bij de verkenning van het vermenigvuldigen met grotere getallen bezinnen

Wat doet de leraar?

- De leraar gaat na of de kinderen beschikken over de nodige voorkennis, parate kennis van de opteltafels en vaardigheid in het uitrekenen van analogieopgaven als $600 + 700$; $90 + 30$ en dergelijke; alsmede in het splitsen van getallen in honderdtallen, tientallen en eenheden, het samenvoegen hiervan en het inwisselen. Evenzo gaat zij na of de kinderen de aftrektafels beheersen, vaardig zijn in het uitrekenen van analogieopgaven als $1200 - 700$; $600 - 300$ en kunnen vaststellen wat het tekort is bij aftrekkingen als $70 - 90$; $50 - 80$.
- Zij gaat ook na of kinderen moeite hebben om uit het hoofd of met ondersteuning van hulpmiddelen opgaven als $400 + 120 + 70$ (bij kolomsgewijs optellen) en opgaven als $700 - 80 + 7$ en $300 - 60 - 8$ (bij kolomsgewijs aftrekken) uit te rekenen.
- De leraar is zich bewust van de mogelijkheden om bepaalde cruciale handelingen (zoals die van het redeneren op basis van tekorten bij het kolomsgewijze aftrekken) te onderbouwen met behulp van geld of tientallig materiaal en zet deze mogelijkheden waar gewenst in om het inzicht in zulke handelingen te versterken.
- Zij geeft de kinderen de ruimte om in plaats van cijferend optellen de kolomsgewijze procedure te gebruiken en te oefenen; evenzo voor aftrekken.
- Zij stimuleert de kinderen om na te denken over de vraag in hoeverre verkorting mogelijk is van de uitgevoerde handelingen bij de verschillende procedures, en stuurt er tijdens interactieve besprekingsmomenten met de hele groep op aan dat zulke verkortingen door alle kinderen voorzien worden en uitgeprobeerd.
- Zij overlegt bij de verkenning van het kolomsgewijze aftrekken met de klas op welke wijze een tekort kan worden genoteerd. De notatie mondt uiteindelijk meestal uit in het gebruik van het minteken met de betekenis van 'dit moet er nog af'.
- Zij geeft individuele kinderen de ruimte om in plaats van cijferend aftrekken de kolomsgewijze procedure met tekorten te blijven gebruiken en te oefenen.
- De leraar besteedt speciale aandacht aan de notaties op kladblaadjes. Ze



de kinderen zich op de vraag hoe het inzicht in de decimale getalstructuur benut kan worden om tot een efficiënte en algemeen uitvoerbare procedure voor deze bewerking te komen. Ook hier gaat de aandacht uit naar de reconstructie van een notatieschema waarmee de handelingen van het decimaal splitsen op een overzichtelijke en passende wijze vastgelegd kunnen worden.

- Bij de introductie van de procedure voor het kolomsgewijze delen worden de kinderen zich bewust van de overeenkomsten en verschillen van deze procedure met de meer informele strategie van het 'opvermenigvuldigen' zoals dat ook wel genoemd wordt.

weet dat kinderen geneigd zijn zo min mogelijk op te willen schrijven, maar benadrukt dat het een manier is om gedachten ordelijk te noteren en dat dat een ondersteuning is bij het rekenen en de kans op fouten verkleind, ook bij goede rekenaars. Ze besteedt er ook aandacht aan dat de notaties wiskundig correct zijn.

- Ze zorgt ervoor dat er reflectiemomenten in het leerproces zijn opgenomen waarin wordt teruggeblikt op de verschillende leerstappen die tijdens het leerproces zijn doorlopen, en maakt de kinderen bewust van het proces van verkorting en steeds efficiënter noteren van handelingen dat daarbij is doorgemaakt.
- Ze gaat na of de kinderen de tafels van vermenigvuldiging paraat hebben en vlot kunnen rekenen met analogieopgaven als
 3×4 ; 3×40 ; 3×400 ; 30×400 ;
 5×7 ; 5×70 ; 50×70 ;
 3×90 ; 30×90 ; 30×9 .
- De leraar leert de kinderen na te denken over de verschillende strategieën en laat hen beseffen dat zij zelf keuzes kunnen maken welke strategie of procedure hun voorkeur heeft en in welke situatie. Ze geeft individuele kinderen de ruimte om in plaats van de cijferende vermenigvuldigstrategie, door te gaan met het kolomsgewijs vermenigvuldigen.

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Kolomsgewijs aftrekken

In de groep van juffrouw Suzan hebben de kinderen in voorafgaande lessen het kolomsgewijze optellen verkend, waarbij ook het bijbehorende notatieschema is geïntroduceerd. Vandaag krijgen ze een aftrekopgave voorgelegd ($734 - 251 = \dots$) met de opdracht om uit te zoeken of ze deze op een vergelijkbare manier zouden kunnen oplossen. In tweetallen gaan de kinderen aan de slag.

Als de meeste groepjes na enige tijd een oplossing hebben, volgt een nabespreking. Twee uitkomsten blijken veel voor te komen: 523 en 483. Een groepje legt uit hoe ze aan 483 zijn gekomen: eerst 700 min 200 is 500; toen 30 min 50 is 20; toen $4 - 1$ is 3; en tenslotte de subtotalen 500 en 20 en 3 bij elkaar, 523. Nogal wat kinderen blijken het hiermee eens te zijn. Maar er zijn ook tegenwerpingen: "30 min 50 is toch geen 20? Want 50 is nog meer dan 30..." En een ander: "Het kan nooit meer dan 500 zijn, want als je 730 min 250 doet, kom je dik onder de 500 terecht." Voor deze redenering valt ook iets te zeggen.

Juffrouw Suzan lanceert nu een nieuwe vraag: "maar als het geen 20 is, wat is het dan wel?" Een ander groepje krijgt nu het woord. "Wij dachten: je kan wél 30 min 30 doen, dat is nul. En dan moet je er eigenlijk nog 20 afhalen, want het was 30 min 50. Die haal je dan nog van de honderdjes af..."

Op voorstel van Suzan wordt de situatie nu met geld aanschouwelijk gemaakt. Zij visualiseert het eerste getal 734 uit de opgave met geld op het bord, en streept dan ten teken van het aftrekken eerst 2 honderdjes door; conclusie: er is nog 500 over. Vervolgens streept zij 3 tientjes door en stelt samen met de kinderen vast dat dit 2 tientjes te weinig zijn. Die moeten er nog af (dat kan van de 500 euro), en dat wordt genoteerd als -20. Tenslotte streept ze 1 eenheid (euro) door, en noteert dat er nog 3 over zijn.

In gezamenlijk overleg wordt nu de juiste oplossing achterhaald: 500 min 20 is 480; met nog die drie erbij is 483. Het 'bewijs' is nu geleverd: het antwoord is 483...



Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen doen ervaring op met het gebruik van schatstrategieën als een mogelijkheid om de uitkomst van berekeningen met hele getallen én met kommagetallen globaal te controleren of te voorspellen.
- Ze worden zich bewust dat het optellen en aftrekken met kommagetallen op een overeenkomstige manier als bij het optellen en aftrekken met hele getallen uitgevoerd kan worden, en leren kommagetallen op de juiste manier onder elkaar te zetten.
- Ze onderzoeken het vermenigvuldigen met kommagetallen en worden zich bewust dat hierbij al naar gelang de complexiteit van de getallen gekozen kan worden voor een analogieredenering ($0,4 \times 0,6$ analoog aan 4×6), een cijferprocedure ($2,4 \times 3,6$) of kolomsgewijze procedure of de rekenmachine. Ze maken kennis met de mogelijkheid om, in het geval van een cijferprocedure, af te zien van de komma en pas na het cijferen de plaats van de komma te bepalen door een schatting van de uitkomst te maken.
- Ze maken kennis met de mogelijkheid om eenvoudige delingen met benoemde kommagetallen op te lossen door de deling om te zetten naar een deling met hele getallen. Dat gaat uitstekend bij benoemde kommagetallen door naar een fijnere maat over te schakelen.
- Bij het oefenen van de herhaald aftrekprocedure bij delen gaan de kinderen steeds verder op zoek naar verkortingen. Zij worden zich bewust hoe deze procedure efficiënt uitgevoerd kan worden door eerst in happen van 100 keer en van 10 keer af te trekken. Dat kan meerdere keren gebeuren. Ze onderzoeken hoe deze werkwijze verder verkort kan worden en worden zich bewust dat dit kan door te werken met veelvouden van $100x$ en $10x$.
- Ze schatten hoeveel keer er maximaal in veelvouden van $100x$ en daarna van $10x$ af kan en gaan daarmee over naar een kortere vorm van herhaald aftrekken.
- De kinderen reflecteren op het verschijnsel van de rest bij het delen en worden zich bewust dat deze al naar gelang de context waarbinnen het probleem zich afspeelt, op een verschillende manier geïnterpreteerd dient te worden.

Wat doet de leraar?

De leraar geeft dezelfde activiteiten en aspecten aandacht als bij groep 5/6 is beschreven en...

- Zij gaat na of de kinderen de tafels van vermenigvuldiging paraat hebben, vlot sommen als 7×23 via decimaal splitsen van 23 kunnen uitrekenen (via verkorte procedures als $7 \times 20 + 7 \times 3 = 140 + 21 = 161$).
- Zij moedigt de kinderen bij het gebruik van de herhaald aftrekkenprocedure voor het delen aan om te werken met grotere happen en ze ziet erop toe dat de kinderen de betreffende aftrekkingen vlot via de cijferprocedure uit kunnen rekenen. Ze accepteert dat kinderen niet allemaal tot dezelfde mate van verkorting komen.
- Zij laat kinderen nadenken over de manier van onder elkaar zetten van kommagetallen bij optellingen en aftrekkingen door problemen aan te bieden met benoemde kommagetallen die ook zonder cijferen op te lossen zijn (bijv. : 3 kg en 0,750 kg samen; 5 euro en 2,35 euro samen; 1,5 liter en 0,75 liter samen.)

- 
- Zowel bij het vermenigvuldigen als bij het delen met kale kommagetallen worden ze zich bewust van de mogelijkheid om zulke opgaven met een passende contextsituatie te verbinden om makkelijker tot een oplossing te komen. Bijvoorbeeld: $2,4 \times 3,6$ opvatten als 2,4 kg van € 3,60 per kg.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Het antwoord voorspellen

$$\begin{array}{ccc} & \cdot & \cdot & \cdot \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} +$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & 6 & 8 \\ 7 & 1 & 5 \\ \hline & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} + \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ccc} 4 & 6 & 8 \\ 7 & 1 & 5 \\ \hline 2 & 8 & 4 \end{array} + \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ccc} 4 & 6 & 8 \\ 7 & 1 & 5 \\ \hline 2 & 8 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 7 \end{array} +$$

Meester Frits heeft op het bord het schema van hiernaast genoteerd. Hij kondigt aan dat hier een optelsom zal komen te staan waarvan hij het antwoord gaat 'voorspellen'.

Een kind mag nu een willekeurig getal van drie cijfers noemen. Thomas noemt 468. Frits noteert dit getal op de bovenste stippeltjes en schrijft direct erachteraan op de achterkant van het bord de einduitkomst van de opgave: 1467. Vervolgens noemt een ander kind een willekeurig tweede getal (715), dat op de stippeltjes eronder wordt geschreven (zie schema links). Frits bedenkt nu zelf welk getal op de derde rij komt te staan, en noteert hier 284 (middelste schema).

Gezamenlijk wordt nu de optelling uitgevoerd, met als resultaat 1467 (schema rechts). Tot grote verbazing van de kinderen blijkt dit getal inderdaad al op de achterkant van het bord te staan. Hoe is dit nu mogelijk? Hoe kon meester Frits weten dat dit de uitkomst zou zijn?

De gang van zaken herhaalt zich nog een keer met andere getallen. Weer is er alom verbazing. Dan geeft Frits een hint: "Kijk nog eens naar dat tweede en dat derde getal, en tel die eens bij elkaar op. Is er misschien iets speciaals aan de uitkomst?" Vastgesteld wordt dat in beide gevallen 999 de uitkomst is, en dat dit inderdaad een bijzonder getal is, namelijk 1 minder dan 1000. Sommige kinderen beginnen nu iets te vermoeden, maar het dringt nog steeds niet helemaal door. Dan vraagt meester Frits: "Stel dat het eerste getal bekend is, zou het dan makkelijk zijn om de einduitkomst te bedenken?"

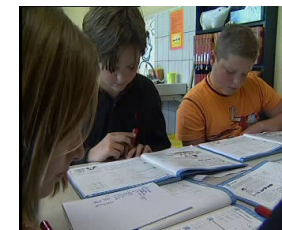
Ja, nu begint het door te dringen: je kunt 999 makkelijk bij zo'n getal optellen door dit als 1000-1 op te vatten. Bijvoorbeeld: eerste getal 365? Dan wordt de einduitkomst 1000 min 1 groter, dus 1364. Tenminste, als je er maar voor zorgt dat het tweede en derde getal bij elkaar 999 zijn, en dat is niet zo moeilijk...

Diverse kinderen nemen zich voor deze 'rekentruc' 's middags thuis ook eens uit te proberen met een argeloze vader of moeder....



Kerdoel 31

De leerlingen leren de rekenmachine met inzicht te gebruiken.



Toelichting en verantwoording

De rekenmachine is als hulpmiddel in onze samenleving niet meer weg te denken. Vooral in situaties waarin veel en bewerkelijk rekenwerk moet worden uitgevoerd, wordt de machine tegenwoordig altijd ingezet. Daarom is het belangrijk dat de leerlingen verstandig met dit apparaat (en ook met een computer, in een programma als Excel en met de rekenfunctie van een mobiele telefoon) leren omgaan. Dat houdt in dat ze in technische zin leren hoe je een rekenmachine moet bedienen, bijvoorbeeld bij het intypen van getallen en het uitvoeren van bewerkingen. Ook leren ze dat er verschillende soorten rekenmachines zijn die niet altijd op dezelfde manier werken, bijvoorbeeld doordat grote getallen op verschillende manieren in het venster worden weergegeven of machines verschillend kunnen reageren op het uitvoeren van bewerkingen (volgordes).

Verder houdt het in dat leerlingen het apparaat met inzicht leren gebruiken. Zo leren ze dat het soms efficiënter is om een berekening uit het hoofd uit te rekenen (zoals bij 100×12 of $500 : 10$), dan op de machine. Meer in het algemeen leren ze onderscheid te maken tussen situaties waarin een hoofd-rekenstrategie of een schatstrategie meer voor de hand ligt, en situaties waarin het gebruik van de machine meer in aanmerking komt.

Zodoende worden ze zich bewust van het feit dat er in wezen vier rekenvormen zijn waarmee je je bij het aanpakken van reken-wiskundige



problemen kunt bedienen -- rekenvormen die elk hun eigen waarde hebben en die veelal op verschillende tijdstippen en het onderwijs worden aangeboden. Ook leren ze de machine te gebruiken in combinatie met het zelf noteren van tussenstappen en -antwoorden, bijvoorbeeld in situaties waarin een opeenvolging van bewerkingen uitgevoerd moet worden. In samenhang daarmee leren kinderen om greep te houden op de in het venster verschijnende uitkomsten door deze globaal te controleren met behulp van schat-tend rekenen.

De rekenmachine vormt uiteraard geen leerstofgebied op zich. Het gaat erom dat de machine binnen allerlei leerstofgebieden die in de hoogste groepen aan de orde komen, een ondersteunende functie heeft waardoor de leerlingen zich steeds meer bewust worden van de wijze waarop het apparaat bijdraagt aan het verruimen van de eigen mogelijkheden om reken-wiskundige problemen op te lossen. Belangrijk is daarbij dat de leerlingen berekeningen goed leren organiseren en dat ze rekening houden met de specifieke eigenschappen van de machine, bijvoorbeeld met betrekking tot het al dan niet in het venster weergeven van bewerkingen, het al dan niet aanhouden van de voorkeurregels voor de volgorde van bewerkingen, en zo meer. Tevens is het belangrijk dat ze zich rekenschap leren geven van de (orde van grootte van de) op het venster verkregen uitkomst, en dat ze deze leren interpreteren in termen van de context of het wiskundige probleem in kwestie (hoe interpreteer je bijvoorbeeld cijfers achter de komma in een deelsituatie).

Voor zwakkere rekenaars in de bovenbouw die onvoldoende inzicht, kennis en vaardigheden kunnen leren om te rekenen met grotere getallen, is de rekenmachine een belangrijk hulpmiddel voor maatschappelijke redzaamheid en voor het onafhankelijk van anderen te kunnen functioneren. Voor deze leerlingen is het extra belangrijk dat zij leren, contextproblemen te vertalen in een op de machine uit te voeren bewerking en deze ook te kunnen uitvoeren en de uitkomsten goed te kunnen interpreteren.

Inhoud

☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
			HELE GETALLEN EN BASISBEWERKINGEN • kennismaking met de machine, in het bijzonder wat betreft de wijze waarop je getallen in het venster invoert, en bewerkingen uitvoert. De aandacht gaat hierbij met name ook uit naar afwijkingen in het symboolgebruik, zoals bij de bewerking delen en de puntnotatie van kommagetallen • vaardigheid krijgen in het rekenen op de rekenmachine, bij kale opgaven, maar ook bij bewerkingen die uit een context-probleem voortkomen • onderzoekjes naar het in het venster zetten van hele grote getallen, aandacht voor het feit dat de machine een afwijkende notatie gebruikt in de zin dat de duizendtallen en miljoentallen veelal niet door een punt of een spatie van elkaar gescheiden zijn zoals dat 'op papier' veelal gebeurt • oefenen van het kiezen tussen het gebruik van de machine of het zelf uitrekenen van opgaven, bijvoorbeeld via het rekenmachinedictee: de kinderen buigen zich over tien of vijftien opgaven en proberen daarvan zoveel mogelijk zelf uit te rekenen terwijl de overige opgaven op de machine worden gedaan. Uitwisseling van de resultaten • onderzoekjes naar de decimale structuur van onze getallen via spelachtige oefeningen zoals 'getallen poetsen'. Evenzo naar het afwijkende karakter van sommige talstelsels zoals bij tijdrekenen: je



☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
			kunt twee digitale tijden nooit zo maar op de machine bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken. • verkenning van problemen waarbij de machine gebruikt wordt om een opeenvolging van bewerkingen uit te voeren. Onderzoek naar de problemen die kunnen ontstaan als achter elkaar bewerkingen worden uitgevoerd in situaties als: je koopt 3 pakken koffie van € 1,68 en 4 dozen lucifers van € 1,17 • onderzoekjes rond het effect van bewerkingen, bijvoorbeeld bij het delen. Bewustmaking van het feit dat dit bij niet-uitkomende delingen tot kommagetallen met een wisselend aantal decimalen leidt • onderzoekjes naar de oneindigheid van de getallenruimte via oefeningen waarbij de kinderen steeds een (komma-)getal mogen bedenken dat op de machine bij een gegeven getal (zeg: 5) opgeteld moet worden zonder dat een bepaalde bovengrens (zeg: 10) overschreden mag worden • oefenen van het leren organiseren van een complexe berekening waarbij een deel van de bewerkingen op de machine wordt uitgevoerd en waarbij tussenstappen worden genoteerd om overzicht over het geheel aan uitgevoerde handelingen te houden
			SCHATTEND REKENEN • oefeningen waarbij de orde van grootte van de uitkomst bij uitgevoerde bewerkingen wordt bepaald als middel om greep op de op de machine uitgevoerde precieze berekeningen te houden



☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
			BREUKEN, KOMMAGETALLEN, PROCENTEN EN VERHOUDINGEN
			• bewustmaking van het feit dat gewone breuken niet op (de meest gangbare) machines aangegeven kunnen worden, terwijl bij procenten alleen het percentage maar niet het symbool voor procenten wordt weergegeven • verkenning van een algemene procedure voor het omzetten van een breuk in een kommagetal door de breuk als deling te interpreteren en deze deling op de rekenmachine uit te voeren • gebruik van de procentknop op de rekenmachine • onderzoek naar de mogelijkheden om gecompliceerde bewerkingen deels op de rekenmachine uit te voeren, en deels zelf, zoals in het geval van een opgave als '3,8% rente op een bedrag van € 1236,- is ..' op basis van inzicht in procenten



☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
			ANDERE GEBIEDEN • onderzoek naar de betekenis van andere functies van de machine zoals de geheugenfunctie, de wortelfunctie, en de +/- knop, haakjes • evenzo onderzoek naar de constante factor-functie die (bij de meeste machines) geactiveerd wordt indien na een bewerking een aantal keren achter elkaar de =-toets wordt ingedrukt. Bijvoorbeeld: $5 \times =$ geeft 25 als uitkomst, $5 \times ==$ geeft 125 als uitkomst, etc. • bewustmaking van het feit dat sommige rekenmachines de voorkeursregels voor de volgorde van bewerkingen aanhouden (bijvoorbeeld: vermenigvuldigen gaat voor optellen en aftrekken), en andere machines die dit niet doen • ontwikkeling van een houding waarbij kinderen altijd de rekenmachine (globaal) controleren

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen verkennen de standaardrekenmachine die de school gebruikt. Ze onderzoeken daarbij verschillen in het gebruik van symbolen die ze binnen rekenen/wiskunde al eerder hebben leren kennen. Ook gaan ze na welke handelingen je op de machine nu precies moet uitvoeren om een elementaire rekenopgave uit te rekenen (gebruik van de knoppen).
- Ze verkennen andere rekenmachines. Rekenmachines verschillen bijvoorbeeld in wat ze in het venster laten zien. Soms worden de hele ingebrachte getallen en symbolen getoond, soms alleen het laatste ingebrachte getal. Sommige rekenmachines tonen de gebruikte symbolen $+$ $-$ $:$ $\times$, andere tonen die niet. De kinderen worden zich bewust dat je bij het gebruik van de machine erop moet letten dat je de reeds uitgevoerde handelingen niet uit het oog verliest.
- De kinderen brengen in kaart wat voor rekenopgaven ze in het voorafgaande onderwijs zelf reeds hebben leren oplossen. Dit betreft ook een bewustwording van de verschillende soorten oplossingsstrategieën, de relaties tussen getallen, de eigenschappen van bewerkingen die ze zich in het voorafgaande reeds hebben eigen gemaakt. Dit versterkt het vertrouwen in eigen kunnen.
- De kinderen leren om onderscheid te maken tussen opgaven die betrekkelijk eenvoudig via een hoofdrekenstrategie of schatstrategie uitgerekend kunnen worden, en opgaven die zich meer voor de machine lenen. Bijvoorbeeld: 4×25 ? 8×25 ? 10×37 ? $1000 : 125$? $2005 - 1995$? Is voor dit soort sommen de rekenmachine nodig?
- Ze doen ervaring op met het doelmatig organiseren van de invoer in de rekenmachine wanneer meerdere bewerkingen nodig zijn. Daarbij worden ze zich bewust van de mogelijkheid om tussenstappen en -uitkomsten op een blaadje te schrijven. Bij complexere problemen rond bijvoorbeeld procenten, zoals bij het bepalen van de prijs inclusief BTW, verwerven ze inzicht in de mogelijkheid om de berekening in deelstappen op te splitsen die ten dele op de machine, en ten dele via eenvoudige hoofdrekenhandelingen kunnen worden uitgevoerd.

Wat doet de leraar?

- De leraar laat de kinderen met diverse rekenmachines kennis maken en laat ze discussiëren over de overeenkomsten en verschillen. Ze maakt de kinderen bewust van het feit dat de verschillen in symboolgebruik te maken hebben met het feit dat in verschillende landen soms verschillende symbolen voor een bewerking (delen) of soort getallen (kommagetallen) gehanteerd worden.
- Zij geeft de kinderen ruimte om zelf op onderzoek uit te gaan en te onderzoeken hoe een bewerking op de machine uitgevoerd kan worden, wat de betekenis van een symbool op de machine zou kunnen zijn (bijvoorbeeld bij het $\div$ -symbool), en wat de machine nu precies 'doet' in het geval van de wortelfunctie of constante factorfunctie.
- Zij maakt de kinderen vertrouwd met de mogelijkheid om bij complexere problemen een 'stappenplan' op te zetten waarin wordt weergegeven welke handelingen en bewerkingen achtereenvolgens ingebracht worden in de rekenmachine, en wat de resultaten daarvan zijn.
- De leraar laat de kinderen discussiëren over de vraag of de rekenmachine in bepaalde gevallen nodig is in het besef dat het antwoord per kind kan verschillen en afhankelijk is van het netwerk van beheerste hoofdrekenstrategieën en kennis van rekenfeiten. Ze bevordert het gebruik van hoofdrekenkennis en -strategieën waar dat sneller werkt dan het intoetsen van getallen en bewerkingen op de machine. Ze is zich bewust van het feit dat, als kinderen hun feitenkennis niet goed onderhouden of er weinig op vertrouwen, ze wellicht in het voortgezet onderwijs al snel voor alle berekeningen de rekenmachine pakken. Ze besteedt hier met de kinderen aandacht aan.
- De leraar laat de kinderen ontdekken welke beperkingen de rekenmachine heeft. Schatten kan de rekenmachine niet. Met de context houdt de rekenmachine geen rekening. Met digitale tijd rekenen pakt ook verkeerd uit, terwijl het rekenen met breuken alleen maar lukt als deze eerst in een kommagetal worden omgezet. Daarnaast biedt de rekenmachine ook veel voordelen en kunnen die benut worden. Samen met de kinderen bespreekt ze dit soort vragen.
- De leraar helpt zwakkere rekenaars die over onvoldoende kennis, inzicht

- 
- De kinderen verdiepen hun inzicht in de decimale grondstructuur van ons getallenstelsel via allerlei onderzoekjes met de rekenmachine waarbij bepaalde posities in een gegeven getal veranderd moeten worden. Bijvoorbeeld: hoe kun je het getal 1307 via één handeling op de machine veranderen in 1007? En in 5307? En hoe kun je 44×256 op de machine uitrekenen als de 4-knop niet meer werkt?
 - Ze worden zich bewust van de wenselijkheid om uitkomsten op de machine soms af te ronden, in het bijzonder bij het delen als er kommagetallen in het venster verschijnen met veel decimalen. Bijvoorbeeld van $\frac{1}{3}$ liter naar 0,33 liter (denkend aan cl) of naar 0,333 liter (denkend aan ml) van $\frac{1}{3}$ kg naar 0,333 kg (denkend aan g).
 - Ze voorzien de noodzaak van het beoordelen van de uitkomst in het venster. Klopt deze uitkomst qua orde van grootte? Hoe om te gaan bij delingen met de cijfers achter de komma? Hoe vinden ze de rest? Evenzo doen ze ervaring op met het interpreteren van de uitkomsten en het terugkoppelen daarvan naar het probleem waar de berekening bij hoort.

en vaardigheden beschikken om correct te rekenen met grotere getallen, uitkomsten van opgaven en contextproblemen op de rekenmachine uit te voeren, zodat zij daar in het maatschappelijk leven profijt van hebben en niet afhankelijk zijn van anderen.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Een repeterende breuk

$10 : 2 =$	$10 : 5 =$	$10 : 8 =$
$10 : 3 =$	$10 : 6 =$	$10 : 9 =$
$10 : 4 =$	$10 : 7 =$	$10 : 10 =$

In de groep van juffrouw Marja hebben de kinderen hun rekenmachine bij de hand. Op het digibord toont zij de een aantal deelopgaven (zoals hiernaast).

Vastgesteld wordt dat dit betrekkelijk eenvoudige opgaven zijn die al in groep 5 en 6 aan de orde kwamen. Marja vraagt om bij enkele opgaven een passend verhaal te bedenken. Er worden enkele situaties bedacht in de trant van: 10 appels met 2 personen verdelen, een stuk touw van 10 meter in 3 gelijke stukken knippen, en 10 tennisballen in doosjes van 4 stoppen. Aansluitend krijgen de kinderen de opdracht om alle opgaven zelf uit te rekenen, waarbij ze het antwoord op hun eigen manier mogen weergeven.

Na een minuut of vijf volgt een nabespreking, waarin eerst wordt geïnventariseerd welke opgaven eenvoudig uit te rekenen waren. Dit blijken te zijn: $10 : 2$, $10 : 5$ en $10 : 10$. Maar volgens sommigen is ook $10 : 4$ makkelijk, want "dat is 2,5". Ter verklaring wordt de situatie met de appels aangedragen: als je 10 appels met z'n vieren verdeelt, krijgt ieder twee en een halve appel, oftewel 2,5 appel.

Bij de resterende vijf opgaven hebben de meeste kinderen een uitkomst met rest ingevuld. Bijvoorbeeld: $10 : 6$ is 1 rest 4. Op zich is dit wel goed, geeft Marja aan, maar misschien is het ook mogelijk de uitkomst in een kommagetal weer te geven, net zoals bij $10:4$. Om dit nader te onderzoeken, wordt nu de rekenmachine ingeschakeld.

De kinderen rekenen de resterende opgaven op de machine uit, en ontdekken dat dit tot nogal onverwachte resultaten leidt, soms met 'hele lange getallen': $10:3$ leidt tot 3.33333333 en $10:6$ tot 1.66666666; $10:8$ daarentegen leidt tot een veel 'korter getal': 1,25.

"Hoe kan dit nu? Zouden we zulke onverwachte uitkomsten kunnen verklaren? Als hint zou je kunnen denken aan een situatie van een sliert drop van 10 meter die je met z'n drieën of met z'n zessen of met z'n achten mag verdelen", voegt Marja eraan toe. De uitkomst bij $10 : 8$ blijkt nu goed te verklaren. Immers: als je 10 meter drop met z'n achten verdeelt, kun je eerst iedereen 1 meter drop geven; er blijft dan nog 2 meter over, dat is 25 centimeter per per-



soon. Conclusie: ieder krijgt 1,25 meter.

Maar hoe zit dat nu met $10 : 3$? Waarom krijg je dan zoveel cijfers achter de komma? Volgens dezelfde redenering kan iedereen 3 meter drop krijgen, en dan is er nog 1 meter oftewel 100 centimeter over. Daarvan kan iedereen 33 cm krijgen, hetgeen tot een uitkomst van 1 m en 33 cm oftewel 1,33 zou leiden. Maar dan is er nog 1 centimeter over... Dylan stelt voor om er millimeters van te maken: "1 cm is evenveel als 10 mm, en dan kun je iedereen dus 3 mm geven, met weer 1 mm over." Dit geeft als uitkomst 1 m en 333 mm oftewel 1,333 met nog weer een rest van 1 mm. "Ja, zo kun je wel doorgaan", aldus Emma. En inderdaad, zo blijk je altijd maar door te kunnen gaan. Bij steeds verdere maatverfijning komt er weer een 3 bij in de uitkomst, en houd je altijd nog weer een rest van 1 over.

Tot besluit onderzoeken de kinderen zelf of de uitkomsten bij de resterende opgaven op eenzelfde manier te verklaren zijn. Niet iedereen komt daarbij even ver. Niettemin ontstaat zo een eerste besef van het verschijnsel van de repeterende breuk, en wordt er wederom een tipje opgelicht van de sluier van het oneindige karakter van de getallenwereld.

Kerdoel 32

De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.



Toelichting en verantwoording

Meetkunde is het denken over onder andere:

- plaats van objecten in de ruimte,
- richting van kijken en bewegen,
- routes, netwerken (telefoonnet, wegennet, waterleiding), vertakte vormen (zoals bomen),
- de plaats van objecten ten opzichte van elkaar, zoals 'tegenover elkaar' en (spiegel)symmetrie,
- eigenschappen van vormen: lengte, oppervlakte en inhoud,
- patronen,
- vormen zoals lijn(stuk), cirkel, vierkant, rechthoek of driehoek,
- hoe vormen zijn samengesteld uit andere vormen,
- het afbeelden (projecties) van ruimtelijke vormen in het platte vlak, en
- het vergroten en verkleinen van vormen en afbeeldingen (zoals even groot, of niet even groot maar dezelfde vorm).

Bij meetkunde ontwikkelen de kinderen een speciale taal voor vormen, plaatsaanduidingen en onderlinge posities en richtingen. Kinderen leren onder andere werken met bouwsels, bouwplaten, schaduwen, spiegels, plattegronden, kaarten en foto's. Ze tekenen en lezen kaarten en werken met schaal.

De kinderen leren hun ruimtelijk voorstellingsvermogen te gebruiken. Ze leren zich een voorstelling van een ruimtelijke situatie te maken, na te denken over hoe dingen in elkaar zitten, over wat ze gaan maken en hoe dit kan

(bijvoorbeeld bouwen, vouwen, knippen, plakken). Achteraf reflecteren ze op wat ze gemaakt hebben in verhouding tot wat hun voorstelling was. Kinderen leren daarbij hun meetkundige redeneringen onder woorden brengen.

Meetkunde is van groot belang in het dagelijks leven. Bijvoorbeeld bij deelname aan het verkeer, sport en dans, inrichting van de woning, bouwen en knutselen, bij het opruimen, bij het begrijpen van telefonie en waterleiding, bij logistiek (bevoorrading van winkels), of bij het begrijpen van lucht- en ruimtevaart, speelt een zeker niveau van meetkundig inzicht een rol.

Meetkunde is net als het begrip van hoeveelheden en getallen een wezenlijk onderdeel van de vorming van kinderen.

In het basisonderwijs heeft meetkunde tot nu toe minder aandacht gekregen dan getalbegrip, rekenen en meten. Toch kan meetkunde in de huidige samenleving niet meer overgelaten worden aan de spontane ontwikkeling van kinderen. Meetkundige basisinzichten behoren tot de ontwikkeling die iedereen nodig heeft en die dus ook in het basisonderwijs aan de orde moeten komen. In welk leerjaar dat precies is, is wat minder expliciet te zeggen. De inhoud staat hier nu wel per tweetal groepen aangegeven, maar die moet niet te voorschrijvend gezien worden. Bij alle activiteiten ligt naast ervaren een grote nadruk op 'onderzoeken', 'voorspellen', 'experimenteren', 'verklaren' en 'redeneren'.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
MEETKUNDE			
- oriënteren en plaatsbepalen in de bekende eigen omgeving - beschrijven van routes - construeren met blokken, papier en ander constructiemateriaal - onderzoeken van en opereren met vormen en figuren (bijv. vouwen), schaduw, spiegels, patronen - verkennen en onderzoeken van meetkundige basisvormen (cirkel, vierkant, driehoek) en hun eigenschappen - en het ontwikkelen van taal bij bovenstaande	als in groep 1/2 + - oriënteren en plaatsbepalen in een voor de kinderen bekende omgeving en representaties daarvan als maquettes en eenvoudige plattegronden - beschrijven van routes en verbinding leggen met het vervoer - constructie van blokkenbouwsels op basis van voorbeelden en beschrijvingen (mondeling, via foto's en plattegronden) - ontdekken en voortzetten van patronen (na)leggen van mozaïekfiguren en daarbij experimenteren met vormen en symmetrie - spiegelen en onderzoeken van symmetrieassen - eigenschappen van meetkundige figuren (vierkant, kubus) onderzoeken - onderzoeken van vervormen en gelijkvormigheid - experimenteren met licht en schaduw - en het ontwikkelen van taal bij bovenstaande. De nadruk ligt op 'onderzoeken', 'voorspellen', 'experimenteren', 'verklaren' en 'redeneren'	als in groep 3/4 + - oriënteren en plaatsbepalen in het platte vlak en in de ruimte op maquettes, plattegronden en eenvoudige kaarten - routes met het openbaar vervoer, weggennet op de landkaart - lengten en afstanden bepalen met behulp van een gegeven schaallijn - onderzoeken van de kubus (eigenschappen, bouwplaten) - maken van bouwplaten - symmetrieassen tekenen - vergroten en verkleinen van tekeningen en het verband met verhoudingen onderzoeken - en het ontwikkelen van taal bij bovenstaande. De nadruk ligt op 'onderzoeken', 'voorspellen', 'experimenteren', 'verklaren' en 'redeneren'	als in groep 5/6 + - afstanden bepalen met behulp van schaallijn en schaal - tekenen van uitslagen voor een bouwsel (mandje, doos, piramide, kegel, driezijdig prisma, dobbelsteen) en vervolgens construeren - onderzoekjes naar ons zonnestelsel, het draaien van de aarde om de eigen as én om de zon, en de verschijnselen dag en nacht - het onderzoeken van vormen en hun eigenschappen - experimenteren, voorspellen en redeneren rond het thema licht en schaduw (veraf, dichtbij, stand van zon/lamp) - vergroten/verkleinen van twee- en driedimensionale vormen en nadenken over het verband met verhoudingen (lengte, oppervlakte, inhoud) - experimenteren met en redeneren bij viseerlijnen (wat is zichtbaar vanaf bepaalde standpunten) - en het ontwikkelen van taal daarbij. De nadruk ligt op 'onderzoeken', 'voorspellen', 'experimenteren', 'verklaren' en 'redeneren'

Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen oriënteren zich in en rond de school, in de eigen klas door bijvoorbeeld samen te bespreken hoe je van het lokaal naar het speellokaal kunt lopen en wat je dan allemaal ziet.
- Ze lokaliseren objecten in de bekende omgeving en hanteren daarbij woorden als voor, achter, dichtbij, naast, links, rechts, bijvoorbeeld door een spelletje te spelen: de een beschrijft hoe zijn gebouwtje eruit ziet en de ander bouwt het op basis van die beschrijving, zonder het bouwsel te zien, na.
- Ze onderzoeken en beschrijven waar alles zit en staat in school.
- Ze bouwen met blokken en ander constructiemateriaal (ze maken eigen ontwerpen of bouwen na van een voorbeeld).
- Ze voeren allerlei activiteiten uit met papier (vouwen, knutselen, bijv. een puntmuts maken of een mandje).
- De kinderen experimenteren met spiegels en ervaren dat de afstand tot de spiegel bepaalt hoeveel je in de spiegel kunt zien.
- Ze rijgen kettingen met verschillende kralen (verschillend in vorm en kleur) en maken daarbij een bepaald patroon dat ze consequent voortzetten.
- Ze leren meetkundige vormen onderscheiden en benoemen, zoals cirkel, vierkant, rondje, driehoek.
- Ze doen ervaringen op met licht en schaduw door op het speelplein uit te zoeken hoe groot je schaduw is en hoe je die kan veranderen of doen verdwijnen (zie doorkijkje).

Wat doet de leraar?

- De leraar biedt allerlei uitdagende situaties of meetkundige problemen aan die uitlokken tot experimenteren, onderzoeken, voorspellen, verklaren en redeneren.
- De leraar laat kinderen beschrijven wat ze vanuit een bepaald standpunt rond de school, in de klas wel en niet kunnen zien.
- Zij laat in de voor de kinderen bekende omgeving verwoorden waar allerlei objecten in de buurt zich bevinden en let er op dat die uitleg voor andere kinderen begrijpelijk is.
- Zij laat kinderen uitleggen hoe je bijvoorbeeld vanuit school bij de bushalte komt in een spel van "de weg vragen" en "de weg wijzen".
- Zij laat met allerlei materiaal (lucifersdoosjes, rolletjes, blokken), situaties (na)bouwen of maken en praat met de groep over hoe dat het beste kan.
- De leraar laat kinderen kennismaken met bekende vlakke en ruimtelijke figuren zoals vierkanten en kubussen, waarbij ze vragen stelt die de kinderen richten op de kenmerken van figuren.
- Ze laat de kinderen werken met spiegels, de effecten van spiegelen ervaren, laat ze experimenteren en zo in aanraking komen met symmetrie.



Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Schaduwen op het speelplein

Tijdens een zonnige ochtend experimenteren de kleuters uit groep 1 en 2 met schaduwen op het speelplein.

Schaduwen zijn fascinerend voor hen, en er worden onderzoekjes gedaan rond vragen als: Kun je je schaduw kwijtraken door hard te lopen? De meeste kinderen weten wel dat dit niet mogelijk is, maar waaróm is dat zo? Het heeft in ieder geval te maken, zo wordt vastgesteld, met het feit dat 'de zon overal is', dus dan kun je je schaduw ook niet kwijtraken. "Behalve onder een boom, dan ben je hem wel kwijt", volgens Michael. De proef wordt op de som genomen. Inderdaad, geen schaduw meer. Maar de oorzaak is de meeste kinderen direct duidelijk: ze staan nu met z'n allen in de schaduw van de boom, dus logisch dat je dan zelf geen schaduw meer hebt.

"Kunnen wij zelf ook als een boom zijn?" vraagt juffrouw Audrey. "Kunnen wij ervoor zorgen dat iemand anders in onze schaduw staat?" Dat blijkt niet mee te vallen. Kinderen wringen zich in allerlei bochten om in de schaduw van een ander kind te komen, daarbij zich zo klein mogelijk makend. Maar er lijkt altijd nog wel een stukje van de eigen schaduw van een kind zichtbaar te zijn. Er blijkt echter nog een andere mogelijkheid. Je kunt een paraplu of parasol nemen, en dan het andere kind onder de paraplu laten staan. Ook dit wordt uitgetoetst. En inderdaad, nu kun je wel volledig in de schaduw van een ander kind staan.

Kun je zo lopen dat je schaduw achter je aan loopt, voor je uitloopt, naast je is? Dat blijkt allemaal niet zo moeilijk te zijn, je moet dan gewoon een andere richting op lopen. Maar kun je je schaduw ook korter maken? Of dunner? Of juist dikker? Er wordt volop geëxperimenteerd en veel kinderen doen allerlei ontdekkingen. Bijvoorbeeld: door jezelf heel smal te maken in de richting van de zon, wordt je schaduw ook heel smal. En zak je door je knieën en maak je jezelf heel klein, dan wordt je schaduw ook heel klein.

Tot slot stelt de juf een vraag die niet direct te beantwoorden valt: "Blijft je schaduw de hele dag even lang, of wordt die lengte steeds anders?" De kinderen mogen hier voorspellingen over doen. Ook wordt besproken hoe je daar achter zou kunnen komen. Vastgesteld wordt dat je dan eigenlijk telkens weer je schaduw moet meten. Bijvoorbeeld: elk kwartier. Besloten wordt om nog een



laatste experiment te doen. Van één jongen en één meisje, Delano en Mayra, wordt de schaduwlengthe op het plein met stoepkrijt afgetekend. "Dan kun je makkelijk onthouden hoe lang die schaduw was", aldus Lise.

Iedereen gaat nu naar binnen, maar over een kwartier komen ze weer terug en wordt de schaduwlengthe van beide kinderen opnieuw afgetekend. Dit wordt nog vijf keer herhaald, en steeds duidelijker wordt het 'bewijs' geleverd: de schaduwen worden steeds korter. Zouden ze nu steeds korter worden en op het laatst helemaal verdwijnen? Nee, dat lijkt de meeste kinderen onwaarschijnlijk. Na een tijdje wordt hij vast wel weer langer.

's Middag wordt dit nog even gecontroleerd. En inderdaad, de schaduwen zijn nu weer veel langer geworden! "Maar de zon is ook veel lager," aldus Maaïke, "en dan wordt je schaduw natuurlijk weer langer."

De betekenis van deze woorden dringt niet tot iedereen even goed door, maar het was in ieder geval toch een bijzonder interessant experiment. Nog dagenlang komen sommige kinderen terug bij de plek waar de schaduwen staan afgetekend.

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen maken maquettes en plattegronden van de klas, van de school en van de wijk.
- Ze geven aan waar bepaalde gebouwen (kerk, winkel) liggen of waar ze wonen ten opzichte van de school of elkaar en beschrijven hoe je van de een naar de ander kunt komen. Ze zoeken naar een beschrijvingswijze die de andere kinderen kunnen begrijpen.
- Ze onderzoeken door uitproberen en door voorstellingen te maken wat je vanaf een bepaald standpunt kunt zien en wat zeker niet (omdat er bijvoorbeeld iets groters voor staat).
- Ze maken blokkenbouwsels op basis van voorbeelden, beschrijvingen, aanzichten en plattegronden met hoogtegetallen. Ze zoeken uit en beredeneren welke informatie noodzakelijk is om een bouwsel goed na te bouwen.
- De kinderen construeren met papier eenvoudige ruimtelijke en vlakke meetkundige figuren zoals vierkanten, rechthoeken, driehoeken, cirkels, kubussen, blokken cilinders en kegels en bespreken samen wat de verschillen tussen de figuren en vormen zijn en wat dus specifieke kenmerken van de meetkundige figuren zijn.
- De kinderen werken met patronen en mozaïeken door bijvoorbeeld kettingen te rijgen of met figuurtjes patronen te leggen.
- Ze werken met spiegelbeelden en symmetrie, tekenen figuren die een symmetrieas hebben en bespreken waar je dan op moet letten.

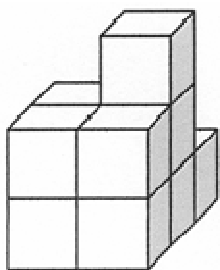
Wat doet de leraar?

- De leraar biedt allerlei uitdagende situaties of meetkundige problemen aan die uitlokken tot experimenteren, onderzoeken, voorspellen, verklaren en redeneren.
- De leraar gaat uit van de directe omgeving van de school en de buurt, ze vraagt naar de plaats van kenmerkende in de buurt aanwezige gebouwen. Dat kan een bushalte, het stadhuis, een winkel of iets dergelijks zijn. Ze laat kinderen plattegronden tekenen en stelt vragen waarbij ze de kinderen richt op nadenken over en letten op verhoudingen en afstanden.
- Ze stelt voor om voor de kenmerkende gebouwen uit de omgeving, waaronder de school, blokjes neer te leggen op een groot vel papier in een vorm die enigszins overeenkomt met de gebouwen en met onderlinge afstanden die ongeveer overeenkomen met de werkelijke verhoudingen.
- Ze laat de omtrek van die blokjesbouwsels omtrekken met een potlood om bij het opbergen van het papier vast te leggen waar alles stond (zo ontstaat de plattegrond). Op de plattegrond laat ze wegen intekenen.
- Ze laat bij eenvoudige bouwsels met blokjes een plattegrond met hoogtegetallen maken en omgekeerd: bouwsels maken bij gegeven plattegronden (zie doorkijkje).
- De leraar laat ontdekken hoe je met spiegels kunt nagaan welke vormen (o.a. hoofdletters, meetkundige figuren) symmetrisch zijn en waarop je moet letten om te bepalen of iets (lijn)symmetrisch is.
- Ze laat ontdekken en verwoorden waaraan je kunt zien dat je met een patroon te maken hebt dat herhaald wordt.



Groep 3 en 4 - Doorkijkje

Bouwen met blokken



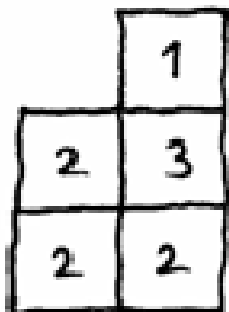
In de klas heeft al enige lessen het bouwen met blokken veel aandacht gekregen. De kinderen hebben daarbij eigen blokkenbouwsels gemaakt en vergeleken. Er zijn afspraken gemaakt over de manieren van bouwen: blokken recht tegen elkaar aan, zodat zijvlakken van aangrenzende blokken helemaal tegen elkaar aan liggen. Uiteindelijk is een heel blokkendorp met grotere en kleinere bouwsels ontstaan dat enige dagen in de klas heeft gestaan.

De volgende les komt meneer Mart met een nieuwe opdracht: er moet een brief aan de burgemeester van het dorp geschreven worden waarin precies staat beschreven hoe de verschillende bouwsels eruit zien.

De vraag is nu: hoe doe je dit? Met woorden beschrijven is een mogelijkheid, maar of de burgemeester dit snel zal begrijpen? Een andere mogelijkheid is alle bouwsels tekenen of fotograferen. Maar dan moet je eigenlijk een heleboel foto's of tekeningen per bouwsel maken om alles te kunnen zien, want soms zitten er blokken aan de achterkant die je op één foto niet kunt zien. Zou het ook mogelijk zijn een soort bouwtekening te maken waarop je in één oogopslag kunt zien uit hoeveel blokken een bouwsel bestaat, en hoe de blokken ten opzichte van elkaar gerangschikt zijn?

In groepjes gaan de kinderen met deze opdracht aan de slag, waarbij ze van hetzelfde bouwsel een bouwtekening proberen te maken:

In de nabespreking blijkt dat sommige groepjes hebben geprobeerd een soort vogelvluchtplaat van het bouwsel te maken. Op zich is dit heel duidelijk (zo wordt geconstateerd), maar je weet niet zeker of er aan de achterkant nog blokken zitten. Er zijn ook enkele groepjes die het bouwsel als het ware recht van boven hebben getekend en daarbij met kleurtjes het aantal blokken hebben aangegeven. Een rood hokje betekent dan dat er 1 blokje staat, een groen hokje dat er 2 blokjes op elkaar staan, en een geel hokje dat er 3 blokjes op elkaar staan. Hierop inhakend vraagt meneer Mart of het nog anders dan met een kleurtje zou kunnen. Eerst komen enkele kinderen met het idee dat je voor elk blokje een klein vierkantje zou kunnen tekenen. Het is dan nog maar een kleine stap om gewoon met een getal het aantal blokjes te beschrijven.



Zo komt het idee van de plattegrond met hoogtegetallen als resultaat van de gezamenlijke inspanning van de kinderen naar voren - een idee waar ze de komende weken nog veel plezier aan zullen beleven.

Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen verdiepen hun kennis van het verschijnsel plattegrond, verkennen het zelf tekenen en lezen daarvan en worden zich bewust van de noodzaak van het gebruik van een 'schaal'.
- Ze beschrijven routes en gebruiken daarbij begrippen als 1e straat links, na 200 m rechts, 3e straat links, op de rotonde de derde afslag etc.
- Ze gaan na aan de hand van foto's en een kaart, vanaf welk punt op de kaart bepaalde foto's gemaakt zijn en beargumenteren hun antwoord: "vanaf die kant kan het niet want dan zie je de kerk niet".
- Ze bepalen lengten en afstanden op plattegronden en kaarten met behulp van een schaallijn, ze maken ook zelf tekeningen op schaal, bijvoorbeeld van hun slaapkamer en de klas. Alles hoeft niet precies.
- De kinderen bouwen met blokken, beschrijven aanzichten, maken schema's met hoogtetallen en omgekeerd: ze bouwen vanuit gegeven aanzichten en schema's met hoogtetallen.
- Ze herkennen patronen en zetten die voort (bijvoorbeeld in kralenkettingen of mozaïekfiguren).
- Ze werken met licht en schaduw, onderzoeken verkleinen/vergroten/vervormen, voorspellen en controleren hun voorspellingen. Ze zijn hierbij vooral ook samen bezig en overleggen en discussiëren met elkaar.

Wat doet de leraar?

- De leraar biedt allerlei uitdagende situaties of meetkundige problemen aan die uitlokken tot experimenteren, onderzoeken, voorspellen, verklaren en redeneren.
- Ze laat de kinderen bij het zelf tekenen van plattegronden op de juiste verhoudingen letten, en introduceert mede naar aanleiding daarvan het schaalbegrip (zie doorkijkje).
- Ze let er bij de beschrijvingen van routes op dat die ook voor een buitenstaander te volgen zijn, ook voor hen die de buurt niet kennen. Dus niet: "Bij de slager de hoek om gaan en dan bij de snackbar rechtdoor". Ze laat kinderen samen bespreken waaraan je beschrijving moet voldoen zodat die voor iedereen te volgen is.
- Ze laat kinderen overleggen en beargumenteren vanaf welke punt een tekening of foto van een bepaald object gemaakt is. De kinderen moeten zich dan mentaal verplaatsen in het standpunt van de fotograaf of de tekenaar. Ruimtelijk redeneren is dan essentieel (vanaf dat punt kan ik het wel of niet zien).
- Bij het construeren stuurt ze erop aan dat de kinderen eerst een plan/een voorstelling maken en beschrijven en daarna pas tot uitvoering overgaan. Zij laat de kinderen daarbij redeneren op basis van ruimtelijke voorstellingen. Ze stelt vragen om kinderen te stimuleren nauwkeuriger en correct te formuleren.
- Bij het opereren met vormen en patronen laat de leraar de kinderen experimenteren, voorspellen en verklaren.



Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Een plattegrond van het klaslokaal

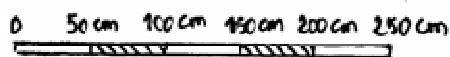
Tijdens de vorige les hebben de kinderen in de groep van juffrouw Bianca een aantal luchtfoto's bekeken (van Google Earth); foto's waarop een landschap van grote hoogte te zien was. Daarbij werd vastgesteld dat je bijvoorbeeld het kronkelen van de rivier heel goed kon zien, evenals het verschil tussen bebouwde stukken grond, weiland en bosgebieden. Tevens werd geconstateerd dat je sommige dingen op zulke foto's juist niet ziet, zoals de hoogte van bomen, gebouwen, en zo meer; ook kleiner gebouwtjes zijn dan niet te zien.

Naar aanleiding hiervan was vervolgens het begrip plattegrond geïntroduceerd en hebben de kinderen een plattegrond van de wijk verkend waarin de school is gelegen. De ervaringskennis van de kinderen hoe je door de wijk loopt of fietst, werd daarbij gekoppeld aan wat je op de plattegrond zag, hetgeen voor veel kinderen een hele ontdekking was.

Vandaag krijgen ze voor het eerst de opdracht om zelf een plattegrond te maken, namelijk van de klas. Er wordt daarbij in tweetallen gewerkt op vellen A3-papier. Maar hoe pak je zoiets aan? Dit is voor sommige groepjes bepaald geen uitgemaakte zaak...

Er wordt druk overlegd, en in veel groepjes komt men tot de slotsom eerst maar eens te beginnen met enkele vaste objecten in het lokaal, zoals het grote bord links van de deur, de kast rechts achterin, en de rij computers daarnaast. Maar wat blijkt? Sommige groepjes hebben die objecten al zo groot op de plattegrond weergegeven, dat de tafeltjes en stoelen van de kinderen er nauwelijks nog inpassen.

Op dat moment besluit juffrouw Bianca de activiteit even stop te zetten en een besprekingsmoment in te lassen. Zij laat enkele groepjes verwoorden hoe ze te werk zijn gegaan, en tegen wat voor problemen ze zijn aangelopen. Gezamenlijk wordt vervolgens vastgesteld dat je bij het maken van zo'n plattegrond niet alleen moet kijken welke dingen waar komen te staan, maar je ook op de grootte van de te tekenen objecten moet letten. Anders gezegd: de verhoudingen moeten kloppen. Je kunt bijvoorbeeld de tafel van de juffrouw qua grootte pas goed weergeven, als deze grootte op de tekening goed correspondeert met de grootte van het hele lokaal.



Gewapend met deze kennis gaan de groepjes vervolgens weer verder. Er moet het nodige gecorrigeerd en aangepast worden, maar na verloop van tijd blijkt dat de resultaten er voor zo'n eerste keer best mogen zijn. De kinderen realiseren zich in meer of mindere mate wel dat het in wezen om drie zaken gaat: de objecten die zich in de ruimte bevinden, de plaats van die objecten ten opzichte van elkaar, en de grootte van die objecten ten opzichte van de hele ruimte en van elkaar en dat het dan gaat om oppervlak en niet om hoogte.

In de nabespreking komt dit uitgebreid aan bod. Uiteindelijk wordt vastgesteld dat zo'n plattegrond heel precies zou kunnen zijn, als je alles bijvoorbeeld 100 keer zo klein maakt: het lokaal zelf, de tafels en stoelen, de kasten, etc. Maar 100 keer is dan eigenlijk weer te klein, want het lokaal (aldus enkele kinderen) is ruim 8 meter, dus dit zou op de plattegrond maar 8 centimeter worden. (Voor de meeste kinderen is deze redenering nog wel erg moeilijk.) Beter zou het dan zijn om alles 10 keer zo klein te maken (het lokaal wordt dan 80 cm) of 20 keer zo klein (40 cm). De kinderen zijn nu in feite volop met het schaalbegrip bezig, en de juf introduceert dit nu ook: maak je alles 100 keer zo klein, dan werk je met een schaal '1 op 100'; en maak je alles 20 keer zo klein, dan werk je met een schaal '1 op 20'. Zulke schalen kun je op een schaallijn ook zichtbaar maken. Bijvoorbeeld, in het geval van schaal '1 op 50':

De kinderen zijn vol verwondering over deze gezamenlijke ontdekking. Gezamenlijk wordt besloten om binnenkort eens te proberen een echte plattegrond 'op schaal' te maken.

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen lokaliseren plaatsen (in brede zin, dus ook rivieren, bergen) en routes op plattegronden en kaarten, bijvoorbeeld uit de atlas met behulp van coördinaten (vakken als B5, etc.).
- Ze bepalen afstanden met behulp van schaallijnen en berekenen afstanden met behulp van een gegeven schaal.
- De kinderen tekenen uitslagen van objecten (bijvoorbeeld: dobbelsteen, piramide, huisje, toren, eenvoudige boot) compleet met plakranden en ze zetten die uitslagen in elkaar.
- De kinderen maken doorsneden van ruimtelijke figuren als piramide, bol, prisma, kubus en tekenen en beschrijven de ontstane tweedimensionale vormen.
- De kinderen oriënteren zich op de tijdverschillen op aarde, onderzoeken aan de hand van de globe waar deze tijdverschillen mee te maken hebben en maken kennis met de verschillende tijdzones (zie doorkijkje).

Wat doet de leraar?

- De leraar biedt allerlei uitdagende situaties of meetkundige problemen aan die uitlokken tot experimenteren, onderzoeken, voorspellen, verklaren en redeneren.
- Zij laat de kinderen aan de hand van kaarten in de atlas coördinaten opschrijven bij plaatsen, bergketens, rivieren en laat hen een oplossing zoeken voor plaatsen, rivieren, streken die niet met één vak of punt te karakteriseren zijn.
- Zij vraagt naar het verband tussen schaallijn en schaal. Wat is handiger? Ze gaat in op lengte en breedtegraden en vraagt wat het voordeel van die benadering is boven benoemde vakken (geldt voor alle kaarten!).
- De leraar gebruikt de namen van de objecten als kubus, piramide, kegel, blok, driezijdig prisma en laat de kinderen eigenschappen van deze figuren onderzoeken en benoemen en leren.
- Zij stimuleert de kinderen de uitslagen van meetkundige figuren met plakrand en al uit één enkel vel te maken, ze laat de kinderen beredeneren waar plakranden moeten komen en wat het minimale aantal is.
- De leraar laat kinderen bij allerlei twee- maar ook driedimensionale figuren uitzoeken in welke mate die symmetrisch zijn en de spiegellijnen aangeven.
- De leraar maakt de problematiek van de tijdzones op aarde aanschouwelijk met behulp van een globe en zaklamp en laat de kinderen ervaren en verwoorden wat er gebeurt als de aarde om z'n as draait (zie doorkijkje).



Groep 7 en 8 - Doorkijkje

Dag en nacht

In de kring heeft Fatma verteld over een telefoongesprekje dat zij de middag daarvoor heeft gevoerd met haar oma in Turkije. Zij vertelde dat het bij haar oma al helemaal donker was, terwijl hier in Nederland de zon nog volop scheen. Juffrouw Tineke vroeg hoe dat nu kwam, dat het blijkbaar op de ene plaats op aarde veel later is dan op de andere plaats. Zou het niet veel makkelijker zijn als iedereen dezelfde tijd had? Veel kinderen snappen wel dat dit natuurlijk niet kan en dat dit met het draaien van de aarde te maken heeft. Maar hoe dit precies in elkaar zit, dat is nog niet zo eenvoudig voor te stellen, zo lijkt het.

Enkele dagen later heeft de juffrouw daarom een proefopstelling in de klas gemaakt, bestaande uit een grote aardbol (globe) en een vrij sterke zaklamp die enkele meters van de globe verwijderd is opgesteld in de richting van de aardbol. Eerst wordt gezamenlijk vastgesteld dat de aarde om de zon draait, en dit wordt ook even aanschouwelijk gemaakt. Vervolgens brengt de juf naar voren dat de aarde ook om de eigen as draait, en ook dit wordt gedemonstreerd.

Wat gebeurt er nu precies met het zonlicht als de aarde om haar eigen as draait? De kinderen komen hier uitgebreid over aan het woord. Nederland wordt op de aardbol opgezocht (een nauwelijks te onderscheiden vlekje), en alle kinderen gaan na wat er gebeurt als Nederland 'in de rondte draait'. Daarbij wordt de 'zon' (de zaklamp) ook aangezet. Duidelijk is te zien hoe het 'zonlicht' gedurende enige tijd Nederland beschijnt terwijl ons land vervolgens voor een flinke tijd in het donker verdwijnt. Dit verklaart het verschijnsel van dag en nacht: overdag bereiken de zonnestralen Nederland, maar draait de aarde verder door, dan komt ons land in de 'schaduw' terecht en dan wordt het nacht. Er blijven nog volop vragen van de kinderen komen ("maar waarom is het dan zo lang donker in december, en maar zo kort licht?"), maar het principe van dag en nacht is goed duidelijk geworden.

Nu terug naar het telefoongesprek van Fatma. Kunnen we nu ook verklaren waarom het bij haar oma al donker kon zijn terwijl in Nederland nog volop de zon scheen? Om hier meer over aan de weet te komen, wordt de globe er weer bijgenomen. Er worden twee plakstrookjes geplakt op de plaatsen waar



Nederland en Turkije op de globe liggen, en vervolgens laten enkele kinderen de aarde weer langzaam om 'de zon' draaien. Eerst is het nog helemaal donker in beide landen. Dan komt Turkije plotseling in het zonlicht te liggen, maar in Nederland is het nog altijd 'pikdonker' (aldus een kind). Draait de aarde nog wat door, dan komt Nederland ook in het 'zonlicht' te liggen. En op een zeker moment wordt het in Turkije al donker, terwijl het inderdaad (precies zoals Fatma vertelde) in Nederland nog volop licht is!

Na nog enkele voorbeelden uitgeprobeerd te hebben (waarbij naar voren komt dat het steeds zo'n beetje dag is in Australië als het in Nederland nacht is), wordt de atlas erbij genomen. Er blijkt een uitgebreide afbeelding opgenomen te zijn van de 'tijdzones op aarde'. Na al het voorgaande is het voor de kinderen nu niet moeilijk meer te achterhalen waarom men deze gemaakt heeft: dan kun je precies weten hoe laat het bijvoorbeeld in Turkije of Australië is terwijl je zelf in Nederland bent. Vooral als je met het vliegtuig naar zo'n land gaat, of als je iemand niet midden in de nacht wilt bellen, is dat wel handig om te weten...

Kerdoel 33

De leerlingen leren meten en leren te rekenen met eenheden en maten, zoals bij tijd, geld, lengte, omtrek, oppervlakte, inhoud, gewicht, snelheid en temperatuur.



Toelichting en verantwoording

Meten en maatstelsels spelen een cruciale rol in onze samenleving. Het is dan ook belangrijk dat leerlingen in de loop van de basisschool op een elementair niveau vertrouwd raken met dit leerstofgebied. Dat betreft in de eerste plaats de praktische kant van het meten. De leerlingen verwerven vaardigheid in het gebruik van eenvoudige meetinstrumenten zoals liniaal en bordliniaal; personenweegschaal en keukenweegschaal; maatbeker; stopwatch; en zo meer. Het gaat hier in eerste instantie om de grootheden lengte, gewicht en inhoud, naderhand ook om oppervlakte, tijd en snelheid. En daarnaast valt ook het domein *geld* hieronder, dat vanaf groep 1 al aandacht krijgt in het onderwijs. Daarbij leren de leerlingen om zelf passende meetstrategieën te ontwikkelen en toe te passen, zoals in het geval van het meten van de hoogte van de deur met een bordliniaal of meetlint. Tevens verwerven ze inzicht in belangrijke aspecten van het praktische meten zoals het kiezen van een passende maateenheid, het schatten van afmetingen, het afronden van een meetresultaat, en het adequaat weergeven van zo'n resultaat in reken/wiskunde taal.

De maateenheden die bij het praktische meten in gebruik zijn, worden naderhand steeds meer ook los van de meetinstrumenten in beschouwing genomen. Ze worden met elkaar in verband gebracht en op een rij gezet waarbij de onderlinge relaties tussen de meest gangbare maateenheden verkend en ingeoeft worden. Door uit te breiden naar minder gangbare



maateenheden, ontstaan voor de verschillende grootheden samenhangende maatstelsels waarvan de decimale structuur door/voor de leerlingen wordt blootgelegd. Ze worden zich hierbij bewust dat termen als 'kilo-' en 'hecto-' niets anders betekenen dan 'duizend-' en 'honderd-', en evenzo dat termen als 'deci-' en 'centi-' in feite staan voor 'tiende-' en 'honderdste-'. De afzonderlijke maatstelsels worden uiteindelijk samengevoegd in het metriek stelsel (of een vereenvoudigde vorm daarvan) dat naderhand op een hoger niveau als referentiekader voor het rekenen en redeneren met maateenheden gaat fungeren. Bij dit alles leren de leerlingen om de voornaamste maateenheden bij elke grootheid in verband te brengen met onofficiële, natuurlijke maateenheden die als referentiemaat kunnen fungeren, zoals bij de centimeter en decimeter die respectievelijk gekoppeld kunnen worden aan de dikte van een vinger en de afstand tussen duim en wijsvinger bij gespreide hand. Evenzo kan de liter gekoppeld worden aan een (liter)pak melk als referentiemaat, de kilogram aan een pak suiker, etc. Door deze verbinding met referentiematen wordt het gevoel voor de orde van grootte van de officiële maateenheden nog weer versterkt.

Naarmate de kennis van de leerlingen met betrekking tot de verschillende maatstelsels groeit, leren ze deze steeds meer toe te passen in situaties met een theoretisch aspect. Dit betreft in de eerste plaats situaties waarbij de ene maateenheid tot een andere herleid moet worden, zoals bij: Abdul loopt 3 keer per week een rondje van 1500 meter hard; hoeveel kilometer is dat in een week? Verder leren ze de oppervlakte en de omtrek van rechthoekige figuren te schatten en te berekenen, de inhoud van rechthoekige ruimtelijke vormen in de vorm van een koffer of een aquarium, en zo meer. Hierbij maken ze kennis met de verschillende formules die voor zulke berekeningen gebruikt kunnen worden. Voorts onderzoeken ze het effect van vergroten op de oppervlakte en inhoud van rechthoekige en andere figuren. Hoeveel keer zo groot wordt bijvoorbeeld de oppervlakte van een dekzeil als de lengte en breedte twee keer zo lang worden?

In aanvulling op de genoemde grootheden oriënteren de leerlingen zich verder op enkele samengestelde grootheden, met name snelheid en dichtheid. Hierbij leren ze enkele gangbare maateenheden kennen zoals km/u, m/sec en aantal/km², en leren ze met dergelijke maten te rekenen. Hoe lang doet een auto bijvoorbeeld over een afstand van 150 km als deze gemiddeld 60 km per uur rijdt?

Een bijzondere plaats binnen het gebied van het meten wordt ingenomen door de grootheid tijd. Hier vormt niet zozeer het praktische meten het hoofddoel, maar meer de ontwikkeling van tijdsbesef en het leren klok kijken. Zo leren leerlingen hoe de indeling in ochtend, middag, avond en nacht het dagelijkse verloop van de tijd structureren. Hetzelfde geldt voor de indeling van dagen in de week, weken in de maand, maanden in het jaar, en zo meer. In samenhang hiermee raken de leerlingen steeds meer vertrouwd met het klok kijken. In eerste instantie gaat het daarbij om de gewone, analoge kloktijden, naderhand leren ze ook om te gaan met digitale tijd.

Tot slot valt ook het domein Geld onder het domein meten. Bij Geld gaat het om het leren kennen van de verschillende biljetten en munten, de waarden ervan en de onderlinge inwisselbaarheid. Ok binnen dit domein leren de kinderen de weer heel eigen systematiek. Evenals bij andere domeinen binnen meten wordt aandacht besteed aan het ontwikkelen van referentiematen (hoe duur zijn dingen eigenlijk). Goed leren omgaan met geld is voor leerlingen van groot belang voor hun maatschappelijke redzaamheid. Niet alleen het kunnen rekenen ermee, maar ook nadenken over uitgaven, uitgavenpatronen, plannen, sparen en budgetteren.

Indien de leerlingen daadwerkelijk gelegenheid krijgen om het rijke gebied van het meten grondig te exploreren, doet zich ook een belangrijk neveneffect voor: het begrip van getallen (zowel hele getallen, breuken als kommagetallen), hun plaats op de getallenlijn en hun onderlinge relaties, wordt er in hoge mate door versterkt.

Inhoud

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
L E N G T E E N O M T R E K			
- bewustwording van het bestaan van verschillende grootheden als afzonderlijke groottekenmerken van objecten zoals lengte, inhoud en gewicht - ervaring opdoen met het direct vergelijken en ordenen van objecten qua lengte, gewicht en inhoud - werken met de daarbij behorende begrippen als lang(ste), kort(ste), groot(ste), klein(ste), even lang, zwaar(ste), licht(ste), 'er zit meer in', 'bijna vol', en zo meer - kennismaking met verschillende strategieën om objecten qua grootte te vergelijken. (bijvoorbeeld: bij lengte door objecten direct naast elkaar te plaatsen (zoals bij de eigen lichaamslengte); bij gewicht 'op het gevoel' door objecten in de hand te nemen of met behulp van een balans; bij inhoud door overgieten van de inhoud van objecten) - verkenning van de mogelijkheid om de lengte, het gewicht of de inhoud van een object uit te drukken in een natuurlijke maateenheid, zoals de stap, het kopje of het blokje - verkenning van de meter als 'officiële' maateenheid voor lengte; koppeling van deze maat aan de eigen lichaamslengte als referentiemaat, en aan de 'stap' - onderzoek naar de wijze waarop een 'meterlat' gebruikt kan worden om bijvoorbeeld de lengte van het lokaal te be-	als groep 1/2 + - oefenen in het gebruik van de 'meterlat' om via afpassen de lengte van grotere objecten op te meten zoals de hoogte van de deur, de breedte van het lokaal, e.d. - ervaring opdoen met het zelf construeren van een eenvoudig meetinstrument in de vorm van een vijf meterlint - introduktie van de liniaal als meetinstrument om de lengte van kleinere objecten te bepalen - introduktie van de centimeter en de millimeter als fijnere maateenheden voor het bepalen van de lengte van kleinere objecten - verkenning van de bordliniaal en (eventueel) de duimstok als meetinstrumenten voor het bepalen van de lengte van grotere objecten - verkenning van de relatie tussen de maateenheden meter, centimeter en millimeter - bewustwording van belangrijke aspecten van het praktische meten zoals die zich bij verschillende grootheden voordoen: kiezen van een passende maateenheid, het schatten van de orde van grootte van afmetingen, het afronden en beschrijven van het meetresultaat, en zo meer - verkenning van het begrip omtrek als de afstand die wordt afgelegd als je om een plat object of om een ruimte heen loopt (of er met je vinger om heen beweegt), of de lengte om iets heen meet (hekjes om	als groep 3/4 + - verkenning van het gebruik van andere gangbare praktische meetinstrumenten zoals (huishoud)centimeter, rolmaat en klikwiel - ervaring opdoen met het zelf bedenken van passende meetstrategieën zoals bij de hoogte van een deur met behulp van een duimstok - introduktie van de decimeter als maateenheid voor lengte; ordening van de vier 'kleine maateenheden' m, dm, cm en mm in één samenhangend stelsel en omzetten van de ene maat in de andere maat - introduktie van de kilometer als standaardmaat; koppeling van deze maat aan andere standaardmaten (met name de meter) en aan een in de eigen omgeving verankerde referentiemaat (afstand van school tot...)	als groep 5/6 + - completering van het stelsel van officiële lengtematen via de introductie van de cameter en hectometer. Naderhand wordt dit uitgebreid tot het complete maatstelsel voor de grootheden lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht in de vorm van het metrieke stelsel - oefenen van elementaire herleidingsopgaven in een context op basis van kennis van het maatstelsel. Bijvoorbeeld: Hoeveel stukken touw van 25 cm kun je uit een rol van 30 meter halen? - oefenen in het kaal herleiden op basis van inzicht in de onderlinge relaties: 2 meter is cm, 0,5 dm = ... cm. 350 cm is 3,5 meter. Het gaat hier uitsluitend om omzettingen van veel voorkomende maten. - verkenning en inoefening van de formule voor het bepalen van de omtrek van rechthoekige figuren in de vorm van '2 keer de lengte en 2 keer de breedte' - onderzoekjes naar de omtrek van niet-rechthoekige figuren zoals cirkels. Verkenning van strategieën om zulke omtrekken handig te bepalen met behulp van een draad of een centimeter

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
palen	een tuintje, rand om de vijver). Bij grillige figuren meten de kinderen dit met een touwtje, of schatten ze door gebruik te maken van een onderliggend roosterpatroon.		
O P P E R V L A K T E			
• versterking van het besef dat oppervlakte een belangrijk groottekenmerk van objecten kan zijn, met name in situaties waarin sprake is van bedekken (met een kleed), inpakken (pakkpapier) of bouwen (met bouwelementen) • bewustwording van het feit dat met de aanduiding hoe groot iets is behalve de lengte of het gewicht soms ook de oppervlakte bedoeld kan worden.	als groep 1/2 + • verkenning van het vergelijken van de oppervlakte van platte objecten • kennismaking met vergelijkingsstrategieën daarbij zoals het op elkaar leggen, knippen en plakken; en omstructureren • gebruik van een roostervierkantje als natuurlijke maateenheid voor het bepalen van de oppervlakte in situaties waarin deze grootte gekoppeld is aan prijs of gewicht bijv. een dropvierkantje kost 2 euro; hoeveel kost een plak drop bestaande uit een aantal vierkantjes? • verkenning van de mogelijkheid om daarbij te redeneren in termen van 'zoveel rijen van zoveel vierkantjes'	als groep 3/4 + • introductie van de vierkante meter (m^2) als standaardmaat voor oppervlakte; koppeling van deze maat aan referentiematen zoals het zijbord van een schoolbord • onderzoekjes naar de vraag of de oppervlakte van platte objecten groter of kleiner dan $1 m^2$ is • verkenning van de mogelijkheid om te redeneren in termen van 'zoveel rijen van zoveel vierkante meters' bij het bepalen van de oppervlakte van grotere objecten zoals de oppervlakte van een muur of vloer • bepalen van de oppervlakte van grillige figuren door omvormen en compenseren • introductie van de andere gangbare kleine oppervlaktematen dm^2, cm^2, mm^2; verkenning van de onderlinge relaties tussen deze maten	als groep 5/6 + • verkenning en oefening van het werken met de formule 'oppervlakte is lengte x breedte' voor het bepalen van de oppervlakte van rechthoekige objecten zoals een tuin, een muur of een kamer • introductie van de hectare als maateenheid die in de praktijk veel gebruikt wordt voor grotere oppervlaktes; koppeling van deze maat aan de 'vierkante hectometer' en aan passende referentiematen (zoals twee voetbalvelden) • verkenning van eenvoudige herleidingsopgaven in een context, zoals in situaties als: een natuurgebied van 6 hectare, hoeveel vierkante meter is dat? • verkennen van de onderlinge relaties tussen oppervlaktematen binnen het metriek stelsel en eenvoudige, veel voorkomende omzettingen kunnen maken ($1 m^2$ is dm^2 of cm^2)

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
I N H O U D			
• verkenning van het begrip inhoud als 'hoeveel past er in' via afpassen, meten, overgieten en vullen van flessen, pakken met bekertjes water • verkenning van begrippen die horen bij inhoud zoals 'vol', 'leeg', 'even vol', 'meer', 'minder'	als groep 1/2 + • introductie van de liter als standaardmaat voor inhoud; koppeling van deze maat-eenheid aan een literpak melk als referentiemaat • onderzoek naar de inhoud van verpakkingen waar bijvoorbeeld 0,5 liter, 1,5 of 2 liter in gaat door deze te vergelijken met een literpak melk of maatbeker • onderzoek naar de relatie tussen de vorm van een verpakking (melkpak, blikken, blikjes, flessen) en de inhoud	als groep 3/4 + • verkenning van de maatbeker als meet-instrument waarmee de inhoud van allerlei objecten bepaald kan worden; gebruik daarbij van de liter en milliliter als gangbare maateenheden • introductie van de andere 'kleine maateenheden' voor inhoud: deciliter en centiliter; koppeling van alle maateenheden aan passende referentiematen • relatie leggen tussen de verschillende inhoudsmaten, liter, deciliter, centiliter en milliliter en eenvoudige omzettingen tussen deze veel voorkomende inhoudsmaten in contexten (bijv.: je hebt 8 dl melk nodig voor het pannenkoekbeslag. Hoeveel milliliter moet je dan afmeten?)	als groep 5/6 + • ordening van de 'kleine inhoudsmaten' in één samenhangend stelsel; koppeling van dit stelsel aan het stelsel van de 'kleine lengtematen' • verkenning van de zuiver decimale structuur van het geheel van deze twee stelsels; introductie van de eigenlijke betekenis van de termen 'deci' (tiende), 'centi' (honderdste) en 'milli' (duizendste) • verkenning en inoefening van eenvoudige herleidingen in een context zoals in situaties als: een flesje shampoo van 200 ml, hoeveel liter is dat? • introductie van de voornaamste 'kubieke maten': kubieke decimeter (dm^3), kubieke centimeter (cm^3), kubieke meter (m^3). Koppeling van deze maten aan de 'litermaten': 1 dm^3 komt overeen met 1 liter, 1 cm^3 met 1 milliliter, 1 m^3 met 1000 liter • verkenning van het bepalen van de inhoud van een balk en van de formule die daarbij gebruikt kan worden: 'lengte x breedte x hoogte' • onderzoekjes naar het effect van vergroten op de oppervlakte en inhoud van objecten: wordt een object 2 keer zo lang, dan wordt de oppervlakte 4 keer zo groot en de inhoud 8 keer zo groot



☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
GEWICHT			
- ervaring opdoen met wegen en vergelijken van het gewicht van allerlei voorwerpen en gebruik hierbij van bijbehorende begrippen als 'zwaar', 'licht', 'zwaarste', 'lichtste'. Dit 'wegen' gebeurt voornamelijk via globaal meten met de handen en eventueel met een eigen gemaakte balans - eerste bewustwording dat gewicht niet persé samenhangt met de grootte: wat lijkt zwaarder en is lichter (krop sla is groter dan een wortel, maar toch lichter)	als groep 1/2 + - introductie van de kilogram als standaardmaat voor gewicht; koppeling van deze maateenheid aan een pak suiker als referentiemaat - verkenning van de personenweegschaal als elementair meetinstrument; gebruik van dit instrument om het eigen gewicht te bepalen - onderzoekjes naar het bepalen van het gewicht van moeilijk weegbare objecten zoals een konijn of een kip door deze samen met het eigen lichaam te wegen	als groep 3/4 + - introductie van de gram als standaardmaat voor gewicht; koppeling van deze maateenheid aan passende referentiematen en aan de reeds bekende maat van kilogram - verkenning van het werken met een keukenweegschaal om het gewicht van allerlei objecten te bepalen - verkenning van het begrip 'gemiddelde' als een (informele) aanduiding voor het gemiddelde gewicht van bijvoorbeeld een appel of een sinaasappel - verschillen en overeenkomsten tussen weegschalen met een wijzeraanduiding en digitale aanduidingen - inoefening van het omzetten van de veelvoorkomende gewichtsmaten gram en kilogram - verkenning van enkele handige referentiematen (pak suiker is een kilogram, appel weegt ongeveer 200 gram, eigen gewicht)	als groep 5/6 + - introductie van de ton als gewichtmaat; verbinding van deze maat met de andere gangbare maten kilogram en gram - introductie van de milligram en samenhang met de maten kilogram en gram - bewustwording welke eenheid (ton, kilogram, gram, milligram) in welke context het meest geëigend is en desgewenst daarbij omzettingen maken - introductie en inoefening van de 'officiële' betekenis van het begrip gemiddelde in de zin van: de som van alle opgemeten lengtes, gewichten of inhouden gedeeld door het aantal metingen

groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
T I J D			
• verkenning van de dagindeling in ochtend, middag, avond en nacht; en van de weekindeling in dagen • besef van het verstrijken van tijd door gebeurtenissen in de tijd te ordenen en interpreteren • ontwikkeling van tijdsbesef door te ervaren hoe lang een minuut kan duren en dat je dit verschillend kunt ervaren	als groep 1/2 + • introductie van de (analoge) klok als een hulpmiddel waarmee je kunt vaststellen hoe laat het is; koppeling van voor de hand liggende kloktijden aan regelmatig optredende gebeurtenissen uit het eigen leven, zoals opstaan om 7 uur, het begin van de school om half 9, en zo meer • oefenen in het aflezen en aangeven van de hele en halve uren op een analoge klok en eventueel ook de kwartieren • verkenning van verschillende typen kalenders, geschikt voor verschillende situaties: jaarkalender, dagkalender, agenda, verjaardagskalender • verkenning van de kalender als een hulpmiddel waarop je kunt aflezen welke datum het is, hoeveel nachtjes slapen het nog is tot een bepaalde feestdatum, en zo meer • inoefening van volgorde van de namen van de dagen van de week en de maanden van het jaar	als groep 3/4 + • uitbreiding van het klokkijken naar alle analoge tijden en inoefening van het aflezen en aanwijzen van alle (analoge) kloktijden • inventarisatie van de verschillende maateenheden die gebruikt worden bij het klokkijken en bij het meten van tijd, zoals seconde, minuut, kwartier en uur; dag, week en maand; jaar, eeuw en millennium • verkenning van digitale kloktijden; koppeling daarvan aan analoge kloktijden en inoefening van aflezen van alle digitale tijden • verkenning en oefening van aflezen en bepalen van tijdsduur: - tussen twee tijdstippen - tijden bepalen op basis van gegeven tijdsduur • oefenen van het werken met de kalender en met de indeling van het jaar in maanden, weken en dagen, tijdsduur berekenen op basis van data en/of jaartallen • verschillende notatiewijzen van datumaanduidingen • ontwikkeling van (eigen) referentiematen voor tijd (bijv.: je loopt ongeveer 5 km per uur) • omzettingen van veel voorkomende tijdsmaten: - uren in minuten, minuten in seconden en omgekeerd - maanden in dagen	als groep 5/6 + • oefenen van het aflezen van digitale kloktijden, en van het rekenen daarmee in situaties waarin analoge en digitale kloktijden door elkaar gebruikt worden • omgaan met verstrijken van eeuwen en jaren in het eigen leven en de geschiedenis, omgaan met tijdbalken hierbij • verkenning van de indeling in tijdzones op aarde; en van de mogelijkheid om aan de hand daarvan tijden en tijdverschillen tussen verschillende plaatsen op aarde te bepalen • verkenning van en rekenen met tijd in relatie tot andere grootheden, met name bij snelheid (km/u)



groep 1 en 2	groep 3 en 4	groep 5 en 6	groep 7 en 8
G E L D			
• verkenning van begrippen die met omgaan met geld te maken hebben (bijv. kopen, verkopen, betalen, euro, muntjes, prijs, duur, goedkoop, 'hoeveel kost het') • verkenning van activiteiten die met omgaan met geld te maken hebben (bijv. winkeltje spelen, boodschappen doen, verkopen, kopen, betalen met 'iets' (kunnen ook fiches zijn), ruilen van een voorwerp tegen muntjes, nog iets terugkrijgen) • nadenken over geld en de betekenis ervan (bijv. wat doen mensen met geld, wat is veel geld, wat is duur, goedkoop, hoe kom je aan geld)	als groep 1/2 + • kennismaken en benoemen van de munten en briefjes van ons geldstelsel • verkenning van de tientallige structuur van ons geldstelsel • samenstellen van bedragen met munten tot 1 euro • samenstellen van bedragen met briefjes en munten van 1 en 2 euro, tot ongeveer 100 euro • notatie met het euroteken • wisselen van munten; wisselen van briefjes (bijv. hoeveel munten van 20 cent in een euro, hoeveel briefjes van 5 euro voor een briefje van 20 euro) • gepast betalen, ook op verschillende manieren (bijv. met welke munten kun je 35 cent betalen; bedenk meer manieren)	als groep 3/4 + • notatie van geldbedragen in euro's met cijfers achter de komma • rekenen met geld in uiteenlopende contexten • schattend rekenen (heb je genoeg, hoeveel houdt je ongeveer over, hoe duur is het ongeveer bij elkaar) • inwisselen van munten en briefjes door elkaar (bijv. hoeveel munten van 20 eurocent kun je krijgen voor een briefje van 5 euro) • samenstellen van bedragen met munten en briefjes door elkaar, op verschillende manieren • handig betalen (niet gepast, maar bijleggen om het terugbetalen te vergemakkelijken) • ontwikkelen van referenties bij geldwaardes (orde van grootte van prijzen van brood en melk, boeken, computer, fietsen, auto's, huizen) • formele regels voor afronden van prijzen	als groep 5/6 + • kennismaken met buitenlandse valuta (dollar, yen) en het begrip 'koers' • rekenen met geld in combinatie met andere grootheden zoals gewicht, lengte, oppervlakte (prijs per kg, per strekkende meter, per vierkante meter) • verkennen van betalingsverkeer (overmaken, afschriften, sparen, lenen) • zakgeld, besteding van zakgeld, plannen, budgetteren • ontwikkeling van kritische blik op reclame (abonnementen op mobieltjes, leningen, sparen, betalen in termijnen) • toepassen van geldrekenen: winst, rente, korting (met name met percentages) • vergelijken van aanbiedingen (rekenen met geld in verhoudingssituaties)

☞ groep 1 en 2	☞ groep 3 en 4	☞ groep 5 en 6	☞ groep 7 en 8
		ANDERE GROOTHEDEN	
		• verkenning van het meten van temperatuur met behulp van een thermometer; kennismaking daarbij met een vorm van positieve en negatieve getallen • verkenning van de grootte snelheid en van de meest gangbare maateenheid daarvoor: km/u	• werken met het begrip snelheid; verkenning van het omrekenen van km/u naar m/sec, en omgekeerd • introductie van het begrip dichtheid in de vorm van bevolkingsdichtheid; verkenning van het bepalen van de bevolkingsdichtheid op basis van gegevens over oppervlakte en inwoneraantal • verkenning van het werken met steekproeven als middel om een indicatie voor allerlei groottekenmerken of hoeveelheidskenmerken te krijgen • toepassing daarbij van het begrip gemiddelde



Groep 1 en 2 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen vergelijken en ordenen objecten op lengte en worden zich bewust dat hierbij allerlei strategieën te gebruiken zijn waarbij onderzocht wordt 'waar nog een stukje uitsteekt', zoals bij het vergelijken van eigen lengtes door een plankje op de hoofden te leggen.
- Ze doen ervaring op met het afpassen van lengtes gebruik makend van de stap als natuurlijke maateenheid en de meterlat als 'officiële' maateenheid.
- De kinderen oriënteren zich in natuurlijke situaties (zoals tijdens het spelen in de poppenhoek of bouwhoek) op de oppervlakte van platte objecten en onderzoeken hoe je kunt achterhalen in hoeverre een gordijn, een deken of een stuk pakpapier groot genoeg is voor een bepaald doel.
- Ze experimenteren met het groter en kleiner maken van oppervlaktes in spelsituaties, bijvoorbeeld als een krant gebruikt wordt als 'vlot' in een snelstromende rivier, als 'zeil' op een boot, als 'paraplu' tegen de regen, en zo meer.
- Ze experimenteren met inhouden aan de watertafel aan de hand van bekken, kopjes en lepels en doen ervaring op met het afpassen van kleine aantallen kopjes of lepels bij het 'koken'.
- Ze doen onderzoekjes waarin objecten qua gewicht eerst op de hand vergeleken worden, en daarna via de balans; en ze worden zich bewust dat sommige verschillen in gewicht wel op de balans maar niet op de hand te achterhalen zijn.
- De kinderen ervaren het cyclische karakter van het proces van het verstrijken van de tijd zoals dat waarneembaar is doordat het steeds weer ochtend, middag, avond, enzovoort wordt.
- Ze bekijken verschillende foto's die gemaakt zijn tijdens een uitje met de groep (bijvoorbeeld naar de kinderboerderij) en kunnen aan de hand van hun herinneringen en hun besef van het verstrijken van tijd, de plaatjes in de juiste volgorde leggen.

Wat doet de leraar?

- De leraar laat de kinderen in natuurlijke situaties begrippen als groot en klein gebruiken en laat hen bewust worden, bijvoorbeeld via conflictsituaties dat hiermee soms een lengte bedoeld kan worden, maar soms ook een gewicht of een inhoud.
- Zij introduceert de taal voor het vergelijken op lengte zoals lang/ kort, maar ook met groot/klein, dun/dik, breed/smal; en laat de kinderen deze taal zo actief mogelijk gebruiken in allerlei vergelijkingssituaties.
- Zij laat kinderen praten over hoe je bij het afpassend meten te werk kunt gaan en helpt kinderen, in het geval van lengte, bewust te worden van de mogelijkheid om streepjes te zetten voor elke afgepaste meter.
- Zij vraagt hoe het komt dat verschillende kinderen bij het afpassend meten verschillende uitkomsten hebben, en maakt hen ervan bewust dat dit te maken heeft met de mate van nauwkeurigheid van meten.
- De leraar laat de kinderen onderzoeken hoe je inhouden met elkaar kunt vergelijken en helpt hen zich bewust worden van uiteenlopende strategieën die je hierbij kunt gebruiken zoals op het oog vergelijken, door in elkaar over te gieten, door afpassen met een kopje o.i.d. en (eventueel) met behulp van een zelfgemaakte maatbeker.
- Zij vraagt de kinderen hoe je bepaalt wat zwaarder is en wat lichter (objecten 'in de hand' wegen en gebruik maken van een balans).
- De leraar introduceert schema's waarop de dagindeling en weekindeling op school staat aangegeven en maakt de kinderen bewust hoe je op zulke schema's kunt zien welke dag het is, wat de volgende activiteit op het programma is, en zo meer.
- Zij bespreekt met de kinderen uitstapjes die ze met de klas gedaan hebben of wat ze in een weekend gedaan hebben en laat kinderen zich ervan bewust worden dat er een volgorde in de gebeurtenissen of handelingen zit. Ze helpt kinderen die volgorde gebruiken door begrippen te hanteren als: eerst dit, toen dat. En vragen te stellen als: ging je eerst zwemmen en toen je zwempak aandoen?

- De kinderen spelen winkeltje: ze geven artikelen een prijs, gebruiken losse materialen of namaakmunten om mee te betalen en leren spelenderwijs hoe kopen en betalen in de winkel zich afspeelt en welke handelingen mensen dan doen. In hun gesprekjes en spel komen ook termen aan de orde als 'hoe duur is het', 'precies betalen', 'het kost 2 euro'.
- Zij laat kinderen zelf stripverhaaltjes tekenen van gebeurtenissen die andere kinderen vervolgens in de juiste volgorde moeten leggen.
- De leraar nodigt kinderen uit een winkeltje te maken (passend bij een thema dat wellicht in een bepaalde periode in de klas aan de orde is), te bespreken wat ze daarbij allemaal nodig hebben en vervolgens winkeltje te spelen. Hierbij laat ze allerlei handelingen en begrippen naar voren komen, die in winkel- en betaalsituaties voorkomen.

Groep 1 en 2 - Doorkijkje

Metten met de meterlat

In een voorafgaande kringactiviteit is de 'meterlat' (de bordliniaal) geïntroduceerd als een standaardmaat waarmee je allerlei lengtes kunt meten. De kinderen hebben de lat vergeleken met de eigen lichaamslengte en ze hebben onderzocht welke dingen in het lokaal ongeveer 1 meter lang zijn, (veel) korter dan een meter en (veel) langer dan een meter.

Vandaag lanceert juffrouw Bercan een nieuw probleem: kun je met de meterlatten (er zijn er drie van in het lokaal) nu ook meten hoeveel meter de klas lang is? Diverse kinderen blijken wel een idee te hebben, dat erop neerkomt dat je kunt kijken hoeveel meterlatten je achter elkaar op een rij kunt leggen. Zo gezegd, zo gedaan. Vanaf de muur leggen de kinderen de drie meterlatten keurig op een rij in de juiste richting.

Maar dan doet zich een nieuw probleem voor: er zijn niet genoeg meterlatten om de hele afstand 'vol te leggen'. Wat nu? Zou er een oplossing te bedenken zijn zonder dat er nieuwe meterlatten aangevoerd hoeven worden? Dit blijkt voor veel kinderen nog niet eenvoudig. Maar toch komt er een nieuw idee. "Je kunt", zo suggereert Ivar, "de achterste lat die het eerste is neergelegd, heel voorzichtig oppakken en dan voor de voorste lat in de rij leggen." Juffrouw Bercan vraagt "Is dat een goed idee?" "Ja", opperen nu enkele andere kinderen, "en dan kun je de lat die dan achter ligt, ook weer voor de voorste lat leggen. En zo kun je doorgaan." In gezamenlijk overleg wordt deze strategie nu uitgevoerd. Het heeft nog wel de nodige voeten in de aarde (want er moet ook nog bijgehouden worden hoeveel latten er nu in totaal achter elkaar gelegd zijn), maar uiteindelijk kan tot ieders tevredenheid vastgesteld worden dat de klas iets langer is dan 8 meter.

Groep 3 en 4 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen leren naast de meter ook de centimeter, decimeter en millimeter kennen, verbinden deze maateenheden met passende referentiematen en leren ze gebruiken in praktische situaties.
- Ze maken daarbij gebruik van meetinstrumenten zoals liniaal, bordliniaal en meetlint, en onderzoeken hoe je daarbij te werk kunt gaan. Ze worden zich bewust dat er verschillen zijn in de wijze waarop je de maat bij zulke instrumenten afleest.
- De kinderen doen ervaring op met het schatten van lengtes en worden zich bewust dat schattingen een waardevolle controlemogelijkheid bieden op precieze metingen of dat het handig is als je hier vaardigheid in hebt, in situaties waarin precies meten niet mogelijk is.
- Ze doen ervaring op met het gebruik van referentiematen om tot berekende schattingen te komen.
Bijvoorbeeld: een deur is ongeveer 2 meter hoog, dus een verdieping van een gebouw ongeveer 3 meter; een flatgebouw van vijf verdiepingen is dus ongeveer 15 meter hoog.
- De kinderen leren de kilogram en de gram kennen, verbinden deze maateenheden met passende referentiematen en leren deze gebruiken in praktische situaties.
- Ze oefenen in het op de juiste wijze aflezen van gewicht op de personenweegschaal en de keukenweegschaal, zowel met een wijzer als met een digitale aanduiding en worden zich bewust dat bij met name een wijzerweegschaal veelal sprake is van afronden.
- De kinderen leren de liter en milliliter kennen, verbinden deze maateenheden met passende referentiematen en leren ze gebruiken in praktische situaties.
- Ze experimenteren met de maatbeker en (eventueel) maatemmer, en doen ervaring op met het bedenken van geschikte meetstrategieën om bijvoorbeeld de inhoud van een bal of ballon te schatten en te meten.

Wat doet de leraar?

- De leraar laat allerlei lengten en afstanden meten, ook buiten. Met stappen, maar ook met de bordliniaal, met een huishoudcentimeter, een meetlint en eventueel met een klikwiel.
- Zij zorgt voor de aanwezigheid van een gevarieerde set instrumenten voor lengtemeting en praat met de klas welk instrument handig is bij een bepaalde meting.
- Zij vraagt waarvoor je de omtrek van je hoofd of de omtrek van je middel moet weten (kopen van pet, riem) en laat kinderen die vervolgens ook bij zichzelf en anderen meten. Ze legt met de kinderen de relatie met kledingmaten.
- De leraar laat diverse pakken/flessen/blikken op inhoud ordenen waarbij kinderen verschillende werkwijzen kiezen en uitproberen: wanneer zie je meteen waar het meeste inzit/kan en waar let je dan op?.
- Zij laat de kinderen flessen, pakken, tubes met verschillende inhouds vermengen, vergelijken en ordenen aan de hand van de er op vermelde inhoudsmaten in liter en ml.
- De leraar zorgt voor een aantal weeginstrumenten, zowel digitale als met een wijzer, inclusief een balans en laat de kinderen een aantal gewichten vergelijken en ordenen. Daarbij wordt samen gereflecteerd op hoe je die instrumenten gebruiken kunt en wat de voor- en nadelen van elk instrument zijn.
- Aan de hand van een jaarkalender laat de leraar kinderen vertellen wat er allemaal op te zien is en wat je daarmee kunt doen, ze kleurt samen met de kinderen vakanties en verjaardagen in.
- Zij verbindt de tijden en perioden van een dag met de invulling ervan door de kinderen.
- De leraar laat prijzen verzamelen zodat een indruk ontstaat van wat artikelen kosten en hoe die te betalen zijn, gepast en met terugkrijgen/betalen.

- 
- De kinderen maken kennis met verschillende tijdseenheden zoals uur, kwartier en minuut en leren deze te verbinden met veel voorkomende gebeurtenissen (zoals het speelkwartier).
 -
 - Ze werken met demonstratieklokjes, oefenen het aflezen van de hele en halve uren en worden zich bewust van het afwijkende karakter van het talsysteem dat daarbij een rol speelt: 12 uren in een half etmaal, 4 kwartieren in een uur, 60 minuten in een uur.
 - De kinderen maken kennis met de namen en waarden van biljetten en munten die we in Nederland gebruiken en de aanduiding in euro's en centen. Ze stellen bedragen samen met de munten en briefjes, eerst via handelen met concreet materiaal, later via afbeeldingen en daarna door de munten en biljetten te benoemen.
 - Ze kunnen eenvoudige wisselingen uitvoeren op basis van de waarde van munten en briefjes en hun kennis van vermenigvuldigen en herhaald optellen: vijf munten van 2 euro kun je wisselen voor een briefje van 10; 5 euro kun je samenstellen met twee munten van 2 euro en één munt van 1 euro.

Groep 3 en 4 - Doorkijkje

De inhoud van een bal

In de afgelopen periode hebben de kinderen van groep 4 van juffrouw Ina kennisgemaakt met de liter als inhoudsmaat. Deze is gekoppeld aan het literpak melk en aan de maatbeker van 1 liter. Aan de hand daarvan hebben de kinderen ook andere inhoudsmaat van zuivelverpakkingen onderzocht. Zo bleken er verpakkingen van 2 liter, van anderhalve liter en van een halve liter te zijn.

Vandaag komt juffrouw Ina met een nieuw probleem. Ze laat de kinderen een bal zien en legt hen de vraag voor of ze de inhoud van deze bal zouden kunnen bepalen.

Eerst maar eens schatten, is het voorstel. Het literpak melk wordt erbij genomen en gezamenlijk wordt vastgesteld dat je toch zeker 2 á 3 liter water in de bal zou kunnen gieten. Maar zou de inhoud ook preciezer gemeten kunnen worden? Dat is natuurlijk niet zo eenvoudig. Het enige zou zijn, aldus Maarten, om de bal doormidden te snijden en na te gaan met hoeveel water je de twee helften kunt vullen die zo ontstaan. "Maar volgens Isa en anderen is dat 'zonde van de bal'. Zou er toch nog een andere mogelijkheid zijn?

Juffrouw Ina komt nu zelf met een suggestie. Ze laat een 10 literemmer zien met een onderverdeling in liters. "Zouden we deze kunnen gebruiken?"

De bal wordt in de emmer gedaan en enigszins samengedrukt, maar dit leidt alleen tot de bevestiging dat de inhoud zo'n 3 of misschien wel 4 liter moet zijn.

"Stel nu eens dat we 5 liter water in de emmer doen...", suggereert Ina. "En dan die bal erbij?", vragen enkele kinderen zich hardop af.

Het duurt nog even, maar dan dringt het tot de kinderen door: als je de bal nu helemaal onderdompelt, dan kun je zien hoe ver het water in de emmer 'omhoog gaat'. De proef wordt op de som genomen, waarbij blijkt dat het waterpeil gestegen is tot ongeveer 8 en een halve liter.

Gezamenlijk wordt uiteindelijk de conclusie getrokken: de inhoud van de bal is ongeveer 3 en een halve liter.



Groep 5 en 6 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

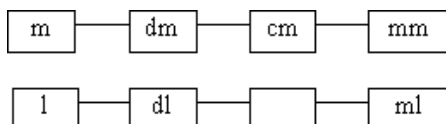
- De kinderen reflecteren op het werken met de verschillende meetinstrumenten voor lengte, en reconstrueren het stelsel van de kleine lengtematen (van m t/m mm) dat in deze instrumenten verankerd ligt.
- Ze maken kennis met de inhoudsmaten deciliter en centiliter, en brengen het geheel van deze maten in verband met het overeenkomstige stelsel van kleine lengtematen; ze worden zich nader bewust van de zuiver decimale structuur van beide stelsels.
- De kinderen onderzoeken het gewicht van bekende huishoudelijke artikelen zoals een pakje thee (100 g), een pak koffie (250 g) en een pak macaroni (500 g), en oefenen in het schatten en precies meten van het gewicht van andere artikelen zoals een zak appels of peren.
- De kinderen leren voor de grootheid *lengte* grotere en minder gangbare maateenheden kennen, namelijk de km, hm en dam; ze brengen deze eenheden in verband met de al eerder geleerde eenheden en brengen alle maten samen in het complete stelsel van lengtematen.
- De kinderen maken kennis met de meest gangbare kleine oppervlaktematen (m^2 , dm^2 , cm^2), koppelen deze aan passende referentiematen en leren de oppervlakte van allerlei platte objecten te schatten, te meten en te berekenen.
- De kinderen leren alle analoge en digitale tijden aflezen en aangeven en kunnen deze tijden ook in elkaar omzetten. Ze reconstrueren de achtergrond van sommige tijdsaanduidingen ('10 voor half 6') en worden zich bewust hoe soms verschillende aanduidingen voor hetzelfde tijdstip worden gebruikt. Bijvoorbeeld: 10 over half 6 en 20 voor 6, 05.40 en 17.40.
- De kinderen leren steeds flexibeler rekenen met geld/geldbedragen: ze zoeken bij bedragen verschillende manieren waarop je die kunt samenstellen en doen dit ook op een handige manier waarbij ze gebruik maken van hun kennis van wisselen. Ze overleggen verschillende manieren en zoeken ook naar de manier met zo min mogelijk briefjes/munten.

Wat doet de leraar?

- De leraar organiseert situaties waarin de kinderen meten, keuzes maken, rekenen, onderling samenwerken en overleggen en stuurt in de groepsgewijze interactie het onderwijsleerproces. Ze zoekt daarbij vooral ook situaties uit de omgeving van de kinderen, waarin meten en benutten van maten vanzelfsprekend is (koken, bouwen, knutselen, eigen lichaam, sport)
- Zij waakt ervoor dat kinderen regelmatig het omzetten van veel voorkomende herleidingen oefenen en dat ze daarbij altijd terug kunnen vallen op inzicht, zodat het niet wat trucjes met nullen plakken worden.
- Zij zorgt voor verschillende meetinstrumenten, laat daar uit kiezen en de voor en nadelen van elk bespreken.
- De leraar zorgt er voor dat kinderen een netwerk van referenties ontwikkelen door maten te verbinden met bekende objecten en situaties zoals: liter/pak melk; km/afstand tot....; meter/de helft van de deurhoogte of de hoogte van het bord of de lengte van de bordlijn; een uur/ de lengte van de gymles; een kwartier/ de lengte van de pauze; dm of 10 cm/ een handspan ; 20 cm de omtrek van de pols; een kg/gewicht van een pak melk of suiker; 200 ml/ de inhoud van een glas, etc.

Groep 5 en 6 - Doorkijkje

Maateenheden bij lengte en inhoud



Voor wat betreft de grootte lengte hebben de kinderen in het voorafgaande (eind groep 5) alle kleinere lengtematen (van meter t/m millimeter) geïnventariseerd. De onderlinge relaties tussen deze maten zijn daarbij ook in kaart gebracht. "Steeds 10 keer", zoals een kind het formuleerde. Tevens zijn de maateenheden nog eens gekoppeld aan passende referentiematen, zoals bijvoorbeeld de millimeter aan de dikte van een nagel of de punt van een potlood. Voor wat betreft de grootte inhoud kennen de kinderen ook al enkele maateenheden die aan het begin van de les van vandaag in herinnering geroepen worden: de liter en de milliliter, twee eenheden die de kinderen bij het werken met de maatbeker al hebben gebruikt.

"Zouden er nog andere inhoudsmaten zijn", vraagt juffrouw Martine nu. Na enig nadenken komt Suze met de deciliter (dl). "Daar gaan er 10 van in 1 liter." Zij weet dat van recepten. "Dan heb je bijvoorbeeld 8 deciliter melk nodig om een beslag voor pannenkoeken te maken."

De juffrouw laat deze nieuwe maateenheid nu op de maatbeker aanwijzen, en laat enkele kinderen bij wijze van experiment bij de kraan 8 deciliter water afpassen. Vervolgens voegt zij nu de inhoudsmaten toe aan een schema dat op het digitale schoolbord wordt geprojecteerd.

"Er is nog één lege plek in het schema", zegt Martine. Het kost de kinderen weinig moeite om deze nu ook op te vullen. "Daar moet de centiliter (cl) staan", zegt Maikel. Net als bij de centimeter ten opzichte van de meter, gaan er daarvan 100 in 1 liter.

Tot slot worden de andere termen nog verduidelijkt: 'deci'-meter betekent dus dat er 10 van in 1 meter gaan, 'centi'-meter dat er 100 van in 1 meter gaan, en 'milli'-meter dat er 1000 van in 1 meter gaan. Al met al blijkt dit stelsel dus mooi 'decimaal' in elkaar te zitten.

Groep 7 en 8 - Activiteiten

Wat doen de kinderen?

- De kinderen benutten de opgebouwde kennis van maatstelsels voor verschillende grootheden om eenvoudige herleidingsopgaven in een context op te lossen.
- Ze leren de voornaamste 'kubieke' maateenheden voor inhoud kennen: m^3 , dm^3 en cm^3 , en verbinden deze met de al geleerde 'litermaten' (l t/m ml).
- Ze schatten de inhoud van allerlei rechthoekige vormen zoals koffers, dozen en aquaria en leren deze te berekenen aan de hand van de inhoudsformule van $l \times b \times h$.
- De kinderen brengen de afzonderlijke maatstelsels samen in één samenhangend stelsel waarin alle belangrijke maateenheden voor de grootheden lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht zijn ondergebracht.
- Ze reflecteren op de verschillende soorten relaties tussen de verschillende maten, en worden zich bewust dat er bij lengte steeds sprake is van een verschilfactor 10, bij oppervlakte van een factor 100 en bij de kubieke maten voor inhoud van een factor 1000.
- Ze worden zich bewust van het feit dat de termen 'vierkante' (bij oppervlakte) en 'kubieke' (bij inhoud) verwijzen naar het twee- respectievelijk driedimensionale karakter van deze grootheden.
- Ze onderzoeken het effect van vergroten op de oppervlakte en inhoud van platte en ruimtelijke figuren en worden zich bewust van het feit dat '3 keer zo lang' voor de oppervlakte '9 keer zo groot' betekent, en voor de inhoud '27 keer zo groot'.
- De kinderen werken met het begrip 'omtrek'. Ze schatten, meten en rekenen daarmee door gebruik te maken van eigenschappen van rechthoeken en kunnen bij rechthoekige figuren de formule $2 \times \text{lengte} + 2 \times \text{breedte}$ (of $l + l + b + b$) toepassen.
- Ze werken met oppervlaktefiguren, vormen die om, verdelen die, en berekenen er de oppervlakte van door vermenigvuldiging van lengte maal breedte ($l \times b$).
- De kinderen leren een aantal samengestelde maten hanteren, zoals km/u en m/sec.

Wat doet de leraar?

- De leraar helpt kinderen om maten aan ervaringsgegevens te koppelen (bijv.: oppervlakte van een zijbord is $1 m^2$, snelheid van auto in de bebouwde kom 50 km per uur, snelheid van een fietser, vliegtuig, wandelaar, lengte van het klaslokaal, inhoud van de klas in m^3 , oppervlakte van een voetbalveld als een halve hectare, inhoud van een tube mayonaise in ml, inhoud van een glas of blikje limonade, gewicht van de kinderen zelf).
- Zij zorgt ervoor dat de begrippen vierkante meter en vierkante kilometer niet alleen gebonden zijn aan een vierkant maar ook gelden voor alle oppervlakten die even groot zijn, dat kan door een vierkant op allerlei manieren om te laten zetten in andere vormen met eenzelfde oppervlakte door verdeling en omvorming.
- De leraar verdiept zich met de groep in de inhoud van allerlei objecten en hoe die te meten. Bijvoorbeeld hoe meet en/of bereken je de inhoud van een onregelmatig beeldje, een tennisbal, een ballon, een staaf of balkje, een doos. En wat meet je, de inhoud als wat er in kan of de inhoud van het object zelf.
- De leraar laat de kinderen kennis maken met allerlei tabellen, grafieken samenhangend met tijd en kalender, verbindt die met de eigen ervaringen van de kinderen en de eigen omgeving.
- Zij diept de kennis van samengestelde maten uit. (Zie hiervoor ook het doorkijkje bij groep 5/6.)
- De leraar verbindt activiteiten die kinderen bij andere vakken tegenkomen en waarin reken-wiskundige aspecten voorkomen, met wat de kinderen hebben geleerd in de rekenles (bijv.: werken met schaal of meten van karton bij handvaardigheid, omgaan met de tijdbalk bij geschiedenis, werken met schaal bij aardrijkskunde/wereld oriëntatie, meten van maten bij de gymles)
- Ze brengt diverse maten nog eens nadrukkelijk onder de aandacht bij kinderen door conflictsituaties op te roepen of te praten over extreme meetresultaten, bijvoorbeeld aan de hand van wereldrecords (zie het 'Guinness-book of records'): de grootste lolly, de grootste tompouce, het snelste dier,



- De kinderen oefenen in het rekenen met analoge en digitale tijden en worden zich bewust dat je, door het afwijkende karakter van ons tijdstelsel, daarbij niet zonder meer de rekenmachine kunt inzetten, of cijferend kunt optellen en aftrekken. Ze onderzoeken dit verschijnsel en verklaren waarom dat niet zomaar mag.
- Ze oefenen in het plannen van hun activiteiten door de week en ook hun huiswerk, door gebruik te maken van kalenders en een agenda.

de zwaarste mens, de verste afstand ooit gesprongen.

Ze laat de kinderen zich een voorstelling maken van deze prestaties waardoor kinderen hun opgedane kennis, inzicht en vaardigheden gebruiken om dergelijke prestaties juist te kunnen interpreteren en te bespreken.

- De leraar bespreekt met de kinderen verschillende bestedingspatronen: waar geef je zakgeld aan uit, wat kost veel, wat weinig, waar ben je het meeste aan kwijt, plan je van te voren of ga je door tot het op is; spaar je ook? Verdien je bij, wat doe je en wat verdient dat? Dit om kinderen zich bewust te laten worden van hun uitgavenpatroon en na te laten denken over de positieve en minder positieve kanten daarvan.

Groep 7 en 8 - Doorkijkje

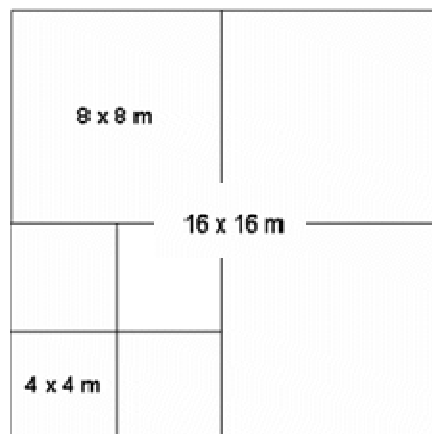
Mooie dekzeilen te koop

Te koop Mooie dekzeilen!

☞ gegarandeerd waterdicht!

☞ bijzonder goedkoop!

Prijzen: 4x4 meter: 25,-
 8x8 meter: 75,-
 16x16 meter: 200,-



Juffrouw Marieke laat de kinderen op het digibord een advertentie voor dekzeilen zien, afkomstig uit een krant.

Na het lezen van de advertentie wordt vastgesteld wat een dekzeil is en waar die zoal voor gebruikt worden. Vervolgens vraagt Marieke of zo'n zeil van 4x4 meter eigenlijk groot is. Ze vindt het belangrijk dat kinderen zich er ook een voorstelling bij maken en niet alleen maar klakkeloos een sommetje oplossen.

Nadat even heen en weer gepraat is over wat '4x4' meter betekent (niet iedereen heeft in de gaten dat het om een oppervlakte gaat) komen de kinderen er samen achter dat het zeil wel makkelijk in het lokaal kan liggen. Het zeil van 8x8 meter past maar net in het lokaal en dat van 16x16 meter past zeker niet.

Dan vestigt juffrouw Marieke de aandacht op de prijzen, met name op de prijs van het tweede en derde zeil. "Zijn die duur in vergelijking met het eerste zeil?" "Nou, wel een beetje", aldus Robbert, "want het tweede zeil is 2 keer zo groot als het eerste, maar de prijs is 3 keer zo hoog!"

"Maar misschien is dat zeil wel van een veel zwaardere stof gemaakt", oppert Diego. "Dat derde zeil is ook vreselijk duur", aldus weer andere kinderen.

"Want dat is bijna 10 keer zo duur terwijl het maar 4 keer zo groot is."

"Hoe zit dat nu", vraagt de juf, "zouden de kopers van die grotere zeilen zich bekocht moeten voelen?" Eigenlijk wel, is de algemene mening.

Dan komt Marieke met een nadere opdracht. Maak een schetsje, bij voorkeur op schaal, van de drie zeilen en ga na hoeveel keer zo groot ze nu echt zijn, denk ook even aan waar we het net over gehad hebben toen we keken of de zeilen in het lokaal konden.

In tweetallen gaan de kinderen aan de slag. Al gauw blijkt het toch anders te liggen. Het tweede zeil is weliswaar 2 keer zo lang en 2 keer zo breed, maar dan is de oppervlakte natuurlijk 4 keer zo groot. En de oppervlakte van het derde zeil is zelfs 16 keer zo groot. In de nabespreking wordt dit aan de hand van een bordtekening nader geëxpliciteerd.

Tot slot volgt nog een laatste vraag: "Stel dat er een dekzeil van 40 bij 40 meter was, hoeveel keer zo groot zou dat dan zijn? Nu voorzien de meeste kinderen het direct: de oppervlakte is dan maar liefst 100 keer zo groot als die van het kleinste dekzeil.



Toelichting op de begrippen

In dit hoofdstuk worden alle onderstreepte begrippen in de tekst kort toegelicht. (Tussen haakjes staan de paginanummers)

Basisberekeningen (88)

Dit zijn berekeningen die je vlot en handig uit het hoofd kunt uitvoeren. In de praktijk gaat het vooral om berekeningen in het getalgebied tot 100:

- het optellen en aftrekken tot 100;
- het vermenigvuldigen en delen in het gebied tot 100, zoals $6 \times 12 = 72$ en $84 : 7 = 12$;
- berekeningen boven de 100 die op basis van het rekenen met nullen direct te maken zijn, naar analogie van het rekenen tot 100, zoals bijvoorbeeld:
 - het optellen en aftrekken van ronde getallen:
 $300 + 200 = 500$, $700 - 200 = 500$, $120 + 120 = 240$;
 - vermenigvuldigen met ronde getallen:
 $6 \times 200 = 1200$, $800 : 4 = 200$, $30 \times 20 = 600$.

Berekeningen (12)

In het rekenen hebben wiskundige notaties een heel bijzondere functie: Bij een berekening als $48 + 17 = 58 + 7 = 63$ zet je opeenvolgende stappen op grond van geaccepteerde spelregels. Het gaat dan om een vormelijke procedure, die je uitvoert, op grond van de eigenschappen van getallen en bewerkingen. In de rekenkunde gaat het om het ontdekken en verbeteren van rekenprocedures. Vroeger was het cijferen de kroon van de rekenkunde (met de cijferalgoritmes kon je in principe alles correct uitrekenen). Tegenwoordig is de rekenkunde overgegaan in het vak algoritmie van de informatica. Dat vak heeft de zakrekenmachine, het spreadsheet en programmeertalen voortgebracht.

BEWERKINGEN

Volgorde van bewerkingen (28)

In veel praktische situaties ligt de volgorde van bewerkingen voor de hand. Bij formele problemen zoals $25 - 3 \times 5 = \dots$ dienen de afgesproken voorrangregels gekend te worden. Meestal wordt de regel gebruikt dat vermenigvuldigen en delen voorgaan op optellen en aftrekken. Onderling bestaat er geen voorrang tussen vermenigvuldigen en delen. Evenmin tussen optellen en aftrekken.

Eigenschappen van de deling

Bij verdelen kan het gaan om verdelen (Van een banketstaaf van 25 cm snijden we stukjes van 3 cm. Hoeveel stukjes kunnen we maken?) en opdelen (in een kring van vier kinderen delen we 20 kaartjes uit door telkens een rondje te geven. Hoeveel krijgt ieder?). Belangrijke eigenschappen van het delen zijn:

- een deling mag je niet omkeren: $12 : 3 \neq 3 : 12$
- bij een deling doet de volgorde er wel toe: $(24 : 6) : 2 \neq 24 : (6 : 2)$
- delen door 10 is gemakkelijk. $2340 : 10 = (\text{hoeveel tientallen zitten er in } 2340) = 234$. Je mag er een nul afhalen.

bij een deling geldt ook de verdeel-eigenschap: $64 : 4 = 40 : 4 + 24 : 4$

Basisbewerkingen (88)

Bij basisbewerkingen gaat het om de elementaire handelingen van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen die kinderen met hele getallen tot 100 uitvoeren. Ook het splitsen van getallen wordt ertoe gerekend.

Het zijn de bewerkingen die je vaak nodig hebt bij het rekenen: bij schattend rekenen (kerndoel 28), bij het handig rekenen (kerndoel 29), bij de schriftelijke bewerkingen (kerndoel 30), en bij het gebruik van de rekenmachine (kerndoel 31).

De basisbewerkingen worden gewoonlijk in verschillende etappes aangeleerd: splitsen, optellen en aftrekken van getallen tot 10; idem tot 20 en tot 100; vermenigvuldigen (begrip, tafels) en delen (begrip, tafels).

Eigenschappen en verbanden weergeven (12)

Woordtaal en beeldtaal zijn middelen om de objecten los van de context waarin je ze gebruikt weer te geven. Zinnen als "zesendertig is groter dan vierentwintig" of "Een vierkant kun je in twee driehoeken verdelen" kun je gebruiken om een wiskundige samenhang voor te stellen, zonder dat die een fysieke werkelijkheid beschrijft. Het gaat niet om de werkelijkheid, maar om de eigenschappen ("het zijn er 36") en de verbanden ("36 is groter dan 24", of: $36 > 24$).

Eigenschappen van de bewerkingen (63, 66)

Eigenschappen van de optelling

Bij optellen gaat het om samenvoegen of toevoegen van aantalgetallen of maatgetallen. Belangrijke eigenschappen van de optelling zijn bijvoorbeeld:

- de verwissel eigenschap van de optelling: $3 + 4 = 4 + 3$
- de volgorde bij het optellen doet er niet toe: $8 + 6 = 8 + (2 + 4)$.
Dat gebruik je bijvoorbeeld bij de splitsing bij de tien, $8 + (2 + 4)$ wordt dan $(8 + 2) + 4$ en dan doe je eerst $8 + 2 = 10$ en dan $10 + 4 = 14$
- $9 + 7 = 10 + 6$ of $10 + 7 - 1$ (ééntje méér, ééntje minder)

Eigenschappen van de aftrekking

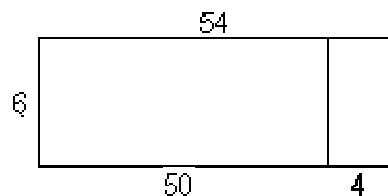
Bij aftrekkingen gaat het om het verminderen of het bepalen van verschil van aantalgetallen of maatgetallen. Belangrijke eigenschappen van het aftrekken zijn bijvoorbeeld:

- een aftrekking mag je niet omkeren: $7 - 4 \neq 4 - 7$
- de volgorde doet er wel toe: $(6 - 3) + 2 \neq 6 - (3 + 2)$
- $15 - 9 = 16 - 10$ of $15 - 10 + 1$ (ééntje meer, ééntje minder)

Eigenschappen van de vermenigvuldiging

Bij vermenigvuldigingen gaat het om herhalingen, zoals vier groepjes van 5, vier staafjes van 5, vier sprongen van 5. Of "vier keer (telkens) 5". Belangrijke eigenschappen van het vermenigvuldigen zijn bijvoorbeeld:

- een vermenigvuldiging mag je verwisselen: $3 \times 12 = 12 \times 3$
- de volgorde bij het vermenigvuldigen doet er niet toe: $6 \times 24 = (2 \times 3) \times 24 = 2 \times (3 \times 24) = 2 \times 72 = 144$
- vermenigvuldigen met 10 is gemakkelijk: $10 \times 256 = (256 \text{ tientallen}) = 2560$.
Alles schuift een positie op, of kort gezegd: je zet er een nul achter.
- $6 \times 99 = 6 \times 100 - 6 \times 1$ (één keer meer, één keer minder)
- $8 \times 25 = 4 \times 50$ (verdubbelen en halveren)
- de verdeel eigenschap: $6 \times 54 = 6 \times 50 + 6 \times 4$, zoals in het onderstaande oppervlaktemodel te zien is.



GETALLEN

Aantallen (of hoeveelheidgetallen) (62)

Getallen worden gebruikt om aantallen aan te geven. Bijvoorbeeld:

- 3 kinderen
- 16.000.000 Nederlanders
- 45 boeken

Ankergetallen (63)

Ankergetallen zijn getallen die belangrijk zijn door hun plaats in de telrij of door hun speciale getalstructuur: 1, 5, 10, 25, 50, 75, 100, ... Ze spelen een belangrijke rol bij het inzicht in de wereld van de getallen, het schattend en het handig rekenen, het afronden en bij het onderling verbinden van gehele getallen, kommagetallen en breuken. Bijvoorbeeld:

- Ordes van grootte:
 - 1, 10, 100, 1.000, 10.000, 100.000, 1.000.000 en eventueel verder
 - 0,1, 0,01, 0,001, 0,000.1 en zo kleiner
- Bijzondere getallen tussen ordes van grootte: tussen 10 en 100 bijvoorbeeld:
 - 25, 50, 75, die op kwarten liggen
 - 20, 40, 60, 80 die op vijfden liggen, zoals bij het geld, en eventueel
 - $33\frac{1}{3}$ en $66\frac{2}{3}$ die op derden liggen
- Deze zelfde soort ankergetallen heb je ook tussen 0 en 1, zoals bij:
 - 0,25, 0,5, 0,75
- Getallen en breuken in verband met de klok:
 - 1, 3, 6, 9, 12 en zo verder
 - 60 en 3600
 - de breuken $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$
- Getallen in verband met de kalender:
 - aantallen dagen per jaar en per maand
 - veelvouden van 7 en zo verder
- Belangrijke relaties zijn bijvoorbeeld:
 - $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\% = 1 \text{ op } 2$
 - $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\% = 3 \text{ op } 4$
 - $\frac{1}{3} = 0,333 = 33,3\% = 1 \text{ op } 3$

Naamgetallen (62)

Voorbeelden van naamgetallen en codes zijn:

- de rugnummers bij voetballers
- telefoonnummers en sofinummers, die enerzijds als naam functioneren en anderzijds codering zijn nummers van buslijnen en treinen

Referentiegetallen (63)

Referentiegetallen zijn getallen die voor iemand speciaal bekend zijn en een bijzondere betekenis hebben. Bijvoorbeeld de eigen leeftijd, lengte, gewicht, huisnummer, maar ook het gewicht van een olifant, de snelheid van een jachtluipaard, het aantal inwoners van Nederland en de eigen woonplaats, de omvang van de Nederlandse begroting op Prinsjesdag of de afstand van de Aarde tot de zon.

Ieder kind ontwikkelt zijn eigen collectie referentiegetallen.

Referentiegetallen zijn belangrijk bij het betekenis geven aan getallen: betekenis in de zin "weet ik voorbeelden bij duizend of een miljoen", maar ook betekenis in de zin van "waar gebruiken mensen getallen voor?".

Rekenen met getallen (63)

In een rekenformule als $45 + 17$ is het niet aan de orde of het om een volgorde, aantal of maat gaat. Wat belangrijk is, is de manier waarop je met deze getallen kunt rekenen.

In het rekengetal staat de getalstructuur (..., honderdtallen, tientallen, eenheden, tienden, hondersten, ...) centraal.

Hanteerbare getallen (106)

Getallen zijn hanteerbaar als ze passen binnen de context en aansluiten bij de voorkennis van de gebruiker. Bij het doen van boodschappen bijvoorbeeld is het verstandig naar boven af te ronden om bij de kassa niet voor onaangename verrassingen te komen staan. Bij de supermarkt zal het afronden anders gebeuren dan in een kledingzaak. Of iemand dan in de supermarkt afrondt op hele euro's of ook halve euro's gebruikt, of in de kledingzaak de bedragen juist ordent in groepjes van ongeveer 50 of 10 euro, hangt (ook) af van de rekenvaardigheid.

Schattend rekenen gebeurt door de getallen waarmee gerekend wordt eerst te vervangen door 'handige' getallen. Vaak zijn dat ronde getallen, dat wil zeg-

- Het beschrijven / onthouden van verworven wiskundige inzichten, zoals eigenschappen van bewerkingen.
- Het evalueren van oplossingen, het betekenis geven aan gevonden oplossingen en procedures, verbanden leggen met eerder onderzochte problemen en oplossingen daarvan.

Redeneren (12)

Soms willen anderen of jijzelf zeker weten of het klopt wat je zegt. Dan moet je je beweringen onderbouwen met een redenering of je moet je berekening uitleggen. Het communicatief taalgebruik krijgt een logische functie: het nauwkeurig uitleggen. Dat uitleggen moet nauwkeurig en stap voor stap gebeuren. In dat uitleggen leren kinderen een logische redenering op te bouwen, die voor iedereen acceptabel is. Later kunnen ze voor zichzelf redeneringen te maken en te controleren.

REKENEN/WISKUNDETAAL**Rekenen/wiskundetaal (12)**

Kinderen leren om in allerlei situaties hoeveelheden, groottes, vormen, relaties en procedures ertussen te beschrijven. Daar gebruiken ze woorden bij, zoals telwoorden (drieënvijftig), maten (zeven en een halve meter), groter, kleiner, en dergelijke. Daarnaast gebruiken ze ook beeldtaal, zoals de getallenlijn, een rooster (tegelpointje), pijlentaal en andere schematische weergaven om bijvoorbeeld structuur, verbanden of procedures weer te geven. Vooral grafieken en tabellen zijn bekende taalmiddelen om verbanden weer te geven. Bijvoorbeeld verbanden tussen 'prijs en aantal', of tussen 'afstand en tijd'. Bewerkingstekens en pijlentaal zijn geschikt om procedures weer te geven.

Ontwikkeling in rekenen/wiskundetaal (12)

Kleuters gebruiken omgangstaal, waarin telwoorden en bijvoorbeeld woorden als 'groter en kleiner' een rol spelen. Leerlingen uit de bovenbouw beredeneren alledaagse problemen zoals "Wat is goedkoper: Een inktcartridge (voor de printer) van 16 ml voor € 17,50 of 22 ml voor € 22,50?". Bij het oplossen van dit probleem kunnen kinderen verschillende niveaus van wiskundige taal gebruiken, zoals bijvoorbeeld alledaagse taal waarin het gaat om "meer inkt voor hetzelfde geld", of een verhoudingstabel, een grafiek of een kruisvermenigvuldiging, waarin de verhoudingen tussen getallen centraal staan. Al naargelang de manier waarop de kinderen het probleem oplossen gebruiken ze in het denken en rekenen meer alledaagse of juist meer zuiver wiskundige begrippen en daarmee ook meer alledaagse of juist meer wiskundige taal.

gen, veelvouden van 5, 10, 100, 1000, enzovoort. Daarna wordt met die goed hanteerbare getallen gerekend.

- 2435 wordt afgerond op 2400, 2450, 2500 of 'tussen 2000 en 3000';
- € 34,50 wordt op hele euro's afgerond;
- 1.567.345 wordt op 1,5 miljoen afgerond;
- 6×27 is ongeveer $6 \times 25 = 150$, vooral als je dat van buiten weet.

Je vindt die getallen door:

- je kennis van (de structuur van) de getallen (kerndoel 26): 78 is bijna 80;
- je netwerk (Kerndoel 27) van rekenfeiten: Voor iemand die weet dat $8 \times 125 = 1000$, is 8×130 iets meer dan 1000'. Wie dat niet weet zal eerder afronden naar: tussen 8×100 en 8×150 , dus tussen 800 en 1200

Hoeveelheden (62)

Getallen worden gebruikt om maten weer te geven. In principe zegt een maatgetal hoe vaak een maateenheid in een grootte (of hoeveelheid) kan worden afgepast. Bijvoorbeeld:

- er gaat 45 liter in de tank;
- er zit 450 gram jam in het potje;
- er gaan 24 uur in een dag;
- er kan 300.000 ton olie in de tanker.

Problemen oplossen (28)

Bij het oplossen van praktische en wiskundige problemen zijn de volgende activiteiten belangrijk:

- Het betekenis geven aan, het inleven in en begrijpen van de probleemsituatie. En vervolgens het associëren: het leggen van verbanden met vergelijkbare of aanverwante problemen.
- Het vaststellen wat hoofd- en bijzaken in het probleem zijn, de essentie van het probleem ontdekken en het probleem structureren (modelleren).
- Het schematisch beschrijven van het probleem in een passende taal: bijvoorbeeld in modellen (zoals de getallenlijn), in tabellen of in formuletaal. En het verbeteren van deze beschrijvingen.
- Het zoeken naar al bekende oplossingen (vaak rekenprocedures) of het bedenken van nieuwe.
- Gevonden oplossingen onthouden en standaardiseren, het ontwikkelen van breed toepasbare procedures (aanpakken, zoals rijg- en splitsstrategieën in het rekenen) en algoritmes (rekenwijzen, zoals kolomsgewijs rekenen).

Rekenfeiten (88)

Rekenfeiten zijn berekeningen die volledig geautomatiseerd dan wel gememoriseerd zijn, zoals:

- getsplitsingen ($7 = 5 + 2$ en $45 = 40 + 5$);
- de basisoptellingen en -aftrekkingen tot 20;
- de tafels van vermenigvuldiging tot en met 10;
- de deeltafels, afgeleid uit de vermenigvuldigtafels.

Rekenfeiten zijn het resultaat van een langdurig leerproces dat gewoonlijk begint met het betekenis geven aan een bewerking (cq. aan bewerkingen), vervolgt met de verkenning van handige rekenstrategieën om opgaven steeds vlotter uit te rekenen en uitmondt in een proces van automatiseren en memoriseren, met als resultaat dat de antwoorden op de betreffende opgaven vrijwel direct uit het geheugen opgeroepen kunnen worden.

Bijzondere rekenfeiten (88)

Bij bijzondere rekenfeiten gaat het om rekenfeiten die weliswaar niet gericht als zodanig worden ingeoefend, maar die zo veelvuldig voorkomen en die een zo groot toepassingsbereik hebben, dat het van grote waarde is als kinderen deze feiten beheersen. Het gaat hier om rekenfeiten zoals $4 \times 25 = 100$, $5 \times 20 = 100$, $4 \times 15 = 60$, $4 \times 250 = 1000$ en $8 \times 125 = 1000$.

Daarnaast zijn er rekenfeiten die niet tot het gebied van de hele getallen behoren, maar die we hier toch noemen omdat ze tot de gememoriseerde en geautomatiseerde rekenkennis behoren in andere domeinen. Enkele voorbeelden: $1/4 = 0,25$; $10\% = 1/10$ deel; $1 : 3 = 0,333\dots$; $20\% = 1/5$ deel.

Rekenvormen (142)

Rekenen doe je precies of ongeveer, schriftelijk of uit het hoofd. In het algemeen zijn de volgende vier rekenvormen te onderscheiden:

- precies: uit het hoofd,
dat wil zeggen op basis van kennis van rekenfeiten (zoals tafels) of onder gebruikmaking van een hoofdrekenstrategie (zoals wanneer 8×25 via 4×100 wordt uitgerekend). In dat laatste geval kan ook gebruik worden gemaakt van passende tussennotaties. Zie verder kerndoel 28.
- precies: schriftelijk,
dat wil zeggen op basis van vaste rekenprocedures die stap voor stap schriftelijk worden uitgevoerd. Dit betreft behalve de cijferprocedures waarbij met cijfers of positiewaarden gewerkt wordt, ook de kolomsgewijze procedures waarbij met getalwaarden wordt gewerkt. Zie verder kerndoel 30.
- ongeveer,
dat wil zeggen door de getallen in een situatie af te ronden tot makkelijk hanteerbare getallen die gebruikt kunnen worden om via een eenvoudige hoofdrekenstrategie tot een benadering van de uitkomst te komen. Al naar gelang de situatie kan sprake zijn van tussennotaties. Zie verder kerndoel 29.
- precies: op de rekenmachine.
hierbij wordt een oplossingsstrategie bedacht die vervolgens met behulp van de rekenmachine wordt uitgevoerd. Soms worden alle rekenhandelingen op de machine gedaan, soms gebeurt dit slechts ten dele, namelijk voor de meest bewerkelijke handelingen.

Wanneer wordt welke rekenvorm aangeboden?

Precies leren rekenen staat in ons leerplan voorop. In eerste instantie gaat de aandacht volledig uit naar hoofdrekenen. Aanvankelijk betreft dit helemaal uit het hoofd rekenen (zoals bij het optellen en aftrekken tot 20 en bij de tafels), naderhand wordt veel aandacht besteed aan het gebruik van passende tussennotaties bij hoofdrekenen. Geleidelijk aan leren de leerlingen zulke notaties steeds verkorter te gebruiken, totdat de tussennotaties uiteindelijk grotendeels verdwijnen.

In tweede instantie gaat de aandacht uit naar de tweede vorm van precies rekenen, dat wil zeggen het schriftelijk rekenen waarbij gebruik wordt gemaakt van standaardprocedures. Deze komen grotendeels voort uit de hoofdrekenstrategieën die eerder aan de orde zijn gesteld.

Naast het schriftelijk rekenen gaat het schattend rekenen vervolgens steeds meer een rol spelen. De uitkomsten van het precies rekenen kunnen er mee gecontroleerd worden. Maar ook speelt schattend rekenen een belangrijke rol

Voor het bepalen van een oppervlakte, bijvoorbeeld van een provincie, een kamer of een schoolplein, is een schatting mogelijk door eerst de vorm in gedachten (of op papier) om te vormen naar een rechthoek, waarbij voor lengte en breedte zelfs twee afgeronde getallen gekozen kunnen worden. Een berekening met ronde getallen levert dan de geschatte oppervlakte op. Op soortgelijke wijze is de inhoud van een kamer, een klaslokaal, een gebouw te berekenen met afgeronde getallen. Bij geschatte metingen is het vaak zinvol om een minimale en een maximale schatting te maken: minstens x , maar niet meer dan y , op basis waarvan een beslissing kan worden genomen.

Handig structureren (106)

Onoverzichtelijke hoeveelheden zijn lastig te tellen. Het loont dan om ze voor een deel te tellen en het getelde deel te gebruiken om de hele hoeveelheid mee te vergelijken.

Bijvoorbeeld: Als van een stapel schriften er tien worden afgeteld, laat zich de vraag 'zouden er dertig zijn?' wel beantwoorden. Pepernoten kun je tellen door een handvol te tellen en dan te kijken hoeveel handen vol het er zijn.

Dit handig structureren vormt de basis voor het beredeneerd schatten. In feite wordt van kinderen gevraagd door te redeneren op basis van het getelde aantal. Het opdelen van hoeveelheden in 'handige' groepjes (bv. van ongeveer 10 of 25) is een belangrijke praktische manier van (schatkend) tellen. Het 'bundelen' in tientallen, honderdtallen, enzovoort is in feite ook een basis van het tientallige talstelsel, waarmee wij rekenen.

Schattend rekenen en redeneren (109)

Door de basisschool heen, leren de kinderen op basis van toenemend inzicht en grotere vaardigheid, verschillende strategieën hanteren, en te herkennen wanneer deze passen in een context.

- tellen op basis van patronen en tellen in sprongen (telkens zes eieren in een doosje);
- 'gemiddelde' en vermenigvuldigen (Er staan ongeveer 20 stoelen op een rij, er zijn 16 rijen, en dus zijn er ongeveer 16×20 zitplaatsen);
- het nemen van een steekproef (Hoe kunnen we een betrouwbare schatting maken van het aantal broden dat per dag gegeten wordt in onze stad / ons dorp?);
- schatten door gebruik te maken van andere maten, Bijvoorbeeld: Om te weten hoeveel bakstenen in de gevel van ons huis/ onze school verwerkt te zijn, maak ik eerst een schatting hoeveel bakste-

in situaties waarin een precieze uitkomst niet nodig of niet mogelijk is.

Bijvoorbeeld: je koopt 4 broden van € 2,48, heb je genoeg aan een tientje om te betalen? En: hoeveel auto's staan er ongeveer in een file van 3 kilometer?

Wordt het precies en ongeveer rekenen grotendeels beheerst, dan wordt de rekenmachine geïntroduceerd. Hiermee ontstaat de mogelijkheid om allerlei omslachtige berekeningen snel, efficiënt en foutloos uit te voeren. Wel is het belangrijk dat leerlingen uitkomsten kunnen controleren met behulp van een schatstrategie.

SCHATTEND REKENEN

Schattend tellen (106)

Er zijn verschillende manieren om schattend te tellen, zoals:

- op het oog schatten, een impliciete manier van tellen, vaak gebaseerd op ervaring en door 'in gedachten' te vergelijken met een bekende structuur, bijvoorbeeld 'ziet' de beheerder van het stadion hoeveel toeschouwers er zijn, of 'ziet' de aannemer hoeveel stenen er nog zijn;
- (expliciet) beredeneren op basis van een handige structuur of een wel-overzichtelijke hoeveelheid, bijvoorbeeld bij het schatten van het aantal sterren aan de hemel, het aantal trekvogels op het wad, het aantal bonen in een pot, e.d.;
- systematisch op basis van steekproeven (en statistische theorie), bijvoorbeeld het voorspellen van een verkiezingsuitslag op basis van een 'representatieve steekproef'.

Schattend meten (106)

Meten is vrijwel altijd een benadering van de werkelijkheid. De gekozen maat bepaalt de mate van nauwkeurigheid; vergeleken met een fijnere maat is het dan altijd een schatting.

Bijvoorbeeld: Wie op reis gaat is niet geïnteresseerd in een paar meter meer of minder, maar wie een nieuwe ruit moet inzetten, moet zelfs letten op een millimeter verschil tussen boven en onder. Wie wil weten hoe lang je erover doet om naar school te lopen kijkt niet op een minuut meer of minder, maar wie doet aan topschaatsen vindt een tiende van een seconde al een grove maat.

nen er in een m^2 verwerkt zijn. Daarna schat ik hoeveel m^2 de gevel is.

Afwijking bij schatten (106)

Bij het schattend rekenen hoort ook inzicht in 'hoe ver je er naast zit' en hoe erg dat is. Leerlingen moeten leren dat 'ongeveer 321' in de meeste situaties een onzinnige uitspraak is. De uitspraak '1 + 1 is ongeveer 2' zal in de meeste gevallen als 'vreemd' worden bestempeld, terwijl '0,9 + 1,2 is ongeveer 2' wel degelijk van inzicht in getallen getuigt. De context en de bijbehorende bedoeling bepalen hoe nauwkeurig een schatting mag zijn. Een aardappelhandelaar en een apotheker zullen bij het afwegen van hun handel verschillend omgaan met nauwkeurigheid, al wijkt de acceptabele meetfout in percentages uitgedrukt, misschien niet eens zo heel erg van elkaar af.

Wie gaat behangen met rollen van 10 meter en muren heeft van 2,55m hoog, kan beter niet rekenen op basis van de schatting dat er ongeveer 4 banen (van 2,50 meter) uit een rol gaan. Deze geringe afronding heeft als effect is dat je niet genoeg behang koopt.

De context bepaalt welke afwijking bij schatten acceptabel is, en of afrondingen naar boven of naar beneden wenselijk zijn.

De vraag of 7258 op 7000 of op 7200 of op 7250 moet worden afgerond is zonder context niet te beantwoorden.

Vergelijken met bekende aantallen (106)

Bekende getallen fungeren dan als referentie(aantallen). Het opbouwen van een repertoire van dergelijke referenties is een voorwaarde om schattenderwijs met aantallen te kunnen en durven omgaan.

Als de kleuters weten dat er 26 kinderen in hun groep zitten, dan weten ze al snel raad met de vraag hoeveel jassen er aan de kapstok bij de klas hangen. Er zijn veel hoeveelheden waarover je zó vergelijkenderwijs iets kunt zeggen.

Bij dat vergelijken kun je ook in verhoudingen denken, zoals in de volgende bovenbouwvoorbeelden: Hoeveel inwoners in een stad of dorp wonen, is vaak gemakkelijk op te zoeken. Hoeveel woningen er zijn of hoeveel (aanstaande) brugklasleerlingen is moeilijker te vinden. Toch kun je iets over het aantal woningen zeggen, als je bijvoorbeeld weet dat er tussen twee en drie mensen per woning wonen. En over het aantal brugklassers kun je wellicht iets zeggen als je weet dat er in heel Nederland ongeveer 200.000 kinderen per leeftijdsjaar zijn. Dus 200.000 brugklassers op 16.000.000 mensen.

Waarom schattend rekenen? (106)

Schattend tellen en rekenen doen mensen binnen hun werk of thuis om verschillende redenen:

- Om te weten hoeveel ongeveer goed genoeg is om een beslissing te kunnen nemen.
Bijvoorbeeld: een aannemer hoeft niet te weten hoeveel stenen er precies nodig zijn, maar hoeveel pallets stenen besteld moeten (Tenzij de stenen erg duur zijn.);
- Als opstapje naar een precieze berekening (handig rekenen door te werken met compensaties),
Bijvoorbeeld: $5 \times € 2,95$ is ongeveer $5 \times € 3,00 = € 15,00$. (maar in werkelijkheid $5 \times € 0,05$ minder);
- Om een berekening te controleren: Het gaat dan om het bepalen van de orde van grootte: bij grote getallen (cijferend of op de rekenmachine), of om de komma te kunnen plaatsen bij een berekening met kommagetallen; in zulke gevallen volstaat een grove schatting (met de hele getallen);
- Bij gebrek aan precieze gegevens of als een grote nauwkeurigheid niet noodzakelijk is,
Bijvoorbeeld: het bepalen van de hoogte van een boom of een flatgebouw, de lengte van een file of de afstand naar je vakantiebestemming.

Wanneer schattend rekenen? (106)

In dagelijkse betaalsituaties kun je meestal volstaan met schattingen.

Bijvoorbeeld: Ik heb 3 pakken koffie van € 3,78, 1 doos wasmiddel van € 7,98 en 4 pakken lucifers van € 1,18 in mijn mandje liggen. Heb ik aan € 10,- genoeg om te betalen? Het gebruik van pinnen maakt deze toepassing echter steeds minder noodzakelijk. Daardoor verschuift het schatten naar het begroten van uitgaven in relatie tot inkomsten, zodat (te veel) rood staan wordt voorkomen.

Als je moet controleren of een berekening met de rekenmachine klopt, hoef je bijna nooit precies te rekenen:

- $1250 + 16$, moet iets mee dan 1250 zijn;
- $4516 + 375$, moet iets minder dan 4900 zijn;
- $391,36 - 16,752$, zal ongeveer 375 zijn.

UITWERKING VOORBEELDOPGAVEN**83 - 67 (120)**

- $83 - 67$ kun je rijgend oplossen door eerst $83 - 60 = 23$ en dan $23 - 7$ te berekenen.
- Je kunt $83 - 67$ ook met een splitsstrategie oplossen: $80 - 60 = 20$, $3 - 7$ is 4 tekort; $20 - 4$ is 16.
- Een aanvul- of doortelstrategie is bijvoorbeeld: van 67 naar 70 is 3, en van 70 naar 83 is 13. Dat geeft in totaal 16.
- Je kunt $83 - 67$ ook als verschil zien. Een verschil verandert niet als je bij beide termen evenveel toevoegt of wegneemt. Door in $83 - 67$ bij beide termen 3 op te tellen krijg je $86 - 70 = 16$.

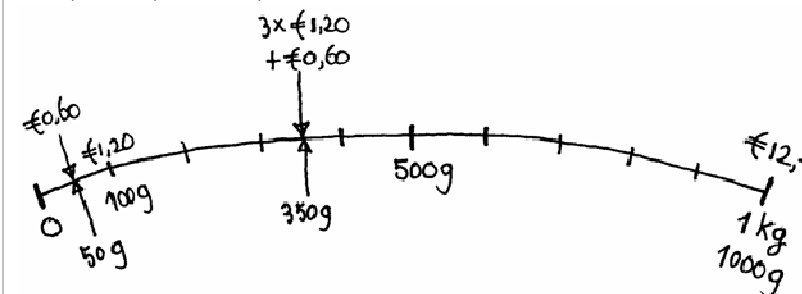
25% van € 12,00 (120)

- 10% van € 12,00 is € 1,20. 5% van € 12,00 is de helft daarvan: € 0,60. Dus 25% van € 12,00 is € 1,20 + € 1,20 + € 0,60 = € 2,40 + € 0,60 = € 3,00.
- Als je weet dat $25\% = 1/4$ deel, kun je 25% van € 12,00 uitrekenen via delen door 4, dus $€ 12,00 : 4 = € 3,00$.

Prijs-gewichtprobleem (120)

Vraag: 1 kg kaas kost € 12,00; hoeveel kost een stuk kaas van 350 gram?

- Schattend rekenen: 350 gram is ongeveer $1/3$ kg; de prijs moet dus ongeveer $12 : 3 = € 4,-$ zijn.
- Precies rekenen ondersteund met een dubbele getallenlijn: 1 kg komt overeen met 1000 g; dan is de prijs van 100 g dus $12 : 10 = € 1,20$, en de prijs van 50 g is € 0,60; voor 350 gram betaal je dus $1,10 + 1,20 + 1,20 + 0,60 = 3,60 + 0,60 = € 4,20$



- Idem, maar direct uit het hoofd: de prijs van 100 g is € 1,20; dus $3 \times € 1,20$ plus € 0,60 is € 3,60 + € 0,60 is € 4,20.

**Volgorde (62)**

De telwoorden staan in een vaste volgorde, waarin elk getal een vaste plaats heeft. Die volgorde kan gebruikt worden om de plaats van iets in een rij aan te geven. Bijvoorbeeld:

- het derde kind in de rij;
- het vierde huis in de straat;
- de tweede prijs.

SLO is het nationaal expertisecentrum voor leerplan-ontwikkeling. Al 30 jaar geven wij inhoud aan leren en innovatie in de driehoek tussen overheid, wetenschap en onderwijspraktijk. Onze expertise bevindt zich op het terrein van doelen, inhouden en organisatie van leren. Zowel in Nederland als daarbuiten.

Door die jarenlange expertise weten wij wat er speelt en zijn wij als geen ander in staat trends, ontwikkelingen en maatschappelijke vraagstukken te duiden en in een breder onderwijskader te plaatsen. Dat doen we op een open, innovatieve en professionele wijze samen met beleidsmakers, scholen, universiteiten en vertegenwoordigers uit het bedrijfsleven.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo