



$a^2 + x^3 = 4ax - 2(\pi)$

Overzicht tussen- doelen wiskunde havo en vwo

Een beschrijving van de te verwerven kennis en
vaardigheden

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling



Overzicht tussendoelen wiskunde havo en vwo

Een beschrijving van de te verwerven kennis en
vaardigheden

Marja Bos, Nelleke den Braber, Johan Gademan, Peter van Wijk

oktober 2010

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling



Verantwoording

© 2010 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

Auteurs: Marja Bos, Nelleke den Braber, Johan Gademan, Peter van Wijk

Eindredactie: Nelleke den Braber

In samenwerking met: cTWO

Informatie

SLO

Secretariaat VO Onderbouw

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 660

Internet: www.slo.nl

E-mail: vo-onderbouw@slo.nl

AN nr.: 4.5606.321

Inhoud

Inleiding	5
Domein A: Inzicht en handelen	7
Domein B: Getallen en variabelen	9
Domein C: Verhoudingen	11
Domein D: Meten en meetkunde	13
Domein E: Verbanden en formules	15
Domein F: Informatieverwerking en Onzekerheid	19

Inleiding

De kerndoelen van de wiskunde voor de onderbouw zijn erg globaal en geven de docent weinig houvast met betrekking tot wat leerlingen moeten kennen en kunnen aan het eind van klas drie. Deze kerndoelen zijn voor havo en vwo al grotendeels gerealiseerd aan het eind van klas twee. Minder duidelijk is, wat leerlingen moeten kennen en kunnen aan het eind van klas drie. Hier blijkt in het veld wel behoefte aan te zijn. Achterliggende gedachten: versterking van de onderbouw, doorlopende leerlijn onder- en bovenbouw, onderscheid havo en vwo.

Door SLO en de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO) samen is een document gemaakt ten aanzien van het eindniveau klas drie, met uitsplitsing naar havo en vwo en met aandacht voor de aansluiting op de uiteenlopende vervolgtrajecten wiskunde A, B of C : de zogenaamde 'tussendoelen'. Hierbij is uitdrukkelijk gebruik gemaakt van wettelijke kaders: kerndoelen van de onderbouw en de domeinen van het referentiekader van Meijerink (Getallen, Verhoudingen, Meten&Meetkunde en Verbanden). Het document staat met name ten dienste van wiskundedocenten in onder- en bovenbouw en van methodeschrijvers.

De tussendoelen, met uitgebreide toelichting en begrippenlijst, zijn te vinden op de cTWO-site: www.ctwo.nl onderdeel *onderbouw* en op de onderbouwsite van SLO:

<http://www.slo.nl/voortgezet/onderbouw/publicaties>.

Voor vragen en opmerkingen kunt u contact opnemen met Nelleke den Braber (n.denbraber@slo.nl) of Peter van Wijk (p.vanwijk@uu.nl)

Marja Bos, Nelleke den Braber, Johan Gademan, Peter van Wijk

Oktober 2010.

Domein A: Inzicht en handelen

Subdomein A1: Vaktaal wiskunde

1. Passende vaktaal voor wiskunde herkennen en gebruiken voor het ordenen van het eigen denken en voor uitleg aan anderen en wiskundetaal van anderen herkennen en beoordelen, evenals vaktaal omzetten naar taal die nodig is bij ondersteunende apparatuur (zoals rekenmachine).

Subdomein A2: Herkennen en gebruiken wiskunde

2. Verbindingen leggen tussen enerzijds probleemsituaties die al dan niet in een wiskundige context zijn gesteld en anderzijds wiskundige begrippen, verbanden, structuren en oplossingsprocedures.

De leerling kan:

- 2.1 Bij het oplossen van problemen de situatie vertalen naar een wiskundig model en daarbinnen zoeken naar geschikte oplossingsprocedures en deze toepassen.
- 2.2 In verschillende situaties wiskundig gerelateerde informatie herkennen, interpreteren, gebruiken en toepassen in andere contexten.

Subdomein A3: Wiskundig redeneren

3. Reflecteren op eigen wiskundige activiteiten, die activiteiten beschrijven en die van anderen kritisch beoordelen.

Domein B: Getallen en variabelen

Subdomein B1: Getallen, getalsystemen en -relaties

4. Positieve en negatieve getallen, grote getallen, breuken en decimale getallen gebruiken en hun onderlinge samenhang toelichten en beschrijven.

De leerling kan:

- 4.1 Structuur en opbouw van het tientallig stelsel beschrijven en gebruiken.
- 4.2 Relaties tussen getallen of expressies benoemen en beschrijven met passende symbolen.
- 4.3 Eigenschappen noemen van een getal (even, oneven, veelvoud van, delers) waaronder de eigenschappen van priemgetallen en enkele voorbeelden van priemgetallen noemen.
- 4.4 Passende vaktaal voor getallen herkennen en gebruiken in een probleemsituatie.
- 4.5 De schrijfwijze van breuken en decimale getallen herkennen en gebruiken.
- 4.6 Breuken en decimale getallen in elkaar omzetten, vergelijken, ordenen en plaatsen op een getallenlijn of op een coördinaat.
- 4.7 Uitleggen dat er getallen zijn, zoals sommige wortels en in het bijzonder het getal π , die niet te schrijven zijn als breuk en deze getallen ordenen, vergelijken en plaatsen op een getallenlijn of coördinaat.
- 4.8 De schrijfwijze van negatieve getallen herkennen en gebruiken, negatieve getallen plaatsen op een getallenlijn of coördinaat en negatieve getallen benoemen als een uitbreiding van een getalsysteem.

Subdomein B2: Rekenen met getallen

5. Berekeningen uitvoeren met breuken, machten, wortels, negatieve getallen, decimale getallen en grote getallen en daarbij gebruik maken van de eigenschappen van getallen en bewerkingen.

De leerling kan:

- 5.1 Voorrangsregels voor een volgorde van bewerkingen beschrijven en gebruiken, ook bij het plaatsen en wegwerken van haakjes
- 5.2 Situaties vertalen naar een bewerking, deze uitvoeren en het resultaat van een berekening afronden in overeenstemming met de gegeven situatie.
- 5.3 Een uitkomst van een berekening vooraf kunnen schatten en de correctheid van rekenkundige redeneringen verifiëren.
- 5.4 Bij berekeningen de rekenmachine vaardig gebruiken en met beleid en begrip inzetten en gegeven uitkomsten kritisch beoordelen.
- 5.5 De wetenschappelijke notatie van grote (negatieve) getallen beschrijven en gebruiken inclusief de vertaling naar de rekenmachine.
- 5.6 Getallen substitueren voor variabelen in algebraïsche expressies en hiermee rekenen.

Subdomein B3: Rekenen met variabelen

6. Berekeningen uitvoeren met variabelen en daarbij gebruik maken van de algebraïsche basisbewerkingen.
- 6.1 Passende vaktaal voor algebraïsche vaardigheden herkennen en gebruiken.

- 6.2 Expressies herleiden door haakjes weg te werken, ontbinden in factoren of gelijksoortige termen samennemen.
- 6.3 Havo-*wB* en vwo-*wABC*: Verschil van twee kwadraten als $a^2 - b^2$ herkennen en gebruiken als merkwaardig product.

Subdomein B4: Tellen

- 7. Bij telproblemen de situatie ordenen door uitschrijven of met behulp van een schema of diagram.

Domein C: Verhoudingen

- 8. Verhoudingsvraagstukken herkennen, ordenen en oplossen met gebruik van de relaties tussen verhoudingen, breuken, decimale getallen en percentages.

De leerling kan:

- 8.1 Passende vaktaal voor verhoudingen herkennen en gebruiken in probleemsituaties.
- 8.2 Percentages (ook boven de 100) omzetten in een vermenigvuldigingsfactor en omgekeerd en daarmee rekenen (ook met machten), evenals met percentages van percentages.
- 8.3 Een berekening met procenten uitvoeren en daarbij verschillende rekenstrategieën hanteren.
- 8.4 Bepalen op welke schaal iets getekend is en het begrip schaal gebruiken in meetkundige vraagstukken.
- 8.5 Verhoudingen toepassen bij het oplossen van problemen (ook in meetkunde en statistiek) door een adequate strategie te kiezen.
- 8.6 Bij toevalsexperimenten verhoudingen gebruiken om kansen in percentages uit te drukken.

Domein D: Meten en meetkunde

Subdomein D1: Rekenen in de meetkunde

9. Meten met liniaal en geodriehoek, structuur en samenhang van het metriek stelsel toelichten en beschrijven en rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.

De leerling kan:

- 9.1 Een geschikte maateenheid kiezen bij een situatie of berekening, deze maten voor lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht gebruiken en deze in gelijkwaardige maten omrekenen met gebruik van de voorvoegsels milli-, centi-, deci-, deca-, hecto-, kilo-.
- 9.2 Lengte (van lijnstukken), oppervlakte en omtrek (van driehoek, vierkant, rechthoek, parallellogram, ruit, cirkel en figuren die daaruit zijn opgebouwd) en inhoud (van kubus, balk, cilinder, piramide, prisma en kegel) berekenen met behulp van de stelling van Pythagoras en/of relevante formules.
- 9.3 De grootte van hoeken berekenen met behulp van de regel “de som van de hoeken in een driehoek is 180° ” en met F-hoeken, Z-hoeken, overstaande hoeken, en de verhouding van twee zijden van een (rechthoekige) driehoek.
- 9.4 Passende vaktaal herkennen en gebruiken bij het rekenen in de meetkunde.

Subdomein D2: Vormen en figuren

10. Gebruiken van en kijken naar vlakke en ruimtelijke vormen en structuren, daarvan afbeeldingen of een ruimtelijke voorstelling maken, interpreteren en redeneren en/of bewijzen met hun eigenschappen.

De leerling kan:

- 10.1 Meetkundige afbeeldingen en ruimtelijke situaties, ook op schaal, interpreteren. Hierbij gebruik maken van aanzichten, uitslagen, doorsneden, plattegronden, symmetrie en kaarten.
- 10.2 Havo-wB en vwo-wAC:
- meetkundige tekeningen maken, beschrijven en voorzien van inhoudelijke toelichting en ruimtelijke situaties in tekeningen weergeven, zo nodig op schaal. Hierbij gebruik maken van aanzichten, uitslagen, doorsneden, plattegronden en kaarten.
- Vwo-wB:
- meetkundige tekeningen met passer en geodriehoek maken, beschrijven en voorzien van inhoudelijke toelichting en ruimtelijke situaties in tekeningen weergeven, zo nodig op schaal. Hierbij gebruik maken van aanzichten, uitslagen, doorsneden, plattegronden en kaarten.
- 10.3 Ruimtelijke en vlakke figuren herkennen, benoemen, beschrijven, onderscheiden en tekenen.
- 10.4 Havo-wAB:
- passende vaktaal herkennen en gebruiken bij het beschrijven en tekenen van en het redeneren met meetkundige figuren.
- Vwo-wABC:
- passende vaktaal herkennen en gebruiken bij het beschrijven en tekenen van en het redeneren met en bewijzen bij meetkundige figuren.

10.5 Gebruiken van en redeneren over gelijkvormigheid en congruentie van figuren.

10.6 vwo-wABC:

- het verschil benoemen tussen vermoeden, stelling, definitie en bewijs en een eenvoudig bewijs leveren vanuit basisdefinities.

Domein E: Verbanden en formules

Subdomein E1: Grafieken, tabellen en formules

11. Grafiek, tabel, (woord)formule en situatiebeschrijving met elkaar in verband brengen, vergelijken en in een probleemsituatie een adequate keuze voor een representatie maken.

De leerling kan:

- 11.1 Bij een situatiebeschrijving, tabel of (woord)formule met de hand een passende grafiek tekenen.
- 11.2 Een geschikte vorm kiezen om een patroon of structuur te beschrijven (met tabel, woordformule of grafiek).
- 11.3 Globale en lokale informatie uit een grafiek aflezen, interpreteren en beschrijven met behulp van passende terminologie.
- 11.4 Passende vaktaal voor grafieken, tabellen en formules herkennen en gebruiken in een probleemsituatie.
- 11.5 Tabellen, formules en grafieken maken van de som of het verschil van twee gegeven verbanden en de resultaten interpreteren.
- 11.6 Havo-wA:
- grafieken van lineaire en kwadratische verbanden verschuiven en vermenigvuldigen ten opzichte van de x-as en het effect op de formule beschrijven.
Havo-wB:
- grafieken (van met name lineaire en kwadratische verbanden) verschuiven en vermenigvuldigen ten opzichte van de x-as en het effect op de formule beschrijven.
Vwo-wABC:
- grafieken verschuiven en vermenigvuldigen ten opzichte van de x-as en het effect op de functie beschrijven, en omgekeerd het effect herkennen uit de vorm van de formule.
- 11.7 Interpoleren en extrapoleren in een grafiek door aflezen.
- 11.8 Op grond van de structuur van grafiek, tabel of formule redeneren over het onderliggende verband zoals constant, wortel, omgekeerd evenredig, periodiek of machtsverband.
- 11.9 Passende vaktaal herkennen en gebruiken voor verbanden in een probleemsituatie en vertalen naar die situatie.
- 11.10 Vwo-wABC:
- de functienotatie $f(x) = \dots$ herkennen en gebruiken.

Subdomein E2: Lineaire verbanden

12. Een lineaire functie aan de hand van de grafiek, situatie en/of tabel herkennen, beschrijven en onderscheiden van andere typen verbanden.

De leerling kan:

- 12.1 In een veelheid aan lineaire contexten het 'vaste deel' en het 'variabele deel' benoemen en berekenen en met passende vaktaal beschrijven.
- 12.2 Havo-wA:
- een formule in de vorm $y = ax + b$ opstellen bij een door een situatie, tabel of grafiek gegeven lineair verband.

Havo-wB en vwo-wABC:

- een formule in de vorm $y = ax + b$ en/of $px + qy = r$ opstellen bij een door een situatie, tabel of grafiek gegeven lineair verband.

12.3 De overgangen tussen de verschillende representaties (formule, tabel, grafiek, situatiebeschrijving) van een lineaire functie in alle richtingen maken.

12.4 Havo-wA:

- een lineair verband herkennen aan de formule in de vorm $y = ax + b$.

Havo-wB en vwo - wABC

- een lineair verband herkennen aan de formule in de vorm $y = ax + b$ en $px + qy = r$.

12.5 Recht evenredigheid herkennen als een bijzonder lineair verband.

Subdomein E3: Exponentiële verbanden

13. Exponentiële groei in eenvoudige situaties (eventueel met daarin een tabel) onderzoeken, herkennen en beschrijven.

De leerling kan:

- 13.1 Passende vaktaal herkennen en gebruiken voor exponentiële verbanden in een eenvoudige situatie en vertalen naar die situatie.
- 13.2 Vanuit een situatie, tabel of grafiek de groeifactor en beginhoeveelheid bepalen en een passende exponentiële formule opstellen.
- 13.3 Bij een exponentiële formule met behulp van een tabel de grafiek tekenen.
- 13.4 Het kenmerk van exponentiële groei omschrijven en herkennen bij een gegeven tabel of grafiek en het verschil met lineair groei beschrijven.

Subdomein E4: Kwadratische verbanden

14. In een daarvoor geschikte context, bijvoorbeeld die van oppervlakte, een kwadratisch verband herkennen, beschrijven en gebruiken voor het oplossen van problemen.

De leerling kan:

- 14.1 Passende vaktaal herkennen en gebruiken rond grafieken van kwadratische verbanden.
- 14.2 Havo-wA:
 - een kwadratisch verband herkennen aan de vorm van de formules $y = ax^2 + bx + c$, $y = a(x-b)^2 + q$ en $y = a(x-c)(x-d)$ en de bijbehorende grafiek tekenen.
- Havo-wB en vwo-wABC:
 - een kwadratisch verband herkennen aan de vorm van de formules $y = ax^2 + bx + c$, $y = a(x-b)^2 + q$ en $y = a(x-c)(x-d)$ en uit de laatste twee formules eigenschappen van de bijbehorende grafiek aflezen zoals top (b,q) en snijpunten x-as voor $x = c$ en $x = d$ en de bijbehorende grafiek tekenen.
- 14.3 Havo-wB en vwo-wABC:
 - de formule van een kwadratisch verband opstellen aan de hand van de eigenschappen (top, snijpunten assen) uit een gegeven grafiek of tabel.

Subdomein E5: Patronen en regelmaat

15. Regelmaat in (meetkundige) patronen en tabellen herkennen, voortzetten en beschrijven.

Specificatie E6: Vergelijkingen en ongelijkheden

16. De waarde(n) van een variabele berekenen door de waarde(n) van één of meer andere variabelen in een formule te substitueren, of door twee formules met elkaar te vergelijken.

De leerling kan:

- 16.1 Twee verbanden vergelijken met behulp van grafiek of tabel en een conclusie trekken over de beschreven situatie.
- 16.2 Eerstegraadsvergelijkingen oplossen en interpreteren binnen de context
- 16.3 Het snijpunt van twee rechte lijnen berekenen en interpreteren binnen de context.
- 16.4 Havo-wAB:
- kwadratische vergelijkingen oplossen met een geschikte oplossingsstrategie en vereiste precisie zoals direct aflezen, ontbinden in factoren, of de abc-formule, en interpreteren binnen de context.
- Vwo-wA:
- kwadratische vergelijkingen oplossen met een geschikte oplossingsstrategie en vereiste precisie zoals direct aflezen, ontbinden in factoren, en de abc-formule, en interpreteren binnen de context.
- Vwo-wB:
- kwadratische vergelijkingen oplossen met een geschikte oplossingsstrategie en vereiste precisie zoals direct aflezen, ontbinden in factoren, kwadraat afsplitsen en de abc-formule, en interpreteren binnen de context.
- 16.5 Exponentiële vergelijkingen van de vorm $ax=p$ oplossen door een numerieke benadering met behulp van bijvoorbeeld tabel en/of grafiek.
- 16.6 Havo-wA:
- vergelijkingen van het type $x^3 = c$ ($c > 0$) oplossen
- Havo-wB:
- vergelijkingen van het type $x^3 = c$ ($c > 0$) exact oplossen
- Vwo-wABC:
- vergelijkingen met machten ($x^n = c$, met $c > 0$, $n > 0$ en geheel), wortels ($\sqrt[n]{x}=c$) en breukvormen ($a/(x+b)+c = d$) exact oplossen.
- 16.7 Havo-wAB:
- lineaire en kwadratische ongelijkheden oplossen in combinatie met grafische oplossingen.
- Vwo-wABC:
- lineaire en kwadratische ongelijkheden oplossen, zowel formeel algebraïsch als in combinatie met grafische oplossingen.
- 16.8 Vwo-wABC:
- stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen, inclusief grafische weergave.

Domein F: Informatieverwerking en onzekerheid

- 17. Data verzamelen, ordenen, interpreteren en vergelijken en grafische representaties van data maken, ook met behulp van technologie.

De leerling kan:

- 17.1 Grafische weergaven van data (tabel, diagram) aflezen en interpreteren.
- 17.2 Data verzamelen ordenen, samenvatten en vergelijken met behulp van gemiddelde, modus, mediaan en spreiding (spreidingsbreedte en kwartielafstand) en conclusies trekken.
- 17.3 Bij datasets (van eenvoudige, praktische contexten) uitspraken over kansen beoordelen en voorspellingen doen.
- 17.4 Passende vaktaal herkennen en gebruiken bij het verwerken, aflezen, representeren en vergelijken van dataverzamelingen.

SLO is het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling. Al 35 jaar geven wij inhoud aan leren en innovatie in de driehoek beleid, wetenschap en onderwijspraktijk. De kern van onze expertise betreft het ontwikkelen van doelen en inhouden van leren, voor vele niveaus, van landelijk beleid tot het klaslokaal.

We doen dat in interactie met vele uiteenlopende partners uit kringen van beleid, schoolbesturen en -leiders, leraren, onderzoekers en vertegenwoordigers van maatschappelijke organisaties (ouders, bedrijfsleven, e.d.).

Zo zijn wij in staat leerplankaders te ontwerpen, die van voorbeelden te voorzien en te beproeven in de schoolpraktijk. Met onze producten en adviezen ondersteunen we zowel beleidsmakers als scholen en leraren bij het maken van inhoudelijke leerplankeuzes en het uitwerken daarvan in aansprekend en succesvol onderwijs.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo