



Rekenen: op niveau komen en blijven

Handreiking bij beleidsvorming en verbetering van een rekencurriculum in de onderbouw van het voortgezet onderwijs

Voortgezet onderwijs onderbouw

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling



Rekenen: op niveau komen en blijven

Handreiking bij beleidsvorming en verbetering van een
rekencurriculum in de onderbouw van het voortgezet
onderwijs

April 2011

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording

© 2011 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

Auteurs: Nelleke den Braber, Kees Buys, Victor Schmidt

Eindredactie: Victor Schmidt

Foto omslag: humantouchphotography.nl

Informatie

SLO

Afdeling: VO Onderbouw

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 660

Internet: www.slo.nl

E-mail: vo-onderbouw@slo.nl

AN: 4.5526.416

Inhoud

1.	Inleiding	5
1.1	Doel van deze handleiding	5
1.2	Rekenen	5
1.3	De totstandkoming van deze handreiking	6
1.4	Beleidsvorming en curriculumverbetering	8
1.5	Leeswijzer	9
2.	De beleidsfase	11
2.1	Inleiding	11
2.2	De Logical Framework Approach	11
2.3	Ambitie en Visie	12
2.4	Problemen en vragen	15
2.5	Voor wie	18
2.6	Gewenste resultaten en activiteiten	19
3.	De ontwikkelfase	21
3.1	Inleiding	21
3.2	Beschrijving van het huidige rekencurriculum	23
3.3	Analyse van het rekencurriculum	24
3.4	Verbetermaatregelen	26
3.5	Implementatie van de verbetermaatregelen	28
3.6	De rekenmachine	30
3.7	Contacten met het primair onderwijs	31
4.	Het Referentiekader rekenen	33
4.1	Overzicht	33
4.2	Gebruiken en verdiepen	34
4.3	Rekendoelen	36
4.4	Wet- en regelgeving	37
4.5	Consequenties voor een school	38
5.	Achtergrondartikelen	39
5.1	Rekenen, rekenen-wiskunde of toch wiskunde? Een terminologische kwestie	39
5.2	Rekenen in de onderbouw van het voortgezet onderwijs in historisch perspectief	43
	Literatuur	55
	Bijlage A De Logical Framework Approach	57
	Bijlage B 1F/1S-lijst met parate rekenvaardigheden	59
	Bijlage C Schets beleid en ontwikkeling	61
	Bijlage D Procenten in verschillende vakken	63
	Bijlage E Lijst van deelnemende scholen	67

1. Inleiding

1.1 Doel van deze handleiding

Deze handleiding heeft tot doel een school overzicht te bieden in de stappen die ze kan zetten om systematisch te werken aan een rekenbeleid en –curriculum, aan te geven welke keuzes daarin wanneer aan bod kunnen komen, te beschrijven welke keuzevrijheid een school heeft en wat al vast ligt (wat moet, wat kan, wat mag?) en ten slotte zorgpunten en valkuilen te belichten.

Doelgroep van de handleiding wordt gevormd door scholen die werk willen (of: moeten) maken van rekenonderwijs en aan het begin staan van een traject of die het spoor bijster zijn geraakt.

Dat laat onverlet dat ook andere scholen hun voordeel kunnen doen met de inhoud van deze handleiding. Verder bevat de handleiding elementen die ook voor methodeauteurs relevant zijn.

De handleiding gaat niet uitgebreid in op schoolorganisatorische aspecten van het rekenen. Alleen daar waar deze aspecten raken aan beleidsvorming of curriculumontwikkeling worden ze kort belicht.

Van de deelnemende projectscholen bleek één school al ruime ervaring te hebben met rekenlessen. Twee andere scholen hadden zich vooral op rekenbeleidsvorming geconcentreerd. Een vierde school maakte veel werk van (tussentijdse) toetsing. De overige scholen stonden meer aan het begin van hun traject.

Rekenbeleidsvorming en curriculumontwikkeling zijn in het algemeen schoolspecifiek van aard. Daarom bevat deze handleiding geen uitgewerkte rekenbeleidsplannen en rekencurricula. Wel bevat de handleiding aandachtspunten en stappenplannen om een beleidsplan te ontwikkelen en om het bestaande rekencurriculum te versterken.

1.2 Rekenen¹

Begin 2008 is het Referentiekader Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (Meijerink, 2008) door de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen uitgebracht. Naar aanleiding daarvan heeft de Rijksoverheid het referentiekader vastgelegd in de wet- en regelgeving. Daarnaast is een steunpunt ingericht en heeft het ministerie van OCW de website <http://www.taalenrekenen.nl> ontwikkeld. Ten slotte is bepaald dat alle leerlingen in het voortgezet onderwijs een rekentoets zullen afleggen aan het einde van hun vo-schoolloopbaan. Het doel van de bovenstaande ontwikkelingen is om de rekenprestaties van leerlingen te verbeteren en de doorlopende leerlijnen rekenen over de verschillende onderwijssectoren te verstevigen. Deze rekenprestaties hebben de afgelopen jaren volop in de belangstelling gestaan, mede door de tegenvallende resultaten.

¹ In deze handleiding wordt conform de wetgeving rond het Referentiekader steeds de term 'rekenen' gebruikt. In het primair onderwijs wordt veelal van 'rekenen-wiskunde' gesproken. Zie hoofdstuk 5 voor een nadere beschouwing over deze terminologische kwestie.

Tot enige jaren geleden werd de verzorging van het rekenonderwijs vooral als een taak van het primair onderwijs gezien. Recentelijk is echter het brede inzicht ontstaan dat aandacht voor duurzame verwerving van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden ook tot de verantwoordelijkheid van het voortgezet onderwijs hoort. Scholen voor voortgezet onderwijs zien zich voor de taak gesteld hun leerlingen ten minste adequaat voor te bereiden op de rekentoets. Dat heeft als consequentie dat een school rekenonderwijs aan haar leerlingen aanbiedt, in welke vorm dan ook. Daarvoor is het noodzakelijk dat een school stilstaat bij haar rekenbeleid en haar rekencurriculum, hoe beperkt dat in sommige gevallen ook zal zijn. Bij het opstellen en uitwerken van het rekenbeleid of -curriculum komen verschillende aspecten van het rekenonderwijs aan bod en moet een school keuzes maken.

Een aspect is dat rekenen geen schoolvak is met een examenprogramma, uren op de lessentabel, bevoegdheidseisen en docenten. Weliswaar bestaat er een nauwe relatie met het schoolvak wiskunde, maar wiskunde beperkt zich in het algemeen niet tot enkel rekenen. Er bestaat bovendien geen scherp onderscheid tussen rekenen en wiskunde en het is maar de vraag in hoeverre een dergelijk onderscheid wenselijk is.

Verder zijn de docenten wiskunde in het algemeen voldoende onderlegd in de rekenkunde, maar niet altijd voldoende op de hoogte van rekendidactiek en in sommige gevallen onwillig rekenen te onderwijzen. Ook blijken vo-docenten niet altijd op de hoogte te zijn van de inhoud van het Referentiekader rekenen. Dat maakt ze lang niet altijd voldoende toegerust om leerlingen rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden aan te leren en die bij leerlingen te verdiepen. Tenslotte komt het gebruik van rekenkundige vaardigheden juist in andere vakken dan wiskunde voor. Een school kan er voor kiezen gebruik te maken van de mogelijkheden die deze vakken bieden. Dit vereist serieuze afstemming tussen docenten van verschillende vakken en in een school die rond vaksecties georganiseerd is, is dat in het algemeen niet eenvoudig.

Daarnaast zal een school rekening moeten houden met verschillende doelgroepen. Bij een grote groep leerlingen zal het niet gaan om het verwerven van nieuwe rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden, maar vooral om het onderhouden, gebruiken en verdiepen daarvan. Maar leerlingen met achterstanden of hiaten in hun rekenkennis, evenals de rekenzwakke leerlingen moeten ook tot hun recht komen. Verder is het belangrijk om bewuste keuzes te maken over leerstofinhouden, een didactische benadering en de organisatie van het onderwijs. De contacten met de aanleverende basisscholen en de gebruikte didactiek in het primair onderwijs kunnen hierin een rol spelen. De visie die de school heeft op rekenonderwijs bepaalt uiteraard grotendeels de keuzes die gemaakt worden.

Als gevolg van de bovenstaande problematiek zijn er veel vo-scholen die moeite hebben hun rekenbeleid en -curriculum vorm te geven. Zij nemen hun toevlucht tot aanschaf van lesmateriaal en geven in sommige leerjaren enkele rekenlessen. Soms is dit materiaal onderdeel van de gebruikte wiskundemethode of lesmateriaal dat als aanvulling op de eigen methode wordt aangeboden. Op zich hoeft dit geen bezwaar te zijn, mits de school nagedacht heeft over de functie en de plaats van rekenlessen in het grote geheel van een rekencurriculum. Dat laatste is in veel scholen niet het geval. Deze handreiking heeft dan ook tot doel scholen bij de vormgeving van rekenbeleid en -curriculum ondersteuning en overzicht te bieden.

1.3 De totstandkoming van deze handreiking

Deze handreiking is het directe resultaat van het project *Rekenen: op niveau komen en blijven* dat SLO in 2009 en 2010 samen met tien scholen uitgevoerd heeft. In de figuur op de volgende pagina zijn de deelnemende scholen in beeld gebracht. Het project had tot doel om de problematiek rondom het rekenonderwijs op scholen

Conferentiethema's waren:

- rekenbelevingsvorming
- rekendidactiek
- selectie van lesmateriaal
- breuken in primair en voortgezet onderwijs

gezamenlijk te verkennen. Op een aantal netwerkconferenties is een aantal thema's aangesneden, waarbij rekenexperts van SLO en andere instellingen expertise inbrachten en waarbij scholen hun ervaringen en inzichten rond het thema met de andere scholen en de rekenexperts deelden.

De verschillende netwerkconferenties hebben een schat aan inzichten en - in beperkte mate - praktische voorbeelden opgeleverd. Deze inzichten en voorbeelden zijn verwerkt in deze handreiking. Daarnaast bouwt de handreiking voort op recente projecten en publicaties, die zich al eerder met de betreffende problematiek bezig hielden.

Juist in de opeenvolging van deze projecten schuilt de kracht van leerplanontwikkeling. Dat betekent dat het laatste woord over deze problematiek nog niet gezegd is. Deze handreiking heeft evenmin de pretentie hierover het laatste woord te spreken.



Figuur 1 Logo's van de deelnemende scholen

1.4 Beleidsvorming en curriculumverbetering

Wie aan de slag gaat met rekenen in het voortgezet onderwijs doet er verstandig aan te werken aan enerzijds zijn rekenbeleid en anderzijds aan zijn rekencurriculum, aan zijn contacten met aanleverende en afnemende scholen en desgewenst aan interne afstemming tussen verschillende vakken op de school. In het rekenbeleid wordt bij voorkeur beschreven welke ambitie de school heeft met betrekking tot rekenen, welke visie(s) op rekenen de school het meest aanspreekt, welke doelgroepen ze onderscheidt, welke vakken de school betreft in het rekenonderwijs, welke problemen de school ervaart ten aanzien van rekenen, welk van deze problemen een oplossing vereisen en hoe de school deze problemen globaal denkt op te lossen. Daarnaast kan een school andere aandachtspunten in haar beleid vermelden. In de onderstaande figuur worden aandachtspunten vermeld die het APS² hanteert. Een aantal van deze aandachtspunten wordt in deze handreiking niet zozeer als onderdeel van het rekenbeleid, maar van het rekencurriculum beschouwd.



Figuur 2 Aandachtspunten voor het rekenbeleid volgens APS

Het rekencurriculum is het leerplan voor het rekenen en kent onderdelen als leerdoelen (niet te verwarren met de schoolambitie met betrekking tot rekenen), leerinhouden, leeractiviteiten, docentrollen, lestijden, leeromgeving, lesmaterialen, samenstelling leerlinggroepen en toetsen. In deze handreiking kan in plaats van (reken)curriculum ook de term (reken)leerplan gebruikt worden.

Uitgangspunt in deze handreiking is dat een school al op een of andere wijze een rekencurriculum kent, vaak als onderdeel van het vak wiskunde en mogelijk ook van andere vakken en dat dit curriculum naar het oordeel van de school niet goed genoeg is. Het rekencurriculum is niet goed genoeg als ze niet strookt met de ambitie van de school ten aanzien van rekenen en/of er zich problemen rondom het curriculum voordoen. De school stelt verbeterdoelen en formuleert naar aanleiding daarvan verbetermaatregelen. Als de school het huidige rekencurriculum wel goed genoeg vindt, kunnen verbeteringen aan het curriculum zo goed als achterwege blijven.

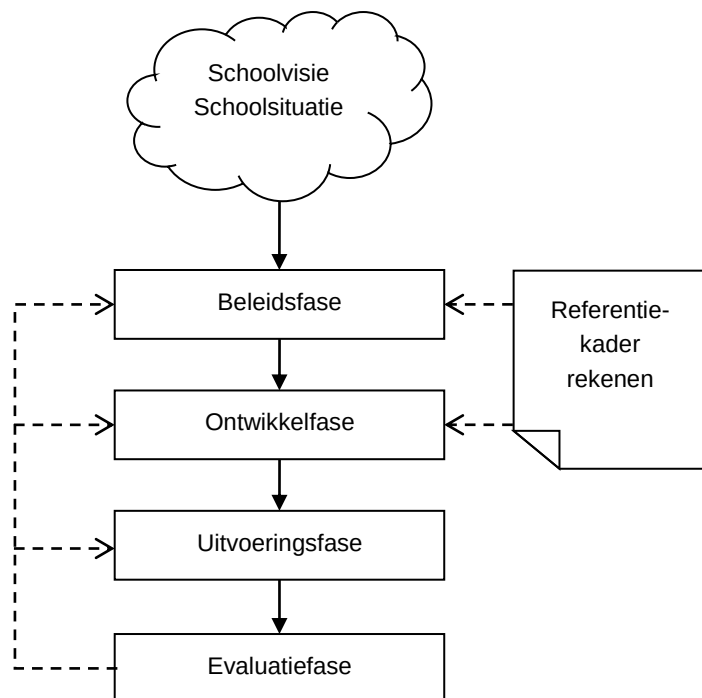
Beleidsvorming, curriculumverbetering en ook de uitvoering van het verbeterde curriculum en de leerresultaten die daar het gevolg van zijn, staan niet los van elkaar. De koninklijke route

² APS staat voor Algemeen Pedagogisch Studiecentrum en is gevestigd in Utrecht.

verloopt vanuit de algemene schoolvisie en de situatie op school, zoals aanwezige rekendeskundigheid onder docenten, via een rekenbeleid, een verbeterd rekencurriculum, de

De meerderheid van de projectscholen bleek omgekeerd te werk gegaan te zijn. Vaak wordt er een rekenles geprogrammeerd in het eerste leerjaar op basis van een rekenkatern bij een lesmethode. Na afloop van het schooljaar rijst de vraag: wat nu? Er bleek geen budget voor rekenlessen in het tweede leerjaar en verder. Op dit moment voelden veel projectscholen de behoefte verder na te denken over wat ze met rekenen aan moesten. Zo gaven zij alsnog aandacht aan rekenbeleidsvorming.

feitelijke uitvoering van dat curriculum en evaluatie van behaalde leerresultaten. Op deze wijze is er sprake van een beleidsfase, een ontwikkelfase, een uitvoeringsfase en een evaluatiefase. In de praktijk blijkt er meer sprake te zijn van een wisselwerking, zoals in de figuur hieronder is weergegeven.



Figuur 3 Samenhang tussen de verschillende fasen in de vormgeving van het rekenonderwijs

In deze handreiking komen alleen de beleids- en de ontwikkelfase aan bod. In de beleidsfase wordt de Logical Framework Approach als uitgangspunt gehanteerd.

Curriculumverbetering volgt in principe onderstaande stappen:

- beschrijving van het huidige schoolrekencurriculum;
- analyse van het huidige curriculum met als resultaat een of meer verbeterdoelen;
- formulering van verbetermaatregelen;
- implementatie van de verbetermaatregelen.

1.5 Leeswijzer

De handreiking kent naast dit inleidende hoofdstuk nog vier vervolghoofdstukken. Hoofdstuk 2 beschrijft de beleidsfase en hoofdstuk 3 de ontwikkelfase. Hoofdstukken 4 en 5 zijn meer beschouwend van aard en bevatten achtergrondinformatie over het Referentiekader rekenen en een tweetal artikelen. In deze twee hoofdstukken wordt dieper ingegaan op enkele aspecten uit de eerste hoofdstukken. De hoofdstukken worden verlevendigd met tekstkaders waarin voorbeelden uit de onderwijspraktijk van de deelnemende scholen staan. De precieze namen van de deelnemende scholen staan in bijlage E. In de tekstkaders wordt gebruik gemaakt van verkorte namen of afkortingen.

2. De beleidsfase

2.1 Inleiding

Om op verantwoorde wijze verbeteringen in het rekencurriculum aan te kunnen brengen dient een aantal keuzes gemaakt te worden. Deze hebben in grote lijnen betrekking op drie aspecten van het curriculum, namelijk leerstofinhouden, leeractiviteiten en organisatie van het onderwijs. Deze aspecten komen voornamelijk aan bod in de ontwikkelfase die volgt na de beleidsfase. Immers, het schoolbeleid rond het rekenen bepaalt keuzes die in de ontwikkelfase genomen worden. Het loont daarom om de tijd te nemen voor de beleidsfase en stil te staan bij de keuzemomenten die de school hier tegenkomt.

Dit hoofdstuk richt zich op het rekenbeleid van de school, waarbij als leidraad de vijf stappen van de Logical Framework Approach (LFA) toegepast worden. Bij elke stap beschrijven we de vragen en de keuzemomenten die aan bod komen. Het streven is er op gericht om een zo volledig mogelijk overzicht te geven van de belangrijkste beslissingen waar elke school mee geconfronteerd wordt. Indien mogelijk zijn er voorbeelden vanuit de deelnemende projectscholen toegevoegd.

CSW heeft zijn rekenbeleid vormgegeven volgens de Logical Framework Approach. De ervaringen van de school zijn positief, hoewel ze bij tijd en wijle van het stappenplan is afgeweken. De LFA-aanpak bood de school echter voldoende aanknopingspunten.

2.2 De Logical Framework Approach

'De kracht van de LFA is dat je eerst de doelen, vragen en uitgangspunten en problemen in kaart brengt, dan nadenkt over hoe je wilt dat de nieuwe situatie eruit ziet (de resultaten en opbrengsten) en pas daarna in kaart brengt wat je gaat doen. We zijn gewend snel naar acties en oplossingen te kijken zonder aandacht te geven aan de doelen en de gewenste situatie. De LFA helpt eerst breed te kijken.'

- Uit Rekenen in het VO van het APS (Hoogland, 2009) -

Het rekenbeleid van een school kan tot stand komen volgens een aanpak die Logical Framework Approach (LFA) genoemd wordt. Dit is een vijfstappenplan waarin de school stapsgewijs een aantal beleidsuitspraken doet en activiteiten formuleert om het beleid te kunnen realiseren. Uit bovenstaande beschrijving volgt een valkuil waar een school alert op moet zijn: oplossingen formuleren voor problemen die nog niet zijn vastgesteld. We denken hierbij bijvoorbeeld aan het inroosteren van extra lessen, materiaal uitdelen of toetsen inplannen terwijl niet eerst de problemen en doelen in kaart zijn gebracht.

De vijf stappen van de Logical Framework zijn:

- formuleer het algemene doel (*visie en ambitie*);
- specificeer het algemene doel (*problemen en vragen*);
- benoem betrokken mensen en partijen (*voor wie*);
- beschrijf de gewenste resultaten;
- wat ga je vervolgens doen, benoem de concrete activiteiten (*activiteiten*).

De stappen kunnen niet geheel onafhankelijk van elkaar doorlopen worden. De formulering en de specificatie van het algemene doel (stap 1 en 2) worden bij voorkeur in wisselwerking met elkaar opgesteld. De problemen en vragen die in de school naar voren komen zullen immers invloed hebben op de ambitie van de school en omgekeerd. Wel worden de stappen in deze volgorde in de volgende paragrafen beschreven. In bijlage A is een kort overzicht gegeven van de Logical Framework Approach (LFA).

Voordat de school de stappen van het raamwerk kan doorlopen moet binnen de school worden vastgesteld wie zich bezig houdt met het rekenbeleid.

Keuzemoment: wie is verantwoordelijk voor het rekenbeleid?

Het is verstandig om het rekenbeleid met een aantal mensen op te stellen die samen een werkgroep 'rekenen' vormen. De werkgroep moet niet te groot zijn. We zien vaak twee tot vijf personen, waarbij ten minste een lid van de schoolleiding vertegenwoordigd is, omdat de schoolleiding eindverantwoordelijk is voor het rekenbeleid. Immers naast een weloverwogen plan, enthousiaste en geïnspireerde personen is draagvlak binnen de school noodzakelijk voor het uitvoeren van het beleidsplan. Naast een lid van het managementteam kan de school kiezen om naast docenten bijvoorbeeld een zorgcoördinator (in verband met rekenzwakke leerlingen), remedial teacher, onderwijskundige en/of een beleidsmedewerker in te zetten.

2.3 Ambitie en Visie

'Rekenvaardigheid is een voorwaarde om goed te kunnen functioneren in de maatschappij en een basisvaardigheid nodig voor veel schoolvakken.'

- Visie van CSW -

In deze eerste stap gaat het om het formuleren van de ambitie en de visie van de school. De schoolambitie geeft antwoord op de 'waarom'-vraag en de schoolvisie op de 'wat'-vraag.

2.3.1 Het waarom

Keuzemoment: welke ambitie heeft de school ten aanzien van het rekenen?

Waarom wil een school zich bezighouden met rekenonderwijs? De school kan zich laten leiden door externe factoren als regelgeving of schoolomgeving, maar ook interne factoren als onderwijskundige of didactische belangen of de profilering van de school. Dit noemen we de ambitie van de school.

Er kunnen vier ambitieniveaus onderscheiden worden, waarbij een hoger niveau telkens de voorgaande niveaus omvat:

1. De school wil enkel voldoen aan de wettelijke eisen.
2. De school wil daarnaast zorg dragen dat de directe omgeving van de school (ouders, vervolgopleidingen) tevreden is over het rekenniveau van de leerlingen.
3. De school heeft de intern gedragen wil het rekenniveau van leerlingen op peil te brengen en te houden.
4. De school wil zich profileren als een 'rekschool'.

Met de komst van het Referentiekader en de daaraan gekoppelde rekentoets zal de school ten minste het eerste ambitieniveau moeten hanteren. De school is verder vrij te kiezen welk ambitieniveau het beste past binnen de school, maar het is wel verstandig deze keuze vast te leggen in het rekenbeleid. Hieronder is een voorbeeld opgenomen. De reden om met rekenonderwijs bezig te gaan is bij deze school duidelijk vanuit een sterke externe motivatie geformuleerd.

Kernpunt in het beleidsplan van het Röltingcollege te Groningen:

'Universumschool

- *specifieke aandacht voor bèta en techniek*
- *nauwe samenwerking vaksecties*
- *aansluiting op vervolgopleiding en beroep*

De school streeft er naar om leerlingen op exact gebied een gerichte vorming aan te bieden en doorstroom naar bèta-technische vervolgopleidingen te stimuleren. Of het aantal meisjes dat kiest voor dergelijke studies te vergroten.'

De schoolvisie zal de ambitie beïnvloeden. De bestaande profilering van de school (bijvoorbeeld Dalton, Montessori, Universum, LOOT) kan bovendien een rol spelen in de ambitie van de school.

2.3.2 Het wat

Wat wil een school bereiken met het rekenen? Hierbij is het belangrijk dat er binnen de school, of in ieder geval binnen de werkgroep, op dezelfde manier aangekeken wordt tegen het rekenen. Ter orientatie is het goed om met de werkgroep te kijken naar de relatie tussen rekenen en wiskunde, rekenonderwijs door de jaren heen en de invulling van het vak in het primair onderwijs. In hoofdstuk 5 wordt hierover meer achtergrondinformatie gegeven.

Uit het rekenbeleid van het Stedelijk Dalton College:

'Waarom?

We willen leerlingen afleveren die een dusdanig niveau wat betreft rekenen bereiken en vasthouden, dat ze in hun dagelijks leven er gemak van hebben.

Tekort aan arbeidskrachten in de sector techniek dus meer leerlingen interesseren voor technische vakken, door de blokkade 'angst voor rekenen' weg te nemen.'

Bij 'rekenen' wordt vaak gedacht aan de basisrekenvaardigheden zoals die in het primair onderwijs aan bod komen, bijvoorbeeld de tafels of cijferen, waarbij de rekenmachine niet gebruikt wordt. Dit is een smalle benadering van rekenen die niet geheel strookt met het Referentiekader. In het Referentiekader worden niet alleen vier domeinen genoemd (Getallen, Verhoudingen, Meten & meetkunde en Verbanden), maar worden bovendien rekendoelen geformuleerd op verschillende terreinen ('Paraat hebben', 'Functioneel gebruiken' en 'Weten waarom'). Het rekenen zonder rekenmachine komt onder 'Paraat hebben' voor in referentieniveaus 1F en 1S van het Referentiekader, maar elders in het Referentiekader wordt ook het verstandig gebruik van de rekenmachine genoemd. Voor een uitgebreider beschrijving van het Referentiekader verwijzen we naar hoofdstuk 4.

Keuzemoment: welke visie op het rekenonderwijs heeft de voorkeur van de school?

De keuze die de school hier maakt geeft aan welke *speerpunten* ze *hanteert voor haar rekenonderwijs*. We onderscheiden vier rekenvisies:

- *Rekenprocedures (standaardprocedures, cijferprocedures)*. De school geeft aan dat het verwerven en onderhouden van rekenprocedures zoals cijferen het belangrijkste speerpunt in haar rekenonderwijs is.
- *Gebruik*. De school geeft aan dat het gebruik van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden in andere leergebieden dan rekenen en wiskunde haar belangrijkste speerpunt is.
- *Gecijferdheid*. De school geeft aan dat het verhogen van de mate van gecijferdheid onder leerlingen haar speerpunt is. Gecijferdheid kan gedefinieerd worden als 'de combinatie van kennis, vaardigheden en persoonlijke kwaliteiten die een individu nodig heeft om adequaat en autonoom om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om ons heen' (Hoogland, zonder datum)
- *Voorbereiding op wiskunde*. Een school kan er tenslotte voor kiezen haar rekenonderwijs in dienst te stellen voor vervolgonderwijs in de wiskunde. In dat geval gaat het om abstraheren en generaliseren van rekenfeiten (bijvoorbeeld de vermenigvuldigingstafels) en rekenprocedures tot rekenregels en -voorschriften.

Het Referentiekader bevat ruwweg elk van de vier visies. Het F-spoor richt zich op rekenprocedures, gebruik en (in mindere mate) gecijferdheid en het S-spoor stelt rekenprocedures en voorbereiding op wiskunde meer centraal. Desondanks kan een school aangeven welke visie haar speerpunt vormt. Dat zal vooral het geval zijn als een school een hoge rekenambitie heeft. In een school met een beperkte rekenambitie zal zich vooral conformeren aan het Referentiekader. Voor een dergelijke school is een voorkeur voor een eigen rekenvisie minder relevant.

De visie ten aanzien van het rekenen kan worden vastgelegd in het rekenbeleidsplan, zoals we in onderstaand voorbeeld zien:

Kernpunten van het beleidsplan van het Rölingcollege:

Wat willen we?

'Leerlingen het vermogen ontwikkelen om in verschillende situaties van hun huidige en toekomstig leven aan wiskunde gerelateerde informatie te herkennen , te interpreteren en te gebruiken. Daartoe bouwen ze een repertoire op van parate kennis, inzichten, routines en attitudes.'

We sluiten deze paragraaf af met een schoolvoorbeeld waarbij de geformuleerde doelstelling nauw samenhangt met de missie van de school.

Van OSG De Hogeberg:

'Uit onze missie

- *Onze school is voor zoveel mogelijk leerlingen op Texel een geschikte school.*
- *We bieden voor zoveel mogelijk Texelse leerlingen de kans zich optimaal te ontwikkelen.*

Bij deze visie past het om samen met de basisscholen een effectieve doorgaande leerlijn rekenen te ontwikkelen die moet leiden dat zoveel mogelijk leerlingen die onze school met een vmbo diploma verlaten, rekenniveau 2F halen.

Belangrijk daarbij is aandacht voor de doorgaande ontwikkeling van de leerlingen bij de overgang van po naar vo.'

2.4 Problemen en vragen

'De leerlingen die instromen, vormen een heterogene groep wat betreft rekenvaardigheden. Het aantal basisscholen, waar vanuit de leerlingen instromen is groot. Basisscholen adviseren weer elk op basis van eigen bevindingen. Het blijkt moeilijk organiseerbaar om in een heterogene groep leerlingen nog aandacht te besteden aan 'het op niveau brengen' (maatwerk te leveren), zeker gezien het feit dat het leerjaarprogramma ook aan de orde moet komen om de doorlopende leerlijnen naar de bovenbouw te garanderen.'

- Een probleem zoals genoemd in het rekenbeleidsplan van het Röltingcollege -

In de tweede stap gaat het om het formuleren van problemen die de school verhindert om haar ambitie te verwezenlijken, hoe beperkt die ambitie ook moge zijn. In grote lijnen kan hier sprake zijn van beheersingsproblemen en van communicatie- of afstemmingsproblemen. Als de school geen problemen ondervindt en haar ambitie niet erg hoog is, kan ze overwegen haar rekenonderwijs te laten zoals ze nu is.

Beheersingsproblemen

Een beheersingsprobleem laat zich omschrijven als onvoldoende mate van beheersing van rekenkundige kennis, vaardigheden en/of inzicht die de school van een leerling mag verwachten. Beheersingsproblemen kunnen enerzijds betrekking hebben op de voorkennis die van een leerling verwacht mag worden en anderzijds op de leerstof die de school zelf aanbiedt. Daarnaast kunnen beheersingsproblemen zich voordoen in een specifiek referentieniveau of domein uit het Referentiekader of in een van de drie categorieën 'Paraat hebben', 'Functioneel gebruiken' of 'Weten waarom' uit het Referentiekader.

Communicatieproblemen

Communicatieproblemen kunnen zich voordoen als docenten, leerlingen en andere betrokkenen voor een zelfde begrip verschillende namen hanteren, verschillende notaties gebruiken, een rekenopgave op verschillende manieren oplossen of een rekenmachine in verschillende situaties gebruiken. Communicatieproblemen kunnen voorkomen tussen schoolsoorten (dat wil zeggen: tussen primair en voortgezet onderwijs en tussen voortgezet onderwijs en vervolgonderwijs), maar ook in de school zelf tussen (docenten van) verschillende vakken. In bijlage D staat een voorbeeld van verschillende manieren waarop vakken het onderwerp procenten aan de orde stellen. Dit illustreert waardoor communicatieproblemen tussen vakken kunnen ontstaan.

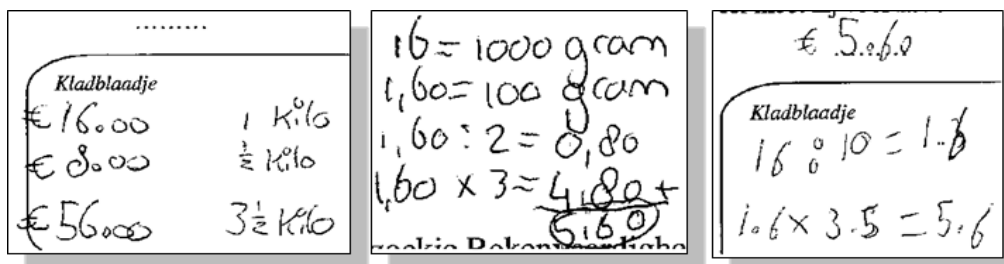
In het onderstaande voorbeeld worden beheersingsproblemen en mogelijke bronnen van communicatieproblemen geïllustreerd aan de hand van een verhoudingsopgave. Deze opgave is voorgelegd aan 154 brugklasleerlingen uit ongeveer de helft van de scholen, die aan het project deelnamen.



Barbara koopt een stuk van 350 gram belegen kaas.
De kaas kost 16 euro per kg.
Hoeveel moet zij voor het stuk van 350 gram betalen?

Tabel 1 Resultatenoverzicht verhoudingsopgave onder 154 brugklasleerlingen

Juist of onjuist	havo/vwo	vmbo-tl/havo	vmbo-bb/kb
Aantal juiste uitkomsten	38	34	2
Aantal onjuiste uitkomsten	9	33	38



Figuur 4 Drie oplossingsmethoden voor de verhoudingsopgave.

Uit tabel hierboven blijkt dat nagenoeg alle leerlingen uit de beroepsgerichte leerwegen van het vmbo de opgave niet kunnen maken. Dit wijst op een serieus beheersingsprobleem in de betreffende groep leerlingen. Onder leerlingen vmbo-tl/havo is sprake van een beperkter beheersingsprobleem en onder leerlingen havo/vwo is het beheersingsprobleem tamelijk beperkt.

De figuur illustreert oplossingsmethoden van een drietal havo-leerlingen. Elk van de methoden leidt tot een correct antwoord. Er kunnen communicatieproblemen tussen leerling en docent ontstaan als een docent zelf enkel één methode hanteert en andere methoden niet kent of niet waardeert.

Om beheersingsproblemen te achterhalen kan een toets ingezet worden. Analyse van de toetsresultaten kan de school op het spoor zetten van beheersingsproblemen.

	LWOO	Basis	Kader	MAVO
ABC Score	111	40	47	24
A	3	3	1	1
B	30	26	6	9
C	38	8	29	11
D	20	1	10	3
E	20	2	1	0

Figuur 5 Toetsresultaten op de ABC-toets onder leerlingen van College De Brink.

Een andere aanpak is om een scan uit te voeren onder vakdocenten op de school.

Uit de scanresultaten van CSW:

Waar loop je tegen aan in jouw vak?

- | | |
|---|------------------------------|
| - basisvaardigheden rekenen | tn, wi, ec |
| - procenten | bi, ec, nask |
| - tafels t/m 19 | ak, wi |
| - transfer met wi
(procenten) | ak (grafieken, tabellen), ec |
| - verband tekst en rekenopdracht | ec, nask |
| - lezen tabellen/grafieken/diagrammen | gs, nask |
| - eenheden omrekenen | nask, wi |
| - veronderstelde basiskennis ontbreekt | wi |
| - aansluiting rekenmethode basisonderwijsec | |
| - schattingsfouten | ak |
| - formules, vergelijkingen | nask |
| - gebrek inzicht rekenmachine | ec |

In veel gevallen hebben beheersings- en communicatieproblemen geen betrekking op de hele leerling-populatie, maar op slechts een beperkt deel van de leerlingen. Dat kan voor een school aanleiding zijn om in haar rekenbeleid doelgroepen te definiëren.

Keuzemoment: welke doelgroepen onderscheidt de school bij het aanbieden van haar rekenonderwijs?

Het Referentiekader brengt een tweedeling aan.

- Leerlingen uit de gemengde en theoretische leerweg van het vmbo, havo en vwo die in staat geacht moeten worden bepaalde referentieniveaus uit het S-spoor te behalen.
- Leerlingen uit de beroepsgerichte leerwegen van het vmbo, die bepaalde referentieniveaus uit het F-spoor moeten kunnen bereiken.

Binnen deze tweedeling kan een school er voor kiezen om specifieke doelgroepen te onderscheiden, bijvoorbeeld:

- leerlingen uit havo en vmbo-gl/tl die geen examen wiskunde afleggen;
- leerlingen uit vmbo-bb en -kb die geen examen wiskunde afleggen;
- leerlingen uit vmbo-bb en -kb die bij binnenkomst blijf geven van onvoldoende beheersing van referentieniveau 1F.

Naar verwachting is met name de laatstgenoemde doelgroep zo groot dat ze speciale aandacht van een school verdient.

2.5 Voor wie

'De leerling dient de noodzaak in te zien van het goed kunnen rekenen.

Deze verantwoordelijkheid ligt bij de docenten, niet alleen de vakdocenten wiskunde, maar bij alle docenten. Dit betekent dat elke leerkracht bekend en vertrouwd moet zijn met het rekenbeleid. Het waarom en waarvoor en waartoe.'

- Uit het rekenbeleid van het Stedelijk Dalton College -

In deze stap worden de betrokken mensen en partijen beschreven, bijvoorbeeld leerlingen, ouders van leerlingen, of vervolgoopleidingen. Verder kunnen de direct betrokkenen binnen de school genoemd worden, waaronder de vaksecties of de schoolleiding maar ook indirect betrokkenen zoals systeembeheer, zorgteam of roostermakers. Ook kunnen externe mensen en partijen een rol spelen zoals basisscholen, scholingsinstituten of partijen die extra financiële middelen leveren. In het beleidsplan wordt aangegeven wie welke rol vervult en op welke manier.

Welke partijen direct betrokken worden bij het rekencurriculum is een keuze van de school en zal mede bepaald worden door de visie en de ambitie die de school heeft op het rekenen.

Keuzemoment: welke vakken betreft de school bij de uitvoering van het rekencurriculum?

Leeractiviteiten uit het rekencurriculum kunnen ondergebracht worden bij:

- *afzonderlijke rekenlessen;*
- *wiskunde;*
- *vakken met een rekencomponent:* het betreft hier andere vakken dan wiskunde waarbij rekenen een noodzakelijk bestanddeel vormt;
- *overige vakken.*

Kiest de school (mede) voor afzonderlijke rekenlessen dan zal nog steeds nagedacht moeten worden over welke (vak)docenten hierbij betrokken worden.

CSW heeft geprobeerd docenten uit de pabo voor rekenlessen aan te trekken, maar helaas zonder resultaat.

Opnieuw willen we de afhankelijkheid tussen de keuzes benadrukken. Een school die als visie het rekenen als onderdeel van gecijferdheid breed wil inbedden in de school zal waarschijnlijk de keuze maken veel verschillende vakken naast wiskunde te betrekken bij het rekenonderwijs. Kiest de school ervoor om rekenprocedures centraal te zetten dan komen afzonderlijke rekenlessen en wiskundelessen meer in aanmerking. De doorwerking op de keuzes van het rekencurriculum zullen in hoofdstuk 3 aan bod komen.

Tot slot nog het vervolg van het voorbeeld aan het begin van de paragraaf.

Uit het rekenbeleid van het Stedelijk Dalton College:

'Rekenonderwijs is een gezamenlijke verantwoordelijkheid van elke afdeling in de school. Namens een afdeling kan deze worden gedelegeerd naar docenten, bijvoorbeeld docenten wiskunde. Beleid wordt geformuleerd en uitgedragen door de werkgroep onder leiding van de rekencoördinator. In de werkgroep is een lid van het MT als voorzitter aanwezig. De onderwijskundig medewerker bewaakt of de werkgroep binnen de kaders van het daltononderwijs blijft met haar voorstellen.'

2.6 Gewenste resultaten en activiteiten

'We willen:

- *contacten onderhouden met basisscholen;*
- *rekenbeleid 'wisselen' en afstemmen met andere secties (na/sk/ec/meo/ak);*
- *ouders informeren over het rekenbeleid en over het resultaten van hun kind.'*

- Enkele gewenste resultaten uit het beleidsplan van Prins Maurits -

In deze laatste stappen worden de gewenste resultaten beschreven en worden de concrete activiteiten benoemd die leiden tot de resultaten. De gewenste resultaten kunnen geformuleerd worden als: welke problemen die eerder in de beleidsfase onderkend zijn, wil en/of moet de school voor welke doelgroepen oplossen? En ook: wat wil de school naast het oplossen van problemen verder realiseren? De activiteiten geven aan op welke wijze de school deze problemen van plan is op te lossen of ten minste hun effect te beperken.

Oplossing van beheersingsproblemen

Beheersingsproblemen met betrekking tot de eigen leerstof kunnen worden opgelost door verbetermaatregelen te treffen in het rekencurriculum van de school. Ook beheersingsproblemen die betrekking hebben op voorkennis kunnen in het rekencurriculum van de school verholpen of tenminste gereduceerd worden. Ook kunnen laatstgenoemde beheersingsproblemen aan de orde gesteld worden in contacten van de school met het toeleverende primair onderwijs.

Uit het beleidsplan van Prins Maurits: gewenste resultaten

'Ontwikkelen leerlijn rekenen

- *Beschrijving doelen per leerjaar en afdeling*
- *Aansluiten bij instapniveau van de basisschoolleerlingen*
- *Ontwikkelen/selecteren van lesmateriaal*

Ontwikkelen Toetslijn rekenen

- *Vaststellen van instapniveau*
- *Systematisch toetsen van rekenniveau leerlingen*
- *Ontwikkelen/selecteren van toetsmateriaal'*

Oplossen van communicatieproblemen

Communicatieproblemen tussen schoolsoorten kunnen gesprekstof vormen in contacten met voor- en vervolgopleiding.

Het elkaar informeren over leerinhouden, gehanteerde rekendidactiek en leerlingprestaties (niet alleen van primair onderwijs naar voortgezet onderwijs, maar ook andersom) kan erg verhelderend werken.

OSG De Hogeberg verkeert ten aanzien van contacten met het primair onderwijs in een tamelijk comfortabele positie. De school is gevestigd op Texel en weet precies uit welke po-scholen haar leerlingen afkomstig zijn. Het betreft hier twaalf scholen. De leerlingen van een grote stadsschool kunnen afkomstig zijn uit een veelvoud van po-scholen, als gevolg waarvan het onderhouden van schoolcontacten moeilijker zal zijn.

Interne communicatieproblemen vereisen veelal een intern afstemmingstraject tussen docenten van verschillende vakken. Alleen als een school het rekenonderwijs breed wil uitzetten is een dergelijk afstemmingstraject van belang. Deze handreiking gaat hier verder niet op in.

Overige resultaten

Als een school een hoge rekenambitie heeft, kan ze meer resultaten beogen dan enkel het oplossen van beheersings- of communicatieproblemen. Dit kan aanleiding zijn tot versterking van bepaalde leerinhouden.

Tot slot volgt nog een voorbeeld waarin de activiteiten van een school kort zijn beschreven.

Activiteiten CSW op drie sporen:

- Installatie BOVO-werkgroep rekenen.
- Ontwerp programma's rekenvaardigheid voor onderbouw en bovenbouw vo.
- Afstemmingsoverleg stuurgroep rekenbeleid met secties wiskunde en rekenvakken.

De stuurgroep rekenbeleid is verantwoordelijk voor de begeleiding van het opstellen, implementeren en evalueren van het jaarlijkse activiteitenplan bij het rekenbeleidsplan.

3. De ontwikkelfase

3.1 Inleiding

3.1.1 Rekencurriculum en rekenprogramma

Een rekencurriculum is in deze handreiking een schoolleerplan voor het verwerven en onderhouden van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden. Een dergelijk leerplan kent een aantal onderdelen die in de onderstaande figuur in de vorm van een spinnenweb in beeld gebracht zijn. De metafoor van het spinnenweb geeft aan dat alle curriculumonderdelen met elkaar en met de basisvisie verbonden zijn. Een ontwerpkeuze op een van de onderdelen heeft consequenties voor de andere onderdelen en mogelijk ook voor de basisvisie.



Figuur 6 De onderdelen van een curriculum (Akker, J. van den, 2003).

Met de term 'rekenprogramma' bedoelen we in deze handreiking de onderdelen leerdoelen, leeractiviteiten en leerinhouden uit het bovenstaande spinnenweb.

Een curriculum hoeft niet noodzakelijk betrekking te hebben op een schoolvak. In alle gevallen waarin leerlingen geacht worden bepaalde leerdoelen te bereiken kan een curriculum ontworpen worden. Realisatie van leerdoelen kan desgewenst bij verschillende vakken ondergebracht worden.

3.1.2 Leerdoelen, leeractiviteiten en leerinhouden

Leerdoelen

De leerdoelen van een rekencurriculum zijn gebaseerd op het Referentiekader rekenen en de daaraan verbonden wet- en regelgeving. Ten behoeve van de rekentoetsen bestaan er rekentoetswijzers die informatie verschaffen over de te toetsen leerdoelen en de vorm en wijze

van toetsing. Aandachtspunt hierbij is dat beheersing van bepaalde rekenkundige kennis, vaardigheden en inzicht *duurzaam* dient te zijn. Dit betekent dat een leerling er blijk van geeft dat hij deze kennis, vaardigheden en inzicht ook (lang) na het moment van verwerving nog beheerst. Dit stelt specifieke eisen aan een rekencurriculum, met name voor kennis, inzicht en vaardigheden die niet als voorkennis dient voor vervolgonderwerpen.

Leeractiviteiten

De leeractiviteiten van een rekencurriculum zijn daarom niet beperkt tot enkel het verwerven van nieuwe kennis, vaardigheden en inzicht en het activeren van de voorkennis die daarvoor noodzakelijk is. In het geval duurzame beheersing vereist is, beveelt het Referentiekader ook consolidatie en onderhoud aan. Dat leidt tot de volgende opsomming van leeractiviteiten.

- *Activeren van (formele) voorkennis* gaat meestal vooraf aan het verwerven van nieuwe rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden. Een leerling wordt door de docent of door middel van enkele opgaven gestimuleerd bepaalde voorkennis op te roepen uit zijn geheugen. In sommige gevallen kan blijken dat die voorkennis zover weggezaakt is, dat ze opnieuw verworven dient te worden. In andere gevallen is bepaalde voorkennis nooit goed geleerd en moet het leerproces (deels) overgedaan en aangevuld worden. Activeren van voorkennis kan daarom aanzienlijke inspanning vereisen.
- *Verwerven* van nieuwe kennis, inzicht en vaardigheden leidt er toe dat een leerling zich nieuwe leerinhouden eigen maakt. Op basis van de geactiveerde voorkennis worden kennis, inzicht en/of vaardigheden verdiept of verbreed. Er is sprake van verdieping als een leerling moet leren reeds verworven kennis, inzicht en/of vaardigheden in een complexere situatie, bijvoorbeeld met grotere getallen of in een grotere context, in te zetten. Bij verbreding verwerft een leerling nieuwe kennis, inzicht en/of vaardigheden. Zowel verdieping als verbreding van kennis, inzicht en vaardigheden worden in het Referentiekader voorgeschreven.
- Met *consolidatie* wordt bedoeld dat eenmaal verworven kennis, inzicht en vaardigheden zodanig verankerd zijn in het geheugen van een leerling, dat ze vlot oproepbaar is en/of vlot ten uitvoer kunnen worden gebracht.
- *Onderhoud* ten slotte betekent dat na consolidatie met enige regelmaat een beroep wordt gedaan op deze geconsolideerde kennis, inzicht en vaardigheden. Onderhoud is vooral noodzakelijk als bepaalde kennis, inzicht of vaardigheden geen rol meer speelt in het vervolg van het curriculum.

Leerinhouden

De leerinhouden van een rekencurriculum kunnen worden afgeleid uit de leerdoelen. Het Referentiekader rekenen kent leerdoelen op het terrein van 'Paraat hebben', 'Functioneel gebruiken' en 'Weten waarom'. 'Paraat hebben' betekent vlot rekenkundige kennis beschikbaar kunnen maken en vlot rekenprocedures kunnen uitvoeren. Onder 'Functioneel gebruiken' staan leerdoelen vermeld die betrekking hebben op het kunnen oplossen van een probleem met een rekenkundige component in een concrete situatie. De categorie 'Weten waarom' bevat tenslotte rekendoelen op het gebied van inzicht en redeneervermogen. De leerinhouden van een rekencurriculum kunnen eveneens op deze wijze ingedeeld worden.

3.1.3 Curriculumverbetering

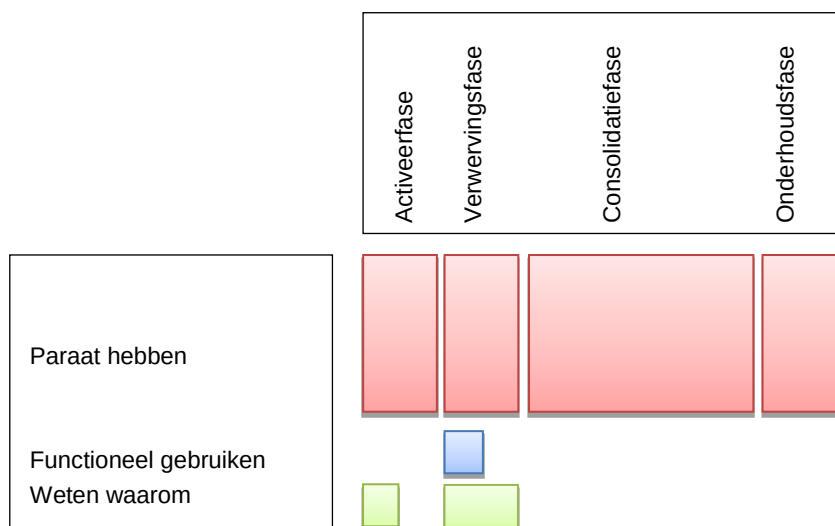
In de ontwikkelfase vormen het huidige rekencurriculum en de keuzes uit de beleidsfase het uitgangspunt. Het huidige rekencurriculum is niet beperkt tot enkel rekenlessen. Ook het wiskundevak in de onderbouw havo/vwo en in het vmbo én andere vakken bevatten leerinhouden die het Referentiekader tot het rekendomein rekent. Deze vakken bevatten delen van het rekencurriculum en kunnen daarom ook in het verbetertraject betrokken worden.

In het rekenbeleid is aangegeven welke resultaten een school wil bereiken. Een curriculumverbetertraject richt zich op realisatie van de schoolambitie. Beheersingsproblemen die deze ambitie in de weg staan kunnen in een verbetertraject opgelost of gereduceerd worden. Maar ook kan de school haar rekenvisie in het curriculum (sterker) tot uitdrukking brengen. Een dergelijk verbetertraject kent meestal de volgende stappen:

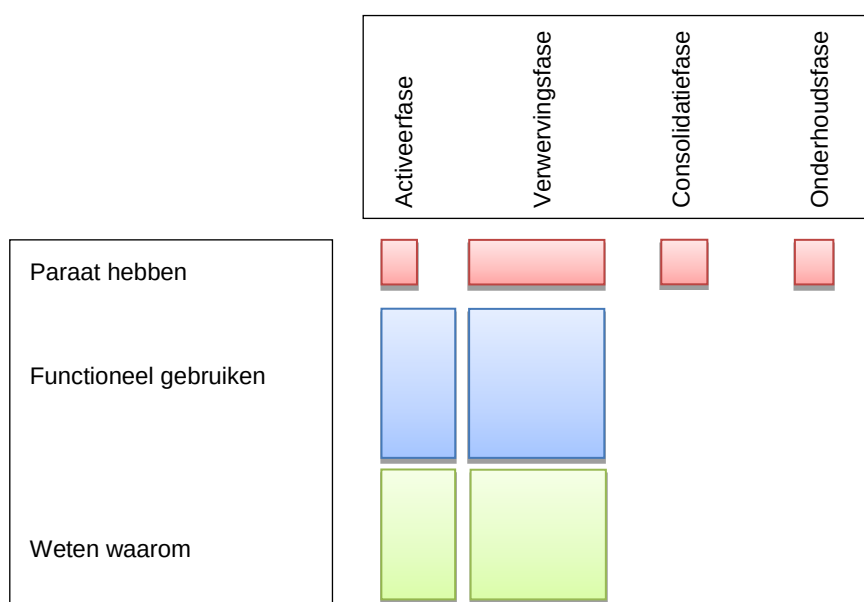
- beschrijving van het huidige schoolrekencurriculum;
- analyse van het huidige curriculum met als resultaat een of meer verbeterdoelen;
- formulering van verbetermaatregelen;
- implementatie van de verbetermaatregelen.

3.2 Beschrijving van het huidige rekencurriculum

Uitgangspunt van een rekencurriculum vormen zijn leerdoelen. Leerdoelen worden vervolgens vertaald naar leerinhouden en -activiteiten. Door middel van een matrix kan aangegeven worden welke categorieën van leerinhouden dominant zijn en verder bij welke categorie welke leeractiviteiten vooral gehanteerd worden. Bij wijze van voorbeeld staan in de onderstaande figuren twee matrices. Hoe breder een rij in de matrix is, des te dominanter is de categorie van leerinhouden ten opzichte van de andere categorieën. De breedte van de kolommen kan per categorie verschillen en is een maat voor het relatieve gewicht van de betreffende leeractiviteit ten opzichte van de andere leeractiviteiten.



Figuur 7 Een meer traditioneel rekencurriculum in de vorm van een matrix.



Figuur 8 Een voorbeeld van een rekencurriculum met de nadruk op functioneel gebruik en weten waarom.

Het rekencurriculum uit het eerste voorbeeld kent een nadruk op leerinhouden uit de categorie 'Paraat hebben'. Binnen deze categorie gaat de meeste aandacht uit naar consolidatie van kennis en vaardigheden. Consolidatie en onderhoud van leerinhouden op het gebied van 'Functioneel gebruik' en 'Weten waarom' zijn in dit voorbeeld afwezig. Blijkbaar richt dit rekencurriculum zich niet op het vlot kunnen oplossen van een functioneel gebruiksprobleem of inzicht vlot beschikbaar hebben.

Het rekencurriculum in het tweede voorbeeld richt zich vooral op 'Functioneel gebruik' en 'Weten waarom'. De verwervingsfase wordt in alle gevallen het zwaarst aangezet. Consolidatie en onderhoud blijven nagenoeg buiten beschouwing.

Het huidige curriculum voor elk van de doelgroepen kan door middel van een of meer van bovenstaande matrices beschreven worden. Idealiter worden er eerst leerlijnen in een curriculum onderscheiden. Een leerlijn is een beredeneerde opbouw van tussendoelen en leerinhouden die leiden tot bepaalde einddoelen. Ze bestaat uit de opeenvolging van een aantal leereenheden. Een leereenheid op zijn beurt is een minicurriculum dat als een geheel aan leerlingen wordt aangeboden. De leerdoelen van een leereenheid vormen tussendoelen in de leerlijn. Per leereenheid kan een matrix gemaakt worden.

Naar verwachting is bovenstaande aanpak te complex voor een school. In dat geval verdient het aanbeveling een matrix per domein Getallen, Verhoudingen, Meten & meetkunde en Verbanden of zelfs voor het rekencurriculum in zijn geheel te maken.

3.3 Analyse van het rekencurriculum

In de analysefase wordt de huidige situatie afgezet tegen beoogde resultaten uit de beleidsfase. Het resultaat van de analyse is een aantal verbeterdoelen voor het rekencurriculum. Deze doelen hebben betrekking op versterking van (een) bepaalde (categorie van) leerinhouden of op versterking van bepaalde leeractiviteiten bij (een categorie van) leerinhouden.

De noodzaak bepaalde leerinhouden te versterken kan worden ingegeven door inhoudelijke omissies in het huidige rekencurriculum. Het kan zijn dat de leerinhouden in het huidige curriculum niet stroken met het Referentiekader. Ook kan de school van mening zijn dat het rekencurriculum onvoldoende tegemoet komt aan haar rekensvisie voor zover ze die geformuleerd heeft. In beide gevallen kunnen bepaalde (categorieën van) leerinhouden zwaarder aangezet worden.

Versterking van leeractiviteiten is vaak noodzakelijk om bepaalde beheersingsproblemen terug te dringen. Om een beeld te krijgen welke leeractiviteiten versterking behoeven, is inzicht noodzakelijk in de aard van beheersingsproblemen. Daarbij kan ruwweg het volgende onderscheid gemaakt worden:

- Het beheersingsniveau van een leerling is te laag. Uiting hiervan is dat een leerling eenvoudige rekenproblemen wel kan oplossen, maar moeilijker problemen van dezelfde soort niet. Een andere uiting is dat een leerling een contextopgave wel kan maken, maar dezelfde opgave zonder context niet.
- Het beheersingsniveau is voldoende, maar de manier waarop een leerling zijn kennis, inzicht en vaardigheid gebruikt is niet voldoende.

Een leerling die $\frac{2}{5}$ deel van 60 wel kan berekenen, maar $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$ niet, heeft een laag beheersingsniveau bij het vermenigvuldigen van twee breuken.
Een leerling die $\frac{2}{5} \times \frac{4}{7}$ wel kan berekenen, maar daar veel tijd voor nodig heeft of de rekenregel moet opzoeken of een rekenfout maakt, gebruikt zijn vaardigheid in onvoldoende mate.

In het eerste geval is het leerproces van een leerling nog niet afgerond. De leerling is in dit geval gebaat bij afronding van zijn leerproces. Betreft het hier voorkennis, dan behoeft de activeerfase versterking. Betreft het schooleigen leerstof, dan kan versterking gezocht worden in de verwervingsfase. Voor deze leerlingen is alleen consolidatie en onderhoud geen oplossing.

In het tweede geval ontbreekt het de leerling aan paraatheid van rekenkundige kennis en/of vaardigheden, aan routine en/of aan nauwgezetheid. Verhoging hiervan wordt vooral bereikt door consolidatie, gevolgd door onderhoud.

Om de aard van beheersingsproblemen bij individuele leerlingen te achterhalen kunnen verschillende middelen ingezet worden:

- Directe observatie.
De docent observeert de wijze waarop een leerling een rekenkundig probleem oplost en stelt zijn diagnose.
- Diagnostische toetsing.
De docent neemt de leerling een toets af die inzicht biedt in de oplossingsmethode(n) die de leerling hanteert om een rekenkundig probleem op te lossen en hoe goed de leerling deze methode(n) weet te gebruiken. Helaas bieden de meeste beschikbare toetsen dit inzicht niet.

De resultaten van bovenstaande analyse kunnen tot uitdrukking worden gebracht in een matrix voor de gewenste situatie. Door de matrices van de huidige en de gewenste situatie over elkaar heen te leggen ontstaat inzicht in de plekken waar versterking van het curriculum noodzakelijk is.

3.4 Verbetermaatregelen

Als duidelijk is waar versterking van curriculum noodzakelijk is, kunnen verbetermaatregelen geformuleerd worden. Bij versterking van (een) bepaalde (categorie van) leerinhouden zijn de maatregelen niet al te complex van aard. Er dient een herschikking in of uitbreiding van de leerstof plaats te vinden ten gunste van de leerinhouden die versterking behoeven.

Versterking van leeractiviteiten is op een aantal manieren mogelijk. Welk van de manieren de school kiest, wordt mede bepaald door de vakken die de school bij het rekenen wenst te betrekken.

Versterken van de activeerfase

Als de activeerfase volgens de analyse van het huidige curriculum meer aandacht van de school vergt, kan een school er voor kiezen om aparte rekenlessen te verzorgen die tot doel hebben voorkennis opnieuw aan een doelgroep of aan individuele leerlingen aan te bieden. Valkuilen hierbij zijn dat

- alle brugklasleerlingen hetzelfde herhalingsaanbod gedaan wordt;
- de betreffende rekenlessen zich niet op het alsnog verwerven van voorkennis, maar op consolidatie van voorkennis richten;
- de herhalingslessen weinig tot niets toevoegen ten opzichte van de wijze waarop de betreffende leerstof in het primair onderwijs aangeboden is.

Bovendien kunnen er zich problemen voordoen als het alsnog verwerven van voorkennis gelijktijdig plaatsvindt met het verwerven van nieuwe kennis, inzicht en vaardigheden, die gebruik maken van deze voorkennis. Het verdient aanbeveling hier een scheiding in aan te brengen, zoals in het onderstaande voorbeeld het geval is.

Voor het basisonderwijs:

Onderhouden en consolideren van niveau 1F in groep 7 en 8
Leerlingen in groep 8 rekenen door tot zomervakantie.

Voor het voortgezet onderwijs:

1 VMBO : onderhouden en consolideren van niveau 1F
 uitbreiden in richting 2F
2,3,4 VMBO: onderhouden 1F, uitbreiden voor alle leerlingen naar
 niveau 2F
1 MAVO/HAVO/VWO: onderhouden en uitbreiden tot niveau 1S
2 MAVO/HAVO/VWO: onderhouden 1S, uitbreiden naar 2S

Figuur 9 Herhaling en leren zijn ten opzichte van elkaar gepositioneerd op OSG De Hogeberg.

Versterken van de verwervingsfase

In de verwervingsfase verwerven leerlingen nieuwe rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden. Volgens de kerndoelen onderbouw havo/vwo en de examenprogramma's wiskunde in het vmbo bevatten de wiskundevakken nagenoeg alle rekenleerdoelen uit het Referentiekader en zou de school geen aanvullende rekenlessen hoeven te geven die tot doel hebben nieuwe kennis, inzicht en vaardigheden aan te leren. De school kan echter van mening zijn dat voor een doelgroep de wiskundelessen onvoldoende bijdragen aan verwerving van kennis, inzicht en vaardigheden.

Blijkt uit de analyse van het huidige curriculum echter dat de verwervingsfase voor bepaalde leerinhouden bij een bepaalde doelgroep versterking behoeft, dan kunnen aanvullingslessen geboden worden. Daarnaast kan de school er voor kiezen het verwerven van kennis, inzicht en vaardigheden onder te brengen in andere vakken dan wiskunde. Vooral leerinhouden uit de categorie 'Functioneel gebruiken' komen hiervoor in aanmerking. Leerinhouden uit andere categorieën vergen meestal specifieke kennis van reken- en/of wiskundendidactiek en lenen zich daarom minder voor verwerving bij andere vakken. Een valkuil in dit kader is dat een school naast de wiskundelessen rekenlessen aanbiedt met als doel dezelfde kennis, inzicht en vaardigheden te leren als bij wiskunde.

- 3 lesuur wiskunde per week, geen extra rekenuur
- Uitleg van nieuwe stof tijdens wiskundeles.
- Verwerking van lesstof tijdens vervangingsuren, meer dan voldoende op jaarbasis.
- Leerlingen houden van het gemaakte werk een logboek bij. Lesmateriaal en logboek op school

Figuur 10 Planning reken/wiskundelessen in 2 mavo/havo/vwo bij OSG De Hogeberg.

Versterking van de consolidatiefase

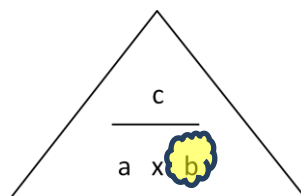
Consolidatie van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden heeft tot doel de paraatheid ervan op een hoger peil te brengen, rekenroutine te creëren en nauwgezetheid te verbeteren. Consolidatie kan op verschillende manieren plaatsvinden:

- door rekenkennis te memoriseren;
- door rekenprocedures te automatiseren;
- met behulp van ezelsbruggetjes;
- met behulp van denkmodellen.

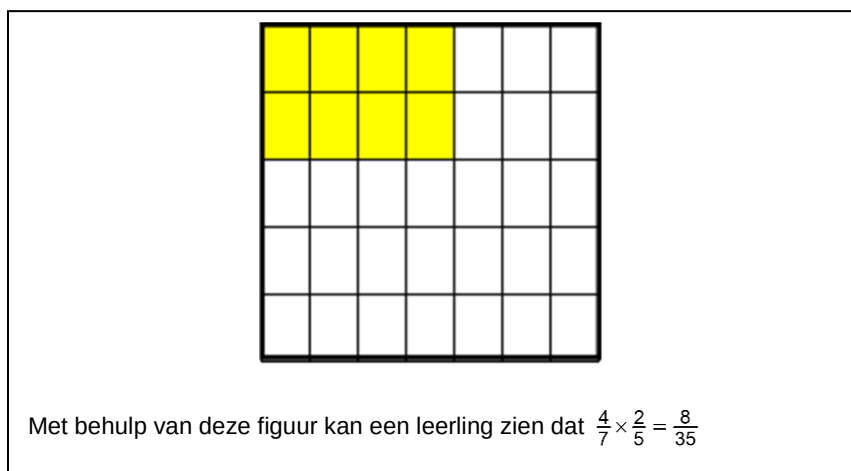
Memoriseren is het uit het hoofd leren van rekenfeiten, zoals vermenigvuldigingstafels, optelregels, enzovoorts. Automatiseren beoogt het op routine kunnen uitvoeren van rekenprocedures.

Bij natuurkunde wordt de rekenregel: uit $a \times b = c$ volgt $a = \frac{c}{b}$ en $b = \frac{c}{a}$ vaak

toegelicht met behulp van een driehoek. Door de onbekende die uitgerekend moet worden af te dekken, blijft de juiste herleiding staan.



Op bovenstaande wijze wordt $b = \frac{c}{a}$ in beeld gebracht.



In bovenstaande voorbeelden is de driehoek een voorbeeld van een ezelsbruggetje en de andere figuur een voorbeeld van een denkmodel. Het verschil is dat in een denkmodel een leerling de uitkomst op min of meer logische wijze kan afleiden uit het denkmodel. Bij een ezelsbruggetje is dat niet het geval.

Consolidatie volgt meestal op de verwervingsfase, maar vervangt ze niet. Dat betekent dat van consolidatie zonder voorafgaande verwervingsfase weinig succes verwacht mag worden. Dit is een serieuze valkuil voor een school. Een andere valkuil is om consolidatie niet te laten volgen door onderhoud.

Versterking van de onderhoudsfase

Onderhoud tenslotte bestaat uit een regelmatig terugkerend beroep op reeds verworven en geconsolideerde rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden. In een aantal gevallen vindt onderhoud min of meer vanzelf plaats, bijvoorbeeld als bepaalde leerinhouden als voorkennis dienen voor volgende leerinhouden of later verder uitgediept worden. Alleen bij leerinhouden die niet terugkeren in het vervolg van het rekencurriculum zijn onderhoudsvoorzieningen noodzakelijk. De school kan herhalingslessen aanbieden – als onderdeel van een wiskundevak of als aparte rekenlessen – of trachten deze kennis, inzicht en vaardigheden met zekere regelmaat in andere vakken dan wiskunde terug te laten komen. Dat laatste vereist dat scholen eventuele interne communicatieproblemen weet op te lossen.

Aanbeveling 6 uit het Referentiekader rekenen luidt:

Het gebruiken en onderhouden van basisvaardigheden op het gebied van rekenen & wiskunde moet voor een belangrijk deel plaats vinden tijdens het toepassen in andere leergebieden en praktijksituaties. De aanpak die in rekenen & wiskunde is aangeleerd moet bij de docenten van andere vakken bekend zijn en zo veel mogelijk worden gebruikt.

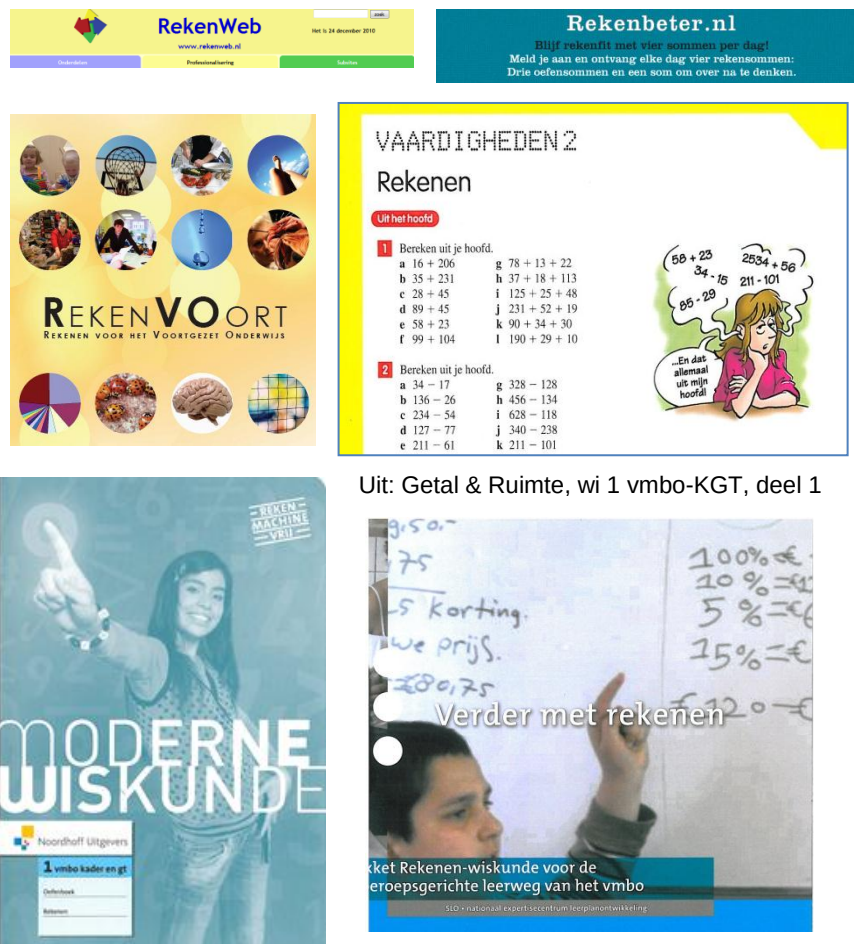
3.5 Implementatie van de verbetermaatregelen

De verbetermaatregelen hebben veelal betrekking op een combinatie van leerinhouden en leeractiviteiten. Bij een bepaalde leerinhoud worden maatregelen getroffen die tot doel hebben dat leerlingen bepaalde leerdoelen beter en/of duurzamer beheersen. Bij de implementatie van deze maatregelen worden de overige aspecten van het curriculaire spinnenweb nader uitgewerkt, zoals:

- welke docenten ingezet worden;
- hoeveel (les)tijd er gepland wordt;
- worden leerlingen uit verschillende doelgroepen in aparte groepen geplaatst of juist niet;

- welke leermaterialen er gebruikt worden;
- hoe de toetsing plaatsvindt.

Er is inmiddels al een ruim aanbod aan rekenmaterialen op de markt verschenen in gedrukte of digitale vorm, maar ook als paragrafen in wiskundemethoden.



Uit: Getal & Ruimte, wi 1 vmbo-KGT, deel 1



Figuur 11 Een palet aan beschikbare rekenmaterialen.

Bij de keuze van rekenmateriaal speelt een aantal overwegingen een rol.

- Welk doel dient het rekenmateriaal?
- Voor welk(e) referentieniveau(s) is het materiaal bedoeld?
- Voor welke doelgroep(en) is het bestemd?
- Welke (categorie van) leerinhouden staan centraal?
- Welke leeractiviteiten staan centraal?
- In hoeverre sluit de rekendidactiek aan bij die uit het primair onderwijs?

In de onderstaande voorbeelden geven enkele methoden uitleg over hun doelstellingen.

Oefenboek rekenen

De Oefenboeken rekenen bieden een volledig doorlopende leerlijn rekenen op papier. Elk oefenboek bestaat uit ruim 30 lessen. Ruim voldoende materiaal voor één uur rekenen in de week of om extra oefenopdrachten aan uw leerlingen te geven. In de oefenboeken zijn de opdrachten zo geschreven dat uw leerlingen ze uit het hoofd of met pen en papier kunnen maken.

Netwerk biedt met *RekenNet*: een volledige leerlijn rekenen voor het vmbo. *RekenNet* heeft een doelgerichte, no-nonsense aanpak, met veel oefening, zoals u dat van *Netwerk* gewend bent.

Bij ieder rekenboek hoort een toegangscode voor het digitale materiaal. Hier kiest uw leerling een niveau: vmbo basis of kgt. Bij ieder thema staat een diagnostische toets, zodat uw leerling meteen ziet welk niveau hij of zij heeft. Via het leerlingvolgsysteem zijn alle scores ook voor u zichtbaar. Ook zijn er rekengames en applets om de vaardigheden nog beter in te slijpen. Daarnaast is er een Docentenpakket met een handleiding, de uitwerkingen en twee proefwerken per hoofdstuk.

Het derde klasboek bereidt uw leerlingen voor op het referentieniveau 2F. Het vierde klasboek concentreert zich op het gericht oefenen voor de rekentoets met een diagnostische toets per thema en veel herhalingsoefeningen.

***Getal & Ruimte* biedt met de rekenboeken en het bijbehorende digitale rekenmateriaal een complete leerlijn rekenen, met als doel:**

- het oprispen en het blijven onderhouden van de basisrekenvaardigheden die de leerlingen al hebben opgedaan;
- het uitbreiden van die vaardigheden tot het gewenste niveau voor de rekentoets: 2F voor het vmbo en 3F voor het havo/vwo.

Van belang is het om rekenmaterialen te kiezen die passen bij de verbeterdoelen en –maatregelen uit de voorgaande analyse. Een mogelijkheid is om bij rekenmateriaal een matrix te maken met leerinhouden en leeractiviteiten en die over de gewenste situatie te leggen. Het wordt dan in één oogopslag duidelijk in hoeverre dit rekenmateriaal voorziet in een behoefte.

In het bijzonder verdient het aanbeveling oefen- en leermaterialen van elkaar te onderscheiden. Oefenmaterialen richten zich op consolidatie en onderhoud van vooral rekenvaardigheden. Leermaterialen hebben als doel rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden te verwerven.

Valkuil bij de selectie van rekenmaterialen is dat het materiaal leidend is in plaats van de verbeterdoelen en –maatregelen waar het materiaal een bijdrage aan kan leveren.

3.6 De rekenmachine

Speciale aandacht verdient de positie van de rekenmachine. Leerlingen in het primair onderwijs leren rekenen zonder gebruikmaking van de rekenmachine. In het voortgezet onderwijs is de rekenmachine tot nu toe altijd onder handbereik, ook bij het vak wiskunde. In de rekentoetsen zal een deel van de opgaven zonder rekenmachine gemaakt moeten worden. In de toetswijzers wordt gespecificeerd hoe groot het aandeel van rekenmachineloze opgaven is en welke soort berekeningen een leerling zonder rekenmachine moet kunnen uitvoeren. Dit zullen voornamelijk

bewerkingen uit referentieniveau 1F zijn die in het primair onderwijs verworven en geconsolideerd zijn en in het voortgezet onderwijs mogelijk opnieuw verworven, maar in elk geval onderhouden moeten worden. Merk op dat referentieniveau 1F niet de gehele rekenleerstof uit het primair onderwijs omvat.

Betekent het bovenstaande dan de komst van standaardprocedures zoals staartdelingen, kolomsgewijs optellen en aftrekken van rechts naar links, enzovoorts in het voortgezet onderwijs?

Voorbeelden van handig rekenstrategieën zijn:

- $16 \times 25 = 8 \times 50 = 400$
- $4 \times 9,75 = 4 \times 10 - 4 \times 0,25 = 40 - 1 = 39$
- $7 \times 8 = 5 \times 8 + 2 \times 8 = 40 + 16 = 56$
- $45 \times 8 = 40 \times 8 + 5 \times 8 = 320 + 40 = 360$
- $2012 : 4 = 2000 : 4 + 12 : 4 = 500 + 3 = 503$
- $44 + 98 = 44 + 100 - 2 = 142$
- $1000 - 523 = 1 + 999 - 523 = 1 + 476 = 477$

Dat hoeft niet. Leerlingen

hebben zich in het primair onderwijs bekwaamd in zogenaamde 'handig reken'-strategieën.

Handig rekenen bestaat uit een waaier van rekenstrategieën die elk erg efficiënt, maar beperkt toepasbaar zijn. Van alle strategieën tezamen is het toepassingsbereik echter relatief groot.

Veel berekeningen in de praktijk kunnen met een handig rekenstrategie uitgevoerd worden.

'Handig rekenen' is vooral geschikt voor leerlingen die voldoende inzicht hebben in welke situatie zich leent voor toepassing van welke strategie. Bij rekenzwakke leerlingen is dat inzicht niet altijd aanwezig. Zij zullen meer moeite hebben met handig rekenen en sneller een beroep doen op een - mogelijk inefficiënte - strategie die hen bekend is.

Om te voorkomen dat de rekenlessen een rekenmachinelos 'eilandje' vormen in het lesrooster van de leerling, kan de school er voor kiezen om ook in andere vakken het gebruik van de rekenmachine te beperken. In dat geval is het raadzaam een schoolbrede afspraak te maken welke berekeningen een leerling zonder rekenmachine moet kunnen uitvoeren. De lijst uit de rubriek Gebruiken van het domein Getallen van referentieniveau 1F en 1S uit het Referentiekader kan hierbij behulpzaam zijn. Deze lijst is in bijlage B opgenomen.

3.7 Contacten met het primair onderwijs

Dit hoofdstuk richt zich tot nu toe op het verhelpen of beperken van de effecten van beheersingsproblemen door middel van verbeteringen in het rekencurriculum van de school zelf. Blijken (ook) communicatieproblemen de rekenambitie van de school in de weg te staan, dan vragen ook die problemen om een oplossing. Bij communicatieproblemen tussen primair en voortgezet onderwijs kunnen contacten met aanleverende po-scholen hun dienst bewijzen. Sommige scholen richten een netwerk waarin de po-scholen samen met de vo-school hun contacten onderhouden. Op regelmatige basis vinden er netwerkbijeenkomsten plaats.

- Onderwijsland op Texel is heel overzichtelijk. We gaan er vanuit dat alle leerlingen van de (12) Texelse basisscholen bij ons terecht komen. Ideaal dus om een doorgaande lijn rekenen te realiseren.
- Vorig schooljaar hebben we een werkgroep "Doorlopende leerlijn rekenen PO-VO" in het leven geroepen die tot nu toe 6 x bij elkaar geweest is. Een ruime meerderheid van de Texelse basisscholen is hierin vertegenwoordigd.
- We hebben ons uitvoerig georiënteerd op elkaars rekenonderwijs (elkaar verteld wat we inoefenen in ons rekenonderwijs, welke methodes gebruikt worden, welke hulpmiddelen, welke strategieën we aanleren enz.)
- We hebben onze leerlingen uitgebreid schriftelijk bevraagd over de ervaring met de overgang van PO naar VO.
- Inmiddels is in april 2010 ook een studiedag rekenen geweest, waarbij zowel (bijna) alle Texelse basisscholen als de OSG vertegenwoordigd waren. In het nieuwe schooljaar volgen zeker nog twee bijeenkomsten.

Figuur 12 Opzet van een po-vo-netwerk op Texel.

Gespreksonderwerpen in een dergelijk po-vo-netwerk kunnen onder andere zijn:

- leerinhouden;
- leeractiviteiten;
- rekendidactiek en rekenstrategieën;
- lesmethoden;
- de rol van de rekenmachine.

Uit een verslag van een netwerkbijeenkomst:

'De ochtendsessie over de breukenlijn was volgens mij informatief. Uit de reacties om mij heen merk ik dat er toch weinig bekend is van de voorkennis van de leerling die binnenkomt. Er worden aannames gemaakt over de kennis van de leerling die niet juist is (of niet volledig). En wat een leerling in het eerste jaar eigenlijk als nieuwe kennis krijgt (dus voor het eerst voor de kiezen).'

Onbekendheid tussen po en vo over bijvoorbeeld rekendidactiek wordt geïllustreerd in onderstaande figuur, waarin een twee methoden in beeld gebracht worden om de deling $431 : 12$ uit te voeren.

$ \begin{array}{r} 431 : 12 \\ \underline{360} \\ 71 \\ \underline{60} \\ 11 \end{array} $ 30×12 5×12 $35 \times 12, \text{ rest}$	$ \begin{array}{r} 12 \overline{) 431} \quad \backslash 35 \\ \underline{36} \\ 71 \\ \underline{60} \\ 11 \end{array} $
---	---

Figuur 13 Twee methoden om $431 : 12$ te berekenen.

Communicatieproblemen kunnen zich voordoen als een vo-docent een staartdeling van een leerling verwacht, terwijl de leerling enkel de andere methode (de zogenaamde hapmethode) kent. Deze leerling kan wel een deling uitvoeren, maar geen staartdeling toepassen.

4. Het Referentiekader rekenen

4.1 Overzicht

Het Referentiekader rekenen is in eerste aanleg ontwikkeld als een soort meetlat waarlangs examenprogramma's, kerndoelen, enzovoorts gelegd kunnen worden met als doel het 'rekengehalte' in de examenprogramma's, kerndoelen en/of leerplannen te kunnen bepalen.

Gaandeweg echter heeft het Referentiekader meer de status van toetskader gekregen met rekendoelen waarvan beheersing door leerlingen op bepaalde momenten in hun schoolloopbaan vereist is. In deze handreiking zullen wij dit uitgangspunt hanteren.

Het rekenreferentiekader bestaat uit zes referentieniveaus. Deze niveaus dragen elk een nummer (1, 2 of 3) en een letter (F of S). Het nummer verwijst naar het moment in de schoolloopbaan waarvoor het betreffende referentieniveau van toepassing is en de lettercode staat voor fundamenteel niveau of streefniveau.

Volgens het Referentiekader dient een leerling:

- referentieniveau 1F of 1S te beheersen aan het einde van de basisschool;
- referentieniveau 2F te beheersen aan het einde van een beroepsgerichte leerweg van het vmbo en bovendien aan het einde van een niveau 2-opleiding in het middelbaar beroepsonderwijs;
- referentieniveau 2S te beheersen aan het einde van de onderbouwperiode in havo en vwo en aan het einde van de theoretische leerweg van het vmbo;
- referentieniveau 3F te beheersen aan het einde van een niveau 4-opleiding in het middelbaar beroepsonderwijs;
- referentieniveau 3S te beheersen aan het einde van havo en vwo.

In het vervolg van dit hoofdstuk zal blijken dat de wet- en regelgeving hier van afwijkt.

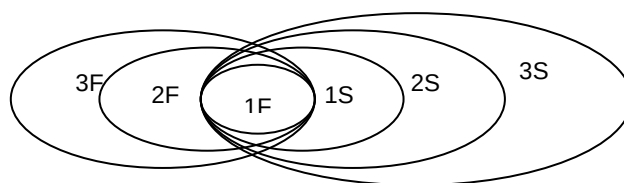
In tegenstelling tot het Referentieniveau taal vormen de streefniveaus geen surplus op de fundamentele niveaus. De opeenvolging van streefniveaus 1S – 2S – 3S vormt naast de opeenvolging van fundamentele niveaus 1F – 2F – 3F een afzonderlijk spoor. Leerlingen bereiken in het primair onderwijs referentieniveau 1F of 1S en vervolgen hun weg langs hetzij het F- hetzij het S-spoor. Referentieniveau 1S bevat het huidige leerstofaanbod van het primair onderwijs. Referentieniveau 1F bevat een deel van dit leerstofaanbod.

De onderlinge relaties tussen de referentieniveaus wordt in onderstaande figuur beschreven. Daaruit blijkt dat elk referentieniveau in een spoor zijn onderliggend niveau omvat. Bovendien omvat referentieniveau 1S het niveau 1F. Verdere overlap tussen een F- en een S-niveau kan zich bij gelegenheid voordoen, maar wordt niet beoogd in het Referentiekader.

Over de drempels
met rekenen



Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen
Onderdeel van de eindrapportage van de Expertgroep
Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen



Figuur 14 Onderlinge samenhang van rekenreferentieniveaus.

Consequentie van deze figuur is dat een leerling die geacht wordt een bepaald referentieniveau te beheersen, ook de onderliggende referentieniveaus dient te beheersen. Dat heeft op zijn beurt tot gevolg dat onderhoud van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden uit een onderliggend referentieniveau noodzakelijk is.

Dit sluit aan bij de aanbevelingen van de Expertgroep. Kijkend naar de ondertitel van het rapport zien we dat de Expertgroep naast consolideren, gebruiken en verdiepen onderhoud van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden van belang acht.

Consolideren, onderhouden, gebruiken en verdiepen

Onderdeel van de eindrapportage van de Expertgroep

Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen

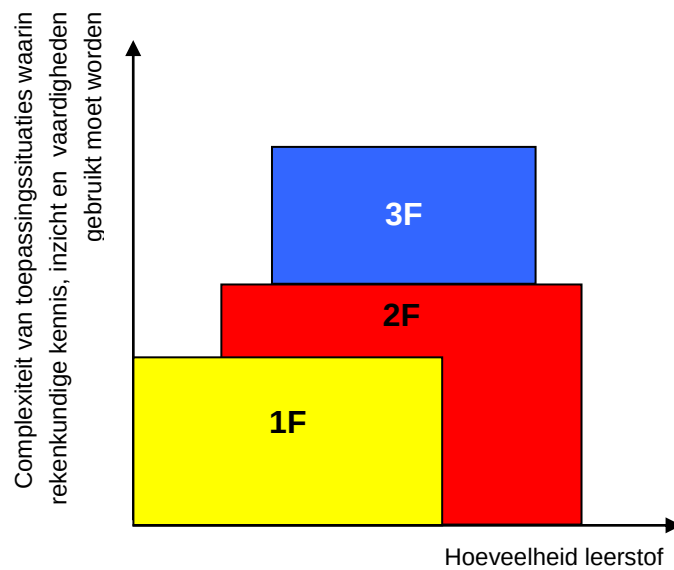
Figuur 15 Ondertitel van het rapport van de Expertgroep.

Met consolidatie wordt bedoeld dat kennis, inzicht en vaardigheden zodanig verankerd zijn in het geheugen van een leerling, dat ze vlot oproepbaar is en/of vlot ten uitvoer kunnen worden gebracht. Gebruiken en verdiepen wordt in de volgende paragraaf nader toegelicht.

4.2 Gebruiken en verdiepen

Het F- en het S-spoor in het Referentiekader hebben elk hun eigen karakter. De opeenvolging van referentieniveaus in het F-spoor zijn bestemd voor het beroepsonderwijs en richten zich als gevolg daarvan voornamelijk op het functioneel gebruik van rekenkundige vaardigheden in situaties uit beroep en burgerschap (= functioneel rekenen). Een leerling beheerst functioneel gebruiksvaardigheden als hij in staat is een rekenkundig probleem of een probleem met een rekenkundige component uit de context van beroep of burgerschap op te lossen. Daarbij gaat het niet alleen om het kunnen uitvoeren van berekeningen, maar ook om vormen van probleemanalyse, specificatie van berekeningen, nabewerken van uitkomsten en een oplossing die zodoende gevonden is, af te zetten tegen de oorspronkelijke probleemstelling. Hier zien we wat de Expertgroep bedoelt met "gebruiken" in de ondertitel van het rapport.

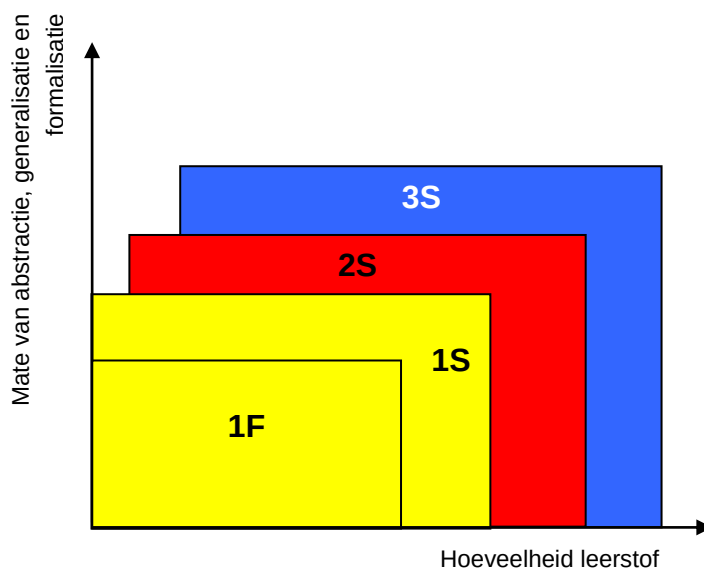
De opbouw van de referentieniveaus kent in het F-spoor twee richtingen. Enerzijds kan een referentieniveau rekendoelen bevatten die het gebruik van een rekenkundige vaardigheid uit een lager referentieniveau in een complexere context behelzen. Aan de andere kant kunnen er ook rekendoelen voorkomen die betrekking hebben op leerstof die geen deel uit maakt van onderliggende referentieniveaus. In onderstaande figuur wordt de opbouw van het F-spoor in deze richtingen verbeeld.



Figuur 16 Onderlinge samenhang tussen referentieniveaus in het F-spoor.

Uit deze figuur blijkt onder andere dat referentieniveau 3F inhoudelijk gezien niets toevoegt ten opzichte van 2F. De meerwaarde zit in het gebruik van de meerderheid van 2F-kennis, -inzicht en -vaardigheden in situaties met een hogere complexiteit. Verder blijkt dat delen van referentieniveau 1F en 2F geen vervolg kennen in een volgend referentieniveau.

Het S-spoor kenmerkt zich door een toenemende mate van abstractie, generalisatie en formalisatie van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden. Ook in dit spoor is sprake van verbreding van de hoeveelheid leerstof. Daarnaast vindt er verdieping plaats van reeds verworven kennis, inzicht en vaardigheden in de vorm van abstractie, generalisatie en formalisatie. De onderlinge samenhang in de referentieniveaus wordt in de onderstaande figuur tot uitdrukking gebracht.



Figuur 17 Onderlinge samenhang tussen de referentieniveaus in het S-spoor.

Om het verschil tussen F- en S-spoor nader te verhelderen wordt in het vervolg een voorbeeld gegeven waarin door middel van een opgave en zijn oplossingswijze dit verschil toegelicht wordt.

Onderstaande doos is 10 cm lang, 5 cm breed en 2 cm hoog. Hoe verandert de inhoud als de doos twee keer zo hoog zou zijn? Antwoord: de doos heeft een inhoud van $10 \times 5 \times 2 = 100 \text{ cm}^3$. Als de doos twee keer zo hoog wordt, is zijn inhoud gelijk aan $10 \times 5 \times 4 = 200 \text{ cm}^3$. De inhoud wordt twee keer zo groot.



Bron afbeelding: <http://www.rajapack.nl>

Op referentieniveau 2S worden leerlingen geacht deze effecten in zijn algemeenheid te kunnen beschrijven op basis van gelijkvormigheid en zouden ze in staat moeten zijn de volgende vraag te kunnen beantwoorden zonder dat de afmetingen van de doos gegeven zijn: van een balkvormige doos wordt de hoogte verdubbeld. Welk gevolg heeft dat voor zijn inhoud?

4.3 Rekendoelen

Het Referentiekader rekenen bestaat uit een verzameling rekendoelen. Deze rekendoelen hebben betrekking op een viertal domeinen, te weten:

- getallen
- verhoudingen
- meten en meetkunde
- verbanden.

In elk van deze domeinen worden telkens drie onderdelen onderscheiden:

- A notatie, taal en betekenis
- B met elkaar in verband brengen
- C gebruiken.

Rekendoelen uit onderdeel A hebben

betrekking op het kennen, kunnen gebruiken en begrijpen van rekenkundige begrippen, notaties, schrijfwijzen en dagelijks taalgebruik. De rekendoelen van onderdeel B hebben betrekking op de onderlinge relatie tussen verschillende representaties van rekenkundige objecten. Bij onderdeel C gaat het om het gebruiken van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden bij het oplossen van reken- en soms ook redeneerproblemen.

Binnen een onderdeel tenslotte kent het Referentiekader drie soorten van rekendoelen:

- paraat hebben
- functioneel gebruiken
- weten waarom.

Voorbeelden

- Uit onderdeel A: kunnen noteren van grote getallen in de wetenschappelijke notatie, dagelijks taalgebruik rondom verhoudingen (per..., ... op ...) kunnen herkennen, een schrijfwijze als -3°C kunnen lezen als drie graden vorst.
- Uit onderdeel B: meeteenheden in elkaar kunnen omrekenen, bij een tabel een grafiek kunnen tekenen, van een ruimtelijk object zijn plaats in de ruimte kunnen aanwijzen op basis van enkele foto's.
- Uit onderdeel C: twee breuken met elkaar kunnen vermenigvuldigen, bij een rekenprobleem de juiste berekeningen kunnen specificeren.

Onder 'Paraat hebben' staan kennis, inzicht en vaardigheden vermeld waarvan leerlingen geacht worden die vlot te kunnen oproepen en/of ten uitvoer te brengen. 'Functioneel gebruiksdoelen' hebben veelal betrekking op voor- en na-traject bij de oplossing van een rekenkundig contextprobleem en 'Weten waaromdoelen' vereisen van leerlingen begrip, inzicht en redeneervermogen.

Zodoende ontstaat een getrapte indeling van rekendoelen, zoals in het volgende voorbeeld te zien valt.

	2 - fundament	3 - fundament
C Gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben
– In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen	– rekenen met samengestelde grootheden (km/u, m/s en dergelijke): Een auto rijdt 50 km/u. Welke afstand wordt in 2 seconden afgelegd? – bepalen op welke (eenvoudige) schaal iets getekend is, als enkele maten gegeven zijn – uitvoeren procentberekeningen: Inkoop prijs is € 75,-. Wat wordt de prijs inclusief btw? – verhoudingen met elkaar vergelijken en daartoe een passend rekenmodel kiezen, bijvoorbeeld verhoudingstabel: Welk sap bevat naar verhouding meer vitamine C?	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– vergroting als toepassing van verhoudingen: Een foto wordt met een kopieermachine 50% vergroot. Hoe veranderen lengte en breedte van de foto?	– succesvolle strategie hebben om verhoudingsprobleem aan te pakken – omzetten naar standaard verhouding: 344 auto's per 1000 inwoners is ongeveer 1 per – rekenen met schaal en bepalen op welke schaal iets getekend is
	Weten waarom	Weten waarom
	– Waarom mag je soms percentages bij elkaar optellen bij berekeningen?	

Figuur 18 Overzicht rekendoelen voor referentieniveau 2F en 3F uit onderdeel C van het domein Verhoudingen.

4.4 Wet- en regelgeving

Nadat de Expertgroep rekenen zijn resultaten had gepubliceerd, heeft de Rijksoverheid een wetgevingstraject gestart met als doel een wettelijke verankering van het Referentiekader te bewerkstelligen. In de Wet op de Referentieniveaus wordt onder andere bepaald welk referentieniveau in welke onderwijssector door de leerlingen beheerst dient te worden. Volgens deze wet dient de leerling:

- referentieniveau 1F of 1S te beheersen aan het einde van de basisschool;
- referentieniveau 2F te beheersen aan het einde van een alle leerwegen van het vmbo en bovendien aan het einde van een niveau 2 of een niveau 3-opleiding in het middelbaar beroepsonderwijs;
- referentieniveau 3F te beheersen aan het einde van havo en vwo en van een niveau 4-opleiding in het middelbaar beroepsonderwijs.

Zoals beschreven wordt alle leerlingen uit het voortgezet onderwijs in het laatste jaar van hun schoolloopbaan een rekentoets afgenomen. Leerlingen uit het middelbaar beroepsonderwijs leggen een centraal ontwikkeld examen rekenen/wiskunde af. Om scholen en toetsconstructeurs duidelijkheid te verschaffen over de rekentoetsen worden zogenaamde rekentoetswijzers ontwikkeld. Deze toetswijzers zijn vergelijkbaar met een examensyllabus voor een regulier schoolvak en zullen door SLO gepubliceerd worden.

Het verschil met de aanbevelingen van de Expertgroep is gelegen in het feit dat voor vmbo-tl referentieniveau 2F van toepassing is in plaats van 2S en dat voor havo en vwo referentieniveau 3F in plaats van 3S is voorgeschreven.

4.5 Consequenties voor een school

Het bovenstaande zal voor veel scholen reden zijn om in een of andere vorm rekenonderwijs aan haar leerlingen aan te bieden. Een belangrijke vraag daarbij is uit welke leerinhouden een rekencurriculum dient te bestaan. Onlangs zijn de kerndoelen wiskunde voor de onderbouw en de examenprogramma's van alle wiskundevakken in vwo, havo en vwo onderzocht op overeenstemming met het Referentiekader rekenen (Van Gulik, 2010) (Schmidt, 2010).

Conclusie van dit onderzoek is dat de rekendoelen uit de verschillende referentieniveaus in grote meerderheid voorkomen in de kerndoelen en examenprogramma's of daar voorkennis voor vormen. Rekendoelen die buiten de boot vallen, hebben vooral betrekking op het kunnen uitvoeren van standaardberekeningen zonder gebruikmaking van de rekenmachine en zijn afkomstig uit referentieniveaus 1F en 1S - die zoals beschreven deel uit maken van de hogere referentieniveaus. Op basis van de onderzoeksconclusies kan een schema gemaakt worden van welke referentieniveaus leerlingen bij aanvang van de vo-opleiding geacht worden te beheersen, welk referentieniveau hen in de onderbouw en in de bovenbouw wordt aangeboden als onderdeel van een wiskundevak, leerstof uit welk(e) referentieniveau(s) zij daarnaast nog dienen te verwerven en leerstof uit welk(e) referentieniveau(s) zij gedurende hun schoolloopbaan dienen te onderhouden.

Tabel 2: Overzicht van referentieniveaus rekenen per schoolsoort.

In het geval een referentieniveau tussen haakjes vermeld staat, wordt de leerstof van het betreffende referentieniveau ten dele aan de leerlingen aangeboden of dient aangeboden te worden.

<i>Leerling-groep</i>	<i>Beheerst naar verwachting bij binnenkomst</i>	<i>Verwerft in de onderbouw</i>	<i>Verwerft in de bovenbouw</i>	<i>Dient daarnaast nog bij te leren</i>	<i>Dient onderhouden te worden</i>
vwo	1F + 1S	2S	3S	(2F) + 3F	1F
havo met wiskunde	1F + 1S	2S	3S	(2F) + 3F	1F
havo zonder wiskunde	1F + 1S	2S		(2F) + 3F	1F
vmbo-tl met wiskunde	1F + 1S	(2S)	2S	2F	1F
vmbo-tl zonder wiskunde	1F + 1S	(2S)		2F	1F
vmbo-bb/kb met wiskunde	1F	(2F)	2F		1F
vmbo-bb/kb zonder wiskunde	1F	(2F)		2F	1F

Bij dit schema zijn de volgende kanttekeningen te maken:

- Het schema beschrijft de situatie zoals die in wet- en regelgeving, kerndoelen en examenprogramma's beschreven is (het 'systeem'). Het schema heeft betrekking op alle leerlingen uit een gespecificeerde groep. Dat laat onverlet dat er leerlingen zullen zijn die bij binnenkomst de gespecificeerde referentieniveaus in onvoldoende mate blijken te beheersen en/of waarbij de verwerving van referentieniveaus in onder- of bovenbouw in onvoldoende mate plaats vindt. Dergelijke individuele problemen verdienen naast het leerstofaanbod aan alle leerlingen oplossingen op individueel niveau.
- Welke delen van referentieniveau 1F in de rekentoetsen aan bod komen en als gevolg tenminste onderhouden dienen te worden, is nader gespecificeerd in de rekentoetswijzers. Dat geldt ook voor de delen uit referentieniveau 2F in de rekentoetsen voor havo en vwo.
- Het is waarschijnlijk dat leerlingen die referentieniveau 2S respectievelijk 3S beheersen niet veel moeite zullen hebben de rekendoelen uit referentieniveau 2F respectievelijk 3F te bereiken. Dat betekent niet dat verwerving van deze rekendoelen geheel zonder onderwijsinspanning plaats kan vinden.

5. Achtergrondartikelen

Dit hoofdstuk bevat enkele artikelen die tot doel hebben de lezer enige achtergrondinformatie te verschaffen die betrekking heeft op rekenen en rekendidactiek in het algemeen.

5.1 Rekenen, rekenen-wiskunde of toch wiskunde? Een terminologische kwestie

Inleiding: recente terminologische ontwikkelingen

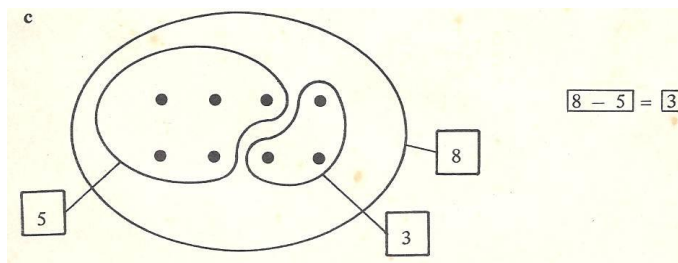
Met de invoering van het Referentiekader doorlopende leerlijnen (Meijerink, redactie, 2008) als wettelijk kader voor te bereiken leerdoelen op het gebied van het reken-wiskundeonderwijs lijkt er in Nederland een enigszins eigenaardige situatie te ontstaan wat betreft de gebruikte terminologie. In het rapport van de commissie Meijerink en de daaruit voortvloeiende wetgeving wordt namelijk voor het complete vakgebied rekenen-wiskunde zoals dat in het basisonderwijs in het leerplan is opgenomen, consequent de term *rekenen* gebruikt. Dit in tegenstelling tot de meeste andere vakpublicaties en andere wetten (zoals de wet op het basisonderwijs) waarin de term *rekenen-wiskunde* wordt gehanteerd. Hiermee lijken we in terminologisch opzicht terug te keren naar de jaren '60 van de vorige eeuw. Toen was de situatie zo dat in de toenmalige lagere school het vak rekenen op het programma stond terwijl in het voortgezet onderwijs wiskunde werd onderwezen. Daarnaast was er in het voortgezet onderwijs veelal enige aandacht voor een vorm van voortgezet rekenen.

Natuurlijk zijn er ook verschillen met die tijd. Destijds was rekenen ook echt rekenen in de zin dat het in het onderwijs voor het overgrote deel om het verwerven van kennis en vaardigheden rond de vier hoofdbewerkingen ging, uitgevoerd met hele getallen, kommagetallen, breuken, procenten, enzovoorts. Nu wordt een veel breder leerstofdomein tot het vakgebied gerekend. Zo wordt in het rapport van de commissie Meijerink een indeling aangehouden in vier domeinen, te weten 'getallen' (inclusief bewerkingen), 'verhoudingen', 'verbanden' en 'meten en meetkunde'. Deze indeling komt deels overeen met gangbare indelingen in vakpublicaties en wettelijke beschrijvingen zoals bij de kerndoelen, de TAL-brochures, de TULE-website, en dergelijke. Maar daar wordt de term 'rekenen' veelal voorbehouden aan het eigenlijke rekenen in de zin van getallen en hoofdbewerkingen, terwijl andere gebieden zoals meten en meetkunde, grafieken en geld als aparte domeinen worden aangemerkt.

Bekijken we deze kwestie vanuit een internationaal perspectief, dan lijkt de situatie nog wat vreemder. In vrijwel alle andere westerse en niet-westerse landen in de wereld wordt het vakgebied op het niveau van het basisonderwijs sinds de jaren '80 van de vorige eeuw aangeduid als 'mathematics', 'mathematique', 'Mathematik' en zo meer; kortom als wiskunde. Al met al roept dit de vraag op hoe dit kan. Terwijl in de rest van de wereld al jarenlang de term 'wiskunde' de gebruikelijke aanduiding is, lijken we in Nederland terug te keren van de term 'rekenen-wiskunde' naar de term 'rekenen'. Zijn er argumenten die een dergelijke afwijkende terminologie rechtvaardigen? En is er reden tot zorg over het feit dat er in het Nederlandse taalgebruik zowel in vakpublicaties als in de wetgeving sprake is van een zekere ambivalentie in de gehanteerde terminologie? In deze beschouwing gaan we nader op deze vragen in. Daarbij plaatsen we de ontwikkelingen in een historisch perspectief.

De overgang van 'arithmetic' naar 'mathematics' in de jaren '70

In de late jaren '50 en in de jaren '60 deed zich in veel landen een ingrijpende verandering in het toenmalige leerplan voor het basisonderwijs voor. Mede onder invloed van het 'Spoetnikeffect' – de voor Amerikanen totaal onverwachte lancering van de eerste Russische Spoetnik in 1957 - en de daaruit voortvloeiende bezinning in Amerika op inhoud en kwaliteit van het rekenonderwijs, werd radicaal gebroken met de traditionele, soms als mechanistisch omschreven benadering van het toenmalige rekenonderwijs (Treffers, 1987). Deze maakte plaats voor een benadering die het verwerven van inzicht benadrukte en die een wiskundige grondslag voor het leren rekenen voorstond in de vorm van het verkennen van wiskundige structuren. Deze grondslag kwam voort uit een wiskundig domein dat destijds als fundament van de wiskunde als vaksysteem sterk in de belangstelling stond, namelijk de verzamelingenleer. Zo diende een getal als 5 geïntroduceerd te worden als representatie van alle verzamelingen van 5 objecten terwijl optellen en aftrekken als respectievelijk het samenvoegen en uiteenleggen van twee verzamelingen opgevat diende te worden. Tevens vond een sterke verbreding van de traditionele rekenleerstof plaats richting meer wiskundige inhoud zoals logica, relaties en functies, meetkunde en kansrekening. De eigen denkactiviteit van de leerling alsmede het verwerven van inzicht in fundamentele wiskundige eigenschappen zoals commutativiteit en distributiviteit kreeg daarbij een veel grotere nadruk.



Afbeelding uit de Handleiding van de *New Math*-methode 'Denken en rekenen' (Van Oirschot, e.a., 1972) waarin het aftrekken wordt geïntroduceerd als het uiteenleggen van twee (disjuncte) verzamelingen.

Om de ontwikkeling van inzicht te bevorderen werd intensief gebruik gemaakt van concretisering van wiskundige structuren ('embodiments') zoals logiblokken en mab-materiaal.

De doos met logiblokken die op veel scholen op het niveau van groep 1 t/m 4 gebruikt werd (en soms wordt) als concretisering van een logische wiskundige structuur.



Om deze veranderingen ook in de taal tot uitdrukking te laten komen, werd de term *rekenen* op grote schaal vervangen door de term *wiskunde*. Van nu af aan heette het bijvoorbeeld 'Mathematik in der Grundschule' (Duitsland) terwijl de titel van een gerenommeerd vakblad als het Amerikaanse 'The Arithmetic Teacher' werd omgedoopt tot 'The Mathematics Teacher'.

In veel landen kwam deze terminologische overgang zonder slag of stoot tot stand. Het gebruik van 'Math' als verkorte aanduiding voor het vakgebied raakte onder leerlingen, leraren en ouders al spoedig geheel ingeburgerd.

Naderhand hebben zich in veel landen waar de *New Math*-benadering geïntroduceerd werd, zowel didactisch als qua leerstofinhouden nog weer de nodige aanpassingen en uitwerkingen voorgedaan. Dit geldt bijvoorbeeld voor de toegenomen aandacht voor 'whole class teaching' en 'mentalcalculation' in Engeland, alsmede voor de nadruk op 'number sense' en 'numeracy' in het Amerikaanse leerplan. Maar de terminologie als zodanig is over de hele wereld onverkort gehandhaafd. De overkoepelende benaming is wiskunde ('mathematics') en daaronder valt behalve rekenen ('arithmetic') onder andere ook 'measurement' (meten), 'geometry' (meetkunde) en 'graphic representations' (grafieken).

Ontwikkelingen in Nederland: van rekenen naar rekenen-wiskunde

De *New Math*-benadering werd niet overal met open armen ontvangen. Er ontstond een brede, internationale oppositiebeweging die betoogde dat de voorgestelde wiskundige grondslag levensvreemd en niet kindgericht was, terwijl het gebruik van de beoogde concretisering de toepasbaarheid van reken-wiskundige kennis in de weg zou staan. In Nederland mondde deze oppositie onder aanvoering van de vooraanstaande wiskundige Freudenthal uit in een pleidooi voor een eigen ontwikkeling van het toenmalige rekenonderwijs. Dit pleidooi werd door de overheid gehonoreerd in de oprichting van het IOWO (Instituut voor Ontwikkeling van het WiskundeOnderwijs) dat geacht werd voor ons land een eigen richting te creëren. In eerste instantie pleitte dit instituut voor verlevendiging van het traditionele rekenonderwijs, met meer aandacht voor gevarieerde oefenvormen, voor spel- en puzzelachtige activiteiten, en voor meer interactie in de klas. Op de langere termijn werd met name door de afdeling Wiskobas van het IOWO een nieuw vakinhoudelijk en didactisch concept ontwikkeld dat naderhand als de realistische onderwijsbenadering bekendheid zou krijgen. Aan de ene kant vertoonde dit concept overeenkomsten met de *New Math*-benadering door de nadruk op de eigen denkactiviteit van leerlingen, het verwerven van inzicht en de leerstofverbreding naar relatief nieuwe domeinen zoals meetkunde en kansrekening. Aan de andere kant waren er duidelijke verschillen door de nadruk op het aansluiten bij de eigen, informele kennis van leerlingen, het gebruik van alledaagse situaties en thema's (contexten) als vertrekpunt voor het onderwijs en het proces van geleidelijke niveauverhoging dat werd aangeduid als 'mathematiseringsproces'.

Om enerzijds de continuïteit met het traditionele rekenonderwijs te benadrukken en anderzijds de leerstofinhoudelijke en didactische innovaties aan te duiden, werden de termen rekenen-wiskunde en reken-wiskundeonderwijs geïntroduceerd. Deze zijn geleidelijk aan steeds meer tot het gangbare vakinhoudelijke en beleidsmatige taalgebruik gaan behoren. In het Engels wordt de realistische onderwijsbenadering gewoonlijk als RME ('Realistic Mathematics Education') omschreven. De termen wiskunde en wiskundeonderwijs bleven zodoende in Nederland voorbehouden aan het voortgezet onderwijs, in het bijzonder als aanduiding voor abstractere domeinen die op het rekenen voortbouwen zoals algebra, meetkunde, goniometrie, tweedegraads functies, enzovoorts.

In de jaren '90 kreeg de realistische onderwijsbenadering een steeds verdere en gedetailleerdere uitwerking in de in het onderwijs gebruikte reken-wiskundemethoden. Geleidelijk aan veroverden deze methoden een dominante marktpositie. Recentelijk is er, met name als gevolg van signalen over teruglopende leeropbrengsten, overigens veel discussie over de realistische onderwijsbenadering geweest. Deze heeft geleid tot een fundamentele bezinning op deze benadering, als gevolg waarvan de nieuwste versie van realistische methoden meer accent op oefenen, instructie en het inslijpen van vaardigheden gingen leggen.

Bovendien worden nieuwe, als neo-traditioneel omschreven methoden geïntroduceerd die een sterkere nadruk leggen op automatiseren van basiskennis en inoefenen van standaardprocedures.

Wiskunde als proces en als product

Puur vanuit de leerstofinhoud gezien lijkt de introductie van de term wiskunde als aanduiding voor wat daarvoor rekenen heette, niet erg logisch. Wiskunde werd (en wordt soms nog) primair geassocieerd met de hierboven aangeduide abstractere, 'hogere' domeinen zoals algebra, negatieve getallen en goniometrie - domeinen die wel op een goede kennis van het rekenen voortbouwen maar die daar qua abstractieniveau ver bovenuit stijgen. Weliswaar vond in het kader van New Math en van RME een verbreding van de leerstofinhoud naar domeinen zoals meetkunde en kansrekening plaats, maar het rekenen (veelal aangeduid als het rekensysteem) bleef in het leerplan toch een sterk dominante plaats houden. Echter, vanuit een didactisch en leerpsychologisch standpunt leek de overgang naar de term wiskunde juist wel aan te bevelen. Het ging immers om een tamelijk ingrijpende didactische en vakinhoudelijke aanpassing waarbij de onderwijsdoelen in hoge mate verschoven richting het leren logisch te redeneren, het verwerven van inzicht in wiskundige structuren, eigenschappen en relaties en het leren toepassen van reken-wiskundige kennis. Hoewel de richting waarin het rekenonderwijs zich in Nederland ontwikkelde afweek van die in de meeste andere landen, was er in zoverre ook overeenstemming dat de bovengenoemde zaken (en dus een meer wiskundige benadering van het leren rekenen) evenzeer van belang geacht werden.

Om het onderscheid tussen de verschillende betekenissen van de term wiskunde nader te verduidelijken, lijkt het aan te bevelen om een onderscheid te maken tussen wiskunde als proces en als product. Dit sluit aan bij een vergelijkbaar onderscheid dat begin jaren '70 door auteurs van Wiskobas werd gemaakt (Ma-Tema-Tica, 1973). Daarbij werd betoogd dat wiskunde in ieder geval op drie manieren opgevat kan worden:

- wiskunde als wetenschappelijk eindproduct;
- wiskunde als een specifieke methode of benaderingswijze van problemen;
- wiskunde als menselijke activiteit.

Terwijl de wiskunde uit het voortgezet onderwijs primair gerelateerd is aan de eerste opvatting van wiskunde als wetenschappelijk eindproduct, is het vooral de combinatie van de tweede en derde opvatting die een directe binding heeft met het basisonderwijs. Kenmerkend voor deze opvatting is dat wiskunde beschouwd wordt als 'het ontdekken van regelmatigheden, patronen en structuren'; als het 'organiseren van een veld van ervaringen met specifieke middelen' waarbij de (mentale) objecten die dat oplevert (getallen, getalrelaties, bewerkingen, eigenschappen van bewerkingen, strategieën, procedures, ...) op hun beurt weer object van bestudering kunnen worden; en zo alsmaar door. Aldus beschouwd kan het leerproces opgevat worden als een proces van voortgaande mathematisering dat begint met elementaire verkenningen van de telrij en ruimtelijke vormen, en met het tellen van eenvoudige hoeveelheden; en dat voor sommige leerlingen in de bovenbouw van het voortgezet onderwijs doorloopt tot aan zulke abstracte concepten als imaginaire getallen en het principe van volledige inductie.

Meer in het algemeen zou men dus kunnen zeggen dat een aanduiding van 'rekenen' in het basisonderwijs vanuit een opvatting van wiskunde als proces de benaming 'wiskunde voor de basisschool' meer rechtvaardigt, terwijl vanuit een opvatting van wiskunde als product de benaming rekenen of rekenen-wiskunde meer op z'n plaats lijkt. De term 'rekenen-wiskunde' lijkt daarbij toch nog het meest in aanmerking te komen als meest geschikte karakteristiek van de wijze waarop het vakgebied in gangbare leerplandocumenten wordt beschreven.

Het gevaar van het kind met het badwater weggooien

Nu zou men kunnen stellen: zoveel maakt het toch niet uit, iedereen kon zich tot nu toe vinden in de term rekenen-wiskunde, dus waarom dan vanaf nu niet in de term rekenen? In het algemeen spraakgebruik in Nederland is deze term immers toch ook altijd tamelijk gangbaar gebleven. En dat men in het buitenland een afwijkende term (wiskunde) gebruikt, daar hoeven we toch ook niet wakker van te liggen. Lastig is dan wel dat er in de officiële terminologie van de wetgeving een zekere ambivalentie is ontstaan doordat in de ene wet over 'rekenen' wordt gesproken, en de andere over 'rekenen-wiskunde'. Deze situatie lijkt, zeker voor buitenstaanders, niet bevorderlijk voor een goed begrip van waar het in dit vakgebied over gaat.

Belangrijk lijkt het verder dat voor alle betrokkenen duidelijk blijft dat het om meer gaat dan alleen maar het greep krijgen op getallen en op het uitvoeren van de vier hoofdbewerkingen daarmee. Het gaat zeker ook om zaken die hierboven al staan aangeduid en die zich in het leerplan een eigen positie hebben verworven zoals tijd en tijdsbesef, leren meten, ruimtelijke oriëntatie, grafieken en tabellen, enzovoorts.

En misschien nóg belangrijker lijkt het om goed voor ogen te houden dat er wezenlijke veranderingen hebben plaatsgevonden in de wijze waarop het onderwijsleerproces in de klas plaatsvindt. Het gaat daarbij zeker ook om het leren redeneren, om het leren doorzien van structuren en eigenschappen, om het leggen van relaties en dergelijke. Verwerven van inzicht door leerlingen is daarbij van doorslaggevend belang – en dan niet als iets dat voor sommigen is weggelegd terwijl anderen het maar zonder moeten doen, maar als iets dat voor alle leerlingen als grondslag voor het goed leren rekenen onmisbaar is. Als dat uit het oog zou worden verloren, dan dreigen we wellicht het kind met het badwater weg te gooien.

5.2 Rekenen in de onderbouw van het voortgezet onderwijs in historisch perspectief

Monica Wijers, najaar 2010

Inleiding

Rekenen heeft niet altijd op het rooster gestaan in het voortgezet onderwijs: het lijkt te komen en te gaan. In dit artikel kijk ik een stukje terug in de tijd: hoe zat het met rekenen.

De Mammoetwet

In 1968 werd de Mammoetwet van kracht: een grote stelselwijziging in het voortgezet onderwijs. Tegelijkertijd ging een volledig nieuw wiskundeleerplan van start in het hele voortgezet onderwijs. Wiskunde was een nieuw vak. Het leek nauwelijks op het rekenen van de basisschool. Veel leerlingen werkten uit *Moderne Wiskunde*, eerste editie en begonnen met verzamelingenleer, tekenden Venn-diagrammen en deelden getallen in in getalverzamelingen N , Z , Q en R . Wiskunde bestond uit veel symbolentaal en weinig berekeningen. Waarschijnlijk het enige rekenen was het klokrekenen: modulo 4 en 5 enzovoort.

Ook later werd er bij wiskunde weinig 'gewoon' gerekend, dat vak was blijkbaar afgesloten op de lagere school³. In het voortgezet onderwijs werd nog wel gerekend, vooral bij scheikunde: reactievergelijkingen, verhoudingsgewijs rekenen met mol, getallen met veel decimalen, en dat allemaal zonder rekenmachine, een hele klus.

³ Op het lhno de vroegere huishoudschool werd in die tijd nog wel gerekend, dat dateerde al van voor de Mammoetwet. Pas in 1973 werd het vak wiskunde (dat ook rekenen omvatte) officieel ingevoerd; tot het examenbesluit in 1976 lag het accent in de praktijk daarbij op rekenen (zie: 100 jaar wiskunde onderwijs pagina 287)

+	0	1	2	3
0	0	1	.	.
1	.	.	3	.
2	.	.	.	1
3	.	0	.	.

3 Alle uitkomsten van optellingen met de vier-uren-klok behoren tot de verzameling $\{0, 1, 2, 3\}$

Los nu de volgende vergelijkingen op, waarin de optellingen met de vier-uren-klok worden gemaakt en x dus een variabele is over $\{0, 1, 2, 3\}$

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| a. $x + 2 = 0$ | e. $x + 1 = 0$ | i. $x + 3 = 0$ |
| b. $x + 1 = 2$ | f. $1 = x + 3$ | j. $1 + x = 0$ |
| c. $2 = x + 3$ | g. $3 = x + 0$ | k. $x + 1 = 3$ |
| d. $x + 2 = 1$ | h. $x + 3 = 2$ | l. $x + 2 = 3$ |

In figuur 3.2 is een zes-uren-klok getekend.

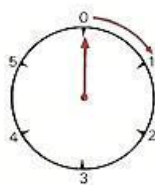


FIG. 3.2

Op deze klok is $4 + 3 = 1$ en $5 + 3 = 2$.
Ga dat na.

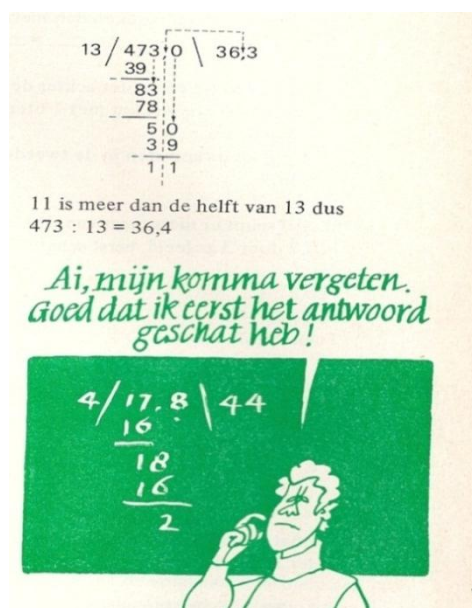
OPDRACHTEN

- 4 Maak een opteltabel voor het rekenen met de zes-uren-klok.

Figuur 19 Uit *Moderne Wiskunde*, Wolters Noordhoff, 1973, 1e editie, deel 1 voor de brugklas pag. 45.

Een grote sprong

In de onderbouw was in 1981 de verzamelingenleer inmiddels nagenoeg verdwenen uit de boeken en het basisschool-rekenen kwam weer voor: in ieder geval in een toen gebruikte methode Passen en Meten voor Ibo en mavo. De basisbewerkingen worden herhaald en in optel- en vermenigvuldigtabellen worden patronen ontdekt. Voor vermenigvuldigen wordt ook het rechthoekmodel gebruikt, en de daarvan afgeleide tabel, die later ook wordt gebruikt voor het vermenigvuldigen van kommagetallen en expressies als $(a + 5)(a + 14)$. De staartdeling wordt kort herhaald en verbonden met schatten en afronden en voor kommagetallen worden lengtematen als instap gebruikt.



Figuur 20 Uit Passen en meten, Wolters Noordhoff, 1979, deel 2, pag. 21.

Door de hele methode heen wordt het rekenen ook onderhouden op een vaak speelse manier. In de handleiding bij deel 3 (begin klas 2) lezen we daarover het volgende:
verder zijn er weer ter afwisseling puzzels en blokjes algoritmiek om (reken-) vaardigheden te oefenen.

Dat het rekenen weer terug is in lbo/mavo hangt waarschijnlijk samen met het werk dat in de periode tussen 1971 en 1981 gedaan werd door het in 1971 opgerichte Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (IOWO); de voorloper van het Freudenthal Instituut dat officieel de leerplanontwikkeling wiskunde tot taak had. In 1973 verscheen de handreiking: Wiskunde lbo, startpunt Leerplanontwikkeling, waarin ook het rekenen weer een plaats kreeg. In het project Wiskivon werden de ideeën uitgewerkt tot leerstofpakketjes voor de onderbouw.

Ook in die tijd van het IOWO was de aansluiting tussen basisonderwijs en voortgezet onderwijs actueel⁴. Het ging daarbij regelmatig over rekenen. Er wordt in de Wiskrant⁵ regelmatig over geschreven. Ook in die tijd blijken de leerlingen bij binnenkomst in het vo bijvoorbeeld nog vaak grote moeite te hebben met breuken. Om wat aan deze problematiek te doen werd door Wiskivon het pakketje breuken ontwikkeld. Er kwamen meer rekenpakketjes: Autowegen over kommagetallen, Procenten op de helling over procenten.

Aansluiting tussen basisonderwijs en voortgezet onderwijs

In 1983 kaart ook De Moor in de Nieuwe Wiskrant de aansluiting tussen basis en voortgezet onderwijs op het terrein van rekenen aan. Over dit aansluitprobleem schrijft hij (pagina 26):
Voor rekenen/wiskunde is het aansluitprobleem levensgroot. Er gaapt een immens gat tussen het rekenen op de lagere school en de wiskunde van de brugklas. Er valt geen enkele continuïteit te ontdekken tussen die sommen over procenten, breuken, decimale getallen en

⁴ Deze aansluitingsproblematiek is al veel ouder: In *100 jaar wiskundeonderwijs* (Goffree et al, 2000) beschrijft De Moor in hoofdstuk 15 over didactische pioniers, dat Kohnstamm en zijn medewerkers zich hier al vanaf ongeveer 1930 mee bezig hielden (pagina 197).

⁵ De Wiskrant werd in 1975 voor het eerst uitgegeven als projectbulletin van Wiskivon, waarin artikelen en gedeelten van het nieuw ontwikkelde lesmateriaal werden gepubliceerd. In 1981 werd de Wiskrant opgevolgd door de Nieuwe Wiskrant.

verhoudingen op de lagere school en de wiskundestart in het vo met verzamelingen, letterrekenen en spiegelen. Op vele scholen voor vo wordt op het rekenen niet teruggekomen, in feite wordt verondersteld dat 'de lagere schoolstof' afgerond is, door de leerlingen gekend wordt en niet vergeten.

In het artikel zelf wordt over het toenmalige rekenonderwijs in de basisschool opgemerkt: *Het rekenonderwijs in het basisonderwijs wordt vaak als een technische aangelegenheid gezien: het is productgericht: je moet alleen vlot en vaardig kunnen cijferen. Daardoor is er te weinig ruimte voor begripsvormende activiteiten en vooral voor het ontwikkelen van een wiskundige attitude.*

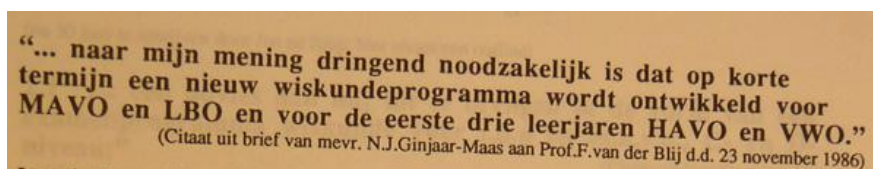
Over het voortgezet onderwijs zegt De Moor:

Het wiskundeonderwijs in het vo laat de mogelijkheden om aan te sluiten bij datgene waar men op de lagere school gestopt is liggen. In het algemeen wordt er in het vo op een veel abstracter niveau ingestapt, waarbij de rekenkennis van het basisonderwijs ternauwernood nog een rol van betekenis speelt.

De Moor geeft diverse aanzetten tot oplossingen die mogelijk zijn zonder een drastische leerstofherordening. Het gaat dan om aanpassingen in de didactiek en om samenwerking: *Om deze aansluitingsproblematiek op te lossen, zal er heel wat moeten veranderen. Een eerste stap in die richting zou gedaan kunnen worden door onder andere in het basisonderwijs meer aandacht te besteden aan het inzichtelijk aanleren van rekenvaardigheden, aan het gebruiken van algoritmen in toepassingen, aan begripsvormende activiteiten en het ontwikkelen van een wiskundige attitude, aan het werken met visualiseringen en modellen. Ook het voortgezet onderwijs zou haar steentje bij kunnen dragen door meer aandacht aan het rekenen te besteden. Wil men de aansluiting echt plaats doen vinden, dan zijn goede samenwerkingsverbanden noodzakelijk.*

Inmiddels werd er nog steeds druk gewerkt aan de vernieuwing van het rekenonderwijs en de didactiek op de basisschool. De educatieve uitgevers vernieuwden geleidelijk aan hun rekenmethoden in de richting van wat later realistisch reken/wiskundeonderwijs is gaan heten. In de bovenbouw van het vwo vond ook een drastische vernieuwing plaats. Deze vernieuwing werd vanaf 1978 voorbereid en in 1981 startte het Hewet-project⁶ met het ontwikkelen van het nieuwe vak wiskunde A, bedoeld voor leerlingen die later in hun studie in sociale of economische wetenschappen het vak wiskunde alleen als hulpwetenschap nodig hebben.

Tussen deze vernieuwingen in het basisonderwijs en de bovenbouw van het vwo (en later havo) lag een nog onontgonnen gebied: de onderbouw van het voortgezet onderwijs en de examenprogramma's van lbo en mavo. Staatsecretaris Ginjaar- Maas wees in 1986 in een brief aan professor Van der Blij (directeur van het OW&OC) op de noodzaak van een vernieuwing in dat gebied.



“... naar mijn mening dringend noodzakelijk is dat op korte termijn een nieuw wiskundeprogramma wordt ontwikkeld voor MAVO en LBO en voor de eerste drie leerjaren HAVO en VWO.”
(Citaat uit brief van mevr. N.J.Ginjaar-Maas aan Prof.F.van der Blij d.d. 23 november 1986)

⁶Hewet staat voor Herverkaveling Wiskunde Een en Twee.

In 1987 startte het project W12-16⁷ met de vernieuwing van het wiskundeonderwijs voor 12-16 jarigen: er werd gewerkt aan het dichten van het 'laatste gat'. In 1991 werd besloten dat de invoering van het nieuwe wiskundeprogramma W12-16, zou samenvallen met de invoering van de basisvorming in 1993. De invoering van de basisvorming was een grondige herziening van de onderbouw, waarin voor alle vakken kerndoelen werden geformuleerd. Voor wiskunde waren dit de doelen uit het W12-16-project.

Rekenen in W12-16

De aansluiting tussen het basis- en voortgezet onderwijs was in W12-16 een belangrijk aandachtspunt. Het rekenen kreeg, in lijn met de aanbevelingen van De Moor uit 1983, weer een volwaardige status als subdomein in het vak wiskunde. Rekenen is in het leerplan van W12-16 niet alleen een soort reparatieprogramma voor de zwakste leerlingen, maar staat voor alle schooltypen voor alle leerlingen voor zo'n vijftien procent van de wiskundetijd apart op het programma. Daarnaast komt rekenen ook geïntegreerd in de andere leerstofonderdelen voor. Het doel van rekenen in het nieuwe leerplan is de aanwezige rekenkennis te consolideren, toepasbaar te maken en uit te breiden. Er is wel differentiatie aangebracht: voor het vbo-B-niveau (vergelijkbaar met vmbo basisberoepsgerichte leerweg) ligt de nadruk op rekenen in toepassingssituaties, die bijvoorbeeld afkomstig kunnen zijn uit de beroepsgerichte vakken. In havo en vwo wordt ook aandacht besteed aan formele aspecten van het rekenen.

Niet alle basisschoolstof komt (opnieuw) aan bod. Er is een keuze gemaakt voor die onderwerpen die op dat moment aan het eind van het basisonderwijs onvoldoende werden beheerst⁸: breuken, decimale getallen, verhoudingen en procenten. De rode draad in het rekencurriculum is het rekenen in toepassingssituaties met verhoudingen en procenten. Daarbij wordt steeds aandacht besteed aan: schattend rekenen; flexibel (hoofd)rekenen; inzicht in het getalsysteem, verstandig gebruik van de zakrekenmachine; gebruik van modellen en schema's; ontwikkelen en gebruiken van maatkennis; de samenhang tussen breuken en decimale getallen, verhoudingen en procenten. De nadruk ligt dus op inzichtelijk en toepasbaar rekenen, waarbij het belang van rekenen binnen andere wiskunde-onderdelen en bij andere vakken sterk wordt benadrukt. Vanwege de omvang en diversiteit van het gebied waarop W12-16 betrekking had, konden niet alle leerstofonderdelen worden uitgewerkt tot prototypisch materiaal. Ook voor rekenen werden keuzes gemaakt. In het vervolg belichten we een voorbeeld.

⁷ Dit was een samenwerkingsproject van OW&OC (voorloper van het Freudenthal Instituut) en SLO onder verantwoordelijkheid van de Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs (COW)

⁸ Om te bepalen welke onderwerpen dat waren, werd gebruik gemaakt van de resultaten van de PPON.

Waarom? - rekenen is nuttig - rekenen heb je nodig voor andere schoolvakken - Ik zijn niet flexibel in het rekenen Doelen: * doelmatig rekenen * verstandig rekenmachine gebruiken * basisvaardigheden Wat? * procenten * verhoudingen * werken in tabellen * schatten * rekenmachine * werken met eenvoudige breuken
--

Figuur 21 Beknopt overzicht rekenen in W12-16, sheet uit presentatie, 1990.

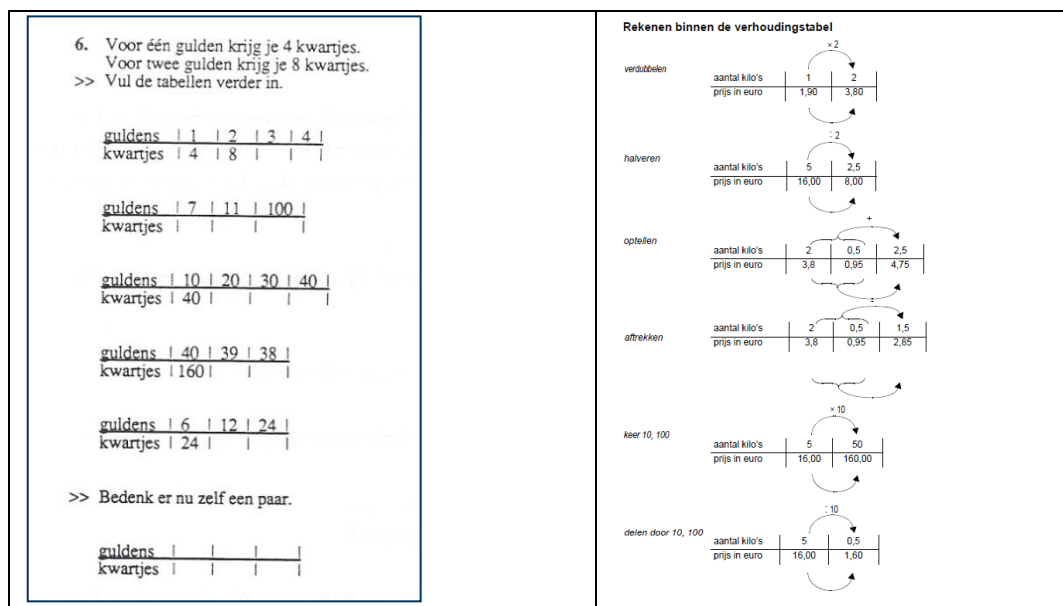
Voorbeeld: praktisch rekenen en de verhoudingstabel.

Er werd begonnen met het uitwerken en op de experimenteerscholen uitproberen van de lessen Praktisch Rekenen. Hiermee werd gekozen voor het handig rekenen in toepassingssituaties.

Om dit te kunnen moet een leerling:

- de structuur van situatie doorzien;
- de getallen die hij/zij nodig heeft kunnen afronden;
- beschikken over referentiepunten in getallenwereld (zoals $4 \times 25 = 100$);
- beschikken over handige referentiepunten in de realiteit, over maatkennis.

Omdat deze voorkennis bij veel leerlingen nog niet aanwezig was, werd deze in de lessen praktisch rekenen aangebracht. De instroom uit het basisonderwijs was in die jaren erg divers: slechts een beperkt deel van de basisscholen had hun nieuwe realistische rekenwiskundemethode al in alle klassen ingevoerd. Daar kon dus niet op worden voortgebouwd. In Praktisch rekenen stonden verhoudingstabellen centraal als middel om praktische situaties te doorzien. Veel praktische problemen hebben een zoveel-per-zoveel-structuur die zich goed laat beschrijven in en verhoudingstabel. De verhoudingstabel ondersteunt daarnaast het handig rekenen en het expliciteren van oplossingsmethoden. In Praktisch rekenen werd het rekenen in de verhoudingstabel zorgvuldig opgebouwd. Leerlingen ontdekten (begeleid via goed gekozen opdrachten) de manieren waarop in een verhoudingstabel kon worden gerekend.



Figuur 22 Verhoudingstabellen in Praktisch Rekenen 1. W12-16, 1988.

In de lessenserie praktisch rekenen, specifiek gericht op lbo/mavo, wordt behalve aan verhoudingsproblemen ook aandacht besteed aan globaal en schattend rekenen, het ontwikkelen van maatkennis, afronden en schatten, relaties tussen bewerkingen en het opbouwen van een relatienet rond handige referentiepunten in de gehele getallen zoals $4 \times 25 = 100$; $5 \times 20 = 100$; $5 \times 15 = 75$; $2 \times 75 = 150$ et cetera.

2. $0,58 + 0,44 = \dots$
 >> Welk antwoord zal het goede zijn?
 0,14 1,02 10,20

3. $5 \times 4,21 = \dots$
 >> Welk antwoord zal het goede zijn?
 2,105 21,05 210,5

9c. Je kunt ook andere raadselsommen bedenken met twee hokjes, bijvoorbeeld:

van $9 \times 3 = 30 - 3$ maak je

$9 \times \square = 30 - \square$

van $4 \times 5 = 25 - 5$ maak je

$4 \times \square = 25 - \square$

>> Maak er zelf twee bij:

.... x = - , wordt x $\square$ = - $\square$

.... x = - , wordt x $\square$ = - $\square$

Figuur 23 Diverse opgaven uit Praktisch Rekenen 1 W12-16, 1988.

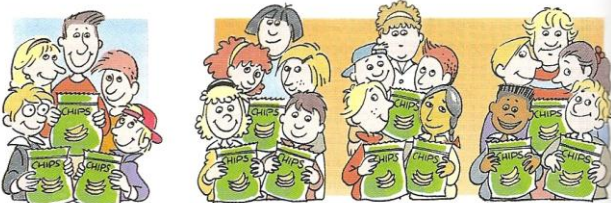
De werkwijze in W12-16 kenmerkte zich door het cyclische ontwikkelproces van ontwikkelen - uitproberen - reviseren. De materialen, in de vorm van leerstofpakketjes, werden voorzien van uitvoerige handleidingen voor de docent. Voor hen was immers het rekenen ook een nieuw

leerstofonderdeel en bij de gehanteerde 'constructie'-didactiek is de rol van de docent zeer belangrijk. Ten behoeve van het veld en uitgevers werden de inhoud en per leerstofonderdeel voor elk niveau en elk leerjaar beschreven in de vorm van kennen- en kunnenlijstjes. Tevens was er een handreiking met uitvoerige achtergronden bij elk leerstofonderdeel.

Na W12-16: de wiskundemethoden tussen 1992 en 2009

Met de invoering van de basisvorming en het nieuwe leerplan W12-16 heeft het rekenen een duidelijke plaats gekregen in het vak wiskunde. Alle wiskundemethodes bevatten in de eerste editie voor de basisvorming, zeker voor de onderbouw, een aantal rekenhoofdstukken. De inhoud van deze hoofdstukken was afgestemd op de kerndoelen basisvorming die in lijn met het leerplan W12-16, onder verantwoordelijkheid van de COW, geformuleerd waren. Voor rekenen waren er in totaal 9 kerndoelen (als onderdeel van die voor wiskunde). Zoals verwacht en bedoeld gebruikten de uitgevers ook de prototypische lesmaterialen van W12-16 als inspiratie voor de rekenhoofdstukken in hun methoden. Daarbij zorgen zij er natuurlijk voor dat hun methode herkenbaar bleef voor hun gebruikers. Enkele nieuwe methoden veroverden een (klein) marktaandeel. Omdat niet de hele leerstoflijn voor rekenen uitgewerkt was in voorbeeldmateriaal was er voor uitgevers nog veel zelf in te vullen. Daarbij werden vanzelfsprekend verschillende accenten gelegd. We bekijken enkele voorbeelden rond de verhoudingstabel.

b Voor 5 leerlingen heb je 3 zakken chips nodig en voor 15 leerlingen 9 zakken. In beide gevallen krijgt iedere leerling evenveel.



Per 5 leerlingen 3 zakjes. Per 15 leerlingen 9 zakjes komt neer op per 5 leerlingen 3 zakjes.

We zeggen dat het aantal leerlingen en het aantal zakken chips in beide gevallen dezelfde *verhouding* hebben. Voor die verhouding schrijven we 5:3 (vijf staat tot drie). Dus

aantal leerlingen : aantal zakken chips = 5 : 3

In een tabel kun je gelijke verhoudingen makkelijk aflezen.

leerlingen	5	15	35	45
zakken chips	3	9	21	27

Zo'n tabel heet een *verhoudingstabel*. Je ziet dat de verhouding 45:27 gelijk is aan de verhouding 5:3, want getallen die in zo'n tabel onder elkaar staan hebben steeds dezelfde verhouding.

Figuur 24 Uit Getal & Ruimte. 1vbo-mavo1, 1993, eerste druk, Educatieve Partners Nederland, p.146.

In deze opgaven uit Getal en Ruimte wordt het verhoudingsgewijs vergelijken gebruikt om het begrip verhouding in te voeren. De formele notatie van verhoudingen met de 'dubbele punt' komt daarbij aan bod. De verhoudingstabel wordt gepresenteerd als een tabel waarin gelijke verhoudingen makkelijk afgelezen kunnen worden.

2.2 De verhoudingstabel

- 8 Marlou gaat langs de deur met kinderpostzegels. In de straat waar Marlou woont willen veel mensen kinderzegels van haar kopen. Een velletje kinderzegels kost f 6,-. Marlou wil niet steeds opnieuw uitrekenen hoeveel er betaald moet worden. Daarom heeft ze een lijstje bij zich. Het staat hieronder.

Aantal velletjes	1	2	3	4	5	6	7
Aantal guldens	6	12	18	24	...	...	...

- a Neem het lijstje van Marlou over en vul het verder in.
b Welk getal moet er bij de pijl staan?



In het lijstje van Marlou hebben de getallen die boven elkaar staan steeds de verhouding 1 staat tot 6. Je kunt ook zeggen: de onderste getallen zijn steeds 6 keer zo groot als de bovenste getallen. Daarom heet het lijstje van Marlou een **verhoudingstabel**. Je kunt een verhoudingstabel herkennen doordat je van boven naar beneden steeds met hetzelfde getal kunt vermenigvuldigen.

Figuur 25 Uit Moderne Wiskunde, 7^e editie, 1993, deel 1 mhw, p. 38, Wolters-Noordhoff, Groningen.

In bovenstaand stukje uit Moderne Wiskunde wordt de 'vaste verticale verhouding' tussen de rijen benadrukt. De verhoudingstabel is hier deels ingevuld. De vermenigvuldigfactor wordt geïntroduceerd en leerlingen kunnen daarmee de tabel verder invullen.

Samennemen Door *samennemen* kun je met behulp van een tabel de prijs van bijvoorbeeld 12 ijsjes berekenen.

aantal ijsjes	1	2	4	8	12
prijs (guldens)	1,25	2,50	5,-	10,-	15,-

← samen
← samen

Eraf halen Door *eraf halen* kun je met behulp van een tabel de prijs van bijvoorbeeld 7 ijsjes berekenen.

aantal ijsjes	1	2	4	8	7
prijs (guldens)	1,25	2,50	5,-	10,-	8,75

← eraf
← eraf

- 14 Een overnachting in een hotel kost f 65,- per nacht. Hoeveel kost een hele week? En hoeveel kost 15 dagen?

aantal nachten	1	2	4	8	7
prijs (guldens)	65				

Figuur 26 Uit Netwerk. 1^e druk, 1992, deel 1 vbo/mavo, Wolters-Noordhoff.

Dit voorbeeld uit Netwerk laat twee manieren zien waarmee horizontaal tussen kolommen in een verhoudingstabel kan worden gerekend. In de tabel bij de opgave is de bovenrij ingevuld en kunnen leerlingen bijvoorbeeld de in het voorbeeld erboven gehanteerde manier om met de kolommen te rekenen gebruiken.

Een aantal zaken valt op in de rekenhoofdstukken in de wiskundemethodes. De didactische opbouw lijkt meer gesloten dan in het voorbeeldmateriaal van het project W12-16. Zo is er bijvoorbeeld weinig gelegenheid voor eigen producties van leerlingen. De verhoudingstabel staat bij een opgave vaak klaar en is al (deels) ingevuld. Daarmee wordt het structureren van het probleem de leerling uit handen genomen. De verticale factor tussen de rijen wordt vaak vanaf het begin ingevoerd als de vaste rekenmethode. Het optellen en aftrekken van kolommen komt weinig voor. Verder is de verhoudingstabel doorgaans het enige model en komt het uitsluitend in het betreffende hoofdstuk voor. Daarmee lijkt de verhoudingstabel eerder een doel geworden dan een hulpmiddel.

In de loop van de jaren en de edities raakt rekenen voor havo/vwo weer wat meer op de achtergrond, vaak ten gunste van het letterrekenen uit de algebra. In W12-16 was dit uitgesteld tot klas 3, maar dat bleek veel leerlingen in havo/vwo tekort te doen. Vaak blijft er slechts een rekenhoofdstuk voor klas 1 over, waarin een aantal onderwerpen (breuken, procenten, verhoudingen) kort aan bod komen. Er wordt vanuit gegaan dat de leerlingen deze onderwerpen alleen nog hoeven op te halen. De aanpak wordt meer en meer algoritmisch en procedureel. De verschillen tussen enerzijds havo/vwo en anderzijds vbo/mavo (vmbo) worden groter. De volledig heterogene brugklassen maken plaats voor dakpanklassen en de wiskundemethoden bieden een steeds meer gedifferentieerd palet aan boeken. De methoden lijken steeds meer docentonafhankelijk te worden door een uitgekiende didactiek die verwerkt zit in de opeenvolging van opgaven en de extra's als diagnostische (zelf)toetsen, plusparagrafen, steunstof, et cetera.

Voor vbo/mavo (later vmbo) blijft er in de wiskundeboeken meestal meer aandacht voor rekenen dan in havo/vwo. Ook hier is echter het gebruik van modellen beperkt uitgewerkt en wordt de stof op een formele en vaak procedurele manier behandeld. De verhoudingstabel is verworpen tot doel in plaats van middel. De hoofdstukken over de rekenmachine zijn verdwenen terwijl het gebruik van de rekenmachine gemeengoed is geworden. De aansluiting tussen basis en voortgezet onderwijs blijkt toch niet zo goed als was gehoopt. Voor veel leerlingen is dat wat gepresenteerd wordt als een herhaling, volledig nieuwe stof of een volledig nieuwe aanpak. Kortom de problematiek rond rekenen duurt voort.

Herziening basisvorming

De basisvorming met zijn vele kerndoelen en versnippering van vakken voldoet niet meer. Er vindt een herziening plaats. Voor wiskunde betekent het dat het aantal kerndoelen in 2006 wordt teruggebracht van 27 naar 9, daarvan hebben er drie geheel of gedeeltelijk betrekking op rekenen:

22. De leerling leert de structuur en de samenhang te doorzien van positieve en negatieve getallen, decimale getallen, breuken, procenten en verhoudingen en leert ermee te werken in zinvolle en praktische situaties.
23. De leerling leert exact en schattend rekenen en redeneren op basis van inzicht in nauwkeurigheid, orde van grootte, en marges die in een gegeven situatie passend zijn.
24. De leerling leert meten, leert structuur en samenhang doorzien van het metriek stelsel en leert rekenen met maten voor grootheden die gangbaar zijn in relevante toepassingen.

In de wiskundeboeken verandert (nog) niet zoveel, ook niet op het gebied van het rekenen. Voor het basisonderwijs zijn ook kerndoelen geformuleerd, ook voor het vak rekenen/wiskunde.

De kerndoelen worden nader uitgewerkt er worden tussendoelen geformuleerd en concretisering gemaakt, daarbij krijgt de overgang van basis- naar voortgezet onderwijs wel wat aandacht maar de uitwerkingen worden nauwelijks op elkaar afgestemd. Wel verschijnen er opnieuw artikelen en onderzoeksresultaten over de aansluiting: leerlingen in het voortgezet onderwijs kunnen niet met breuken rekenen; de didactiek van rekenen in het basis en in het voortgezet onderwijs verschillen steeds meer van elkaar; met name zwakke leerlingen ervaren grote problemen op het gebied van rekenen bij de overstap van het basisonderwijs naar het voortgezet onderwijs.

Er is ook onrust bij andere overgangen in het onderwijssysteem: het hoger en wetenschappelijk onderwijs vindt dat de wiskunde in het voortgezet onderwijs de leerlingen onvoldoende voorbereidt op technische en economische studies. Hun algebraïsche vaardigheden zijn onvoldoende. Dat probleem wordt doorgegeven van de bovenbouw van havo en vwo naar de onderbouw: daar wordt onvoldoende gedaan aan de fundamenteën van bijvoorbeeld het letterrekenen. Op zijn beurt speelt de onderbouw dat terug naar het basisonderwijs: de leerlingen kunnen bij binnenkomst in het vo niet eens met getallen rekenen. Het rekenonderwijs op de pabo's komt onder vuur te liggen: dat is onvoldoende er moet meer en beter getoetst worden op de eigen rekenvaardigheden van de studenten. De maatschappelijke onrust rond het rekenniveau loopt zo hoog op dat de politiek besluit in te grijpen: er komt een expertgroep doorlopende leerlijnen taal en rekenen die een referentiekader taal en rekenen voor het hele onderwijs moet ontwikkelen. En zo staat het rekenen op de overgang van basis naar voortgezet onderwijs, vanaf 2008 opnieuw op de kaart.

Het Referentiekader rekenen

De markt reageert snel op de onrust en het aankomend Referentiekader. In de wiskundeboeken verschijnen pagina's met rekenoefeningen en er komen aparte rekenboeken en rekendelen bij de wiskundemethoden op de markt. Terwijl de referentieniveaus voor rekenen nog niet beschreven zijn, worden er in de materialen al keuzes gemaakt: de rekenmachine moet weg; de staartdeling moet terug; het hoofdrekenen staat ter discussie; het gaat om 'rekenen om het rekenen'; oefenen van basisvaardigheden en standaardprocedures staat centraal; didactiek is verdacht.

In 2008 blijkt dat er in het Referentiekader rekenen voor een brede invulling is gekozen: het functioneel rekenen staat voor het voortgezet onderwijs centraal. Dit is beschreven in vier domeinen: Getallen, Verhoudingen, Meten en meetkunde en Verbanden. Aandacht voor het consolideren van een basis aan parate kennis is nodig, evenals voor het gebruiken en onderhouden van rekenen in functionele toepassingssituaties.

Het Referentiekader beschrijft uitsluitend inhouden en geen didactiek en geeft aan op welke onderdelen van het rekenen in het kader van de doorlopende leerlijnen en soepeler overgangen accenten moeten worden gelegd. In 2010 worden de referentieniveaus in de wet verankerd en wordt het besluit genomen om in het voortgezet onderwijs een rekentoets in te voeren als onderdeel van het examen. De periode tussen 2010 en 2014 wordt aangemerkt als invoeringsperiode waarin alle sectoren basis, voortgezet en middelbaar beroepsonderwijs tegelijk werk moeten maken van de invoering van de referentieniveaus.

Hoewel er nog veel zaken onduidelijk zijn en de invoering van de referentieniveaus een proces is dat nog niet is afgerond is een ding wel duidelijk: rekenen staat de komende tijd weer nadrukkelijk op het programma. Voor de overgang van basis naar voortgezet onderwijs ligt er nu een duidelijk kader. Dit geeft ons de kans om werk te maken van een goede aansluiting en echte doorlopende leerlijnen. De discussie over wat rekenen is of zou moeten zijn in het licht van wat onze leerlingen in de toekomstige maatschappij nodig hebben, mag daarbij niet uit de weg worden gegaan.

Literatuur

Abels, M. & Wijers, M. (1993). Procenten in de basisvorming. In: Dolk, M. Uittenbogaard, W., *Procenten op de grens van basisschool en basisvorming*. Utrecht: Freudenthalinstituut p.49-61

Akker, J. van den (2003). Curriculum Perspectives: An introduction. In: J. van den Akker, W. Kuiper & U. Hameyer (eds.) (2003), *Curriculum landscapes and trends* (pp. 29-44). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Bruin-Muurling, G. (2010). *The development of proficiency in the fraction domain: affordances and constraints in the curriculum*. Eindhoven: Technische Universiteit

Buijs, K. & Zwaart, P. van der (2006). *Aandachtsgebieden voor een doorgaande lijn rekenen-wiskunde van po naar vmbo*. Enschede: SLO

Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede: SLO

Goffree, F., van Hoorn, M., Zwaneveld, B. (red). (2000). *100 jaar wiskundeonderwijs*. Leusden: Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Gravemeijer, K., Bruin-Muurling, G. & Eijck, M. van (2009). Aansluitingsproblemen tussen primair en voortgezet onderwijs – geen doorgaande lijn voor het vermenigvuldigen van breuken. *PanamaPost*, 28(4), p. 14 -19

Gulik, I. van (2010). *IJking referentiekader rekenen versus examenprogramma's wiskunde havo/vwo*. Enschede: SLO.

Hoogland, K., Reeuwijk, M. van, Sjoers S., Vliegthart, M., Vugt, R. van & Wijk, P. van (2010). *Rekenen in het voortgezet onderwijs*. Utrecht: APS

Hoogland, K. (z.d.). *Werkdefinitie gecijferdheid*. Verkregen op 6 januari 2011 van <http://www.gecijferdheid.nl/werkdefinitie.htm>.

Moor, E.W.A. de (1983). Wiskundeonderwijs 10 tot 14. *Nieuwe Wiskrant*. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 3(1), pp. 26-33.

Schmidt, V. (2010). *IJking referentiekader rekenen versus examenprogramma's vmbo*. Enschede, SLO.

Team W12-16, (1991). W12-16 special. *Nieuwe Wiskrant*. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 11(1).

Team W12-16, (1991). *Trajectenboek*. Utrecht: Freudenthal Instituut & Enschede: Stichting leerplanontwikkeling (SLO).

Team W12-16, (1992). *Achtergronden van het nieuwe leerplan. Wiskunde 12-16: band 1*. Utrecht: Freudenthal Instituut & Enschede: Stichting leerplanontwikkeling (SLO)

Diverse wiskunde-methoden - oude edities

Bijlage A De Logical Framework Approach

Het gaat om het formuleren van:

- doelen
- problemen en vragen
- voor wie
- resultaten en opbrengsten
- activiteiten.

De stappen toegelicht

1. Doelen

Formuleer het algemene doel.

- Wat is het algemene doel met rekenen?
Hoe is dit gerelateerd aan de visie/missie van de school?
- Waar gaat het om?
- Wat vinden jullie belangrijk?
 - Zijn er subdoelen, wat zijn andere doelen die je wilt halen?

2. Problemen en vragen (specifiek doel)

Specificeer het algemene doel.

- Wat zijn de vragen en problemen bij jullie op school over rekenen?
- Waar liggen beperkingen?
- Waar loop je tegen aan?
 - Zijn er oorzaak-gevolg relaties aan te geven?

3. Voor wie (specifiek doel)

Benoem betrokken mensen en partijen.

- Wie zijn de belanghebbenden?(stakeholders)
- Wie zijn er allemaal bij rekenen betrokken? En hoe.
- Welke partijen spelen welke rol?

Denk aan: docenten, ouders, leerlingen, directie, APS, andere scholen,

4. Resultaten

Beschrijf de gewenste resultaten.

- Wat gaan jullie (de werkgroep, de school) opleveren?
Denk aan resultaten in termen van producten en diensten.
- Wat zijn de oplossingen, hoe hangen die samen met de doelen (vragen en problemen).
 - Wat zijn veronderstellingen achter de opbrengsten, welke aannames doen jullie?

5. Activiteiten

Wat ga je vervolgens doen, benoem de concrete activiteiten.

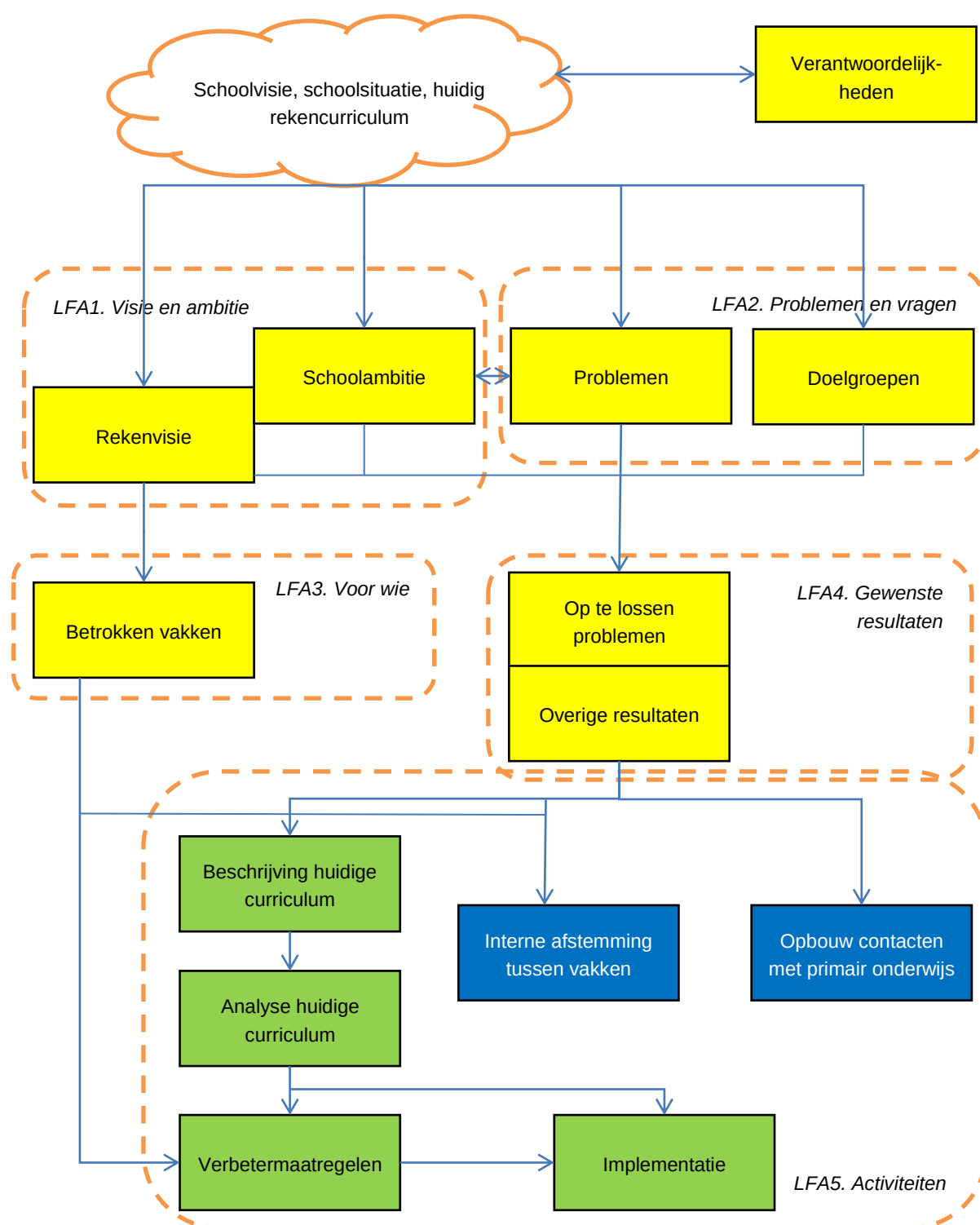
- Wat gaan jullie (de werkgroep, de school) doen om de resultaten te halen?
- Welke acties gaat wie ondernemen?
Welke activiteiten?
- Wat is de te volgen strategie?
- Prioriteren, plannen, taken verdelen.
 - Wat zijn veronderstellingen achter de opbrengsten, welke aannames doen jullie?

Bijlage B 1F/1S-lijst met parate rekenvaardigheden

	Niveau 1F	Niveau 1S
	Paraat hebben	Paraat hebben
C Gebruiken – Memoriseren, automatiseren – Hoofdrekenen (noteren van tussenresultaten toegestaan) – Hoofdbewerkingen (+, -, ×, :) op papier uitvoeren met gehele getallen en decimale getallen – Bewerkingen met breuken (+, -, ×, :) op papier uitvoeren – Berekeningen uitvoeren om problemen op te lossen – Rekenmachine op een verstandige manier inzetten	– uit het hoofd splitsen, optellen en aftrekken onder 100, ook met eenvoudige decimale getallen: $12 = 7 + 5$ $67 - 30$ $1 - 0,25$ $0,8 + 0,7$ – producten uit de tafels van vermenigvuldiging (tot en met 10) uit het hoofd kennen: 3×5 7×9 – delingen uit de tafels (tot en met 10) uitrekenen: $45 : 5$ $32 : 8$ – uit het hoofd optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen met "nullen", ook met eenvoudige decimale getallen: $30 + 50$ $1200 - 800$ 65×10 $3600 : 100$ $1000 \times 2,5$ $0,25 \times 100$ – efficiënt rekenen (+, -, ×, :) gebruik makend van de eigenschappen van getallen en bewerkingen, met eenvoudige getallen – optellen en aftrekken (waaronder ook verschil bepalen) met gehele getallen en eenvoudige decimale getallen: $235 + 349$ $1268 - 385$ $\text{€ } 2,50 + \text{€ } 1,25$ – vermenigvuldigen van een getal met één: cijfer met een getal met twee of drie cijfers $7 \times 165 =$ 5 uur werken voor € 5,75 per uur – vermenigvuldigen van een getal van twee cijfers met een getal van twee cijfers: $35 \times 67 =$ – getallen met maximaal drie cijfers delen door een getal met maximaal 2 cijfers, al dan niet met een rest: $132 : 16 =$ – vergelijken en ordenen van de grootte van eenvoudige breuken en deze in betekenisvolle situaties op de getallenlijn plaatsen: $\frac{1}{4}$ liter is minder dan $\frac{1}{2}$ liter	– standaardprocedures gebruiken ook met getallen boven de 1000 met complexere decimale getallen in complexere situaties – delingen uit de tafels (tot en met 10) uit het hoofd kennen – ook met complexere getallen en decimale getallen: $18 : 100$ $1,8 \times 1000$ – volgorde van bewerkingen – efficiënt rekenen ook met grotere getallen – delen met rest of (afgerond) decimaal getal: $122 : 5 =$ – vergelijken ook via standaardprocedures en met moeilijker breuken

	- omzetten van eenvoudige breuken in decimale getallen: $\frac{1}{2} = 0,5; 0,01 = \frac{1}{100}$ - optellen en aftrekken van veel voorkomende gelijknamige en ongelijknamige breuken binnen een betekenisvolle situatie: $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} : \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ - geheel getal (deel van nemen): $\frac{1}{3}$ deel van 150 euro - in een betekenisvolle situatie een breuk vermenigvuldigen met een geheel getal	- omzetten ook met moeilijker breuken eventueel met rekenmachine - optellen en aftrekken ook via standaardprocedures, met moeilijker breuken en gemengde getallen zoals $6\frac{3}{4}$ - ook een geheel getal vermenigvuldigen met een breuk of omgekeerd - vereenvoudigen en compliceren van breuken en breuken als gemengd getal schrijven: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{5} = \frac{20}{100} \quad \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$ - een breuk met een breuk vermenigvuldigen of een deel van een deel nemen, met name in situaties: $\frac{1}{2}$ deel van $\frac{1}{2}$ liter $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$ - een geheel getal delen door een breuk of gemengd getal: $10 : 2\frac{1}{2}$ - een breuk of gemengd getal delen door een breuk, vooral binnen een situatie: $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; hoeveel pakjes van $\frac{1}{4}$ moet je kopen als je $1\frac{1}{2}$ liter slagroom nodig hebt
--	--	---

Bijlage C Schets beleid en ontwikkeling



Bijlage D Procenten in verschillende vakken

Rekenen met procenten komt in verschillende vakken voor. Hieronder zien we een aantal karakteristieke voorbeelden vanuit de vakken economie, aardrijkskunde, natuurkunde en wiskunde. Het gaat om voorbeelden uit de onderbouw havo/vwo of vmbo.

In de referentieniveaus (2F en 2S) staan de volgende omschrijvingen die te maken hebben met procentrekenen.

In 2F: *"uitvoeren procentberekeningen"*

"waarom mag je soms percentages bij elkaar optellen bij berekeningen?"

In 2S: *"rekenen met percentages boven de 100"*

"(wiskundig) redeneren in situaties waarin percentages of verhoudingen voorkomen"

"berekeningen met een groeifactor / vermenigvuldigingsfactor of percentage uitvoeren"

"gebruik maken van de begrippen absoluut en relatief bij het rekenen met procenten"

Bij wiskunde is het rekenen met procenten een op zichzelf staand onderwerp, waarbij verschillende contexten een rol spelen. Bij de andere vakken komt het procentrekenen bij specifieke onderwerpen aan de orde. Hieronder een kort overzicht:

	Aardrijkskunde	Economie	Natuurkunde (Nask1)
Onderwerpen	Demografie. Absolute en relatieve stijging (bevolking en eventueel zeespiegel).	Omzet, prijs, btw, verkoop et cetera.	Rendementsberekeningen (spaarlamp vs gewoon).
Opmerkingen	Niet veel voorkomend, voornamelijk bij cirkeldiagrammen. Geen toelichting, berekening wordt bekend verondersteld.	Zeer veel voorkomend onderwerp. Er wordt vaak gebruik gemaakt van een 'formule' voor de berekening.	Niet veel voorkomend onderwerp.

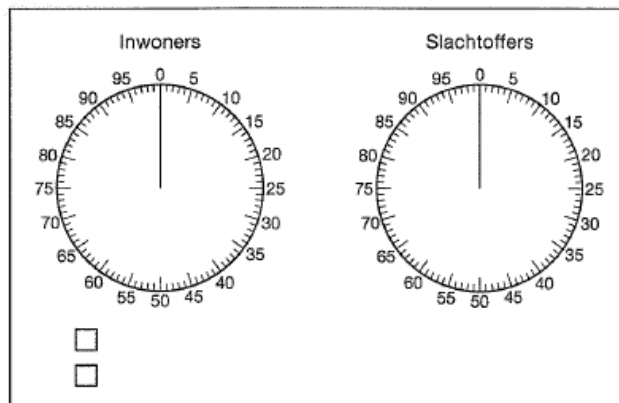
	Verenigde Staten	Indonesië	Totaal
Inwoners (miljoen)	300 = 55%	245 =	545
Slachtoffers natuurrampen 1996-2006	9000 =	220 000 =	229 000

tabel bij opdracht 4d

d Maak met de gegevens uit de tabel twee cirkelgrafieken in figuur 18 (zie boven aan deze pagina):

- Reken voor de inwoners en de slachtoffers uit hoeveel procent het is voor elk land. Schrijf dat eerst in de tabel.
- Maak dan de grafieken. Gebruik blauw voor de Verenigde Staten en rood voor Indonesië. Maak ook de legenda.

e Welke conclusie kun je uit de cirkelgrafieken trekken?



figuur 18

BRON: BuitenLand (EPN), 1 vmbo - t/havo werkboek

Voorbeeld 1:

Rekenen

Bij Rekenen op bladzijde 36 oefen je met procenten.

Jimmy heeft een spaarrekening. Er stond € 620 op en hij kreeg € 31 rente. Om uit te rekenen hoe hoog het rentepercentage van Jimmy is, doe je het volgende:

- deel het rentebedrag door het totale spaarbedrag
- vermenigvuldig het daarna met 100%

Formule

$$\frac{\text{Rentebedrag}}{\text{Spaarbedrag}} \times 100\% = \text{rentepercentage}$$

Voorbeeld

$$\frac{€ 31}{€ 620} \times 100\% = 0,05 \times 100\% = 5\%$$

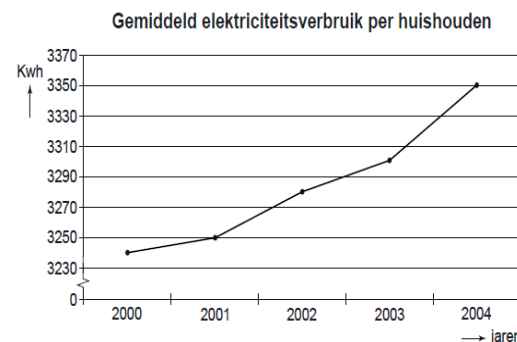
De spaarrente op Jimmy's rekening is dus 5%.

- * 32 a Bereken op dezelfde manier wat het rentepercentage is als je € 13,95 rente krijgt over € 310 spaargeld.
b Wat is het rentepercentage als je € 100,98 rente krijgt over een bedrag van € 1.683?

BRON: Pincode (Noordhoff uitgevers), VMBO kgt

Voorbeeld 2:

- 1p 33 Veel elektrische apparaten staan aan of *stand-by* zonder dat het nodig is. Dit 'sluipverbruik' kostte in 2004 17% van het gemiddelde elektriciteitsverbruik van de huishoudens.



Hoeveel kWh verbruikte een gemiddeld huishouden in 2004 door sluipverbruik? Geef de berekening. Rond af op een decimaal.

BRON: CSE Economie vmbo bb 2007 tijdvak 1

Aangesloten op de zon

- 3p 5 Als de zon volop schijnt, is het ingestraalde vermogen 1000 W/m^2 .
 Het zonnepaneel met een oppervlak van $1,2 \text{ m}^2$ levert dan een vermogen van 140 W .
 → Bereken het rendement van dit zonnepaneel.

BRON: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl 2008 tijdvak 2

Voorbeeld 1:

Voorbeeld

Britta heeft € 250 op haar spaarrekening.
 Aan het einde van het jaar krijgt zij 3,25% rente.
 Hoeveel rente krijgt zij?

Aanpak

Gebruik een verhoudingstabel.

Bovenin staan twee getallen, daar zet je de 1 tussenin.

Uitwerking

		$: 100$	$\times 3,25$
procent	100	1	3,25
aantal	250		?
		$: 100$	$\times 3,25$

De rente die Britta krijgt is $250 : 100 \times 3,25 = € 8,13$.

Bron: Getal en Ruimte (EPN) 2 – vmbo kgt deel 1

Voorbeeld

Hoeveel is 35% van 80 euro?

► $35\% = \frac{35}{100} = 0,35$

► $\frac{35}{100}$ deel van 80 is $0,35 \times 80$

► Op je rekenmachine: $35 : 100 \times 80 = 28$ of $0,35 \times 80 = 28$
 Dus is het antwoord 28 euro.

38 Neem over en vul in.

a 18% van € 120

$0, \dots \times € 120,- = € \dots$

b 4,5% van 738

$0, \dots \times 738 = \dots$

Bron: Netwerk (Noordhoff Uitgevers), 1 – havo/vwo

Bijlage E Lijst van deelnemende scholen

Naam	Vestigingsplaats	Afkorting
Christelijke Scholengemeenschap "Prins Maurits"	Middelharnis	Prins Maurits
Christelijke Scholengemeenschap Walcheren	Middelburg	CSW
College De Brink	Laren NH	CDB
Driestar College	Gouda	Driestar
Evangelisch Bijbelgetrouw Voortgezet Onderwijs "De Passie"	Utrecht	EBVO
Gomarus College, locatie Magnoliastraat	Groningen	Gomarus
Openbare Scholengemeenschap De Hogeberg	Den Burg, Texel	OSG
Oranje Nassau College, vestiging Parkdreef	Zoetermeer	ONC
Röling College, locatie Belcampo ⁹	Groningen	Röling College
Stedelijk Dalton College	Zutphen	SDC

⁹ Deze school is in de loop van het project opgegaan in het H.N. Werkman College te Groningen

SLO is het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling. Al 35 jaar geven wij inhoud aan leren en innovatie in de driehoek beleid, wetenschap en onderwijspraktijk. De kern van onze expertise betreft het ontwikkelen van doelen en inhouden van leren, voor vele niveaus, van landelijk beleid tot het klaslokaal.

We doen dat in interactie met vele uiteenlopende partners uit kringen van beleid, schoolbesturen en -leiders, leraren, onderzoekers en vertegenwoordigers van maatschappelijke organisaties (ouders, bedrijfsleven, e.d.).

Zo zijn wij in staat leerplankaders te ontwerpen, die van voorbeelden te voorzien en te beproeven in de schoolpraktijk. Met onze producten en adviezen ondersteunen we zowel beleidsmakers als scholen en leraren bij het maken van inhoudelijke leerplankeuzes en het uitwerken daarvan in aansprekend en succesvol onderwijs.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo