Opstroommodules van vmbo g/tl naar havo 4 voor het vak wiskunde

2e gewijzigde druk

Docentenhandleiding

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

slo

Opstroommodules van vmbo g/tl naar havo 4 voor het vak wiskunde

Docentenhandleiding

2e gew. dr.

Juni 2013

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording

2013 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Mits de bron wordt vermeld, is het toegestaan zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren en/of verspreiden en om afgeleid materiaal te maken dat op deze uitgave is gebaseerd.

Auteur: Harm van Son
Eindredactie: Nico Alink, Jos Tolboom

Informatie
SLO
Afdeling: vmbo
Postbus 2041, 7500 CA Enschede
Telefoon (053) 4840 663
Internet: www.slo.nl
E-mail: vmbo-mbo@slo.nl

AN: 3.0127.522

Inhoud

Voorwoord

Met deze opstroommodule bereiden leerlingen van de vmbo-theoretische leerweg zich degelijk voor op een opstroom naar havo 4. Zij maken kennis met een aanpak en een leerstof die in het verlengde ligt van de examenprogramma's tweede fase. Zij kunnen van zichzelf constateren of zij er affiniteit mee hebben en of zij de capaciteiten hebben voor die vormen van wiskunde.
De opstroommodule vult ook lacunes in, in de aansluiting tussen vmbo- theoretische leerweg en havo. Na het werk aan de opstroommodule kunnen zij - naar wij hopen - probleemloos de stof en het tempo van die onderdelen aan.

De opstroommodule is gemaakt op verzoek van een projectaanvraag uit het veld, namelijk van de Katholieke Vereniging voor mavo, havo en vwo. De aanvraag is uitgevoerd in het kader van een overkoepelend SLO-project *Doorlopende Leerlijnen*.

Wij hopen dat u en uw leerlingen goed gebruik kunnen maken van de module en zijn uiteraard ook geïnteresseerd in uw reactie. Deze kunt u sturen aan: vmbo-mbo@slo.nl

Veel succes met uw werk en veel begeleidingsplezier bij deze opstroommodule.

1. Inleiding

1.1 De doelgroep van de module

De module is bedoeld voor leerlingen die voornemens zijn, na het behalen van het diploma vmbo-theoretische leerweg, door te stromen naar leerjaar 4 van havo en denken aan een opleiding en werk waarvoor een havodiploma nodig is. Dit maakt hen gemotiveerd voor het werken aan de opstroommodule wiskunde.

Het materiaal is afgestemd op leerlingen die met redelijk succes de eerste drie en een kwart jaar van het vmbo-t hebben doorlopen. Onder 'redelijk succes' wordt verstaan:

- De leerlingen hebben geen leerjaar gedoubleerd (bijzondere omstandigheden uitgezonderd).
- De leerlingen hebben in de eerste drie leerjaren getoond dat zij over voldoende capaciteiten beschikken om het curriculum van de leerweg vmbo-t met succes in vier jaar af te ronden.

Daarnaast hebben zij de juiste houding voor een opstroom naar het havo getoond. Een houding waaruit blijkt dat zij 'ervoor gaan':

- Interesse in hun resultaten en in de wijze waarop zij die - indien nodig - kunnen verbeteren.
- Interesse in een verdieping in hun kennis.

Een succesvolle opstroom van vmbo naar havo vraagt van leerlingen meer dan een gedegen inhoudelijke kennis van het vak. De leerlingen moeten uiterlijk in de tweede helft van het vierde leerjaar van de leerweg vmbo-t de vaardigheden bezitten om:

- zelfstandig en in groepsverband te werken;
- onderzoeksopdrachten te ontwikkelen, uit te voeren en te verwerken;
- het werk evenwichtig te plannen;
- te reflecteren op de eigen prestaties.

1.2 Verantwoording

De aangetoonde wenselijkheid om de wiskundeleerstof in het examenprogramma vmbo te completeren en te verdiepen, en het feitelijke gegeven dat de module door leerlingen zelfstandig in tussenuren of uitgevallen uren moet worden doorgewerkt, leggen beperkingen op aan het materiaal. De module is niet bruikbaar voor het aanleren van vaardigheden op het gebied van groepswerk, onderzoeksopdrachten en ICT-gebruik. Daartoe zou aanvullend materiaal ontwikkeld moeten worden.

In de opstroommodule wiskunde ligt het accent op de inhoud van het vak. In kleine eenheden wordt de leerstof aangeboden, uitgaande van het niveau van de leerlingen in vmbo 4, leidend naar het beoogde instapniveau van havo 4. De module is geschikt om zelfstandig door te werken.

1.3 De opzet van de module

Studielast en verdeling in blokken.
De module is zo samengesteld dat de leerlingen van de doelgroep 30 uur studielast nodig hebben voor het doorwerken ervan. Het is aan te raden per week vier of vijf uur aan de module te werken, zodat de afronding via de eindtoets na zes of zeven weken kan plaatsvinden.

De verdeling van de studielast per blok is als volgt:

Blok 1	Algebra en rekenen	4 uur
Blok 2	Verbanden	6 uur
Blok 3	Vergelijkingen en ongelijkheden	8 uur
Blok 4	Meetkunde	8 uur
Blok 5	Statistiek	4 uur
Eindtoets		2 uur

De blokken dienen bij voorkeur in bovengenoemde volgorde doorgewerkt te worden.

Instap- en opstroomopgaven
De leerstofonderdelen in de module worden geïntroduceerd met een aantal instapopgaven. Deze opgaven doen een beroep op de reeds aanwezige kennis bij de leerlingen. De leerstof in deze opgaven komt uit het programma van havo 3, vmbo 3 en vmbo 4.

De opstroomopgaven sluiten aan op de instapopgaven en zorgen voor een completering of verdieping van de leerstof.

De opgaven worden voorafgegaan of afgesloten door *Tips!!*
In deze Tips!! wordt de theorie van de leerstofonderdelen in kleine stappen uitgelegd, gelardeerd met voorbeelden. De Tips!! zijn facultatief. Leerlingen die zonder bestudering van de Tips!! verder kunnen met het maken van de opgaven, mogen deze als naslagwerk c.q. achtergrondmateriaal beschouwen.

Elk blok start met een korte tekst ter introductie en een uitgewerkt, contextrijk voorbeeld passend bij (een deel van) de leerstof. Ter afronding is een - vaak talige - opgave uit het havo 4/5-programma opgenomen. Aansluitend volgt nog de diagnostische toets.

1.4 Het leercontract

Om de intentie van de leerlingen die aan de instroommodule willen werken, concreet te maken en serieus te nemen, wordt een leercontract afgesloten. Het leercontract haalt de vrijblijvendheid af van het werk dat de leerlingen gaan verrichten.

In het leerlingmateriaal zit een apart vel met het woord 'Leercontract'. De leerling en de docent/mentor vullen dit in en ondertekenen het. De leerling bewaart het origineel, een kopie ervan bewaart de docent/mentor. De ouders krijgen een tweede kopie of worden ingelicht.

Het contract wordt ontbonden na het met succes afwerken van de module en een gesprek met de docent of mentor. Tussentijds kan het worden ontbonden na instemming van de docent/mentor.
Om het leercontract nog gewicht te geven wordt per succesvol afgewerkte module een certificaat verleend; dat wordt in het examendossier vermeld of opgenomen.

De schoolleiding
Het is belangrijk dat de schoolleiding vaststelt of het aanbieden van opstroommodules past in de visie van de school op schoolloopbanen van leerlingen.

Wil de school wel meewerken en energie (menskracht/tijd/geld) besteden aan eventuele opstroom naar havo of liever aan een gedegen doorstroom naar mbo?

Het is niet onbelangrijk om het antwoord op deze vraag duidelijk te communiceren met de leerlingen en de ouders. Zij weten dan of zij iets van de school kunnen verwachten en zo ja, wat dan.

1.5 De leerstofkeuze: inhoud van de module

De leerstof in de opstroommodule is deels completerend, deels verdiepend.
De module zorgt voor een doorlopende leerlijn voor leerlingen die opstromen, door een aanbod van completerende opgaven over onderwerpen die in havo 3 zijn aangeleerd. Tevens zijn in de module opgaven opgenomen ter verdieping van onderwerpen die onderdeel zijn van het examenprogramma vmbo.

De selectie van de leerstof is gebaseerd op een nadere uitwerking en detaillering van de analyse van de examenprogramma's vmbo en havo (zie: *Een rijk verrijkingsdeel wiskunde,* pp 28-30, februari 1998. Enschede: SLO).

Blok 1: Algebra en rekenen
De leerstof: motivatie van de keuze
De leerstof van blok 1:
Kennismaken met een aantal nieuwe algebraïsche vaardigheden en extra oefenen met een aantal bekende algebraïsche vaardigheden.
Onderwerpen in concreto:

- Volgorde van rekenen.
- Rekenen met breuken (in complexe situaties).
- Letterrekenen (herleiden, rekenen met haakjes).
- Rekenen met kwadratische veeltermen (merkwaardige producten).

De leerstof: voorkennis
De leerlingen beheersen, bij aanvang van het werken aan het blok, de volgende onderwerpen:

- Rekenregels en berekeningen met machten.
- Eenvoudige berekeningen met breuken.
- Herleiden van gelijksoortige termen.

De leerstof: opbrengst
De leerlingen kunnen, na het doorwerken van blok 1:

- berekeningen met breuken uitvoeren (+, -, x, :) in complexe situaties;
- breuken vereenvoudigen;
- complexe veeltermen herleiden;
- rekenen met kwadratische veeltermen (merkwaardige producten).

De leerstof: aandachtspunten voor docent
In blok 1 is speciale aandacht en (wellicht) enige extra uitleg en begeleiding van de docent nodig bij de volgende onderwerpen:

- Complexe vermenigvuldigingen en delingen met breuken (opgave 5 t/m opgave 7 van paragraaf 2.1).
- Herleiden van kwadratische veeltermen (opgave 5 en opgave 7 van paragraaf 2.2).

Blok 2: Verbanden

De leerstof: motivatie van de keuze

De leerstof van blok 2:

Meer ervaring opdoen in het omgaan met eerstegraads verbanden en kennismaken met kwadratische en exponentiële verbanden. Onderwerpen in concreto:

- Van woordformule naar letterformule, naar tabel, naar grafiek vice versa.
- De formule $y = ax + b$ met het hellingsgetal a.
- De formule $y = ax^2 + bx + c$ en de coördinaten van de top.
- Een punt op een lijn of parabool.
- Een evenwijdige lijn door een gegeven punt.
- Het functiebegrip.
- De formule $N = b \cdot g^t$ en de groeifactor g.

De leerstof: voorkennis

De leerlingen beheersen, bij aanvang van het werken aan het blok, de volgende onderwerpen:

- Herkennen en toepassen van eenvoudige lineaire verbanden in formule, tabel en grafiek.
- Herkennen van eenvoudige kwadratische verbanden in formule, tabel en grafiek.
- Herkennen van eenvoudige exponentiële verbanden in formule, tabel en grafiek.

De leerstof: opbrengst

De leerlingen kunnen, na het doorwerken van blok 2:

- lineaire verbanden tekenen met behulp van het hellingsgetal;
- coördinaten van punten op een lijn berekenen;
- formules opstellen van eenwijdige lijnen door een gegeven punt;
- functiewaarden berekenen bij eenvoudige eerste- en tweedegraads functies;
- kwadratische verbanden tekenen en de coördinaten van de top aflezen;
- tabellen invullen en grafieken tekenen van eenvoudige exponentiële verbanden.

De leerstof: aandachtspunten voor docent

In blok 2 is speciale aandacht en (wellicht) enige extra uitleg en begeleiding van de docent nodig bij de volgende onderwerpen:

- Berekenen van een punt op een lijn (opgave 10 t/m opgave 12 van paragraaf 3.2).
- Berekenen van evenwijdige lijnen door een gegeven punt (opgave 13 van paragraaf 3.2).
- Berekenen van functiewaarden van tweedegraadsfuncties (opgave 6 t/m opgave 8 van paragraaf 3.2).

Blok 3: Vergelijkingen en ongelijkheden

De leerstof: motivatie van de keuze

De leerstof van blok 3:

Meer ervaring opdoen in het omgaan met lineaire vergelijkingen en ongelijkheden en kennismaken met (het oplossen van) kwadratische vergelijkingen en ongelijkheden.

Onderwerpen in concreto:

- Werkschema voor het oplossen van complexe lineaire vergelijkingen (balansmethode).
- Snijpunten van grafieken van lineaire en kwadratische verbanden met de X-as.
- Kwadratische vergelijkingen oplossen met $a \cdot b = 0$, de som-product-methode en de *abc*-formule.
- Werkschema voor het oplossen van lineaire ongelijkheden.
- Kwadratische ongelijkheden oplossen door aflezen uit grafiek.

De leerstof: voorkennis

De leerlingen beheersen, bij aanvang van het werken aan het blok, de volgende onderwerpen:

- Oplossen van lineaire vergelijkingen en ongelijkheden door aflezen uit de grafiek en met de balansmethode.
- Oplossen van kwadratische vergelijkingen door inklemmen.

De leerstof: opbrengst

De leerlingen kunnen, na het doorwerken van blok 3:

- (complexe) lineaire vergelijkingen en ongelijkheden oplossen met de balansmethode;
- snijpunten berekenen van grafieken van twee lineaire verbanden en van een lineair verband met de X-as;
- kwadratische vergelijkingen oplossen met de daarvoor meest geschikte methode;
- kwadratische ongelijkheden oplossen met het werkschema (en aflezen uit de grafiek);
- snijpunten berekenen van de grafiek van een kwadratisch verband met de X-as.

De leerstof: aandachtspunten voor docent

In blok 3 is speciale aandacht en (wellicht) enige extra uitleg en begeleiding van de docent nodig bij de volgende onderwerpen:

- Het oplossen van complexe lineaire vergelijkingen met de balansmethode (opgave 8 en opgave 10 van paragraaf 4.1).
- Het oplossen van complexe kwadratische vergelijkingen met de abc-formule (opgave 11 van paragraaf 4.2).
- Het oplossen van complexe lineaire ongelijkheden met de balansmethode (opgave 3 van paragraaf 4.3).
- Het oplossen van complexe kwadratische ongelijkheden (opgave 6 van paragraaf 4.4).

Blok 4: Meetkunde

De leerstof: motivatie van de keuze

De leerstof van blok 4:

Meer ervaring opdoen met rekenen in de meetkunde.

Onderwerpen in concreto:

- Vergrotingen en verkleiningen in vlakke en ruimtelijke situaties.
- Gelijkvormige figuren met verhoudingstabellen.
- Goniometrische verhoudingen in vlakke en ruimtelijke situaties.

De leerstof: voorkennis

De leerlingen beheersen, bij aanvang van het werken aan het blok, de volgende onderwerpen:

- Tekenen van aanzichten, met schaalaanduidingen.
- Berekenen van vergrotingen in eenvoudige vlakke figuren.
- Rekenen met de Stelling van Pythagoras.
- Berekenen van hellingen, hellingsgetal, hellingshoek en stijgingspercentage.
- Rekenen met de tangens in eenvoudige vlakke figuren.

De leerstof: opbrengst

De leerlingen kunnen, na het doorwerken van blok 4:

- vergrotingen en verkleiningen berekenen, met de gevolgen voor oppervlakte en inhoud;
- lengte van zijden berekenen in vlakke figuren met de verhoudingstabel;
- de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus en tangens gebruiken in vlakke en ruimtelijke situaties.

De leerstof: aandachtspunten voor docent
In blok 4 is speciale aandacht en (wellicht) enige extra uitleg en begeleiding van de docent nodig bij de volgende onderwerpen:
- Het berekenen van de vergrotingsfactor in een complexe situatie (opgave 4 van paragraaf 5.1).
- Het werken met de verhoudingstabel in een ruimtelijke figuur (opgave 11 van paragraaf 5.1).
- Het toepassen van de goniometrische verhoudingen in een vlakke figuur (opgave 10 en opgave 11 van paragraaf 5.2).
- Het toepassen van de goniometrische verhoudingen in een ruimtelijke figuur (opgave 15 van paragraaf 5.2).

Blok 5: Statistiek
De leerstof: motivatie van de keuze
De leerstof van blok 5:
Meer ervaring opdoen met enkele statistische fenomenen en het werken met klassen en klassenindeling. Onderwerpen in concreto:
- Statistische gegevens in klassen en klassenindeling.
- Procentuele toe- en afname.
- (lineair) interpoleren en extrapoleren.

De leerstof: voorkennis
De leerlingen beheersen, bij aanvang van het werken aan het blok, de volgende onderwerpen:
- Verwerken van een eenvoudige reeks statistische gegevens.
- Afrondingsregels.
- Berekenen van gemiddelde, modus, mediaan, spreiding.
- Rekenen met procenten in eenvoudige situaties.
- Tekenen van grafieken en het aflezen van gegevens.

De leerstof: opbrengst
De leerlingen kunnen, na het doorwerken van blok 5:
- complexe reeksen statistische gegevens verwerken via klassenindeling;
- procentuele toe- en afname berekenen in complexe situaties;
- waarden bepalen via inter- en extrapoleren en daarbij uitspraken doen over de nauwkeurigheid.

De leerstof: aandachtspunten voor docent
In blok 5 is speciale aandacht en (wellicht) enige extra uitleg en begeleiding van de docent nodig bij de volgende onderwerpen:
- Verwerken van een complexe reeks statistische gegevens (opgave 4 van paragraaf 6.1).
- Berekenen van procentuele toe- en afname in complexe situaties (opgave 8 en opgave 9 van paragraaf 6.2).

1.6 Reflectie en correctie

Correctie
Leerlingen corrigeren zelf hun werk tijdens of na elk blok. In de correctiesleutel staan de juiste antwoorden, mogelijke oplossingsmethoden, relevante formules en trefwoorden. Aan de hand van een puntenverdeling bepalen de leerlingen in welke mate zij de leerstof beheersen.

De docent is vrij te bepalen of de correctiesleutel vooraf, tijdens of na afloop van het doorwerken van de module aan de leerlingen wordt overhandigd.

Reflectie
De leerlingen hebben twee meetbare criteria om te bepalen of ze de leerstof voldoende begrepen hebben:

- Het behaalde aantal punten per leerstofonderdeel. Indien voor een bepaald onderdeel weinig punten worden gescoord, duidt dit op een te laag beheersingsniveau. De leerlingen maken hiervan een aantekening en brengen dit gegeven in tijdens het reflectiegesprek met de begeleidende docent.
  De docent neemt in het reflectiegesprek een afwachtende houding aan en legt nadrukkelijk het initiatief bij de leerlingen. De docent is niet sturend in het leerproces, maar begeleidend en coachend.
- De omgang met de Tips!! Indien het voor een bepaald leerstofonderdeel noodzakelijk is alle Tips!! te bestuderen duidt dit op een moeizame voortgang. De leerlingen maken hiervan een aantekening en brengen dit in tijdens het reflectiegesprek met de begeleidende docent.

In de module staan verder enkele reflectievragen na elk blok. De vragen betreffen het product en het proces.

Ten aanzien van het product:

- Wat begreep je goed? Wat ging minder goed?
- Wat heb je nodig om het een volgende keer beter te kunnen?
- Hoe ga je dat aanpakken?

Ten aanzien van het proces:

- Vragen die ingaan op de werkaanpak, de plaats van werken, het tempo, et cetera.

In de module is de suggestie opgenomen om, indien nodig, de reflectie te verdiepen door een gesprek met de begeleidende docent of mentor. Aandachtspunten daarbij kunnen de leerresultaten en de werkaanpak zijn.

1.7 De coaching: anticiperen, monitoren en corrigeren

De leerlingen werken de module zelfstandig door. Het materiaal is adequaat toegesneden op deze leersituatie, het dient 'voor zich te spreken'.

Per blok zijn kritische situaties in de module vermeld, waarbij het mogelijk is dat leerlingen met hulpvragen bij de docent komen. De leerlingen nemen hiertoe zelf het initiatief. Het is aan te bevelen wekelijks een (facultatief) spreekuur te houden voor opstromers met inhoudelijke hulpvragen.

Tijdens het doorwerken van de module is er geen sturende taak voor de docent voor wat betreft het geven van uitleg over de leerstof en de correctie. Wel wordt de rol van de docent zeer op prijs gesteld bij de reflectie van de leerlingen op de module.

Ten minste één maal (na afloop van de module) of desgewenst vaker (na afronding van een blok) vindt er een coachingsgesprek plaats. In dit gesprek bespreken leerlingen en docent in hoeverre een opstroom naar havo haalbaar is en wat er nog verbeterd kan worden.
In het coachingsgesprek passeren de volgende aspecten van de 'opstroom' voor het vak wiskunde:

- De sterke en zwakke kanten van de leerling.
- Het effect daarvan op de opstroom.
- De wijze waarop de leerling zorg kan besteden aan de zwakke kanten in het vak.
- De werkhouding, de werkaanpak, het werktempo.
- De leerresultaten.

De eindtoets
De eindtoets is afgestemd op wat de leerlingen in havo moeten kunnen. In de toets is een variatie aan vragen opgenomen: enkele minder complexe, enkele meer complexe, inzichtvragen en opinievragen. De vorm van de toets is die van een open boek tentamen. De leerlingen mogen het lesmateriaal gebruiken om de vragen te beantwoorden of een opdracht uit te voeren. De vragen zijn daarom meer op inzicht en vaardigheden afgestemd dan op feitenkennis.

In de toets wordt de waardering per vraag in de kantlijn vermeld, in een 100-puntsschaal. De optelling van de punten van alle vragen levert 100 punten op: 10 punten voor het cijfer 1 krijgen de leerlingen gratis, 90 punten worden verdeeld over de vragen.

De eindbeoordeling
De leerlingen beschrijven per blok een korte reflectie op hun leerresultaten en hun werkproces. De docent bestudeert de reflecties van de leerlingen en bespreekt deze met hen. Aan het eind van de module reflecteren de leerlingen op het gehele werk. Deze reflectie maakt deel uit van de beoordeling en is niet vrijblijvend.

De docent schrijft een kort verslag van de nabespreking, waarin opgenomen een eindbeoordeling (in woorden), een verantwoording van de eindbeoordeling en het leerresultaat (een cijfer).

Leerlingen die de module hebben afgewerkt krijgen een bewijs of certificaat voor het geleverde werk. Hiervan kan melding gemaakt worden in een examendossier of een toekomst- c.q. loopbaandossier en in de informatie over de leerlingen, die van de vmbo-afdeling naar de havoafdeling gaan. De kopie van het bewijs of certificaat wordt door de mentor van de leerlingen bewaard en ter beschikking gesteld aan betrokkenen binnen de schoolorganisatie (decaan, secretaris examencommissie, et cetera).

Het bewijs of certificaat wordt gebruikt als aanvullende, ondersteunende informatie bij het opstroomadvies.

Bijlagen
De eindtoets met een puntenverdeling per vraag.
De correctiesleutel met een beschrijving van de oplossingsmethoden en correcte antwoorden.

2. Correctiemodel bij blok 1: Algebra en rekenen

2.1 Rekenen

1. a) 4 x 3 = 12 e) -8 : -2 = 4
   b) 4 x -3 = -12 f) -8 : 2 = -4
   c) -4 x 3 = -12 g) 8 : -2 = -4
   d) -4 x -3 = 12 h) 8 : 2 = 4
   Denk aan de rekenregels: – x + = – en – x – = + (geldt ook voor delen).

2. a) 2^3 = 2 x 2 x 2= 8
   b) $(-2)^3$ = -2 x -2 x -2 = -8
   c) -2^3 = - 2 x 2 x 2 = -8
   d) $-(-2)^3$ = -(-2 x -2 x -2) = - (-8) = 8
   Denk aan de rekenregels, met name $(\text{negatief getal})^{\text{even getal}} = +$
   en $(\text{negatief getal})^{\text{oneven getal}} = –$

3. a) $\frac{7}{56} = \frac{1}{8}$ (teller en noemer delen door 8)
   b) $\frac{60}{48} = \frac{15}{12}$ (teller en noemer delen door 4, deze breuk is nog verder te vereenvoudigen)
   c) $\frac{30}{105} = \frac{6}{21}$ (teller en noemer delen door 5, deze breuk is nog verder te vereenvoudigen)
   d) $\frac{32}{84} = \frac{8}{21}$ (teller en noemer delen door 4)

4. a) $\frac{4}{15} < \frac{25}{90}$ ($\frac{4}{15} = \frac{24}{90}$, teller en noemer vermenigvuldigen met 6)
   b) $\frac{9}{7} > \frac{25}{21}$ ($\frac{9}{7} = \frac{27}{21}$, teller en noemer vermenigvuldigen met 3)
   c) $\frac{64}{77} < \frac{6}{7}$ ($\frac{6}{7} = \frac{66}{77}$, teller en noemer vermenigvuldigen met 11)
   d) $\frac{13}{20} > \frac{3}{5}$ ($\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$, teller en noemer vermenigvuldigen met 4)

5. a) $1\frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{6}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{6}{35}$
   b) $\frac{4}{5} \times \frac{6}{11} = \frac{24}{55}$
   c) $\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
   d) $4\frac{2}{11} \times \frac{3}{7} = \frac{46}{11} \times \frac{3}{7} = \frac{138}{77} = 1\frac{61}{77}$

Denk aan de rekenregel: bij vermenigvuldigen van twee breuken geldt:
teller x teller en noemer x noemer.

6. a) $4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{8}{21}$
   b) $\frac{196}{140} \times \frac{110}{150} \times \frac{1}{14} = \frac{21560}{294000} = \frac{11}{150}$
   Let op: hier is het eenvoudiger om de breuken eerst te vereenvoudigen.
   Dus: $\frac{196}{140} = \frac{14}{10}$ (teller en noemer delen door 14)

en $\frac{110}{150} = \frac{11}{15}$ (teller en noemer delen door 10)

c) $2\frac{2}{13}$ x $\frac{3}{13}$ x13 = $\frac{28}{13}$ x $\frac{3}{13}$ x $\frac{13}{1}$ = $\frac{1092}{169}$ = $\frac{84}{13}$ = $6\frac{6}{13}$

Zie opmerkingen opgave 6b)

d) $3\frac{9}{14}$ x $\frac{28}{90}$ = $\frac{51}{14}$ x $\frac{28}{90}$ = $\frac{1428}{1260}$ = $1\frac{168}{1260}$ = $1\frac{2}{15}$

Zie opmerkingen opgave 6b)

7. a) $3\frac{3}{4} : \frac{1}{6}$ = $\frac{15}{4} : \frac{1}{6}$ = $\frac{15}{4}$ x $\frac{6}{1}$ = $\frac{90}{4}$ = $22\frac{2}{4}$ = $22\frac{1}{2}$

b) $\frac{7}{12} : 2\frac{1}{2}$ = $\frac{7}{12} : \frac{5}{2}$ = $\frac{7}{12}$ x $\frac{2}{5}$ = $\frac{14}{60}$ = $\frac{7}{30}$

c) $4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3}$ = $\frac{9}{2} : \frac{10}{3}$ = $\frac{9}{2}$ x $\frac{3}{10}$ = $\frac{27}{20}$ = $1\frac{7}{20}$

d) $\frac{4}{5} : \frac{3}{4}$ = = $\frac{4}{5}$ x $\frac{4}{3}$ = $\frac{16}{15}$ = $1\frac{1}{15}$

Denk aan de rekenregel: delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk.

8. a) $\frac{4}{15} - \frac{7}{8}$ = $\frac{32}{120} - \frac{105}{120}$ = $-\frac{73}{120}$

b) $2\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$ = $2\frac{5}{15} + \frac{9}{15}$ = $2\frac{14}{15}$

c) $1\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3}$ = $1\frac{3}{12} + 2\frac{8}{12}$ = $3\frac{11}{12}$

d) $\frac{3}{8} - \frac{1}{3}$ = $\frac{9}{24} - \frac{8}{24}$ = $\frac{1}{24}$

Eerst de noemers gelijk maken, dan optellen of aftrekken.

2.2 Letterrekenen

1. a) $2p - 4p = -2p$

b) $3a^2 + 4a + 2a^2 = 5a^2 + 4a$

c) $-xy + 4xy = 3xy$

d) $8a + 4b$ niet verder te herleiden

e) $2x^2 - 3x^2 = -x^2$

f) $11m^2n^2 - 7m^2n^2 = 4m^2n^2$

Alleen gelijksoortige termen bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken.

2. a) $-2x + 7 + 3x - 4 = x + 3$

b) $3a - 4b - 4a + 5b = -a + b$

c) $-p - p - p + 3q - p = -4p + 3q$

d) $-4r - (1 - 3r) = -4r - 1 + 3r = -r - 1$

e) $3a - 3b + 4c - 5a + 6b - 7c = -2a + 3b - 3c$

f) $4 - 5a - 2a - 4 = -7a$

Deze opgaven mag je in kleinere stapjes oplossen, bijvoorbeeld:

b) $3a - 4b - 4a + 5b = 3a - 4a - 4b + 5b = -a + b$

3. a) $-4a + 3b - c = -4 \cdot 4 + 3 \cdot -3 - 1 = -16 + -9 - 1 = -26$

b) $a^2 - b^2 + 3c = 4^2 - (-3)^2 + 3 \cdot 1 = 16 - 9 + 3 = 10$

c) $abc = 4 \cdot -3 \cdot 1 = -12$

d) $7a^2b + 4ab^2 + 3c^2 = 7 \cdot 4^2 \cdot -3 + 4 \cdot 4 \cdot (-3)^2 + 3 \cdot 1^2$

= $7 \cdot 16 \cdot -3 + 4 \cdot 4 \cdot 9 + 3 \cdot 1 = -336 + 144 + 3 = -189$

4. a) $(a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$ (merkwaardig product!)

b) $x(x+2) = x \cdot x + x \cdot 2 = x^2 + 2x$

c) $(-3z)^2 = -3z \cdot -3z = 9z^2$

d) $(p+4)(p-4) = p^2 - 16$ (merkwaardig product!)

e) $(a-5)(b+3) = a \cdot b + a \cdot 3 - 5 \cdot b - 5 \cdot 3 = ab + 3a - 5b - 15$

f) $(3+p)^2 = 9 + 6p + p^2 = p^2 + 6p + 9$ (merkwaardig product!)

5. a) $(3x-2y)(4x+3y) - 2x(2x-y)$

$= 3x \cdot 4x + 3x \cdot 3y - 2y \cdot 4x - 2y \cdot 3y - (2x \cdot 2x - 2x \cdot y)$

$= (12x^2 + 9xy - 8xy - 6y^2) - (4x^2 - 2xy)$

$= 12x^2 + xy - 6y^2 - 4x^2 + 2xy$

$= 8x^2 + 3xy - 6y^2$

b) $(4p)^2 + (4+p)^2 - p(p-4)$

$= (4p \cdot 4p) + (16 + 8p + p^2) - (p \cdot p - p \cdot 4)$

$= 16p^2 + 16 + 8p + p^2 - p^2 + 4p$

$= 16p^2 + 12p + 16$

c) $(4a+3)(4a-3) + 4(a+3)(a-3)$

$= 16a^2 - 9 + 4(a^2 - 9)$

$= 16a^2 - 9 + 4a^2 - 36$

$= 20a^2 - 45$

Denk aan de merkwaardige producten.

6. a) $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$

b) $(b+2)(b-2) = b^2 - 4$

c) $(p+4)^2 = p^2 + 8p + 16$

d) $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Denk aan de merkwaardige producten.

7. a) $(p+3)^2 - (p+3)(p-3)$

$= p^2 + 6p + 9 - (p^2 - 9)$

$= p^2 + 6p + 9 - p^2 + 9 = 6p + 18$

b) $(2a-4)^2 + 2a(a-4)^2$

$= 4a^2 - 16a + 16 + 2a(a^2 - 8a + 16)$

$= 4a^2 - 16a + 16 + 2a^3 - 16a^2 + 32a = 2a^3 - 12a^2 + 16a + 16$

c) $(2x)^2-(2x-1)^2$

$= 4x^2-(4x^2-4x+1)$

$= 4x^2-4x^2+4x-1=4x-1$

d) $3(t+2)(t-2)$

$= 3(t^2-4)=3t^2-12$

8. a) $-(5p+3)^2+(5p-3)^2$

$= -(25p^2+30p+9)+(25p^2-30p+9)$

$= -25p^2-30p-9+25p^2-30p+9=-60p$

b) $(4q)^2-(4+q)^2$

$= 16q^2-(16+8q+q^2)$

$= 16q^2-16-8q-q^2=15q^2-8q-16$

c) $(3t+3)^2-(t+3)^2$

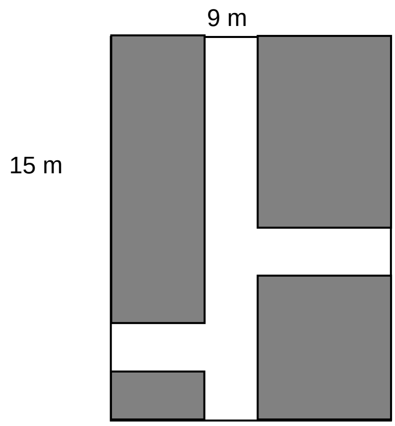
$= 9t^2+18t+9-(t^2+6t+9)$

$= 9t^2+18t+9-t^2-6t-9=8t^2+12t$

d) $4(2p-2)^2$

$= 4(4p^2-8p+4)=16p^2-32p+16$

Ter afronding



Hassan's tuin met een pad van 0,8 meter breed.

a) De oppervlakte van het pad
= 15 x 0,8 + (9 - 0,8) x 0,8 = 12 + 8,2 x 0,8 = 12 + 6,56 = 18,56 m^2.

b) Als de breedte van het pad gelijk is aan x meter, dan wordt de oppervlakte van het pad =
$15\cdot x+(9-x)\cdot x=15x+9x-x^2=24x-x^2$

c) De vergelijking luidt: $24x-x^2=50$
als $x=0{,}8$ dan is de oppervlakte = 18,56 m^2.
als x groter wordt, wordt ook de oppervlakte groter.

Inklemmen:

stel $x = 1$, dan opp. = 24 x 1 - 1^2 = 24 - 1 = 23 m^2 te laag
stel $x = 2$, dan opp. = 24 x 2 - 2^2 = 48 - 4 = 44 m^2 te laag
stel $x = 2{,}5$, dan opp. = 24 x 2,5 - $2{,}5^2$ = 60 - 6,25 = 53,75 m^2 te hoog
stel $x = 2{,}3$, dan opp. = 24 x 2,3 - $2{,}3^2$ = 49,91 m^2 te laag
stel $x = 2{,}31$, dan opp. = 24 x 2,31 - $2{,}31^2$ = 50,1039 m^2 te hoog

Hassan moet het pad 2,3 meter breed maken. Hij heeft dan ongeveer 50 m^2 stenen nodig.
(In blok 3 leer je een nauwkeurige en snelle manier om dit soort berekeningen te maken).

2.3 Correctiemodel bij de diagnostische toets blok 1

1. Acht punten: één punt per onderdeel
   a) -4 x -7 = 28
   b) -3 - 8 = -11
   c) -3^4 = -3 x 3 x 3 x 3 = -81
   d) 12 : -3 = -4
   e) $(-4)^3$ = -4 x -4 x -4 = -64
   f) 8 + -3 = 5
   g) -9 x 5 = -45
   h) $-(-5)^5$ = -(-5x-5x-5x-5x-5)
   = -(-3125) = 3125

2. Zestien punten: twee punten per onderdeel
   a) $2\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{13}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{26}{35}$
   b) $\frac{4}{5} : \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$
   c) $3\frac{1}{3} - 2\frac{3}{4} = \frac{10}{3} - \frac{11}{4} = \frac{40}{12} - \frac{33}{12} = \frac{7}{12}$
   d) $3\frac{3}{9} : 1\frac{1}{2} = \frac{30}{9} : \frac{3}{2} = \frac{30}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{60}{27} = 2\frac{6}{27} = 2\frac{2}{9}$
   e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{12}{60} = \frac{47}{60}$
   f) $4\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{14}{3} \times \frac{43}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{602}{189} = 3\frac{35}{189} = 3\frac{5}{27}$
   g) $2\frac{1}{2} - 1\frac{7}{8} = \frac{5}{2} - \frac{15}{8} = \frac{20}{8} - \frac{15}{8} = \frac{5}{8}$
   h) $5\frac{1}{15} + 3\frac{1}{6} = \frac{76}{15} + \frac{19}{6} = \frac{152}{30} + \frac{95}{30} = \frac{247}{30} = 8\frac{7}{30}$

3. Zestien punten: twee punten per onderdeel
   a) $2x + 3x - x - 4x + x = x$
   b) $3p^2 - 4p^3$ = niet verder te herleiden
   c) $4a - 3b + 4a - c + 2b - c = 8a - b - 2c$
   d) $7a^2b - 7c - a^2b - 3c + d = 6a^2b - 10c + d$
   e) $4t - 3(2 - 2t) = 4t - 6 + 6t = 10t - 6$
   f) $2(2x - 7) - 2x(7 - 2x) = 4x - 14 - 14x + 4x^2 = 4x^2 - 10x - 14$
   g) $-x + (y - x) + 2y + 2x - 3y = -x + y - x + 2y + 2x - 3y = 0$
   h) $s^2tu^3 - 3s^2tu^3 = -2s^2tu^3$

4. Zestien punten: twee punten per onderdeel

a) $(y+3)(y-3) = y^2 - 9$

b) $(-2a)^2 - (a-2)^2 = 4a^2 - (a^2 - 4a + 4)$

$= 4a^2 - a^2 + 4a - 4 = 3a^2 + 4a - 4$

c) $-5(-p-3)^2 = -5(p^2 + 6p + 9)$

$= -5p^2 - 30p - 45$

d) $(x+7)^2 = x^2 + 14x + 49$

e) $(2p-2)^2 = 4p^2 - 8p + 4$

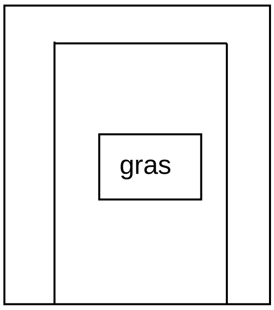
f) $(s-3)(t+4) = st + 4s - 3t - 12$

g) $-(x-3)^2 = -(x^2 - 6x + 9) = -x^2 + 6x - 9$

h) $3a(a-3) - (2a-4)^2 = 3a^2 - 9a - (4a^2 - 16a + 16)$

$= 3a^2 - 9a - 4a^2 + 16a - 16 = -a^2 + 7a - 16$

5. Acht punten: vier punten per onderdeel



Het grasveld van 10 bij 14 meter en het pad met een breedte van x meter.

a) De oppervlakte van het pad

$= 2 \cdot 14x + (10 + 2x) \cdot x$

$= 28x + 10x + 2x^2$

$= 38x + 2x^2$

b) Als $x = 0{,}6$ meter, dan oppervlakte pad = 38 x 0,6 + 2 x $0{,}6^2$ = 22,8 + 0,72 = 23,52 m^2.

3. Correctiemodel bij blok 2: Verbanden

3.1 Lineaire verbanden

1. De auto van Hanneke heeft een benzinetank met een inhoud van 45 liter. Als Hanneke rustig rijdt, kan ze met 1 liter benzine 15 kilometer afleggen. Dus: na 30 kilometer rustig rijden heeft de auto 2 liter benzine verbruikt, er zit dan nog 43 liter in de tank.

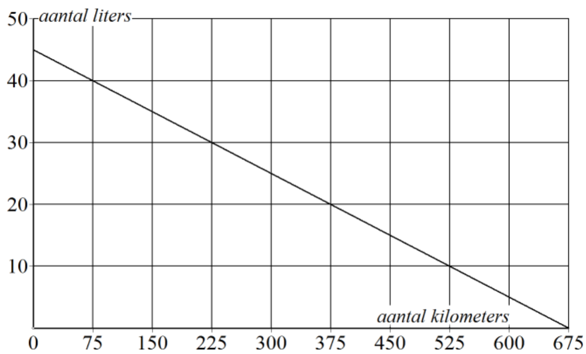
   a)

Aantal kilometers	0	75	150	225	300
Aantal liters in de tank	45	40	35	30	25

   75 kilometer rijden kost 75 : 15 = 5 liter benzine.

   b) Dit is een lineair verband.
   In de bovenste regel is de toename constant (telkens 75 kilometer erbij), in de onderste regel is de afname (het eerste verschil) eveneens constant: telkens 5 liter benzine eraf.

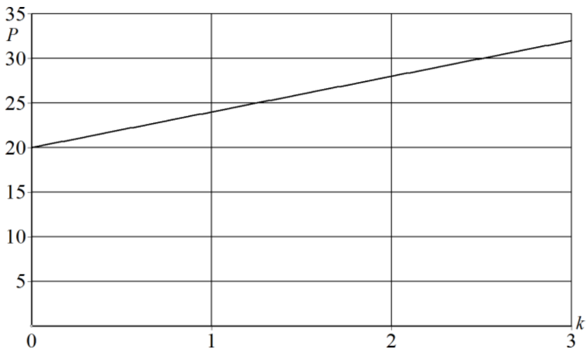
   c) Aantal liters



2. a)

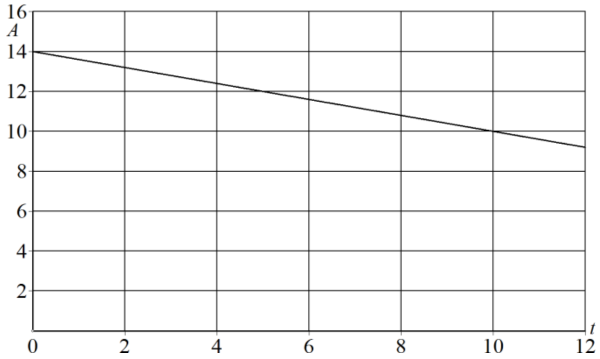
k	0	1	2	3
P	20	24	28	32

   Bijvoorbeeld als $k = 2$ dan $P = 20 + 4 \cdot 2 = 20 + 8 = 28$



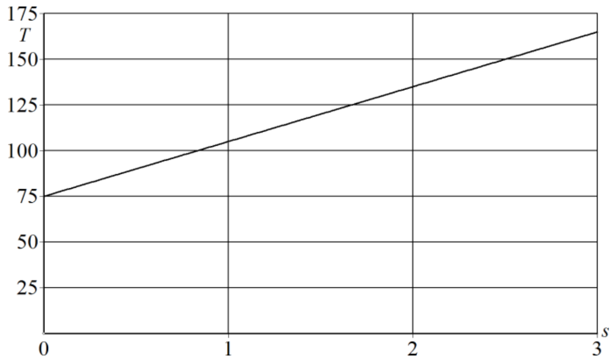
b)

t	0	4	8	12
A	14	12,4	10,8	9,2

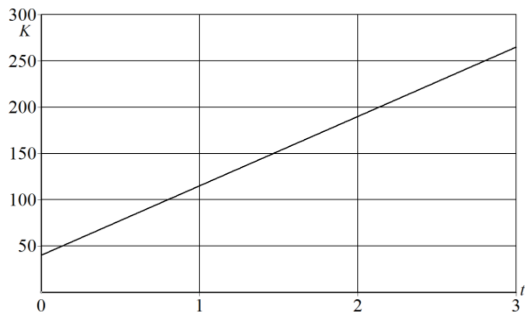


c)

s	0	1	2	3
T	75	105	135	165



3.



De formule van een lijn ziet er altijd zo uit: $y = ax + b$, hier dus $K = at + b$.

a = hellingsgetal (1 naar rechts, ... omhoog/omlaag),

b = beginpunt van de lijn (op verticale as, het punt (0, b)).

De grafiek begint in het punt (0, 40). Dat wil zeggen: als $t = 0$ (de onderwijsadviseur heeft nog niet gewerkt), dan $K = 40$ (je betaalt € 40,00, een soort van 'voorrijdkosten'). Dus: $b = 40$.

Uit de grafiek lees je af dat elk uur werken € 75,00 kost. Dat wil zeggen: in de grafiek 1 naar rechts, 75 omhoog. Dus: $a = 75$.

Formule van de lijn: $K = 75t + 40$.

4. a)

p	0	2	4	6	8
T	4	7	10	13	16

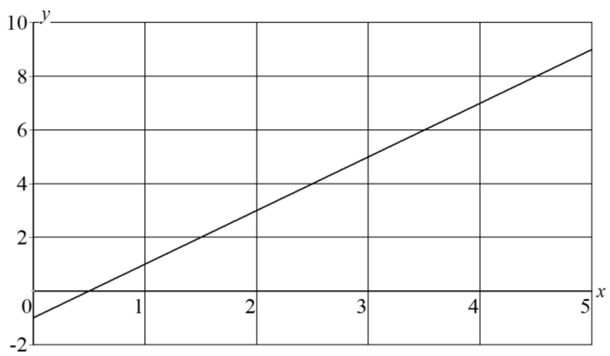
De tabel hoort bij een lineair verband (bovenste rij: telkens 2 erbij, onderste rij telkens 3 erbij), dus we kunnen een formule opstellen.
Het beginpunt in de tabel is (0, 4), dus $b = 4$.
In de tabel zien we: als er in de bovenste rij 2 bijkomt, komt er in de onderste rij 3 bij.
Als er in de bovenste rij 1 bijkomt (1 naar rechts), dan komt er in de onderste rij 1,5 bij (1,5 omhoog). Dus: $a = 1{,}5$.
Formule: $T = 1{,}5p + 4$

b)

x	0	1	3	4	7
y	3	7	15	19	31

De tabel hoort bij een lineair verband. Bij een toename van 1 in de bovenste rij, hoort een toename van 4 in de onderste rij; bij een toename van 2 in de onderste rij, hoort een toename van 8 in de onderste rij; et cetera). We kunnen dus een formule opstellen.
Het beginpunt in de tabel is (0, 3), dus $b = 3$.
In de tabel zien we: als er in de bovenste rij 1 bijkomt (1 naar rechts), komt er in de onderste rij 4 bij (4 omhoog). Dus $a = 4$.
Formule: $y = 4x + 3$

5. Lijn m : $y = 2x - 1$.
   a) Het getal -1 geeft aan waar de lijn de Y-as snijdt (het 'begin'punt van de lijn). In dit geval (0, -1).
   b) Het getal 2 zegt iets over de helling van de lijn (het 'hellings'getal).
   In dit geval: als we in de grafiek 1 hokje (eenheid) naar rechts gaan, moeten we 2 hokjes (eenheden) omhoog om weer op de lijn uit te komen.



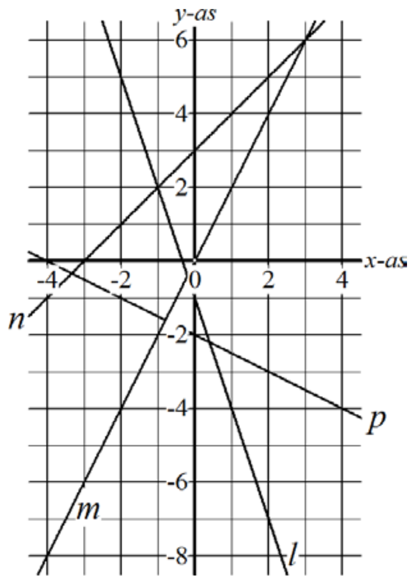
6. Lijn p : $y = 3x + 4$.
   a) Het getal -3 is het 'hellings'getal. In de grafiek: 1 naar rechts, 3 omlaag.
   b) Het getal 4 is het 'begin' punt. De lijn snijdt de Y-as in (0, 4).

7. a) l: $y = -3x - 1$ hellingsgetal = -3, dus 1 naar rechts, 3 omlaag
beginpunt (0, -1)

b) m: $y = 2x$ hellingsgetal = 2, dus 1 naar rechts, 2 omhoog
beginpunt (0, 0)

c) n: $y = x + 3$ hellingsgetal = 1, dus 1 naar rechts, 1 omhoog
beginpunt (0, 3)

d) p: $y = -\frac{1}{2}x - 2$ hellingsgetal = -$\frac{1}{2}$, dus 1 naar rechts, $\frac{1}{2}$ omlaag
beginpunt (0, -2)

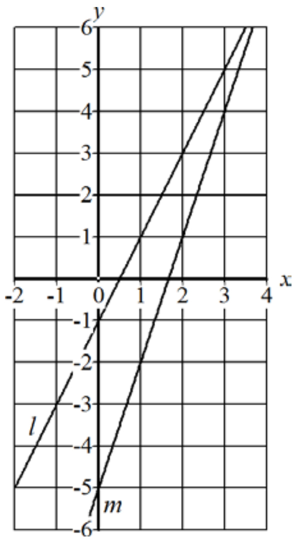


8. Lijn l: Bginpunt is (0, 6), dus $b = 6$.
In de grafiek: 1 naar rechts, 2 omlaag (om weer bij de lijn uit te komen). Dus $a = -2$.
Formule: $y = 2x - 6$

Lijn m: Beginpunt is (0, 1), dus $b = 1$.
In de grafiek: 1 naar rechts, $\frac{1}{2}$ omhoog (om weer bij de lijn uit te komen). Dus $a = \frac{1}{2}$.
Formule: $y = \frac{1}{2}x + 1$.

9. a) Lijn l door (3, 5), met hellingsgetal 2.
Hellingsgetal = 2, dus formule: $y = 2x + b$.
Uit de grafiek lees je af: beginpunt is (0, -1), dus $b = -1$.
Formule: $y = 2x - 1$.
(Later leer je een manier om het beginpunt te berekenen. Deze methode is nauwkeuriger en altijd toepasbaar).

b) Lijn m door (1, -2) en (4, 7).
Uit de grafiek lees je af: 1 naar rechts, dan 3 omhoog (om weer op de grafiek uit te komen.)
Uit de grafiek lees je af: beginpunt is (0, -5).
Formule: $y = 3x - 5$.



10. a) Punt (12, y) op de grafiek van $y = 4x - 8$.
(12, y) invullen in $y = 4x - 8$.
$y = 4 \cdot 12 - 8 = 40$.
Conclusie: (12, 40) ligt op de grafiek van $y = 4x - 8$.
b) Punt (x , -4) op de grafiek van $y = 2x + 2$.
(x , -4) invullen in $y = 2x + 2$.
$-4 = 2x + 2$, dus $2x = -6$, dus $x = -3$.
Conclusie: (-3, -4) ligt op de grafiek van $y = 2x + 2$.

11. Punten op lijn p: $y = 3x - 3$.
a) (2, 3), dus invullen $x = 2$ en $y = 3$ in $y = 3x - 3$:
$3 = 3 \cdot 2 - 3$, ofwel $3 = 6 - 3$. Dit klopt, dus (2, 3) ligt op p.
b) (-1, 0), dus invullen $x = -1$ en $y = 0$ in $y = 3x - 3$:
$0 = 3 \cdot -1 - 3$, ofwel $0 = -3 - 3$. Dit klopt niet, dus (-1, 0) ligt niet op p.
c) (-2, -3), dus invullen $x = -2$ en $y = -3$ in $y = 3x - 3$:
$-3 = 3 \cdot -2 - 3$, ofwel $-3 = -6 - 3$. Dit klopt niet, dus (-2,-3) ligt niet op p.
d) (0, -3), dus invullen $x = 0$ en $y = -3$ in $y = 3x - 3$:
$-3 = 3 \cdot 0 - 3$, ofwel $-3 = 0 - 3$. Dit klopt, dus (0, -3) ligt op p.

12. a) (-5, 3) op lijn l: $y = \frac{1}{2}x + b$.

$x = -5$ en $y = 3$ invullen in $y = \frac{1}{2}x + b$:

$3 = \frac{1}{2} \cdot -5 + b$, ofwel $3 = -2\frac{1}{2} + b$, dus $b = 5\frac{1}{2}$.

Formule lijn l: $y = \frac{1}{2}x + 5\frac{1}{2}$

b) (100, 2500) op lijn m: $N = -500t + b$.

$t = 100$ en $N = 2500$ invullen in $N = -500t + b$:

$2500 = -500 \cdot 100 + b$, ofwel $2500 = -50000 + b$, dus $b = 52500$.

Formule lijn m: $N = -500t + 52500$

c) (1, 2) op lijn n: $y = ax + 4$.

$x = 1$ en $y = 2$ invullen in $y = ax + 4$:

$2 = a \cdot 1 + 4$, ofwel $2 = a + 4$, dus $a = -2$.

Formule lijn n: $y = -2x - 2$

d) (-4, 7) op lijn p: $y = ax - 3$.

$x = -4$ en $y = 7$ invullen in $y = ax - 3$:

$7 = -4 \cdot a - 3$, ofwel $7 = -4a - 3$, ofwel $-4a = 10$ dus $a = -2\frac{1}{2}$.

Formule lijn p: $y = -2\frac{1}{2}x - 3$

13. Lijn l is: $y = 5x + 3$. Lijn k evenwijdig aan lijn l en (1, 6) ligt op k.

Lijn k evenwijdig aan lijn l, dus hellingsgetal van lijn k = hellingsgetal van lijn l. En die is 5. Dus: formule lijn k is $y = 5x + b$.

(1, 6) ligt op lijn k, dus $x = 1$ en $y = 6$ invullen in $y = 5x + b$:

$6 = 5 \cdot 1 + b$, ofwel $6 = 5 + b$, ofwel $b = 1$.

Formule van lijn k: $y = 5x + 1$.

14.

a)	$y = -x + 4$	$f: x \rightarrow -x + 4$
b)	$K = 15a + 35$	$g: a \rightarrow 15a + 35$
c)	$N = -50t - 125$	$h: t \rightarrow -50t - 125$
d)	$y = 2x - 7$	$i: x \rightarrow 2x - 7$

De letters f, g, h en i zijn willekeurig gekozen. Het zijn de 'namen' van de functies

15. Functie $f: x \rightarrow -4x + 3$.

a) $f(3) = -4 \cdot 3 + 3 = -12 + 3 = -9$

$f(0) = -4 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$

$f(-2) = -4 \cdot -2 + 3 = 8 + 3 = 11$

b) Beeld van -1 is $f(-1) = -4 \cdot -1 + 3 = 4 + 3 = 7$.

Functiewaarde van 5 is $f(5) = -4 \cdot 5 + 3 = -20 + 3 = -17$.

c) Formule van f is $y = 4x + 3$.

Bij de vragen 'Bereken $f(3)$', 'Bereken het beeld van 3' en 'Bereken de functiewaarde van 3' moet je telkens hetzelfde doen, namelijk $x = 3$ invullen in de formule.

16. De functie $g(t) = 1\frac{1}{2}(t-3)+2$

a) $g(1) = 1\frac{1}{2} \cdot (1-3) + 2 = 1\frac{1}{2} \cdot -2 + 2 = -3 + 2 = -1$

$g(3) = 1\frac{1}{2} \cdot (3-3) + 2 = 1\frac{1}{2} \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2$

$g(0) = 1\frac{1}{2} \cdot (0-3) + 2 = 1\frac{1}{2} \cdot -3 + 2 = -4\frac{1}{2} + 2 = -2\frac{1}{2}$

b) Beeld van 2 is $g(2) = 1\frac{1}{2} \cdot (2-3) + 2 = 1\frac{1}{2} \cdot -1 + 2 = -1\frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

c) Functiewaarde van -2 is

$g(-2) = 1\frac{1}{2} \cdot (-2-3) + 2 = 1\frac{1}{2} \cdot -5 + 2 = -7\frac{1}{2} + 2 = -5\frac{1}{2}$

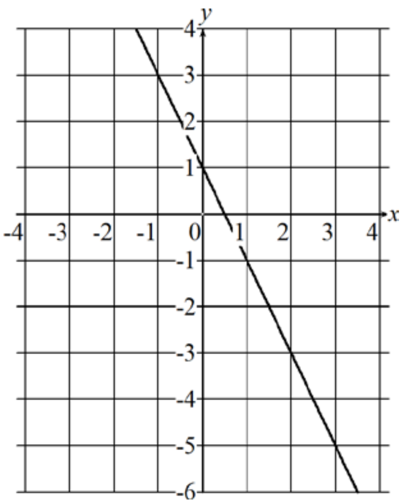
d) Formule van g is $N = 1\frac{1}{2}(t-3)+2$.

N is een willekeurig gekozen letter.

17. Functie $h: x \to -2x+1$.

a)

x	0	1	2	3
$h(x)$	1	-1	-3	-5



b) (4, -7) op de grafiek van h?

$h(4) = -2 \cdot 4 + 1 = -7$ dus (4, -7) ligt op de grafiek van h.

c) Punt H met y-coördinaat -17 ligt op de grafiek van h.

(x, -17) op de grafiek van h, dus $h(x) = -17$.

$h(x) = -2x + 1 = -17$

dus $-2x + 1 = -17$, ofwel $-2x = -18$ ofwel $x = 9$.

Dus: punt H (9, -17) ligt op de grafiek van h.

3.2 Kwadratische verbanden

1. Formule $y = 2x^2 - 3$.

a) als $x = 3$, dan $y = 2 \cdot 3^2 - 3 = 2 \cdot 9 - 3 = 18 - 3 = 15$.

b)

x	0	1	2	3	4
y	-3	-1	5	15	29

2. Formule $y = x^2 + 2$

a)

x	-2	-1	0	1	2	3
y	6	3	2	3	6	11

-3	-1	1	3	5	1e verschil
2	2	2	2		2e verschil

b) Het 2e verschil is constant (telkens 2 erbij).

3. Formule $y = 4x^2 + 1$.

a) en b)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	5	17	37	65	101	145

4	12	20	28	36	44	1e verschil
8	8	8	8	8		2e verschil

c) Het tweede verschil is constant (telkens 8 erbij).

4. De winst in euro per maand: $W = -6a^2 + 600a$
met a is het aantal verkochte computers per maand.

a) $a = 10$ invullen in $W = -6a^2 + 600a$

$W = -6 \cdot 10^2 + 600 \cdot 10 = -600 + 6000 = 5400$

b) $a = 40$ invullen in $W = -6a^2 + 600a$

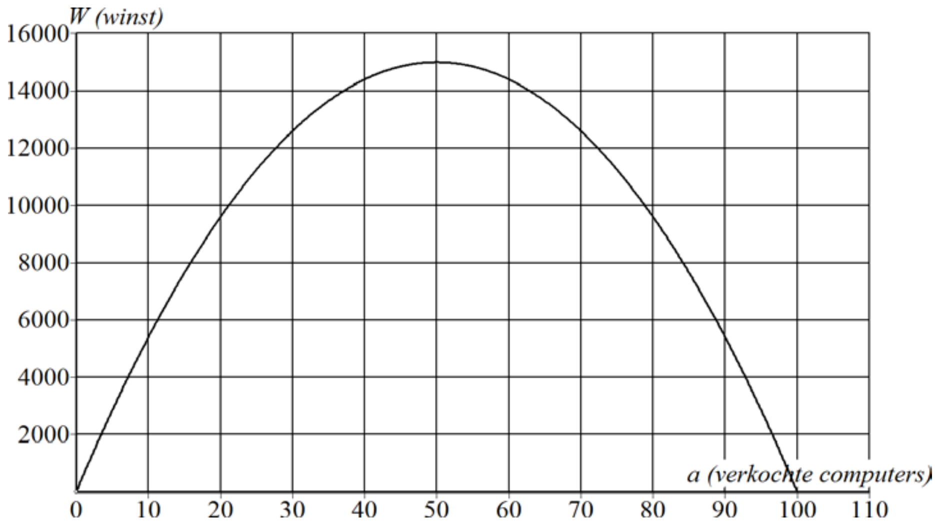
$W = -6 \cdot 40^2 + 600 \cdot 40 = -9600 + 24000 = 14400$

c)

a	0	10	30	40	50	60	70	90	100
W	0	5400	12600	14400	15000	14400	12600	5400	0

d) De winst is maximaal bij 50 verkochte computers.

e)

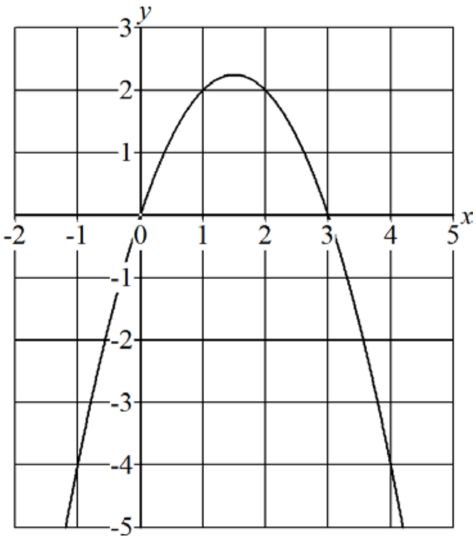


5. Formule $y = -x^2 + 3x$

a)

x	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2	3	4
y	-4	0	2	$2\frac{1}{4}$	2	0	-4

b)

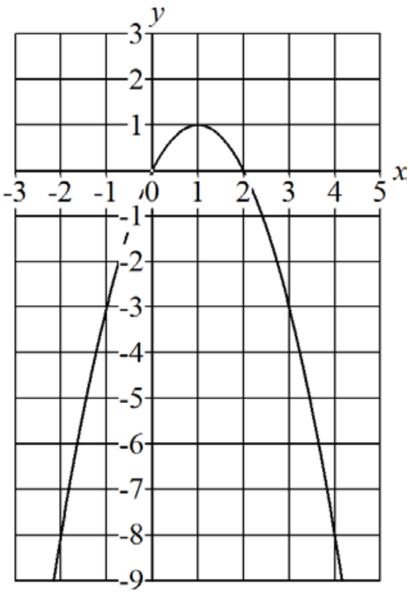


c) Hoogste punt T van de grafiek: $(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4})$

6. Gegeven is de functie $g: x \rightarrow -x^2 + 2x$.

a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-8	-3	0	1	0	-3	-8



b) De grafiek van g is een bergparabool. Er staat een - teken voor de x^2 en natuurlijk kun je het ook aan de grafiek zien.

c) De coördinaten van de top: (1, 1).

7. Functie $h(x) = x^2 - 2x + 3$.

a) De grafiek van h is een dalparabool (geen - teken voor de x^2).

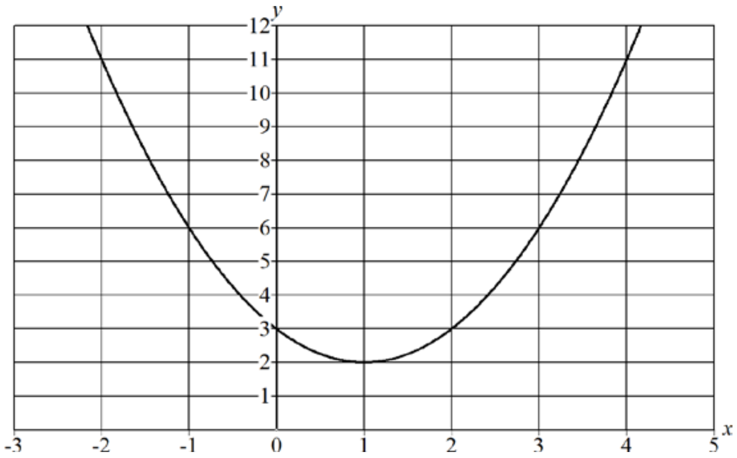
b) $h(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot -2 + 3 = 4 - -4 + 3 = 4 + 4 + 3 = 11$

$h(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$

$h(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 9 - 6 + 3 = 6$

c)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	11	6	3	2	3	6	11



d) Top is (1, 2).

8. Functie $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$.

a) Controleren $f(2) = 8$:

$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 4 = 2 \cdot 4 - 6 + 4 = 8 - 6 + 4 = 6$.

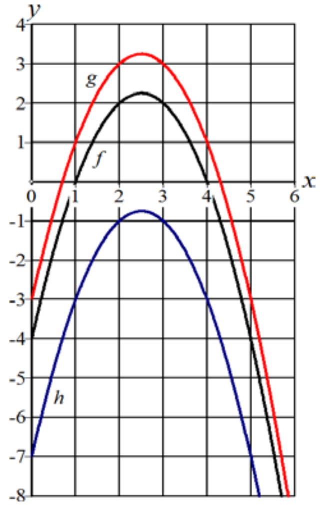
$f(2) \neq 8$, dus (2, 8) ligt niet op de grafiek van f.

b) Controleren $f(-3) = 3$:

$f(-3) = 2 \cdot (-3)^2 - 3 \cdot -3 + 4 = 2 \cdot 9 + 9 + 4 = 31$.

$f(-3) \neq 3$, dus (-3, 3) ligt niet op de grafiek van f.

9. $f(x) = -x^2 + 5x - 4$



De grafiek van g ligt 1 hokje (eenheid) hoger dan de grafiek van f

dus $g(x) = -x^2 + 5x - 4 + 1 = -x^2 + 5x - 3$.

De grafiek van h ligt 3 hokjes (eenheden) lager dan de grafiek van f

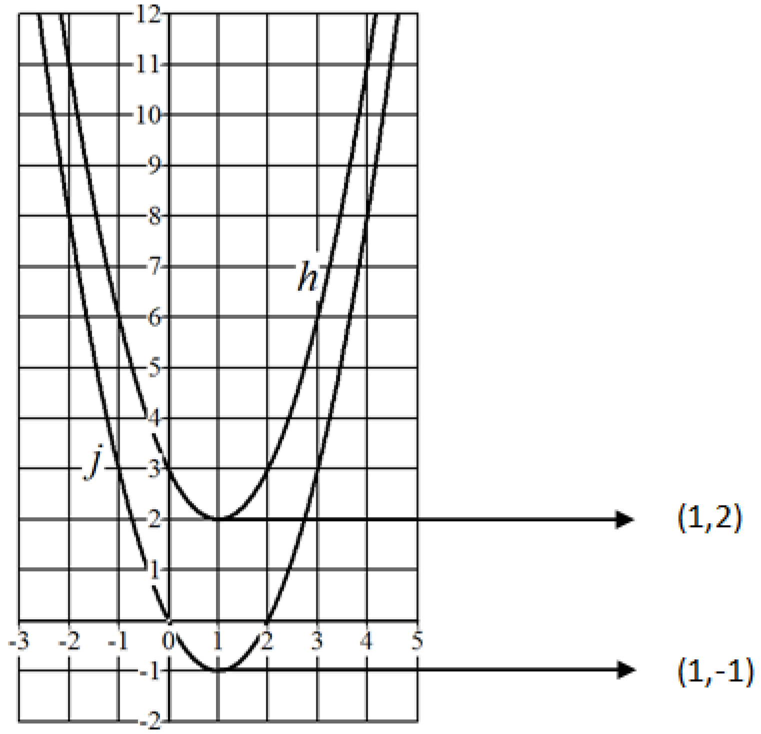
dus $h(x) = -x^2 + 5x - 4 - 3 = -x^2 + 5x - 7$.

10. Functie $j : x \to x^2 - 2x$.

a)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	3	0	-1	0	3	8

b)



c) De grafiek van h ligt 3 hokjes (eenheden) boven de grafiek van f. $h(x) = x^2 - 2x + 3$

3.3 Exponentiële verbanden

1. **Op 1 januari 2001 € 5.000,00 met 3% rente.**
   a) Na 1 jaar 5000 + 3% van 5000 = 5000 + 0,03 x 5000 = 5000 + 150 = € 5150,00.
   b) Na 2 jaar 5150 + 3% van 5150 = 5150 + 0,03 x 5150 = 5150 + 154,50 = € 5304,50.
   c)

Jaartal	2002	2003	2004	2005	2006
Saldo	5150	5304,50	5463,64	5627,54	5796,37

   d) Niet lineair, want het eerste verschil is niet constant.
   Niet kwadratisch, want het tweede verschil is niet constant.

2. De zonnebloemplant is op 16 juni 24 cm hoog en groeit met een factor 1,4.
   a) Op 17 juni is de hoogte 1,4 x 24 = 33,6 cm.
   b) Op 19 juni 1,4 x 1,4 x 33,6 = 65,9 cm hoog (afgerond).

c)

Datum	16 juni	17 juni	18 juni	19 juni	20 juni
Hoogte	24	33,6	47,0	65,9	92,2

d) Anne's plant groeit exponentieel. Telkens wordt de hoogte met een vast getal (in dit geval 1,4) vermenigvuldigd.

e) Dat kan wel, maar het zal geen realistische uitkomst opleveren. De plant is namelijk op een bepaald moment uitgegroeid en zal niet hoger dan circa drie meter worden.

3. a) Formule voor Lieke's spaarsaldo: $S = 5000 \cdot 1{,}03^t$.

b) Formule voor de hoogte van Anne's plant: $H = 24 \cdot 1{,}4^t$.

4. I

t	0	2	4	6	8
N	10	15	22,5	33,75	50,625

Bovenste regel telkens 2 erbij.
Vermenigvuldigingsfactor zou moeten zijn 15 : 10 = 1,5.
Dit klopt voor alle opvolgende waarden, dus dit is een exponentieel verband.

II

t	0	1	2	3	4
N	4	6	8	10	12

Bovenste regel telkens 1 erbij. Vermenigvuldigingsfactor zou moeten zijn 6 : 4 = 1,5.
Dit klopt niet voor alle opvolgende waarden ($6 \times 1{,}5 \neq 8$), dus dit is geen exponentieel verband (hier is sprake van een lineair verband).

III

t	0	1	2	3	4
N	0	1	4	9	16

Bovenste regel telkens 1 erbij.
Er is geen vermenigvuldigingsfactor vast te stellen (1 : 0 kan niet), dus dit is geen exponentieel verband (hier is sprake van een kwadratisch verband).

IV

t	0	1	2	3	4
N	100	40	16	6,4	2,56

Bovenste regel telkens 1 erbij.
Vermenigvuldigingsfactor zou moeten zijn 40 : 100 = 0,4.
Dit klopt voor alle opvolgende waarden, dus dit is een exponentieel verband.

5. Afname natuurgebied in Europa tussen 1960 en 1964 met 2% per jaar.
In 1960 160.000 km^2 natuurgebied in Europa.

a)

Jaartal t	1960	1961	1962	1963	1964
Oppervlakte N	160.000	156.800	153.664	150.591	147.579

b) Als de oppervlakte gelijk blijft, moet je vermenigvuldigen met 1. Dat komt overeen met 100%.
Bij een afname van 2% blijft er 100% - 2% = 98% over. Dat komt overeen met groeifactor 0,98.

c) $N = 160\,000 \cdot 0{,}98^t$, met t in jaren ($t = 0$ in 1960).

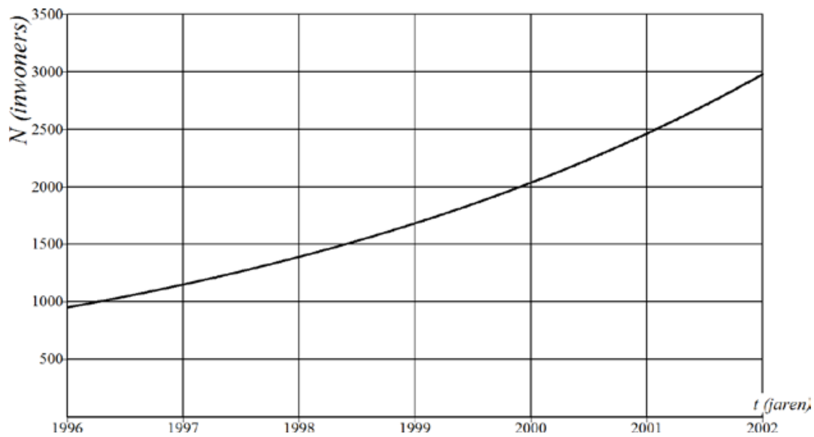
6. a) Groeifactor = 2.
   b) 'Groeifactor' = 0,5. Feitelijk is er sprake van een afname, dus geen groei.

7. Drie miljoen schadelijke insecten, met een afname van de helft per dag.
   a) Na 1 dag 1.500.000 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 2 dagen nog 750.000 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 3 dagen nog 375.000 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 4 dagen nog 187.500 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 5 dagen nog 93.750 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 6 dagen nog 46.875 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Na 7 dagen nog 23.438 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Dus: na ongeveer 6,5 dag leven er 30.000 schadelijke insecten op Bekkers' akker.
   Er zijn nauwkeurige manieren om het exacte aantal dagen te berekenen. Je zult hier later in je opleiding mee kennismaken.
   b) $A = 3000000 \cdot 0{,}5^t$, met A = aantal insecten en t = tijd in dagen.

8. Op 1 januari 1996 waren er in Aadorp 950 inwoners met een jaarlijkse toename van 21%.
   a) $N = 950 \cdot 1{,}21^t$, met N = aantal inwoners en t = tijd in jaren ($t = 0$ in 1996).
   b)

Jaartal t	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Inwoneraantal N	950	1150	1391	1683	2036	2464	2982

   c)



   d) In (de loop van) het jaar 2001 heeft Aadorp voor het eerst meer dan 2500 inwoners.

Ter afronding

a) Toename vanaf 1980: elke vijf jaar minimaal 7%.
In 1985 verbruik 1,07 x 1680 miljard = 1798 miljard liter water.
In 1990 verbruik 1,07 x 1798 miljard = 1923 miljard liter water.
Of:
Verbruik in 1995 = 1680 x $1{,}07^2$ = 1923 miljard liter water.

b) Toename vanaf 1980: elke vijf jaar maximaal 10%.
Verbruik in 1995 = 1680 x $1{,}10^3$ = 2236 miljard liter water.

c) Uitgaande van de maximale toename (10% per vijf jaar):
Verbruik in 2030 = 1680 x $1{,}10^{10}$ = 4357 miljard liter water,
Verbruik in 2040 = 1680 x $1{,}10^{12}$ = 5273 miljard liter water,
Verbruik in 2035 = 1680 x $1{,}10^{11}$ = 4793 miljard liter water.
Dus tot omstreeks 2037 - 2038 zal er nog voldoende water zijn.

3.4 Correctiemodel bij diagnostische toets blok 2

1. Twaalf punten:
   a) twee
   b) vier
   c) vier
   d) twee.

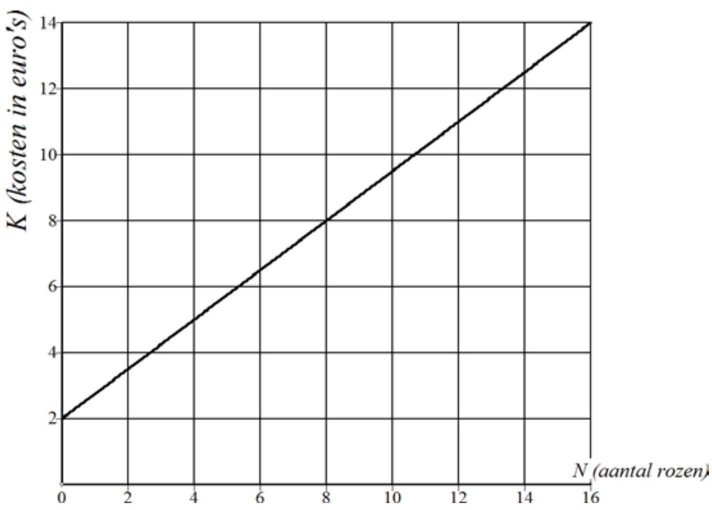
   Een rode roos kost € 0,75, maken van boeket kost € 2,00.

   a) Een boeket van vijftien rozen kost 15 x 0,75 + 2 = 11,25 + 2 = € 13,25.

   b)

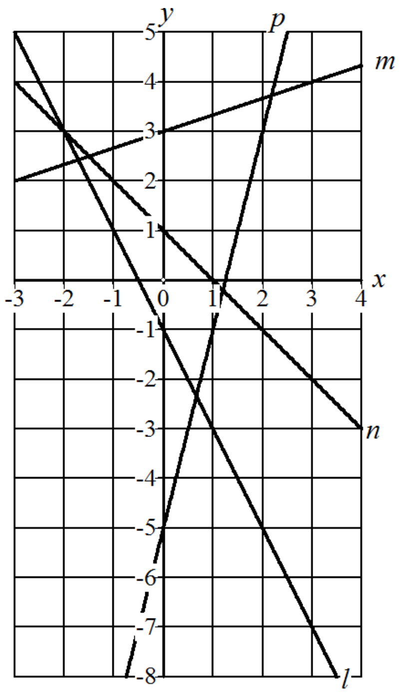
Aantal rozen	5	7	10	15
Kosten in €	5,75	7,25	9,50	13,25

   c)



   d) Dit is een lineair verband, de grafiek is een rechte lijn.

2. Twaalf punten: drie punten per onderdeel
   Teken in één figuur de lijnen
   a) l: $y=-2x-1$ hellingsgetal = -2, dus 1 naar rechts, 2 omlaag
   beginpunt (0, -1)
   b) m: $y=\frac{1}{3}x+3$ hellingsgetal = $\frac{1}{3}$, dus 1 naar rechts, $\frac{1}{3}$ omhoog
   beginpunt (0, 3)
   c) n: $y=-x+1$ hellingsgetal = -1, dus 1 naar rechts, 1 omlaag
   beginpunt (0, 1)
   d) p: $y=4x-5$ hellingsgetal = 4, dus 1 naar rechts, 4 omhoog
   beginpunt (0, -5)



3. Acht punten: vier punten per onderdeel
   lijn l: beginpunt (0, 3), dus $b=3$.
   hellingsgetal: 1 naar rechts, 3 omlaag, dus $a=-3$.
   Formule lijn l: $y=-3x+3$.
   lijn m: beginpunt (0, -1), dus $b=-1$.
   hellingsgetal: 1 naar rechts, 1 omhoog, dus $a=1$.
   Formule lijn m: $y=x-1$.

4. Acht punten: vier punten per onderdeel
   a) (4, -1) op lijn l: $y=-3x+b$.
   (4, -1) invullen in $y=-3x+b$:
   $-1=-3\cdot 4+b$, ofwel $-1=-12+b$, ofwel $b=11$.
   b) (3, 1) op lijn m: $y=ax+4$.
   (3, 1) invullen in $y=ax+4$:
   $1=3a+4$, ofwel $3a=-3$, ofwel $a=-1$.

5. Veertien punten:
   a) twee
   b) twee
   c) vier
   d) twee
   e) vier

   Formule: $H = -\frac{1}{16}t^2 + 2t$, t = tijd in seconden, H = hoogte in meters

   a) Na 2 seconden $H = -\frac{1}{16} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 = -\frac{1}{16} \cdot 4 + 4 = -\frac{1}{4} + 4 = 3\frac{3}{4}$ meter.

   b) Na 12 seconden $H = -\frac{1}{16} \cdot 12^2 + 2 \cdot 12 = -\frac{1}{16} \cdot 144 + 24 = -9 + 24 = 15$ meter.

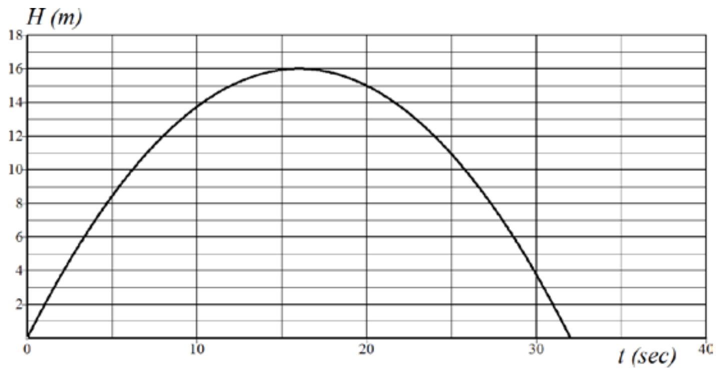
   c)

Tijd in seconde	0	2	4	6	8	10	12	14	16
Hoogte in meters	0	3,75	7	9,75	12	13,75	15	15,75	16

   d) Na 17 seconden $H = -\frac{1}{16} \cdot 17^2 + 2 \cdot 17 = -\frac{1}{16} \cdot 289 + 34 = 15{,}9375$ meter.

   Na 16 seconden is de bal op zijn hoogste punt.

   e)



6. Veertien punten:
   a) Twee
   b) Drie
   c) Zeven
   d) Twee

   Functie $f(x) = -x^2 - 5x - 4$

   a) De grafiek van f is een bergparabool, er staat een - teken voor de x^2.

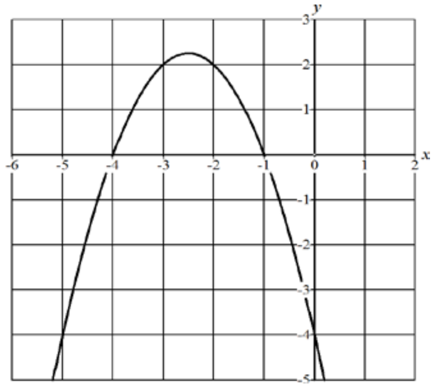
   b) $f(-1) = -(-1)^2 - 5 \cdot -1 - 4 = -1 - -5 - 4 = -1 + 5 - 4 = 0$

   $f(2) = -(2)^2 - 5 \cdot 2 - 4 = -4 - 10 - 4 = -18$

   $f(5) = -(5)^2 - 5 \cdot 5 - 4 = -25 - 25 - 4 = -54$

c)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	-4	0	2	2	0	-4



d) Top ligt bij $x = -2\frac{1}{2}$.

$$f(-2\tfrac{1}{2}) = -(-2\tfrac{1}{2})^2 - 5 \cdot -2\tfrac{1}{2} - 4 = -6\tfrac{1}{4} - -12\tfrac{1}{2} - 4 = 2\tfrac{1}{4}.$$

Top $(-2\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4})$

7. Acht punten: twee punten per onderdeel

I

t	-1	0	1	2	3
N	-4	1	4	5	4

Kwadratisch verband: 2e verschil is constant (telkens 2 eraf)

II

t	2	5	8	11	14
N	5	-2	-9	-16	-23

Lineair verband: bovenste rij telkens 3 erbij, onderste rij telkens 7 eraf.

III

t	1	2	3	4	5
N	15	60	240	960	3840

Exponentieel verband: vermenigvuldigingsfactor = 4

IV

t	0	1	3	5	6
N	12	14	18	22	24

Lineair verband: bovenste rij 1 erbij, onderste rij 2 erbij.

8. Zes punten
Afname aantal vlinders in Natuurpark de Hoge Veluwe met 4%.
Afname is 4% dus groeifactor is 0,96.
Stel: in jaar 0 aantal vlinders = 100.
Na 1 jaar nog 0,96 x 100 = 96 vlinders.
Na 2 jaar nog 0,96 x 96 = 92,2 vlinders.
Na 3 jaar nog 0,96 x 96 = 88,5 vlinders, et cetera.
Na 15 jaar nog 0,96 x 56,5 = 54,2 vlinders.
Na 16 jaar nog 0,96 x 54,2 = 52,0 vlinders.
Na 17 jaar nog 0.96 x 52,0 = 50,0 vlinders.
Dus na 17 jaar is het aantal vlinders gehalveerd.
(Deze uitkomst is onafhankelijk van het beginaantal).

4. Correctiemodel bij blok 3: Vergelijkingen en ongelijkheden

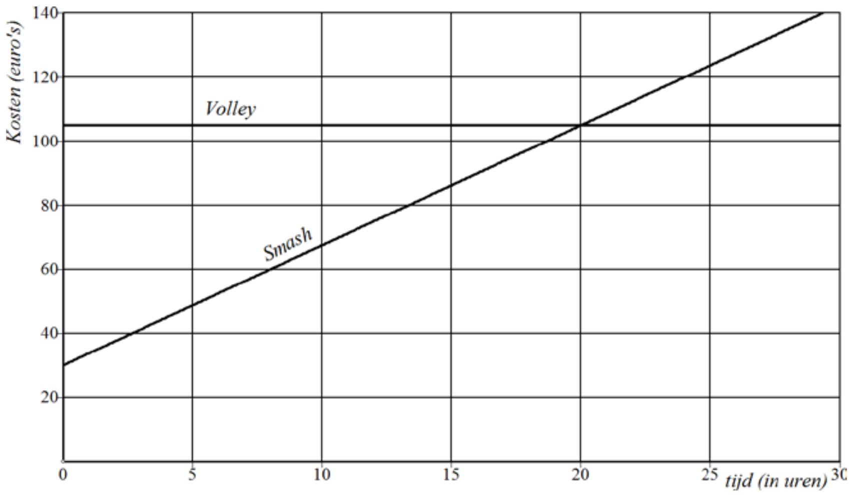
4.1 Lineaire vergelijkingen

1. a) Aflezen uit de grafiek: de familie van den Broek heeft in april 200 kWh elektriciteit verbruikt.
   b) Aflezen uit de grafiek: de familie mag in deze maand maximaal 100 kWh elektriciteit verbruiken.

2. Tennisvereniging Smash: eenmalig € 30,00, één uur tennissen € 3,75.
   a) Stefan betaalt 30 + 12 x 3,75 = 30 + 45 = € 75,–.
   b)

Aantal uren	0	4	8	12	16	20	24
Kosten	30	45	60	75	90	105	120

   c)



   d) Kosten tennissen Smash $= 30 + aantal\ uren \cdot 3{,}75$

3. Tennisvereniging Volley: eenmalig € 105,00, zoveel tennissen als je maar wilt.
   a)

Aantal uren	0	4	8	12	16	20	24
Kosten	105	105	105	105	105	105	105

   b) Zie boven
   c) Kosten tennissen Volley = 105

4. a) Als je meer dan twintig uur tennist is Anniek voordeliger uit.
   b) Als je minder dan twintig uur tennist is Stefan voordeliger uit.
   c) Bij twintig uur tennissen zijn ze allebei evenveel geld kwijt.

5. Videotheek Look: kosten = 10 + 4 x aantal banden.
Videotheek Track: kosten = 25 + 2 x aantal banden.

a)

Aantal banden	0	2	4	6	8	10
Kosten Look	10	18	26	34	42	50
Kosten Track	25	29	33	37	41	45

b) Letterformule van Look: $K = 10 + 4a$

c) Letterformule van Track: $K = 25 + 2a$

6. a) $10x + 24 = 6x + 10$
$4x + 24 = 10$
$4x = -14$
$x = \frac{-14}{4} = -3\frac{1}{2}$

b) $9p + 35 = 7p + 55$
$2p + 35 = 55$
$2p = 20$
$p = \frac{20}{2} = 10$

c) $7 + 2t = t + 1$
$7 + t = 1$
$t = -6$

d) $18 + 6z = 3 + 2z$
$18 + 4z = 3$
$4z = -15$
$z = \frac{-15}{4} = -3\frac{3}{4}$

7. a) $7b - 12 = -9b + 12$
$16b - 12 = 12$
$16b = 24$
$b = \frac{24}{16} = 1\frac{1}{2}$

b) $-p - 1 = p - 1$
$-2p - 1 = -1$
$-2p = 0$
$p = \frac{0}{-2} = 0$

c) $5z - 45 = -5z$
$10z - 45 = 0$
$10z = 45$
$z = \frac{45}{10} = 4\frac{1}{2}$

d) $3{,}4x + 4 = 7{,}9x - 5$
$-4{,}5x + 4 = -5$
$-4{,}5x = -9$
$x = \frac{-9}{-4{,}5} = 2$

8. a) $\frac{1}{3}p + \frac{3}{4}p = 1\frac{1}{4}p + 2\frac{1}{2}$
$\frac{4}{12}p + \frac{9}{12}p = \frac{15}{12}p + 2\frac{1}{2}$
$-\frac{2}{12}p = 2\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{6}p = 2\frac{1}{2}$
$p = 2\frac{1}{2} : -\frac{1}{6} = 2\frac{1}{2} \cdot -6 = -15$

b) $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}$
$-\frac{4}{12}x + \frac{3}{12} = \frac{3}{12}x + \frac{2}{12}$
$-\frac{7}{12}x + \frac{3}{12} = \frac{2}{12}$
$-\frac{7}{12}x = -\frac{1}{12}$
$x = -\frac{1}{12} : -\frac{7}{12} = -\frac{1}{12} \cdot -\frac{12}{7} = \frac{12}{84} = \frac{1}{7}$

c) $2\frac{1}{5}a + \frac{3}{10} = 1\frac{3}{5}a + \frac{1}{2}$
$\frac{11}{5}a + \frac{3}{10} = \frac{8}{5}a + \frac{5}{10}$
$\frac{3}{5}a + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$
$\frac{3}{5}a = \frac{2}{10}$
$a = \frac{2}{10} : \frac{3}{5} = \frac{2}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

9. a) $4(2x-7) = 4 \cdot 2x - 4 \cdot 7 = 8x - 28$

b) $-2(-p+4) = -2 \cdot -p + -2 \cdot 4 = 2p - 8$

c) $0{,}12(2a-7) = 0{,}12 \cdot 2a - 0{,}12 \cdot 7 = 0{,}24a - 0{,}84$

d) $-\frac{1}{4}(-\frac{1}{3}t+8) = -\frac{1}{4} \cdot -\frac{1}{3}t + -\frac{1}{4} \cdot 8 = \frac{1}{12}t - 2$

10. a) $4(2x-3)+3 = 7+2(-3x+1)$

$8x - 12 + 3 = 7 + -6x + 2$

$14x - 9 = 9$

$14x = 18$

$x = \frac{18}{14} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$

b) $\frac{1}{3}(-6p+9) = -\frac{1}{2}(4p+7)$

$-2p+3 = -2p - 3\frac{1}{2}$

$0 = -6\frac{1}{2}$, dit kan niet dus er is geen oplossing.

c) $-(-x-1) = 2(2x+2)$

$x + 1 = 4x + 4$

$-3x + 1 = 4$

$-3x = 3$

$x = \frac{3}{-3} = -1$

d) $5(-2a+4) = 7 - (9a + 1\frac{1}{2})$

$-10a + 20 = 7 - 9a - 1\frac{1}{2}$

$-a + 20 = 5\frac{1}{2}$

$-a = -14\frac{1}{2}$

$a = \frac{-14\frac{1}{2}}{-1} = 14\frac{1}{2}$

11. a) Lijn l met vergelijking $y = 4x + 3$

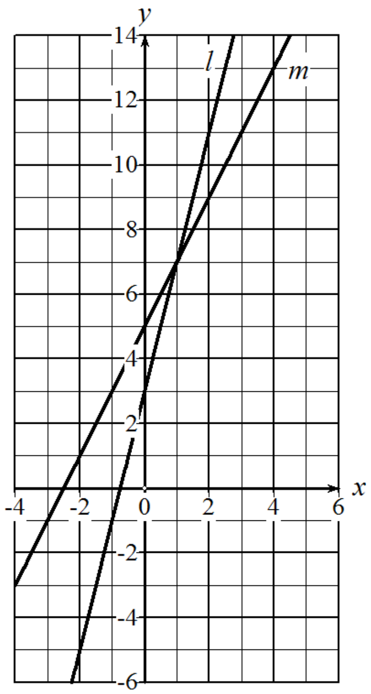
Beginpunt (0, 3)

Hellingsgetal = 4, dus 1 naar rechts, 4 omhoog.

b) Lijn m met vergelijking $y = 2x + 5$

Beginpunt (0, 5)

Hellingsgetal = 2, dus 1 naar rechts, 2 omhoog.



c) Snijpunt van de lijnen: (1, 7)

12. Bij berekenen van snijpunten altijd de vergelijkingen aan elkaar gelijk stellen.

a) $2x + 3 = 3x - 4$

$-x + 3 = -4$

$-x = -7$

$x = \frac{-7}{-1} = 7$

Dit invullen in $y = 2x + 3$ levert op:

$y = 2 \cdot 7 + 3 = 17$

Snijpunt (7, 17)

b) $-1\frac{1}{2}x - 1 = 4x + 10$

$-5\frac{1}{2}x - 1 = 10$

$-5\frac{1}{2}x = 11$

$x = \frac{11}{-5\frac{1}{2}} = -2$

Dit invullen in $y = -1\frac{1}{2}x - 1$ levert op:

$y = -1\frac{1}{2} \cdot -2 - 1 = 3 - 1 = 2$

Snijpunt (-2, 2)

c) $-5x+7=-2x-2$
$-3x+7=-2$
$-3x=-9$
$x=\frac{-9}{-3}=3$

Dit invullen in $y=-5x+7$ levert op:

$y=-5\cdot 3+7=-8$

Snijpunt (3, -8)

4.2 Kwadratische vergelijkingen

1. Een parachutist springt vanaf 3000 meter.
   Formule voor de hoogte: $h=3000-1{,}4t^2$ met t = tijd in seconden.

   Inklemmen:

   Als $t=25$, dan $h=3000-1{,}4\cdot 25^2=3000-1{,}4\cdot 625=2125$ meter;

   Als $t=27$, dan $h=3000-1{,}4\cdot 27^2=3000-1{,}4\cdot 729=1979{,}4$ meter;

   Als $t=26{,}8$, dan $h=3000-1{,}4\cdot 26{,}8^2=3000-1005{,}536=1994{,}464$

   dus ongeveer 1994,5 meter;
   Als $t=26{,}6$, dan $h=3000-1{,}4\cdot 26{,}6^2=3000-990{,}584=2009{,}416$

   dus ongeveer 2009,4 meter;
   Als $t=26{,}7$, dan $h=3000-1{,}4\cdot 26{,}7^2=3000-998{,}046=2001{,}954$

   dus ongeveer 2002 meter;
   Na ongeveer 26,7 seconde is de parachutist op een hoogte van 2000 meter.

2. Oppervlakte van de rand is 400 cm^2.
   Formule voor oppervlakte van de rand $Opp=8r^2+130r$

   Inklemmen:

   als $r=3$, dan $Opp=8\cdot 3^2+130\cdot 3=462$ cm^2.

   als $r=2{,}5$, dan $Opp=8\cdot 2{,}5^2+130\cdot 2{,}5=375$ cm^2.

   als $r=2{,}7$, dan $Opp=8\cdot 2{,}7^2+130\cdot 2{,}7=409{,}32$ cm^2.

   als $r=2{,}6$, dan $Opp=8\cdot 2{,}6^2+130\cdot 2{,}6=392{,}08$ cm^2.

   De breedte van de rand moet ongeveer 2,6 cm zijn om een oppervlakte van 400 cm^2 te krijgen.

3. a) $x(x-8)=x\cdot x-x\cdot 8=x^2-8x$

   b) $2p(p+4)=2p\cdot p+2p\cdot 4=2p^2+8p$

   c) $a(-3a+4)=a\cdot -3a+a\cdot 4=-3a^2+4a$

   d) $-3q(-4q-1)=-3q\cdot -4q-3q\cdot -1=12q^2+3q$

4. a) $x^2+8x=x(x+8)$

   b) $2p^2+4p=2p(p+2)$

   c) $-3z^2+z=z(-3z+1)$

   d) $x^2-x=x(x-1)$

5. a) $4x^2 + 4x = 4x(x+1)$

b) $-8p^2 + 2p = -2p(4p-1)$

c) $-x^2 - x = -x(x+1)$

d) $39x^2 - 52x = 13x(3x-4)$

6. a) $x^2 + 7x = 0$

$x(x+7) = 0$

$x = 0$ of $x + 7 = 0$

$x = 0$ of $x = -7$

b) $-10q^2 + 5q = 0$

$-5q(2q-1) = 0$

$-5q = 0$ of $2q - 1 = 0$

$q = 0$ of $2q = 1$

$q = 0$ of $q = \frac{1}{2}$

c) $x^2 + x = 0$

$x(x+1) = 0$

$x = 0$ of $x + 1 = 0$

$x = 0$ of $x = -1$

d) $2\frac{1}{2}p^2 + 5p = 0$

$2\frac{1}{2}p(p+2) = 0$

$2\frac{1}{2}p = 0$ of $p + 2 = 0$

$p = 0$ of $p = -2$

7. Functie $h : x \to x^2 + 2x$

Voor de snijpunten van de grafiek van h met de x-as geldt $y = f(x) = 0$

Dus: $x^2 + 2x = 0$

$x(x+2) = 0$

$x = 0$ of $x + 2 = 0$

$x = 0$ of $x = -2$

Snijpunten met de x-as zijn (-2, 0) en (0, 0)

8. a) $(x-2)(x+3) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6$

b) $(x+1)(x-5) = x^2 - 5x + x - 5 = x^2 - 4x - 5$

c) $(x+7)(x+4) = x^2 + 4x + 7x + 28 = x^2 + 11x + 28$

d) $(x-4)(x-3) = x^2 - 3x - 4x + 12 = x^2 - 7x + 12$

9. a) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Som = -7, product = 10

10	
1	10
-1	-10
2	5
-2	-5

-2 en -5 zijn de gezochte getallen,

Dus: $x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x - 2 = 0$ of $x - 5 = 0$

$x = 2$ of $x = 5$

b) $x^2 - 6x + 5 = 0$

Som = -6, product = 5

5	
1	5
-1	-5

-1 en -5 zijn de gezochte getallen,

Dus: $x^2 - 6x + 5 = 0$

$(x-1)(x-5) = 0$

$x - 1 = 0$ of $x - 5 = 0$

$x = 1$ of $= 5$

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$

Som = -4, product = 4

4	
1	4
-1	-4
2	2
-2	-2

-2 en -2 zijn de gezochte getallen,

Dus: $x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)(x-2) = 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

d) $x^2 + 7x - 8 = 0$

Som = 7, product = -8

-8	
1	-8
-1	8
2	-4
-2	4

-1 en 8 zijn de gezochte getallen,

Dus: $x^2 + 7x - 8 = 0$

$(x-1)(x+8) = 0$

$x - 1 = 0$ of $x + 8 = 0$

$x = 1$ of $x = -8$

10. Voor de snijpunten met de x -as geldt: $y = f(x) = 0$.

Dus: $x^2 - 8x - 20 = 0$

Som = - 8, product = -20

-20	
1	-20
-1	20
2	-10
-2	10
4	-5
-4	5

De gezochte getallen zijn 2 en -10.

Dus: $x^2 - 8x - 20 = 0$

$(x+2)(x-10) = 0$

$x + 2 = 0$ of $x - 10 = 0$

$x = -2$ of $x = 10$

Snijpunten met de x-as zijn dus: (-2, 0) en (10, 0)

11. a) $4x^2 + 8x + 12 = 0$

$a = 4$, $b = 8$, $c = -12$

$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 4 \cdot -12 = 256$ $\Rightarrow$ 2 oplossingen.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8-\sqrt{256}}{8} = -3$ of $x = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-8+\sqrt{256}}{8} = 1$

b) $3x^2 + 3 = 10x$

$3x^2 - 10x + 3 = 0$

$a = 3$, $b = -10$, $c = 3$

$D = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 64$ $\Rightarrow$ 2 oplossingen.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{10-\sqrt{64}}{6} = \frac{1}{3}$ of $x = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{10+\sqrt{64}}{6} = 3$

c) $(3x+1)(x-6) = x^2$

$3x^2 - 18x + x - 6 = x^2$

$2x^2 - 17x - 6 = 0$

$a = 2$, $b = -17$, $c = -6$

$D = b^2 - 4ac = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -6 = 337$ $\Rightarrow$ 2 oplossingen.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{17-\sqrt{337}}{4}$ of $x = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{17+\sqrt{337}}{4}$

d) $-2x^2 + 5x - 2 = 0$

$a = -2$, $b = 5$, $c = -2$

$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot -2 \cdot -2 = 9$ $\Rightarrow$ 2 oplossingen.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-5-\sqrt{9}}{-4} = 2$ of $x = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-5+\sqrt{9}}{-4} = \frac{1}{2}$

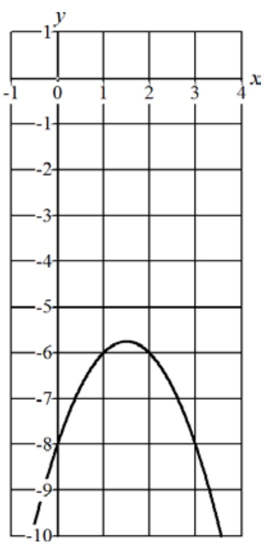
12. a) $-x^2 + 3x - 8 = 0$

$a = -1$, $b = 3$, $c = -8$

$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot -1 \cdot -8 = -23$ $\Rightarrow$ geen oplossingen.

De grafiek van g heeft dus geen snijpunten met de x-as en is een bergparabool.

b)



13. a) Voor snijpunten van de grafiek van h met x-as geldt: $x^2 - 4x = 0$.

$x(x-4) = 0$

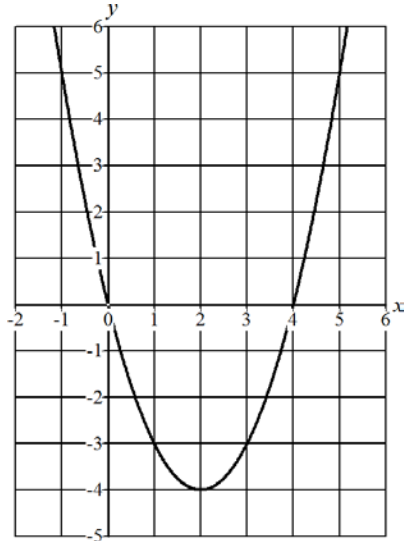
$x = 0$ of $x - 4 = 0$

$x = 0$ of $x = 4$

Snijpunten met de x-as zijn dus: (0, 0) en (4, 0).

De grafiek van h is een dalparabool

b)



14. a) Voor snijpunten van de functie j met x-as geldt: $2x^2 - 12x + 18 = 0$.

Dus: $2x^2 - 12x + 18 = 0$

$a = 2$, $b = -12$, $c = 18$

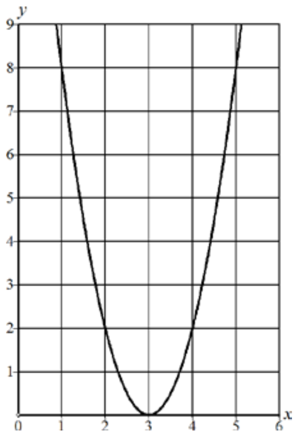
$D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 144 - 144 = 0 \Rightarrow$ 1 oplossing.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{12-\sqrt{0}}{4} = 3$

Snijpunt met de x-as: (3, 0), eigenlijk niet echt een "snijpunt".

De grafiek van j is een dalparabool.

b)



15. a) $f(x)=-x^2+9x-12$

$a=-1$, $b=9$

$x_{top}=\frac{-b}{2a}=\frac{-9}{-2}=4\frac{1}{2}$ en $y_{top}=f(x_{top})=f(4\frac{1}{2})=8\frac{1}{4}$. Top $(4\frac{1}{2}, 8\frac{1}{4})$

b) $g(x)=\frac{1}{4}x^2-x+3$

$a=\frac{1}{4}$, $b=-1$

$x_{top}=\frac{-b}{2a}=--1:\frac{1}{2}=2$ en $y_{top}=g(x_{top})=g(2)=2$. Top (2, 2)

c) $h(x)=-x^2+4x$

$a=-1$, $b=4$

$x_{top}=\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ en $y_{top}=h(x_{top})=h(2)=4$. Top (2, 4)

d) $j(x)=x^2+9$

$a=1$, $b=0$

$x_{top}=\frac{-b}{2a}=\frac{0}{2}=0$ en $y_{top}=j(x_{top})=j(0)=9$. Top (0, 9)

4.3 Lineaire ongelijkheden

1. a) $80+30a=160+10a$

$80+20a=160$

$20a=80$

$a=80:20=4$

b) Als er minder dan vier uur gewerkt moet worden, is Clean-up voordeliger dan Total care.

2. a) $-4x>12$

$x<12:-4$

$x<-3$

b) $3x+7<4x+4$

$-x+7<4$

$-x<-3$

$x>-3:-1$

$x>3$

c) $\frac{1}{3}x+4>4(\frac{1}{3}x-2)$

$\frac{1}{3}x+4>\frac{4}{3}x-8$

$-x+4>-8$

$-x>-12$

$x<-12:-1$

$x<12$

d) $7-2x>5+3x$

$7-5x>5$

$-5x>-2$

$x<-2:-5$

$x<\frac{2}{5}$

3. a) $2(x-2)<3(x-1)-(2x-1)$

$2x-4<3x-3-2x+1$

$x-4<-3+1$

$x<2$

b) $4(x+4)>0$

$4x+16>0$

$4x>-16$

$x>-16:4$

$x>-4$

c) $\frac{1}{2}(3x+5)<-\frac{2}{3}x+7$

$1\frac{1}{2}x+2\frac{1}{2}<-\frac{2}{3}x+7$

$1\frac{3}{6}x+2\frac{1}{2}<-\frac{4}{6}x+7$

$2\frac{1}{6}x+2\frac{1}{2}<7$

$2\frac{1}{6}x<4\frac{1}{2}$ (x6)

$13x<27$

$x<27:13$

$x<2\frac{1}{13}$

d) $4(-x-1)>4x-4$

$-4x-4>4x-4$

$-8x-4>-4$

$-8x>0$

$x<0:-8$

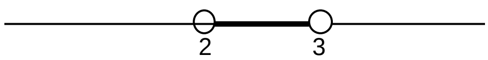
$x<0$

4.4 Kwadratische ongelijkheden

1. a) De grafiek ligt onder de x-as voor alle x-waarden tussen -1 en 3.
   Dus $-1 < x < 3$.
   b) De grafiek ligt precies op de x-as voor $x = -1$ en voor $x = 3$.
   c) De grafiek ligt boven de x-as voor alle x-waarden kleiner dan -1 en ook voor alle x-waarden groter dan 3.
   Er geldt dus: $x < -1$ of $x > 3$.

2. a) De grafiek ligt boven de x-as, dus $f(x) > 0$ voor alle x-waarden tussen 1 en 5.
   Dus: $1 < x < 5$.
   b) Getallenlijn:

3. a) De grafiek ligt onder de x-as, dus $j(x) < 0$ voor alle x-waarden tussen 2 en 3.
   Dus: $2 < x < 3$.
   b) Getallenlijn:



4. a) Voor geen enkele waarde van x ligt de grafiek van f onder de x-as.
   De ongelijkheid $f(x) < 0$ heeft dus geen oplossingen.
   b) Voor alle waarden van x ligt de grafiek van g onder de x-as.
   De ongelijkheid $g(x) < 0$ is dus juist voor alle waarden van x.

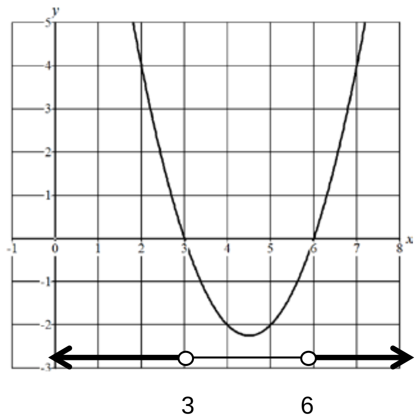
5. a) $x^2 - 9x + 18 > 0$, dus $f(x) > 0$
   Eerst oplossen: $f(x) = 0$, dus $x^2 - 9x + 18 = 0$
   Som = -9, product = 18

18	
1	18
-1	-18
2	9
-2	-9
3	6
-3	-6

-3 en -6 zijn de gezochte getallen.

Dus: $x^2 - 9x + 18 = 0$
$(x-3)(x-6) = 0$
$x - 3 = 0$ of $x - 6 = 0$
$x = 3$ of $x = 6$

De grafiek van f is een dalparabool.



$f(x) > 0$ voor $x < 3$ of $x > 6$

b) $-x^2 - 2x > 0$, dus $g(x) > 0$

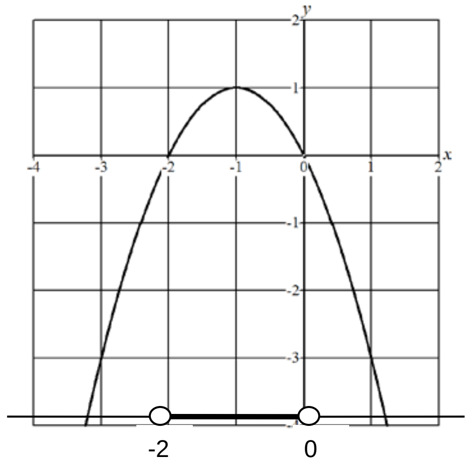
Eerst oplossen: $g(x) = 0$, dus $-x^2 - 2x = 0$

$-x(x+2) = 0$

$-x = 0$ of $x + 2 = 0$

$x = 0$ of $x = -2$

De grafiek van g is een bergparabool.



$g(x) > 0$ voor alle x-waarden tussen -2 en 0. Dus: $-2 < x < 0$.

c) $3x^2 + 4x > x^2 - 2$

$2x^2 + 4x + 2 > 0$, dus $h(x) > 0$.

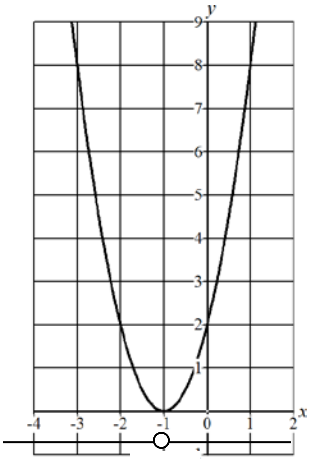
Eerst oplossen: $h(x) = 0$, dus $2x^2 + 4x + 2 = 0$

$a = 2$, $b = 4$, $c = 2$.

$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0$ $\Rightarrow$ 1 oplossing.

$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 - \sqrt{0}}{4} = -1$

De grafiek van h is een dalparabool.



-1

$h(x) > 0$ voor alle waarden van x, behalve $x = -1$.

Dus: $x < -1$ of $x > -1$.

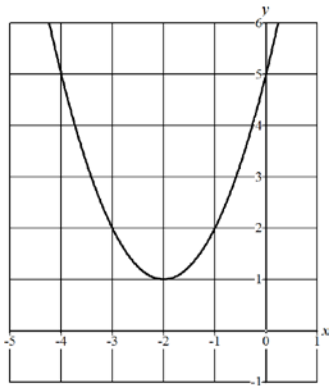
6. a) $x^2 + 4x + 5 > 0$, dus $f(x) > 0$.

Eerst oplossen: $f(x) = 0$, dus $x^2 + 4x + 5 = 0$

$a = 1$, $b = 4$, $c = 5$.

$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 \;\Rightarrow$ geen oplossingen.

De grafiek van f is een dalparabool



$f(x) > 0$ voor alle waarden van x.

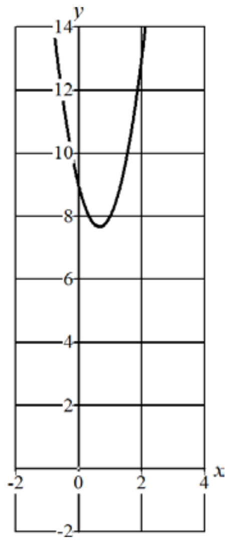
b) $3x^2 - 4x + 9 < 0$, dus $g(x) < 0$.

Eerst oplossen: $g(x) = 0$, dus $3x^2 - 4x + 9 = 0$

$a = 3$, $b = -4$, $c = 9$.

$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9 = -92 \;\Rightarrow$ geen oplossingen.

De grafiek van g is een dalparabool.



$g(x) < 0$ is voor geen enkele waarde van x juist.

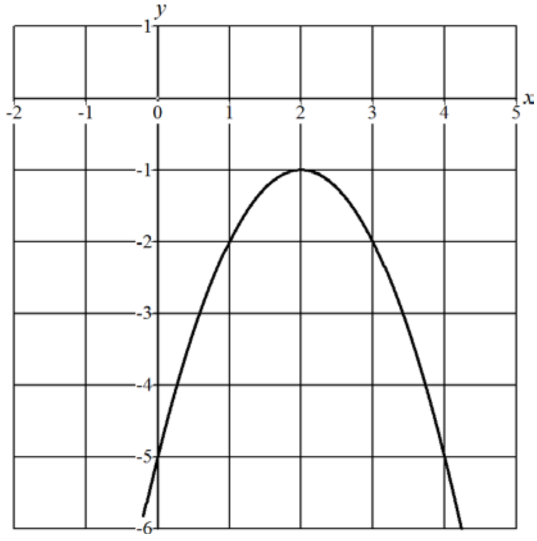
c) $-x^2 + 4x - 5 > 0$, dus $h(x) > 0$.

. Eerst oplossen: $h(x) = 0$, dus $-x^2 + 4x - 5 = 0$

$a = -1$, $b = 4$, $c = -5$.

$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot -1 \cdot -5 = -4 \Rightarrow$ geen oplossingen.

De grafiek van h is een dalparabool.



$h(x) > 0$ is voor geen enkele waarde van x juist.

Ter afronding

Vierkant ABCD met zijden van 8 cm, AP = BQ = CR = DS = x cm.

a) Als x = 2 cm, dan AP = 2 cm en PB = 8 - 2 = 6 cm.

Oppervlakte PQRS = opp. ABCD - 4 x opp. APS
= 8 x 8 - 4 x (6 x 2) : 2
= 64 - 24 = 40 cm^2.

b) Oppervlakte PQRS = opp. ABCD - 4 x opp. APS
= $64-4\cdot x\cdot(8-x):2$
= $64-2x\cdot(8-x)$
= $64-16x+2x^2$
= $2x^2-16x+64$

c) $2x^2-16x+64<30$

$2x^2-16x+34<0$, dus $f(x)<0$.

Eerst oplossen: $f(x)=0$

$2x^2-16x+34=0$

$a=2$, $b=-16$, $c=34$

$D=b^2-4ac=(-16)^2-4\cdot 2\cdot 34=-16 \;\Rightarrow$ geen oplossingen.

Dat wil zeggen: voor geen enkele waarde van x is $f(x)<0$ want de grafiek van f is een dalparabool.

Dus de oppervlakte van PQRS is nooit kleiner dan 30 cm^2.

4.5 Correctiemodel bij diagnostische toets blok 3

1. Zestien punten: twee punten per onderdeel

a) $5x-4=-3x+4$

$8x-4=4$

$8x=8$

$x=8:8=1$

b) $1{,}3y-1=-0{,}2y+0{,}5$

$1{,}5y-1=0{,}5$

$1{,}5y=1{,}5$

$y=1$

c) $1\frac{2}{3}p+4=-3\frac{1}{3}p$

$5p+4=0$

$5p=-4$

$p=-\frac{4}{5}$

e) $2\frac{1}{5}a+4=-\frac{3}{4}a-6$ (x 20)

$44a+80=-15a-120$

$59a+80=-120$

$59a=-200$

$a=-\frac{200}{59}=-3\frac{23}{59}$

f) $7-x=-x-7$

$7=-7$

geen oplossingen

g) $-(2x-3)=x+1$

$-2x+3=x+1$

$-3x+3=1$

$-3x=-2$

$x=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$

d) $4(2x-5)=3x-7$
$$8x-20=3x-7$$
$$5x-20=-7$$
$$5x=13$$
$$x=\tfrac{13}{5}=2\tfrac{3}{5}$$

h) $3(-3p-3)=-3+p$
$$-9p-9=-3+p$$
$$-10p-9=-3$$
$$-10p=6$$
$$p=\tfrac{6}{-10}=-\tfrac{3}{5}$$

2. Acht punten: twee punten per onderdeel

a) $3(2x-3)-4(2x+2)=-x$
$$6x-9-8x-8=-x$$
$$-x-17=0$$
$$-x=17$$
$$x=17:-1=-17$$

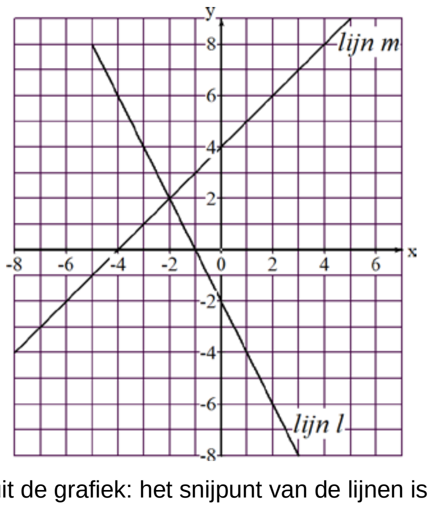
b) $7x=-(-x-1)$
$$7x=x+1$$
$$6x=1$$
$$x=\tfrac{1}{6}$$

c) $1\tfrac{1}{3}(p-3)=-\tfrac{2}{3}p$
$$1\tfrac{1}{3}p-4=-\tfrac{2}{3}p$$
$$2p-4=0$$
$$2p=4$$
$$p=4:2=2$$

d) $4{,}2x-0{,}7(-3-2x)=3{,}1-0{,}2x$
$$4{,}2x+2{,}1+1{,}4x=3{,}1-0{,}2x$$
$$5{,}8x+2{,}1=3{,}1$$
$$5{,}8x=1$$
$$x=\tfrac{1}{5{,}8}=\tfrac{10}{58}=\tfrac{5}{29}$$

3. Tien punten
a) 4
b) 4
c) 2

a) Lijn l met vergelijking $y=-2x-2$ Beginpunt (0, -2).
Hellingsgetal = -2, dus 1 naar rechts, 2 omlaag.
b) Lijn m met vergelijking $y=x+4$ Beginpunt (0, 4).
Hellingsgetal = 1, dus 1 naar rechts, 1 omhoog.



c) Aflezen uit de grafiek: het snijpunt van de lijnen is (-2, 2).

4. Acht punten: twee punten per onderdeel

a) $x^2+3x=0$
$$x(x+3)=0$$
$$x=0 \text{ of } x+3=0$$
$$x=0 \text{ of } x=-3$$

b) $-3x^2+6x-9=0$
$a=-3$, $b=6$, $c=-9$.
$D=b^2-4ac=6^2-4\cdot -3\cdot -9=-72$ $\Rightarrow$ geen oplossingen.

c) $x^2-8x=-7$
$x^2-8x+7=0$
Som = -8, product = 7

7	
1	7
-1	-7

De gezochte getallen zijn -1 en -7.
Dus: $(x-1)(x-7)=0$
$x-1=0$ of $x-7=0$
$x=1$ of $x=7$

d) $(3x-2)(x+6)=x^2$
$3x^2+18x-2x-12=x^2$
$2x^2+16x-12=0$
$a=2$, $b=16$, $c=-12$
$D=b^2-4ac=16^2-4\cdot 2\cdot -12=352$ $\Rightarrow$ 2 oplossingen.
$x=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{-16-\sqrt{352}}{4}$ of $x=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{-16+\sqrt{352}}{4}$

5. Acht punten: twee punten per onderdeel

a) $-3x>x+12$
$-4x>12$
$x<12:-4$
$x<-3$

b) $\frac{1}{4}x+4<-\frac{3}{4}x+2$
$x+4<2$
$x<-2$

c) $\frac{1}{2}(-6x-4)>2x+6$
$-3x-2>2x+6$
$-5x-2>6$
$-5x>8$
$x<8:-5$
$x<-1\frac{3}{5}$

d) $4(-x-1)<-(-x-1)$
$-4x-4<x+1$
$-5x-4<1$
$-5x<5$
$x>5:-5$
$x>-1$

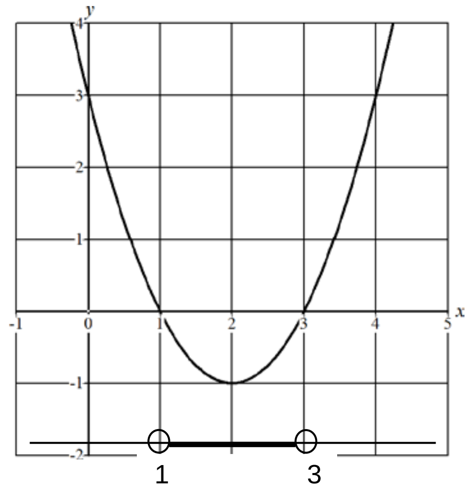
6. Twaalf punten: drie punten per onderdeel

a) $x^2-4x+3>0$, dus $f(x)>0$
Eerst oplossen: $f(x)=0$
$x^2-4x+3=0$
Som = - 4, product = 3

3	
1	3
-1	-3

-1 en -3 zijn de gezochte getallen.
Dus: $(x-1)(x-3)=0$
$x-1=0$ of $x-3=0$
$x=1$ of $x=3$

De grafiek van f is een dalparabool



$f(x) > 0$ voor alle x-waarden tussen 1 en 3. Dus $1 < x < 3$.

b) $-3x^2 - 3x - 3 < 0$, dus $g(x) < 0$

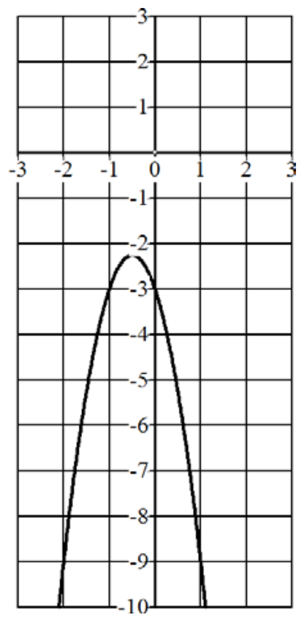
Eerst oplossen: $g(x) = 0$

dus $-3x^2 - 3x - 3 < 0$

$a = -3$, $b = -3$, $c = -3$

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot -3 \cdot -3 = -27 \Rightarrow$ geen oplossingen.

De grafiek van g is een bergparabool.



$g(x) < 0$ voor alle waarden van x.

c) $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 > 0$, dus $h(x) > 0$

Eerst oplossen: $h(x) = 0$

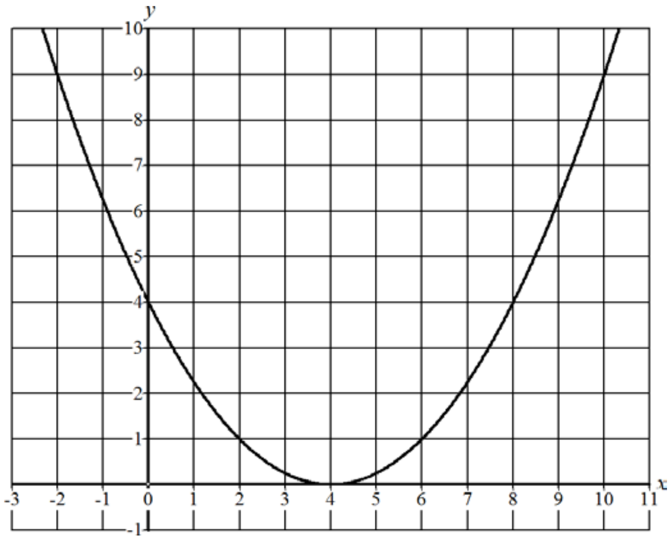
Dus: $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$

$a = \frac{1}{4}$, $b = -2$, $c = 4$.

$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4 = 0$ $\Rightarrow$ 1 oplossing.

$x = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{2-\sqrt{0}}{\frac{1}{2}} = 4$

De grafiek van h is een dalparabool.



$h(x) > 0$ voor alle waarden van x, behalve $x = 4$.

d) $-2x^2 - 2x - 2 < -2$

$-2x^2 - 2x < 0$, dus $j(x) < 0$

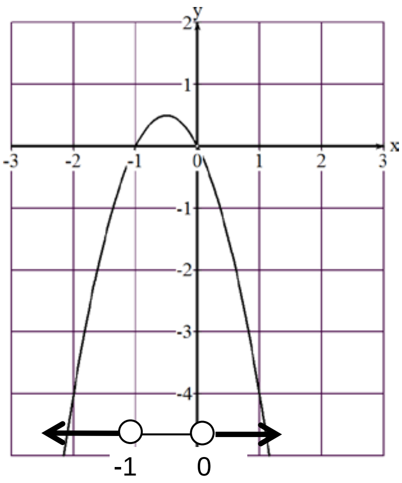
Eerst oplossen: $j(x) = 0$, dus $-2x^2 - 2x = 0$

$-2x(x+1) = 0$

$-2x = 0$ of $x + 1 = 0$

$x = 0 : -2 = 0$ of $x = -1$

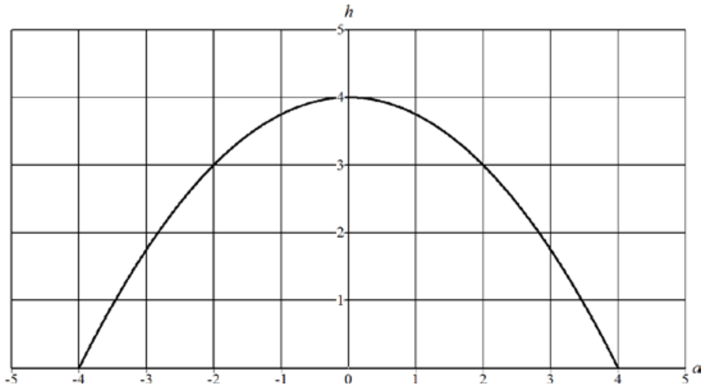
De grafiek van j is een bergparabool



$j(x) < 0$ voor $x < -1$ of $x > 0$

7. Acht punten: vier punten per onderdeel

Formule $h = -0{,}25a^2 + 4$, met h en a in meters.



a) Henk's vrachtwagen is 2,5 meter breed.

Omdat hij precies op het midden van de weg rijdt, is zijn breedte 1,25 meter, gerekend vanaf de as van de weg. Dus $a = 1{,}25$ meter.

Om de hoogte van de wagen te bepalen, vul je $a = 1{,}25$ in de formule in:

$h = -0{,}25 \cdot (1{,}25)^2 + 4 \approx 3{,}61$ meter (bijna).

b) Harry's vracht is 3 meter hoog, dus $h = 3$ meter. Om de breedte van zijn vracht te bepalen, vul je $h = 3$ in de formule in.

$-0{,}25a^2 + 4 = 3$

$-0{,}25a^2 = -1$

$a^2 = -1 : -0{,}25 = 4$

$a = -2$ of $a = 2$

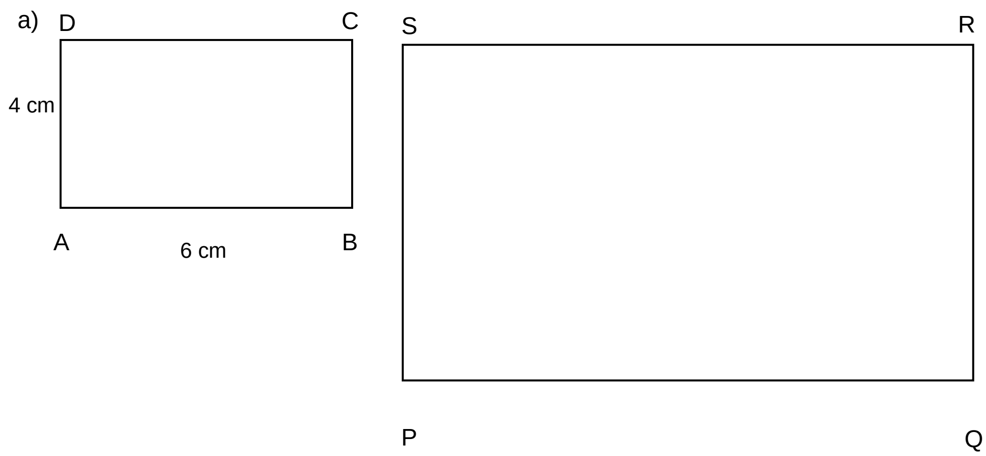
a is de breedte, gerekend vanaf de as van de weg, dus $a = -2$ kan hier niet.

De breedte van Harry's vracht mag dus maximaal $2 + 2 = 4$ meter zijn.

5. Correctiemodel bij blok 4: Meetkunde

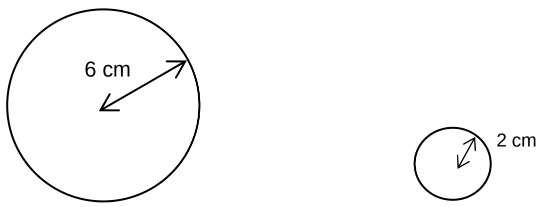
5.1 Vergrotingen en verkleiningen

1. a)



   b) Oppervlakte rechthoek = 4 x 6 = 24 cm^2.
   c) zie boven
   d) Oppervlakte vergrote rechthoek = 8 x 12 = 96 cm^2.
   e) Oppervlakte vergrote rechthoek = 4 x opp. oorspronkelijke rechthoek.

2. a)



   b) Oppervlakte cirkel = π x straal x straal = π x 6 x 6 ≈ 113,1 cm^2
   c) Zie boven
   d) Oppervlakte verkleinde cirkel = π x 2 x 2 ≈ 12,57 cm^2
   e) Oppervlakte verkleinde cirkel = $\frac{1}{9}$ x opp. oorspronkelijke cirkel.

3. a) Oppervlakte is 400 : 16 = 25 x zo groot geworden.
   b) Vergrotingsfactor = $\sqrt{25}$ = 5.

4. a) Oppervlakte woonkamer 'in werkelijkheid' = 44,1 m^2 = 44,1 x 100 x 100 = 441.000 cm^2.
   Oppervlakte woonkamer op tekening = 28,2 cm^2.
   Oppervlakte woonkamer 'in werkelijkheid' = 441.000 : 28,2 = 15.638,3 keer zo groot.
   b) Vergrotingsfactor = $\sqrt{15638{,}3}$ ≈ 125.
   c) De tekening is gemaakt met een schaal 1 : 125.

5. a) Driehoek PQR is gelijkvormig met driehoek TQS.
b)

PQ	QR	RP
TQ	QS	ST

c)

PQ	QR	4
5,2	QS	3

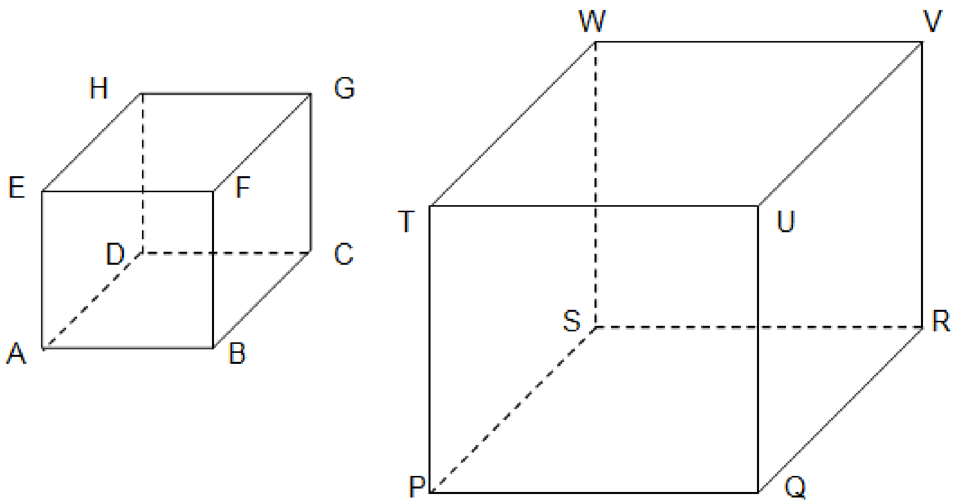
Berekening van PQ (via kruislings vermenigvuldigen):
3 x PQ = 4 x 5,2
3 x PQ = 20,8
PQ = 20,8 : 3 ≈ 6,9

d) Vergrotingsfactor = 4 : 3 = $1\frac{1}{3}$

e) Driehoek PQR heeft een oppervlakte van 6,5 cm^2.
Oppervlakte driehoek TQS = $1\frac{1}{3}$ x $1\frac{1}{3}$ x zo klein ≈ 1,8 x zo klein
Oppervlakte driehoek TQS = 6,5 : 1,8 ≈ 3,65 cm^2.

6. Driehoek ABF is gelijkvormig met driehoek ECF.
BF = 7, CF = 3, vergrotingsfactor = 7 : 3 = $2\frac{1}{3}$
De oppervlakte van driehoek ABF = 25 cm^2.
De oppervlakte van driehoek ECF = $2\frac{1}{3}$ x $2\frac{1}{3}$ ≈ 5,4 x zo klein.
Oppervlakte driehoek ECF = 25 : 5,4 ≈ 4,6 cm^2.

7. a) Teken een kubus met ribben van 2 cm.



b) Inhoud kubus = lengte x breedte x hoogte = 2 x 2 x 2 = 8 cm^3.
c) Zie boven
d) Inhoud van de vergrote kubus = 4 x 4 x 4 = 64 cm^3.
e) Inhoud vergrote kubus = 8 x inhoud oorspronkelijke kubus.

8. a) Inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ x lengte x breedte x hoogte = 216 cm^3.
b) Inhoud verkleinde piramide 3 x 3 x 3 = 27 x zo klein als inhoud oorspronkelijke piramide.
Dus: inhoud verkleinde piramide = 216 : 27 = 8 cm^3.

9. a) Inhoud blik = π x straal x straal x hoogte = π x 3 x 3 x 5 ≈ 141,4 cm^3.
   b) Als alle maten 2 x zo groot worden, wordt de inhoud 2 x 2 x 2 = 8 x zo groot. Inhoud vergrote blik ≈ 8 x 141,4 ≈ 1131,2 cm^3 = 1,13 liter.
   De directeur heeft dus gelijk.

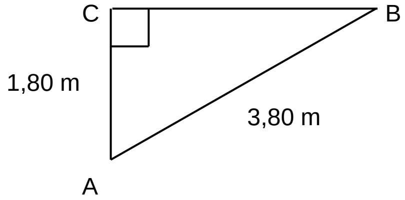
10. Van de balk ABCD EFGH is AB = 8, AD = 5 en AE = 4 cm.
   a) Lengte lichaamsdiagonaal BH = $\sqrt{8^2+5^2+4^2}=\sqrt{105}\approx 10{,}2$ cm.
   b) Als de balk met een factor 3 vergroot wordt, wordt ook de lengte van de lichaamsdiagonaal 3 x zo groot.
   Dus: lengte vergrote lichaamsdiagonaal ≈ 3 x 10,2 = 30,6 cm.
   Of: lengte vergrote lichaamsdiagonaal =
   $$\sqrt{24^2+15^2+12^2}=\sqrt{945}\approx 30{,}7\text{ cm.}$$

11. Bereken de inhoud van figuur APNK BQML.
   Oppervlakte driehoek APH = $\frac{1}{2}$ x basis x hoogte = $\frac{1}{2}$ x AP x DH = 10 cm^2.
   Inhoud prisma APH BQG = opp. driehoek APH x hoogte AB = 10 x 10 = 100 cm^3.
   Driehoek APH is gelijkvormig met driehoek KNH.
   AH = $\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}\approx 7{,}8$ cm.
   AK = 1, dus KH ≈ 7,8 - 1 ≈ 6,8 cm.
   Vergrotingsfactor = 7,8 : 6,8 ≈ 1,15.
   Oppervlakte driehoek KNH is 1,15 x 1,15 = 1,32 x zo klein als opp. driehoek APH
   Oppervlakte driehoek KNH = 10 : 1,32 = 7,58 cm^2.
   Inhoud prisma KNH LMG = opp. driehoek KNH x hoogte KL = 7,58 x 10 = 75,8 cm^3.
   Inhoud van APNK BQML = inhoud prisma APH BQG - inhoud prisma KNH LMG = 100 - 75,8 = 24,2 cm^3.

5.2 Goniometrische verhoudingen

1. a) BC = $\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}\approx 7{,}2$
   b) PQ = $\sqrt{PR^2-QR^2}=\sqrt{9^2-4^2}=\sqrt{81-16}=\sqrt{65}\approx 8{,}1$
   c) KM = $\sqrt{KL^2-LM^2}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$

2. Je kunt met de Stelling van Pythagoras niet de lengte van PQ berekenen. Je kunt de Stelling van Pythagoras alleen gebruiken, als je in een rechthoekige driehoek twee van de drie zijden kent. In deze opgave is slechts de lengte van één zijde bekend.

3. 

   BC = $\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{3{,}80^2-1{,}80^2}=\sqrt{14{,}44-3{,}24}=\sqrt{11{,}2}\approx 3{,}35$ m
   Mannus moet de haak op 3,35 meter van het schuurtje in de tuinmuur bevestigen.

4. Helling I:

$$\tan \angle I = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{200}{3000} = 0{,}067$$

Stijgingspercentage = 0,067 x 100% = 6,7%

$$\tan \angle II = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{(400-200)}{1200} = \frac{200}{1200} = 0{,}167$$

Stijgingspercentage = 0,167 x 100% = 16,7%

$$\tan \angle III = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{(425-400)}{3500} = \frac{25}{3500} = 0{,}007$$

Stijgingspercentage = 0,007 x 100% = 0,7%

5. a) tan $38^0 \approx 0{,}78$
   b) tan 1^0 x $\approx 0{,}02$
   c) tan $89^0 \approx 57{,}29$
   d) tan $45^0 = 1$

6. Stijgingspercentage = 12%, dus hellingsgetal = 12 : 100 = 0,12.
   tan $\angle$ A = 0,12
   $\angle$ A $\approx 6{,}8^0$ (Gebruik de 2nd- of inv-toets van je rekenmachine).

7. $\tan \angle A = \frac{verticale\ verpl.}{horizontale\ verpl.}$

   $\tan 9^0 = \frac{verticale\ verpl.}{2300}$

   Verticale verplaatsing = 2300 x tan $9^0 \approx$ 2300 x 0,158 $\approx$ 364,3 meter

8. $\angle$ A in driehoek ABC:
   $\tan \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{6}{12} = 0{,}5$
   $\angle$ A $\approx 26{,}6^0$

   $\angle$ Q in driehoek PQR:
   $\tan \angle Q = \frac{PR}{QR} = \frac{4}{9} \approx 0{,}44$
   $\angle$ Q $\approx 24{,}0^0$

   $\angle$ K in driehoek KLM:
   $\tan \angle K = \frac{LM}{KM} = \frac{10}{5} = 2$, dus $\angle$ K $\approx 63{,}4^0$

9. BC in driehoek ABC:

   $$\tan 35^0 = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{4}$$

   $$BC = 4 \cdot \tan 35^0 \approx 4 \cdot 0{,}70 = 2{,}80$$

   QR in driehoek PQR:

   $$\tan 20^0 = \frac{RP}{PQ} = \frac{10}{PQ}$$

   $$PQ = \frac{10}{\tan 20^0} \approx \frac{10}{0{,}36} \approx 27{,}47$$

10. a) PQ in driehoek PQR:

   $$\cos 30^0 = \frac{PQ}{PR} = \frac{PQ}{6}$$

   $$PQ = 6 \cdot \cos 30^0 \approx 5{,}2$$

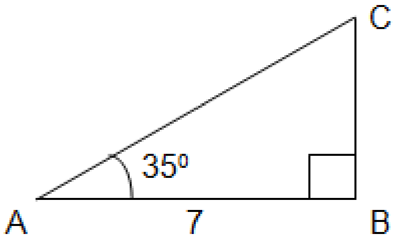
   b) $\angle$ B in driehoek ABC:
   sin $\angle$ B = $\frac{AC}{BC} = \frac{7}{10} = 0{,}7$, dus $\angle$ B $\approx 44{,}4^0$

c) KL in driehoek KLM:

$$\sin 40^0 = \frac{LM}{Kl} = \frac{9}{KL}$$

$$KL = \frac{9}{\sin 40^0} \approx \frac{9}{0,64} \approx 14,0$$

11. Driehoek ABC met $\angle$ A = 35^0, AB = 7 en $\angle$ B = 90^0 .



b) AC in driehoek ABC: $\cos 35^0 = \frac{AB}{AC} = \frac{7}{AC}$

$$AC = \frac{7}{\cos 35^0} \approx \frac{7}{0,82} \approx 8,55$$

12. Eerst berekenen: AD in driehoek ADC.

$\cos 40^0 = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{8}$ dus $AD = 8 \cdot \cos 40^0 \approx 8 \cdot 0,77 \approx 6,13$

Dan berekenen: DB in driehoek BDC.
Hiervoor moeten we eerst DC berekenen, bijvoorbeeld met de Stelling van Pythagoras:

DC = $\sqrt{AC^2 - AD^2} \approx \sqrt{8^2 - 6,13^2}$ $\sqrt{64 - 37,58} \approx \sqrt{26,42} \approx 5,14$

$\tan 38^0 = \frac{DC}{DB} \approx \frac{5,14}{DB}$, dus $DB \approx \frac{5,14}{\tan 38^0} \approx \frac{5,14}{0,78} \approx 6,58$

AB = AD + DB ≈ 6,13 + 6,58 = 12,71

13. Een vuurtorenwachter ziet twee schepen liggen, precies in westelijke richting. Hoe ver liggen beide schepen uit elkaar?

Afstand schip 1 tot vuurtoren:
tan 70^0 = $\frac{\text{afstand schip 1}}{70}$

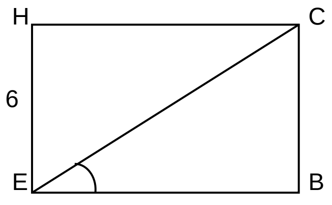
Afstand schip 2 tot vuurtoren:
tan 75^0 = $\frac{\text{afstand schip 2}}{70}$

Afstand schip 1 = $70 \cdot \tan 70^0 \approx 70 \cdot 2,75 \approx 192,3$ meter

Afstand schip 2 = $70 \cdot \tan 75^0 \approx 70 \cdot 3,73 \approx 261,2$ meter

Afstand tussen de schepen ≈ 261,2 - 192,3 ≈ 68,9 meter.

14. Diagonaalvlak EBCH



BE = $\sqrt{AB^2 + AE^2} \approx \sqrt{10^2 + 8^2} \approx \sqrt{164} \approx 12,8$

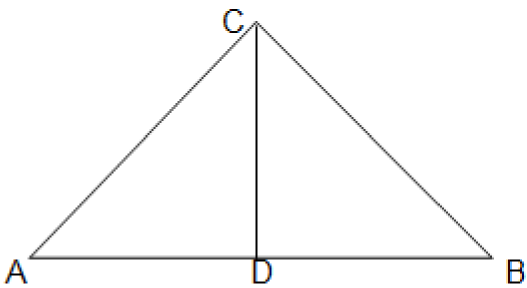
$\angle$ BEC in driehoek BEC:
tan $\angle$ BEC = $\frac{BC}{BE} \approx \frac{6}{12,8} \approx 0,47$, dus $\angle$ BEC ≈ $25,2^0$

15. a) Berekenen hoogte ST:
Eerst AC berekenen:
AC = $\sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \approx 7{,}07$
SA = SB = $\frac{1}{2}$ x AC ≈ $\frac{1}{2}$ x 7,07 ≈ 3,54
Dan ST berekenen in driehoek SBT:
ST = $\sqrt{TB^2 - SB^2} \approx \sqrt{8^2 - 3{,}54^2} \approx \sqrt{64 - 12{,}5} \approx \sqrt{51{,}5} \approx 7{,}18$

b) Berekenen ∠ SBT in driehoek SBT:
TS = 7,18 dus tan ∠ SBT = $\frac{TS}{SB} \approx \frac{7{,}18}{3{,}54} \approx 2{,}03$, dus ∠ SBT ≈ 63,8^0.

Ter afronding

a) Het huis mag niet hoger zijn dan 8,50 meter.
Dus het dakdeel niet hoger mag zijn dan 8,50 - 5,70 = 2,80 meter.



AB = 10,40
AD = $\frac{1}{2}$ x 10,40 = 5,20

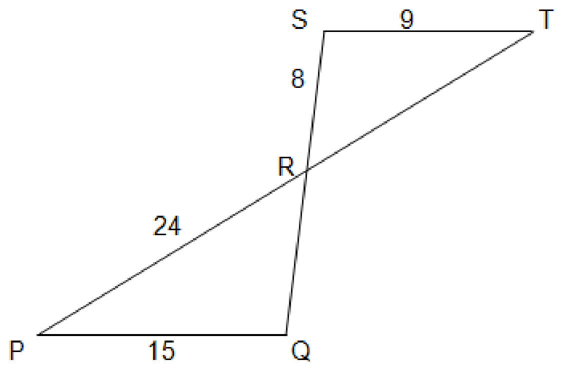
Dakhelling ∠ A: tan ∠ A = $\frac{CD}{AD} = \frac{2{,}80}{5{,}20} \approx 0{,}54$, dus ∠ A ≈ 28,3^0.

b) Lengte dakplaat AC = $\sqrt{AD^2 + DC^2} \approx \sqrt{5{,}20^2 + 2{,}80^2} \approx \sqrt{27{,}04 + 7{,}84} \approx \sqrt{34{,}88} \approx 5{,}91$ meter.

5.3 Correctiemodel bij diagnostische toets blok 4

1. Zes punten
Oppervlakte weiland 'in werkelijkheid' = 3000 m^2 = 3000 x 100 x 100 = 30.000.000 cm^2.
Oppervlakte weiland op kaart = 24 cm^2. Oppervlakte weiland 'in werkelijkheid' is dus 30.000.000 : 24 = 1.250.000 keer zo groot.
Vergrotingsfactor = $\sqrt{1.250.000} \approx 1118$.
De tekening is gemaakt met een schaal 1 : 1118.

2. Twaalf punten: vier punten per onderdeel



a) Driehoek PQR is gelijkvormig met driehoek TSR

PQ	QR	RP
TS	SR	RT

15	QR	24
9	8	RT

Berekenen QR (met kruislings vermenigvuldigen):
9 x QR = 15 x 8 dus 9 x QR = 120 dus QR = 120 : 9 ≈ 13,3
Berekenen RT (met kruislings vermenigvuldigen):
15 x RT = 9 x 24 dus 15 x RT = 216 dus RT = 216 : 15 = 14,4

b) Vergrotingfactor = 15 : 9 ≈ 1,67 (of via 13,3 : 8 of 24 : 14,4).
Dus: oppervlakte van driehoek TSR = 1,67 x 1,67 = 2,78 x zo klein.
Oppervlakte van TSR = 145 : 2,78 ≈ 52,2 cm^2.

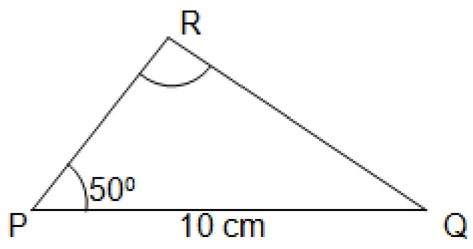
3. Zes punten
Lengte van lichaamsdiagonaal
$BH = \sqrt{BC^2 + CD^2 + DH^2} = \sqrt{4^2 + 6^2 + 7^2} = \sqrt{101} \approx 10{,}0$

4. Vier punten
Stijgingspercentage = 7%, dus hellingsgetal = 7 : 100 = 0,07.
tan (hellingshoek A) = 0,07
Hellingshoek A ≈ 4^0.

5. Tien punten
a) Twee
b) Acht

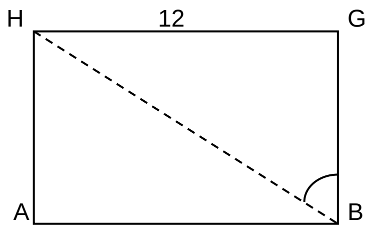
Driehoek PQR met $\angle P = 50^o$, PQ = 10 cm en $\angle R = 90^o$.

a)



b) Berekenen PR:
$\cos 50^0 = \frac{PR}{PQ} = \frac{PR}{10}$, dus $PR = 10 \cdot \cos 50^0 \approx 10 \cdot 0{,}643 \approx 6{,}43$
Berekenen QR:
$\sin 50^0 = \frac{RQ}{PQ} = \frac{RQ}{10}$, dus $RQ = 10 \cdot \sin 50^0 \approx 10 \cdot 0{,}766 \approx 7{,}66$

6. Zes punten
Diagonaalvlak ABGH



Lengte BG = $\sqrt{BC^2 + CG^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} \approx 7{,}21$
Berekenen $\angle$HBG in driehoek HGB:
HG = 12
tan $\angle HBG = \frac{HG}{BG} = \frac{12}{7{,}21} \approx 1{,}66$ dus $\angle HBG \approx 59^0$.

6. Correctiemodel bij blok 5: Statistiek

6.1 Klassen en klassenindeling

1.

Aantal personen	1	2	3	4	5	6
Frequentie	12	27	39	19	9	4

a) Aantal klassen = 12 + 27 + 39 + 19 + 9 + 4 = 110.
Gemiddelde aantal brildragers per klas
= (12 x 1 + 27 x 2 + 39 x 3 + 19 x 4 + 9 x 5 + 4 x 6) : 110 = (12 + 54 + 117 + 76 + 45 + 24) : 110 = 328 : 110 ≈ 2,98.

b) Modus = 3.

c) Er zijn 110 waarnemingsgetallen. Het middelste waarnemingsgetal is het gemiddelde van het 55e en het 56e waarnemingsgetal.
Mediaan = 3.

d) Aantal klassen met 4, 5 of 6 brildragende leerlingen = 19 + 9 + 4 = 32.
Dit is $\frac{32}{110}$ x 100% ≈29,09%.

2. a) Ze kunnen heel veel verschillende antwoorden verwachten. Waarschijnlijk komen alle getallen tussen 0 en circa 100 wel één of meerdere malen als antwoord voor.

b) Het is niet handig een zelfde soort frequentietabel te maken als bij opgave 1. De tabel zou veel te lang worden.

3. Leeftijd vaders van de leerlingen van de twee havobrugklassen.

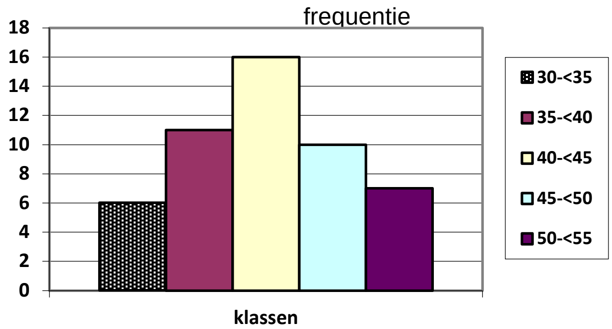
30	37	42	42	41	37	45	43	41	37
32	50	48	47	41	37	42	31	44	46
51	39	35	36	42	43	53	45	44	37
41	39	38	42	43	46	50	50	48	42
49	39	32	45	43	48	50	51	32	33

a) Klassenindeling:

Klassen	Frequentie
30 -< 35	6
35 -< 40	11
40 -< 45	16
45 -< 50	10
50 -< 55	7

b) Er zijn 50 waarnemingsgetallen. De mediaan is het gemiddelde van het 25e en het 26e waarnemingsgetal.
De mediaan ligt in de klasse 40 -< 45.

c) Histogram:



d) Totaal aantal vaders = 50, aantal vaders jonger dan 40 jaar = 17
Dit is $\frac{17}{50}$ x 100% = 34%

4. Maandsalaris van de moeders van de leerlingen van de twee havo-brugklassen.

1420	1805	3200	2275	2135
3724	2250	2215	2600	3053
3600	1450	1485	1910	1725
3505	3615	1856	1555	1255
2300	2350	1550	1732	4120

a) Aantal waarnemingsgetallen = 25, aantal klassen = $\sqrt{25}$ = 5.
Spreidingsbreedte = hoogste salaris - laagste salaris = 4120 - 1255 = 2865.
Klassenbreedte ≈ spreidingsbreedte : aantal klassen ≈ 2865 : 5 ≈ 573.

Klassen	Frequentie
1000 -< 1500	4
1500 -< 2000	7
2000 -< 2500	6
2500 -< 3000	1
3000 -< 3500	2
3500 -< 4000	4
4000 -< 4500	1

Natuurlijk kun je voor een andere klassenindeling kiezen. Als je je aan de regels houdt en geen rekenfouten maakt, is dat niet bezwaarlijk.

b) Er zijn 25 waarnemingsgetallen. De mediaan is het 13e waarnemingsgetal. De mediaan ligt in de klasse 2000 -< 2500.

c) De klasse 1500 -< 2000.

5. Als je vraagt naar kleuren van auto's kun je niet met een klassenindeling werken. Je kunt de kleuren namelijk niet in klassen groeperen.

6. Aantal elektrische apparaten in huis:

Klassen	Frequentie
0 -< 5	2
5 -< 10	4
10 -< 15	9
15 -< 20	12
20 -< 25	10

Je kunt met deze gegevens niet het exacte gemiddelde uitrekenen, omdat je niet precies de waarnemingsgetallen kent.
Bijvoorbeeld: de twee getallen in de klasse 0 -< 5 kunnen twee nullen, maar ook twee vieren zijn. Natuurlijk is dit van invloed op het gemiddelde.

6.2 Afronden, procentuele toe- en afname

1 a) In onze straat wonen 237 mensen: afgerond ≈ 240 (of 250).
b) In de provincie Noord Brabant leven 15.972.431 varkens: afgerond 16 miljoen.
c) 32 mensen op waterfietsen, met plaats voor 5 personen per fiets.
Je hebt dan nodig 32 : 5 = 6,4 fietsen: afgerond 7 fietsen.

2. a) 21,214 = 21,21
b) 0,97909 = 0,98
c) 100,0094 = 100,01
d) 12,74299 = 12, 74

3. Afronden op één decimaal, dus je kijkt naar het tweede cijfer achter de komma, alle verdere cijfers spelen geen rol bij het afronden.
Is het tweede cijfer achter de komma een 0, 1, 2, 3 of 4 dan rond je af naar beneden, ofwel: het eerste cijfer achter de komma blijft wat het is.
Is het tweede cijfer achter de komma een 5, 6, 7, 8 of 9 dan rond je af naar boven, ofwel: het eerste cijfer achter de komma wordt met 1 opgehoogd.

4. a) 27 van de 123 = $\frac{27}{123}$ x 100% ≈ 21,95%
b) 44 van de 470 = $\frac{44}{470}$ x 100% ≈ 9,36%
c) 23 van de 74 = $\frac{23}{74}$ x 100% ≈ 31,08%

5. a) Toename van 34 naar 43 is 43 - 34 = 9.
Procentuele toename is $\frac{9}{34}$ x 100% ≈26,47%
b) Afname van 78 naar 57 is 78 - 57 = 21.
Procentuele afname is $\frac{21}{78}$ x 100% ≈ 26,92%
c) Toename van 17. Procentuele toename = $\frac{17}{176}$ x 100% ≈ 9,66%

6. a) 12,8% van 1350 = 0,128 x 1350 = 172,8
b) 0,4% van 224 = 0,004 x 224 = 0,896
c) 19,5% van 2567 = 0,195 x 2567 = 500,565

7. a) Korting is € 2,50, ofwel 7%.

Afname in €	2,50	0,3571	35,71
Afname in %	7	1	100

De oude prijs van de CD = € 35,71.

b) Toename is € 9,50, ofwel 12%.

Toename in €	9,50	0,7917	79,17
Toename in %	12	1	100

De nieuwe prijs van de spijkerbroek = € 79,17.

8. a) Korting is 22%, nieuwe prijs = € 320,95.
Huidige prijs = 100% - 22% = 78% van oude prijs.
78% komt overeen met € 320, 95, dus 1% = 320,95 : 78 = € 4,1147.
Oude prijs = 100 x 411,47 = € 411,47.

b) Toename van 13%, nieuw aantal = 64.070.
Nieuw aantal = 100% + 13% = 113% van oude aantal.
113% komt overeen met 64.070, dus 1% = 64.070 : 113 = 566,99.
Aantal toeschouwers in 1999-2000 = 100 x 566,99 = 56.699.

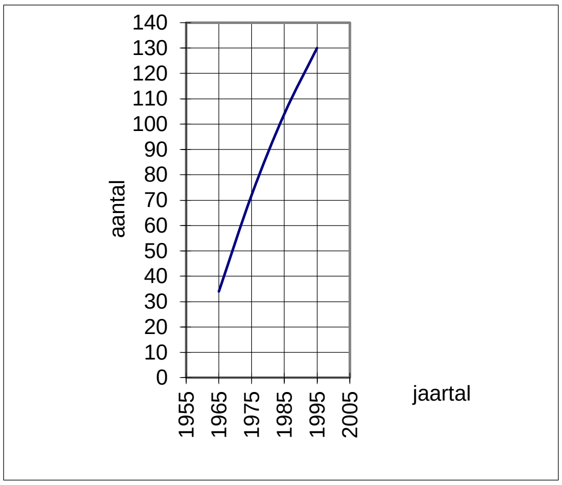
9. a) Afname van 57%, nieuw bedrag = 21 miljoen euro.
Nieuw bedrag = 100% - 57% = 43% van oude bedrag.
43% komt overeen met 21 miljoen, dus 1% = 0,488 miljoen.
Winst in 1996 = 100 x 0,488 miljoen = 48,8 miljoen euro.
b) Toename van 6%, nieuw aantal = 1,3 miljard
Nieuw aantal = 100% + 6% = 106% van oude aantal.
106% komt overeen met 1,3 miljard, dus 1% = 1,3 miljard : 106 = 0,0123 miljard.
In 2000 leven er 100 x 0,0123 = 1,23 miljard mensen op aarde.

6.3 Interpoleren en extrapoleren

1. Campings in de provincie Zeeland.

Jaartal	'65	'75	'85	'95
Aantal	34	72	104	130

a)



b) Aantal campings in 1980 ≈ 90.
c) Aantal campings in 2005 ≈ 150.

2. a) Interpoleren is meestal betrouwbaarder dan extrapoleren. Bij interpoleren kun je gebruik maken van gemeten waarden in de grafiek. Hiermee heb je houvast voor het maken van je schatting.
b) De toename van het aantal campings wordt steeds kleiner, omdat de provincie vol raakt met campings en het provinciebestuur dus steeds moeilijker toestemming zal geven voor weer een nieuwe.

3. a) Een voorbeeld van interpoleren uit het dagelijks leven:
   - Het vaststellen van het aantal auto's in Nederland, in een jaar waarin niet gemeten is. Als bijvoorbeeld elke vijf jaar het aantal auto's is vastgesteld, kan men voor de tussenliggende jaren een schatting maken.

   b) Een voorbeeld van extrapoleren uit het dagelijks leven:
   - Het voorspellen van de economische groei in het volgende jaar. Hierbij baseert men zich onder andere op de gegevens uit voorafgaande jaren.

Ter afronding

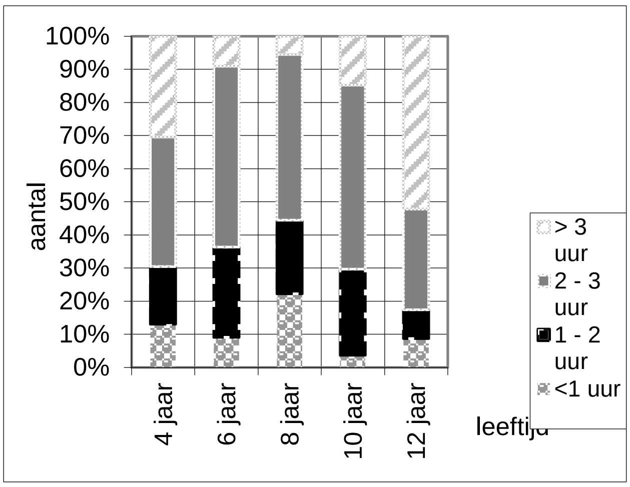
Uren televisiekijken per dag.

Aantal uren/ Leeftijd	Minder dan 1 uur	Tussen 1 en 2 uur	Tussen 2 en 3 uur	Meer dan 3 uur
4 jaar	3	4	9	7
6 jaar	2	6	12	2
8 jaar	4	4	9	1
10 jaar	1	7	15	4
12 jaar	2	2	7	12
totaal	12	23	52	26

a) Totaal aantal leerlingen = 113, hiervan kijken er 35 minder dan 2 uur per dag televisie.
Dit is $\frac{35}{113}$ x 100% ≈ 31,0%

b) Aantal leerlingen van 10 jaar of ouder, die tussen de 2 en 3 uur per dag televisie kijken = 22.
Dit is $\frac{22}{113}$ x 100% ≈ 19,5%

c) Staafdiagram: aantal



6.4 Correctiemodel bij diagnostische toets blok 5

1. Tien punten
   a) Twee
   b) Twee
   c) Twee
   d) Vier
   Gescoorde doelpunten van het eerste elftal per competitiewedstrijd.

Aantal doelpunten	0	1	2	3	4	5
Frequentie	7	12	8	4	2	1

   a) Aantal wedstrijden = 7 + 12 + 8 + 4 + 2 + 1 = 34
      Gemiddelde aantal doelpunten per wedstrijd
      = (7 x 0 + 12 x 1 + 8 x 2 + 4 x 3 + 2 x 4 + 1 x 5) : 34
      = (0 + 12 + 16 + 12 + 8 + 5) : 34 = 53 : 34 = 1,6
   b) Modus = 1.
   c) Er zijn 34 waarnemingsgetallen, dus de mediaan is het gemiddelde van het 17e en het 18e waarnemingsgetal.
      Mediaan = (1 + 1) : 2 = 1.
   d) 11 doelpunten van de 53.
      Dit is $\frac{11}{53}$ x 100% ≈ 20,8%.

2. Tien punten
   a) Zes
   b) Twee
   c) Twee
   Aantal doelpunten in de laatste vijftig seizoenen.

24	33	31	72	60	48	73	19	98	66
53	45	44	58	47	99	58	44	63	62
67	90	50	69	36	65	69	43	62	88
29	56	86	70	28	49	39	42	83	51
98	72	37	29	44	40	66	53	55	60

   a) Aantal waarnemingsgetallen = 50, aantal klassen = $\sqrt{50}$ ≈ 7.
      Spreidingsbreedte = 99 - 19 = 80.
      Klassenbreedte = spreidingsbreedte : aantal klassen ≈ 80 : 7 ≈ 11.

Klassen	Frequentie
18 -< 29	3
29 -< 40	7
40 -< 51	11
51 -< 62	9
62 -< 73	12
73 -< 84	2
84 -< 95	3
95 -< 106	3

   b) Er zijn 50 waarnemingsgetallen. De mediaan is het gemiddelde van het 25^{e} en het 26^{e} waarnemingsgetal. De mediaan ligt in de klasse 51 -<62.
   c) De modale klasse is 62 -< 73.

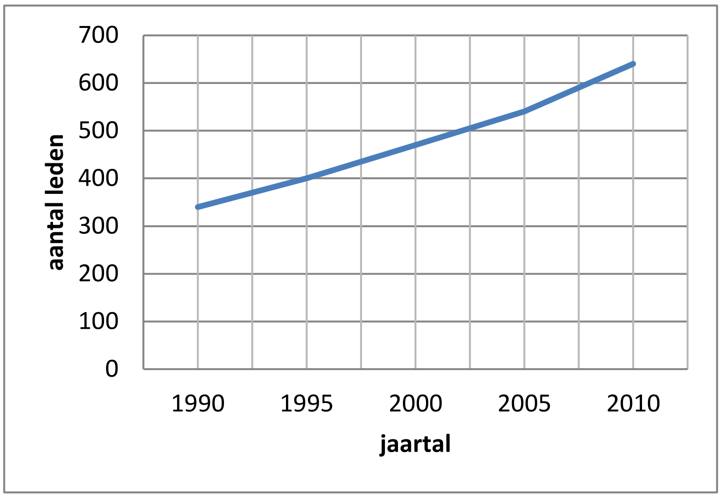
3. Zes punten
   Afname van 8,2%, ofwel 1240 toeschouwers.
   Dus 1% = 1240 : 8,2 = 151,22 toeschouwers.
   Gemiddeld aantal toeschouwers in vorig seizoen = 100 x 151,22 = 15.122 toeschouwers.
   Gemiddeld aantal toeschouwers in dit seizoen = 15122 – 1240 = 13882

4. Tien punten
   a) Zes
   b) Twee
   c) Twee

Aantal betalende leden van supportersclub.

Jaartal	'90	'95	'05	'10
Aantal leden	340	400	540	640

a)



b) Aantal leden in 2000 ≈ 470.
c) Aantal leden in 2020 ≈ 840.

7. Eindtoets

Eindtoets opstroommodule wiskunde

De finale!

Het zit erop. Je hebt de module doorgewerkt en hopelijk met plezier.
Nu volgt de eindtoets en probeer deze zo goed mogelijk te maken!
Per blok vind je een opgave, aansluitend aan het niveau waarop je moet instromen in havo.

De toets is de definitieve afsluiting van de module.
Als je alle opgaven gemaakt hebt, lever je de toets in.
Binnen twee weken word je vervolgens uitgenodigd voor een eindgesprek met je vakdocent en mentor.

Veel succes!!

1. Voor deze opgave kun je **twintig punten** halen, vier punten per onderdeel.

   In de volgende tabel staan de inwoners van Landwolde en Stevinstad. Door het woningbeleid van de gemeenten groeiden deze plaatsen op een bepaalde manier.

Datum	Aantal inwoners van Landwolde	Aantal inwoners van Stevinstad
1 januari 1989	12.100	10.400
1 januari 1990	12.900	11.130
1 januari 1991	13.701	11.910
1 januari 1992	14.510	12.745
1 januari 1993	15.311	13.638

   a) Wat voor soort groei vertoonde de bevolking van Landswolde bij benadering? Licht je antwoord toe.
   b) De bevolking van Stevinstad groeide bij benadering exponentieel.
   Bereken met hoeveel procent het aantal inwoners van Stevinstad elk jaar is toegenomen. Rond je antwoord af op hele procenten. Schrijf je berekening op.

   Ga er bij de volgende vragen van uit dat deze twee plaatsen de volgende tien jaar op dezelfde manier blijven groeien als in de afgelopen vier jaar.

c) Stel een formule op waarmee je kunt berekenen hoe groot de bevolking van Landswolde ongeveer zal zijn over t jaren na 1 januari 1989.
d) Stel ook een formule op voor de bevolking van Stevinstad vanaf 1 januari 1989.
e) Na enige tijd zal Stevinstad meer inwoners hebben dan Landswolde. Wanneer zal dat het geval zijn? Licht je antwoord toe.

2. Voor deze opgave kun je **twaalf punten** halen, drie punten per onderdeel.

Herleid:
a) $(p+2)(p-2)$
b) $(-3x)^2-(3-x)^2$
c) $-5-(-2y+4)^2$
d) $2t(3t-5)-(3t-5)^2$

3. Voor deze opgave kun je **twintig punten** halen

Drie punten voor a)
Twee punten voor b)
Drie punten voor c)
Twee punten voor d)
Vier punten voor e)
Drie punten voor f)
Drie punten voor g).

Piet gaat in de zomervakantie bijverdienen met het in elkaar zetten van vogelkooitjes. Per week werkt hij 40 uur. Hij wordt per vogelkooitje betaald. Piet wil in totaal € 1.000,00 verdienen, dus als hij bijvoorbeeld kans ziet om zo snel te werken dat hij € 20,00 per uur verdient, dan hoeft hij voor die € 1.000,00 maar 50 uur te werken. Als hij € 10,00 per uur verdient, moet hij dus 100 uur werken.

Aantal gewerkte uren	20	25	40	50	100
Verdienste per uur	50				10

a) Vul de tabel verder in.
b) Welke (woord)formule past bij deze tabel?
c) Teken de bijbehorende grafiek in je werkschrift.

Piets tempo varieert van rustig werken tot snel werken. Als hij rustig werkt, doet hij een half uur over een kooitje en bij snel werken twintig minuten. Per kooitje verdient Piet € 3,00.

d) Kleur dat deel van de grafiek dat bij het werktempo van Piet hoort. Licht je antwoord toe.
e) Hoeveel uren moet hij minimaal werken om € 1000,00 te verdienen?

Piet was van plan om hoogstens vier weken te werken. De eerste week deed Piet een half uur over een kooitje.

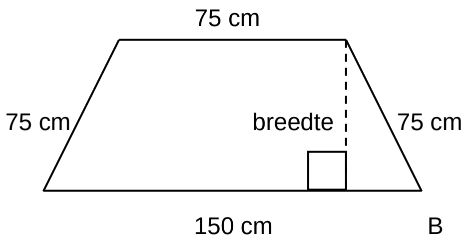
f) Laat zien dat Piet sneller moet gaan werken.

Na die eerste week besluit Piet dan ook om sneller te gaan werken en elke 20 minuten een kooitje te maken. Het bedrijf heeft nog onderdelen voor 340 kooitjes.

g) Bereken hoeveel meer dan € 1000,00 Piet in zijn vakantie kan verdienen. Schrijf de berekeningen op.

4. Voor deze opgave kun je **tien punten** halen: vier punten voor a) en zes punten voor b).

   Hieronder zie je de tekening van een tafel die symmetrisch is.



   a) Bereken de grootte van $\angle$ B.
   b) Bereken de breedte van de tafel, afgerond op hele centimeters.
      Schrijf de berekening op.

5. Voor deze opgave kun je **twaalf punten** halen, vier punten per onderdeel.

   In de tabel staan de opbrengsten van enkele akkerbouwgewassen in 1997 en 1998.

Opbrengst in miljoenen kg.		
Gewas	1997	1998
rogge	27,9	35,3
gerst	...	220,8
erwten	5,1	...

   a) Met hoeveel procent is de opbrengst van rogge toegenomen?
   b) De opbrengst van erwten is met 7,8% afgenomen.
      Bereken de opbrengst van erwten in 1998.
   c) De opbrengst van gerst is in 1998 met 17,7% toegenomen.
      Bereken de opbrengst van gerst in 1997.

Totaal te behalen voor de eindtoets van blok 1 tot en met blok 5: **74 punten**

Eindcijfer voor opstroommodule wiskunde =
(aantal behaalde punten + 6) : 8.

8. Correctiemodel bij eindtoets

1. Aantal inwoners van Landwolde en Stevinstad.

Datum	Aantal inwoners van Landswolde	Aantal inwoners van Stevinstad
1 januari 1989	12.100	10.400
1 januari 1990	12.900	11.130
1 januari 1991	13.701	11.910
1 januari 1992	14.510	12.745
1 januari 1993	15.311	13.638

a) De bevolking van Landswolde groeide bij benadering lineair. Elk jaar komen er ongeveer inwoners bij.

b) De bevolking van Stevinstad groeide bij benadering exponentieel.
Tussen 1989 en 1990 komen er 11.130 – 10.400 = 730 inwoners bij.
Dit is $\frac{730}{10400} \cdot 100\% \approx 7\%$

c) Formule voor de groei van de bevolking van Landswolde: $A = 12100 + t \cdot 800$, met A = aantal inwoners en t = aantal jaren na 1 januari '89.
Dus $A = 12100 + 800t$.

d) Formule voor de groei van de bevolking van Stevinstad: $A = 10400 \cdot 1{,}07^t$.

e) Na 9 jaar: Landswolde $A = 12100 + 800 \cdot 9 = 19300$
Stevinstad $A = 10400 \cdot 1{,}07^9 = 19120$
Na 10 jaar: Landswolde $A = 12100 + 800 \cdot 10 = 20100$
Stevinstad $A = 10400 \cdot 1{,}07^{10} = 20458$

Dus na 10 jaar.

2. Bereken:

a) $(p+2)(p-2) = p \cdot p + p \cdot -2 + 2 \cdot p + 2 \cdot -2 = p^2 - 4$

b) $(-3x)^2 - (3-x)^2 = -3x \cdot -3x - ((3-x)(3-x))$
$= 9x^2 - (3 \cdot 3 + 3 \cdot -x - 3 \cdot x - x \cdot -x)$
$= 9x^2 - (9 - 6x + x^2) = 9x^2 - 9 + 6x - x^2$
$= 8x^2 + 6x - 9$

c) $-5 - (-2y+4)^2 = -5 - ((-2y+4)(-2y+4))$
$= -5 - (-2y \cdot -2y - 2y \cdot 4 + 4 \cdot -2y + 4 \cdot 4)$
$= -5 - (4y^2 - 16y + 16) = -5 - 4y^2 + 16y - 16$
$= -4y^2 + 16y - 21$

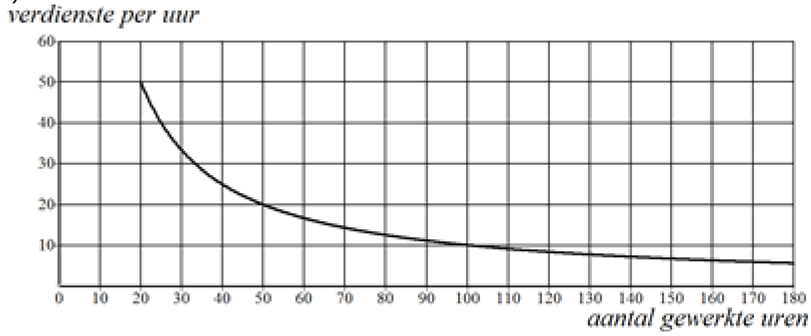
d) $2t(3t-5) - (3t-5)^2 = 2t \cdot 3t + 2t \cdot -5 - ((3t-5)(3t-5))$
$= 6t^2 - 10t - (3t \cdot 3t + 3t \cdot -5 - 5 \cdot 3t - 5 \cdot -5)$
$= 6t^2 - 10t - (9t^2 - 30t + 25)$
$= 6t^2 - 10t - 9t^2 + 30t - 25$
$= -3t + 20t - 25$

3. a)

Aantal gewerkte uren	20	25	40	50	100
Verdienste per uur	50	40	25	20	10

b) (Woord)formule: aantal gewerkte uren x verdienste per uur = 1000 ofwel: $u \cdot v = 1000$.

c)



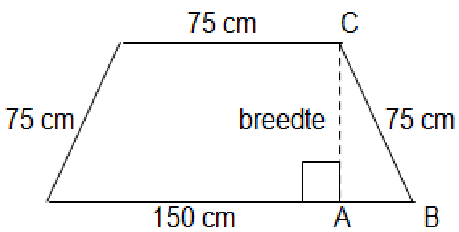
d) Half uur per kooitje, dan verdienste per uur = 2 x 3 = € 6,00.
20 minuten per kooitje, dan verdienste per uur = 3 x 3 = € 9,00.
Je moet dus een klein stukje van de grafiek kleuren waarbij het aantal gewerkte uren ligt tussen (ongeveer) 110 en 166.

e) Minimaal werken 1000 : 9 = 111 uren om € 1000,– te verdienen.

f) Als Piet een half uur over een kooitje doet, verdient hij per uur € 6,00 en per week dus: 40 x 6 = € 240,00.
In vier weken zou hij dan 4 x 240 = € 960,00 verdienen en dat is te weinig.

g) In de eerste week verdient Piet € 240,00.
In de tweede week kan Piet 3 kooitjes per uur maken en dus 40 x 3 = 120 kooitjes per week. Hij verdient dan 120 x 3 = € 360,00.
In de derde week kan Piet opnieuw 120 kooitjes maken en verdient hij dus weer € 360,–.
In de vierde week is er nog slechts materiaal voor 100 kooitjes.
Hij kan dan 100 : 3 = $33\frac{1}{3}$ uur werken en verdient dan $33\frac{1}{3}$ x 9 = € 300,00.
In totaal verdient Piet 240 + 360 + 360 + 300 = € 1260,00.
Hij verdient dus € 260,00 meer dan € 1.000,00.

4.



a) AB = (150 - 75) : 2 = 75 : 2 = 37,5 cm. Berekenen ∠ B in driehoek ABC:
cos ∠ B = $\frac{AB}{BC} = \frac{37,5}{75}$ = 0,5, dus ∠ B = 60^0

b) Berekenen van breedte AC van tafel:
AC = $\sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{75^2 - 37,5^2} = \sqrt{5625 - 1406,25} = \sqrt{4218,75} \approx 65$ cm.
of:
sin ∠ B = $\frac{AC}{BC} = \frac{AC}{75}$, dus $\frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{AC}{75}$. Dus $AC = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 75 \approx 65$ cm.

5. Opbrengsten akkerbouwgewassen in 1997 en 1998.

Opbrengst in miljoenen kg.		
gewas	1997	1998
rogge	27,9	35,3
gerst	...	220,8
erwten	5,1	...

a) Toename rogge = 35,3 miljoen - 27,9 miljoen = 7,4 miljoen kg.
Dit is $\frac{7,4}{27,9}$ x 100% ≈ 26,5%

b) Afname erwten is 7,8% = 0,078 x 5,1 miljoen ≈ 0,4 miljoen kg.
Opbrengst erwten in 1998 ≈ 5,1 miljoen - 0,4 miljoen = 4,7 miljoen kg.

c) Toename gerst is 17,7%, dus 220,8 miljoen kg komt overeen met 117,7%.
1% komt overeen met 220,8 miljoen : 117,7 ≈ 1,876 miljoen kg.
Opbrengst van gerst in 1997 ≈ 100 x 1,876 miljoen = 187,6 miljoen kg.

SLO heeft als nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling een publieke taakstelling in de driehoek beleid, praktijk en wetenschap. SLO heeft een onafhankelijke, niet-commerciële positie als landelijke kennisinstelling en is dienstbaar aan vele partijen in beleid en praktijk.

Het werk van SLO kenmerkt zich door een wisselwerking tussen diverse niveaus van leerplanontwikkeling (stelsel, school, klas, leerling). SLO streeft naar (zowel longitudinale als horizontale) inhoudelijke samenhang in het onderwijs en richt zich daarbij op de sectoren primair onderwijs, speciaal onderwijs, voortgezet onderwijs en beroepsonderwijs. De activiteiten van SLO bestrijken in principe alle vakgebieden.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
E info@slo.nl

www.slo.nl

Foto omslag: humantouchphotography.nl

slo