



Concretisering
referentieniveau
2S rekenen

Voortgezet onderwijs

SLO • nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling

slo



Concretisering referentieniveau rekenen 2S

Februari 2011

slo

nationaal
expertisecentrum
leerplan-
ontwikkeling

Verantwoording

© 2011 SLO (nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

Auteurs: Victor Schmidt, Nelleke den Braber, Wim Spek en Johan Gademan

Eindredactie: Victor Schmidt

Informatie

SLO

Afdeling: vmbo-mbo

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Telefoon (053) 4840 663

Internet: www.slo.nl

E-mail: vmbo-mbo@slo.nl

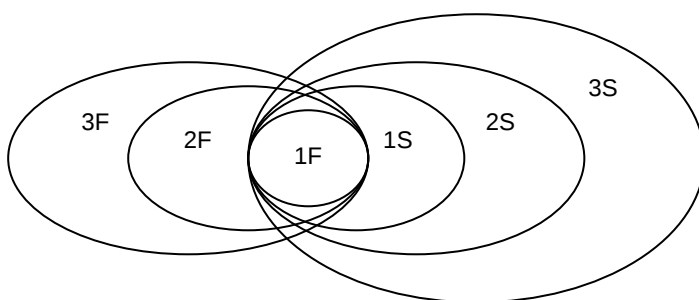
AN: 4.5532.370

Inhoud

1.	Inleiding	5
1.1	De concretisering	10
1.2	Onderscheid rekenen - wiskunde	11
	Domein Getallen	13
	Domein Verhoudingen	27
	Domein Meten/Meetkunde	49
	Domein Verbanden	79

1. Inleiding

In het referentiekader rekenen van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen is vastgelegd "wat leerlingen moeten kennen en kunnen als het gaat om Nederlandse taal en rekenen/wiskunde." Deze kennis en vaardigheden worden in het referentiekader gespecificeerd in een aantal referentieniveaus. Niveaus 1F en 1S hebben betrekking op het primair onderwijs, niveau 2F en 2S op het vmbo/mbo-2 respectievelijk onderbouw havo en vwo en niveau 3F en 3S op mbo-4 respectievelijk havo/vwo. De opeenvolgende referentieniveaus vormen twee 'sporen'. De opeenvolging 1F – 2F – 3F (het zogenaamde F-spoor) richt zich in hoofdzaak op het functioneel gebruiken van rekenkundige kennis en vaardigheden. De opeenvolging (1F) – 1S – 2S – 3S (het zogenaamde S-spoor) richt zich in hoofdzaak op het formeel opereren met getallen, grootheden en ruimtelijke vormen. De onderlinge relaties tussen de referentieniveaus worden in de onderstaande figuur weergegeven.



Figuur 1: Onderlinge samenhang referentieniveaus rekenen

Er bestaan geen referentieniveaus 4F en 4S. Naar het oordeel van de expertgroep zouden deze referentieniveaus uitsluitend wiskundedoelen bevatten en daarmee buiten het rekendomein vallen.

Voor rekenen zijn er vier domeinen beschreven, te weten:

1. Getallen
2. Verhoudingen
3. Meten en Meetkunde
4. Verbanden

Elk domein is opgebouwd uit de onderdelen:

- A notatie, taal en betekenis, waarbij het gaat om de uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties en om het gebruik van wiskundetaal;
- B met elkaar in verband brengen, waarbij het gaat om het verband tussen begrippen, notaties, getallen en dagelijks spraakgebruik;
- C gebruiken, waarbij het er om gaat rekenkundige vaardigheden in te zetten bij het oplossen van problemen.

Elk van deze drie onderdelen is steeds opgebouwd uit drie typen kennis en vaardigheden. Die zijn als volgt kort te karakteriseren:

- paraat hebben: kennis van feiten en begrippen, reproduceren, routines, technieken;
- functioneel gebruiken: kennis van een goede probleemaanpak, het toepassen, het gebruiken binnen en buiten het schoolvak;
- weten waarom: begrijpen en verklaren van concepten en methoden, formaliseren, abstraheren en generaliseren, blijk geven van overzicht.

In het referentiekader worden de onderdelen A, B en C per domein als volgt omschreven.

	<i>A Notatie, taal en betekenis</i>	<i>B Met elkaar in verband brengen</i>	<i>C Gebruiken</i>
<i>Getallen</i>	Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties. Wiskundetaal gebruiken.	Getallen en getalsrelaties. Structuur en samenhang.	Berekeningen uitvoeren met gehele getallen, breuken en decimale getallen.
<i>Verhoudingen</i>	Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties. Wiskundetaal gebruiken.	Verhouding, procent, breuk, decimaal getal, deling, 'deel van' met elkaar in verband brengen.	In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen.
<i>Metten & meetkunde</i>	Maten voor lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht, temperatuur. Tijd en geld. Meetinstrumenten. Schrijfwijze en betekenis van meetkundige symbolen en relaties.	Meetinstrumenten gebruiken. Structuur en samenhang tussen maateenheden. Verschillende representaties, 2D en 3D.	Metten. Rekenen in de meetkunde.
<i>Verbanden</i>	Analyseren en interpreteren van informatie uit tabellen, grafische voorstellingen en beschrijvingen. Veel voorkomende diagrammen en grafieken lezen en interpreteren.	Verschillende voorstellingsvormen met elkaar in verband brengen. Gegevens verzamelen, ordenen en weergeven. Patronen beschrijven.	Tabellen, diagrammen en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen. Rekenvaardigheden gebruiken.

Het type kennis en vaardigheden per onderdeel kan verder omschreven worden zoals in de onderstaande tabel. Deze omschrijvingen zijn in tegenstelling tot die uit de vorige tabel niet uit het referentiekader zelf afkomstig.

	<i>Paraat hebben</i>	<i>Functioneel gebruiken</i>	<i>Weten waarom</i>
<i>A Notatie, taal en betekenis</i>	Begrippen, notaties en rekenkundige eigenschappen kennen en vlot kunnen memoriseren	Begrippen, notaties en rekenkundige eigenschappen op de juiste plek correct kunnen gebruiken	Rekenkundige eigenschappen kunnen uitleggen en verklaren en daarbij gebruik maken van begrippen en notaties.
<i>B Met elkaar in verband brengen</i>	Rekenkundige representaties vlot in elkaar kunnen omzetten	Gegevens kunnen voorbewerken. Uitkomsten kunnen nabewerken. Hulpmiddelen kunnen kiezen bij berekeningen	Uit kunnen leggen hoe en waarom bepaalde omzettingen werken.
<i>C Gebruiken</i>	Standaardbewerkingen geautomatiseerd kunnen uitvoeren op getallen, procenten, verhoudingen, meetkundige objecten en verbanden.	Problemen die leiden tot een of meer berekeningen, kunnen oplossen	Problemen die leiden tot rekenkundige redeneringen, kunnen oplossen

Bij elk type kennis en vaardigheden worden in het referentiekader per niveau, per domein en per onderdeel voorbeelden genoemd van kennis en vaardigheden. Deze voorbeelden zijn door de expertgroep niet uitputtend bedoeld. Deze voorbeelden staan in tabellen, waarvan hieronder een voorbeeld te zien is.

1. Getallen

1.1. Getallen niveau F

A Notatie, taal en betekenis - Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties - Wiskundetaal gebruiken	Niveau 1F Paraat hebben	Niveau 2F Paraat hebben	Niveau 3F Paraat hebben	Niveau 3F Voorbeelden
	- 5 is gelijk aan (evenveel als) 2 en 3 - de relaties groter/kleiner dan - 0,45 is vijftienvoertig honderdsten - breuknotatie met horizontale streep $\frac{3}{4}$ - teller, noemer, breukstreep	- schrijfwijze negatieve getallen: -3°C, -150 m - symbolen zoals $<$ en $>$ gebruiken - gebruik van wortelteken, machten	- uitspraak, schrijfwijze en betekenis van negatieve getallen (ook op de rekenmachine) zoals ze voorkomen in situaties met bijvoorbeeld temperatuur, schuld en tekort en hoogte	- het vriest 8 graden kan ook worden weergegeven als: het is -8°C en uitgesproken als 'min 8' of '8 graden onder 0' - tekorten en schulden kunnen weergeven met een minteken - in een tabel de betekenis van positieve (overschotten) en negatieve verschillen (tekorten) aflezen en interpreteren - op de rekenmachine bijvoorbeeld $-5,23 - 7,81$ correct intypen
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Voorbeelden
	- uitspraak en schrijfwijze van gehele getallen, breuken en decimale getallen - getalbenamingen zoals driekwart, anderhalf en miljoen	- getalnotaties met miljoen en miljard: er zijn 60 miljard euronunten gestegen	- uitspraak, schrijfwijze en betekenis van grote getallen met miljoen en miljard als maat en met passende voorvoegsels (bij maten) functioneel gebruiken	- deze presentatie is 3,1 MB (megabyte) - 1 243 574 uitgesproken als ruim 1,2 miljoen - de periode van 15,5 miljoen naar 16 miljoen inwoners duurtdev 8 jaar, hoeveel inwoners zijn er in die 5 jaar bijgekomen?
Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom	Voorbeelden
	- orde van grootte van getallen berekenen	- getallen relateren aan situaties: • ik loop ongeveer 4 km/u • Nederland heeft ongeveer 16 miljoen inwoners • 3576 AP is een postcode • hectometerpaakje 78,1 • 0,543 op bonnetje is gewicht • 300 Mb v rij geheugen nodig	- in complexere situaties rekenprocedures toepassen en daarbij weten waarom het nodig kan zijn haakjes te zetten en weten hoe dit werkt. Bijvoorbeeld bij gebruik van een rekenmachine of spreadsheet	- de prijs van 3 koffie van €1,90 plus 2 koeken van €1,90 bereken je niet met $3 + 2 \times €1,90$ en wel met $(3 + 2) \times €1,90$ - in een spreadsheet een tabel van prijzen maken met: $a \times €1,90 + b \times €1,90$ of met $(a + b) \times €1,90$

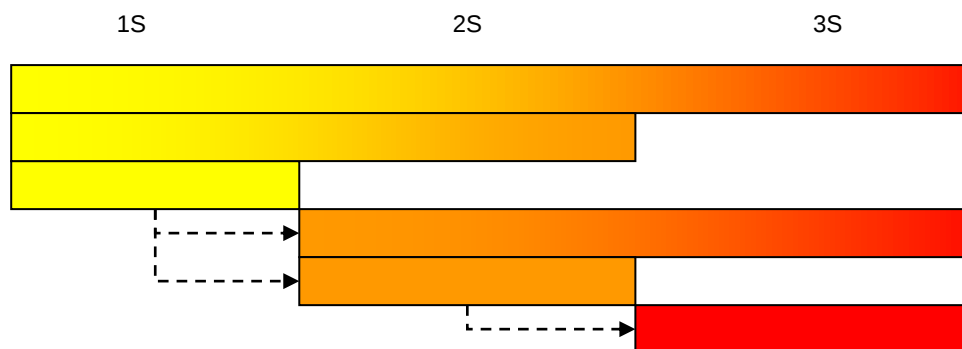
Figuur 2: Een tabel uit het referentiekader rekenen met drie referentieniveaus

In de wet- en regelgeving, die sinds 1 augustus 2010 van kracht is, wordt voorgeschreven dat 'het referentiekader de basis vormt voor (aanpassing van) lesmethoden, leermiddelen en toetsen/examens. Daardoor zal het ook uitgangspunt zijn bij het ontwerpen van taal- en rekenonderwijs binnen scholen en lerarenopleidingen.' Per onderwijssector is voorgeschreven welk referentieniveau van toepassing is. Hierbij valt op dat de S-niveaus – met uitzondering van 1S – nergens voorgeschreven worden. Voor het voortgezet onderwijs gelden de volgende referentieniveaus:

vmbo basisberoepsgerichte leerweg	2F
vmbo kaderberoepsgerichte leerweg	2F
vmbo gemengde en theoretische leerweg	2F
havo	3F
vwo	3F

De tabellen met voorbeelden zijn opgenomen in het Besluit referentieniveaus Nederlandse taal en rekenen en hebben als gevolg daarvan een minder vrijblijvend karakter dan in eerste aanleg door de expertgroep bedoeld was. Ze hebben meer de status van rekendoel gekregen.

Wie de inhoud van de referentieniveaus in een spoor nader analyseert, zal zien dat een aantal doelen in opeenvolgende referentieniveaus genoemd worden. Het betreft hier rekenkundige kennis, vaardigheden en inzicht die per hoger referentieniveau in een complexere situatie ingezet moeten worden. Daarnaast zijn er rekenkundige vaardigheden die slechts in één referentieniveau voorkomen en mogelijk voorkennis vormen voor het vervolg. In de onderstaande figuur wordt de doorloop van rekenkundige vaardigheden in het S-spoor schematisch weergegeven. Voor het F-spoor zou een soortgelijke figuur geschetst kunnen worden.



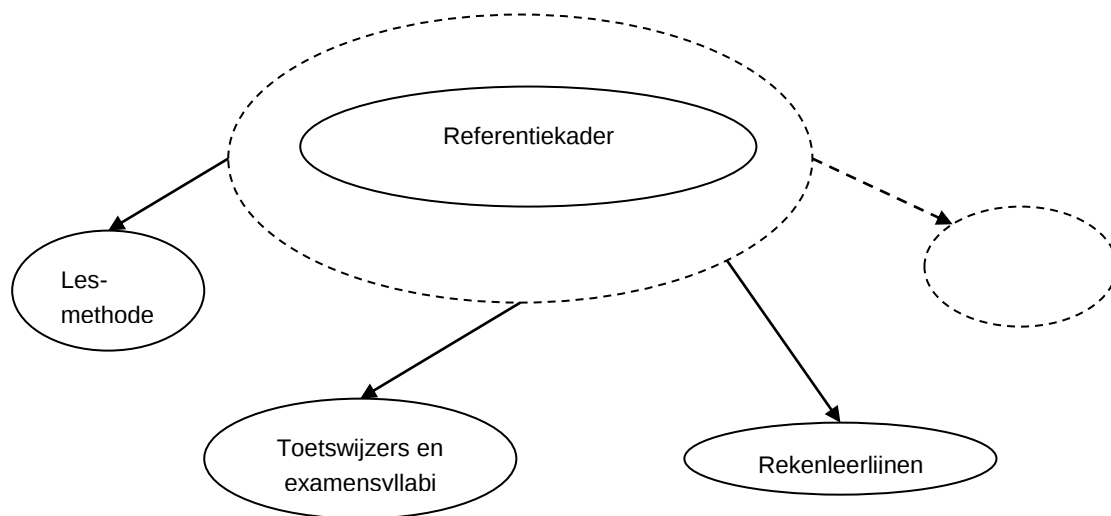
Figuur 3: Doorloop van rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden in het S-spoor. De stippellijnen geven aan dat rekenkundige kennis, inzicht en vaardigheden in een bepaald referentieniveau voorkennis vormen voor die in een opvolgend niveau, maar niet als zodanig in het vervolgniveau voorkomen.

Om scholen en andere belanghebbenden te ondersteunen bij het ontwikkelen en aanpassen van lesmethoden, leermiddelen, toetsen/examens in het rekenonderwijs, is SLO gevraagd een concretisering te maken van elk van de referentieniveaus. Daartoe bevat deze concretisering van referentieniveaus 2S bij elk rekendoel (door de expertgroep voorbeelden genoemd) uit de referentieniveaus een nadere toelichting, aanvullende voorbeelden, suggesties en opmerkingen. Daarbij beschouwt SLO de voorbeelden die door de expertgroep zo zijn bedoeld, als rekendoelen, vooral omdat ze in de wet- en regelgeving vermeld staan. Op basis van de concretisering kan een lezer zich een beeld vormen van wat er bedoeld kan worden met elk van rekendoelen.

Op basis van deze concretisering kunnen andere producten ontwikkeld worden, zoals:

- syllabi en toetswijzers voor examens en rekentoetsen;
- suggesties voor rekenleerlijnen door de jaren heen;
- lesmethoden rekenen/wiskunde;
-

De onderlinge samenhang van referentiekader, concretisering en afgeleide documenten wordt in de onderstaande figuur in beeld gebracht.



Figuur 4: Onderlinge samenhang referentiekader, concretisering en andere documenten

Hieruit moge duidelijk worden dat deze concretisering geen toetswijzer, examensyllabus of leerplansuggestie is. De aanvullende voorbeelden vormen een toelichting en hebben niet de status van geschikte toetsopgave, omdat in een toetsopgave vaak beheersing van rekenkundige vaardigheden in samenhang met kennis, inzicht en correct taal- en notatiegebruik getoetst wordt. Deze concretisering beperkt zich enkel tot interpretatie van de rekendoelen uit het referentiekader. Dat blijkt ook uit het feit dat de opzet en structuur van de tabellen uit het referentiekader in de concretisering herkenbaar zijn.

In deze toelichting op de concretisering wordt een aantal uitgangspunten beschreven die gehanteerd zijn bij de totstandkoming van de concretisering. De feitelijke concretisering staat vervolgens in een aantal tabellen.

1.1 De concretisering

Deze concretisering bevat per rekendoel uit referentieniveaus 2S een aantal handreikingen, te weten:

- Een toelichting op het rekendoel, vaak in de vorm van een wat uitgebreidere formulering. In deze formuleringen zijn type kennis en vaardigheid en het onderdeel waarbij het rekendoel is ingedeeld, betrokken. In sommige gevallen is een rekendoel uit het referentiekader gesplitst in enkele subdoelen.
- Bij elke toelichting is een aantal kleine voorbeelden vermeld die tot doel hebben het rekendoel nader toe te lichten en in sommige gevallen af te grenzen, maar zoals vermeld niet de status van geschikte toetsopgave hebben. Verder bevat de meerderheid van de rekendoelen een verwijzing naar voorbeelden uit examens, lesmethoden en andere bronnen.
- In sommige gevallen worden bij een rekendoel suggesties en opmerkingen geplaatst. Het betreft hier onder meer interpretatie van kwalificaties als 'eenvoudig', 'complex', 'veel voorkomend' in de formulering van een doel, maar ook suggesties en opmerkingen met betrekking tot het onderscheid tussen de verschillende referentieniveaus en suggesties en opmerkingen ten aanzien van oplossingsmethoden, -strategieën of redeneerstrategieën.

In het onderstaande schema staat welke kolommen in de overzichtstabellen afkomstig zijn uit het referentiekader en welke kolommen interpretaties bevatten van SLO.

Domeinnaam	Aanduiding referentieniveau	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
Afkomstig uit referentiekader	Afkomstig uit referentiekader	Interpretatie door SLO	Interpretatie door SLO

Figuur 5: Status van de verschillende kolommen in de overzichtstabellen

In een enkel geval is een rekendoel niet nader geconcretiseerd. Dat is vooral het geval als concretisering naar het oordeel van SLO geen toegevoegde waarde heeft ten opzichte van die bij andere rekendoelen. In een enkel geval wordt een wijziging van een rekendoel uit het referentiekader zelf voorgesteld.

Wellicht ten overvloede stellen we dat de concretisering van het referentiekader geen formele of wettelijke status hebben. Enkel de formuleringen uit het referentiekader zelf en de nog te ontwikkelen toetswijzers voor het voortgezet onderwijs en examensyllabi voor het mbo kennen een formele status.

1.2 Onderscheid rekenen - wiskunde

Het S-spoor van het referentiekader beoogt formeel opereren met getallen, grootheden en ruimtelijke vormen en vormt als het ware een brug naar het domein van de wiskunde. Hierbij komt onvermijdelijk de vraag aan de orde waar rekenen ophoudt en wiskunde begint. Deze vraag is niet eenvoudig te beantwoorden, omdat de overgang van rekenen naar wiskunde geleidelijk verloopt. Het trekken van een harde grens suggereert twee gescheiden vakgebieden, die geen onderlinge relatie kennen. Op het gevaar af dat deze suggestie versterkt wordt, geven we bij een tweetal domeinen een indicatie van de grens tussen rekenen en wiskunde.

In het domein *Getallen* trekken we de grens bij algebraïsche vormen. Het manipuleren met deze vormen rekenen we tot het domein wiskunde. In het rekendomein worden letters ten hoogste gebruikt om rekenkundige eigenschappen te beschrijven.

In het domein *Verbanden* vormen formules naar ons idee het schakelpunt tussen rekenen en wiskunde. Het gebruik van formules in het rekendomein is beperkt tot het invullen van waarden van variabelen. Het oplossen van vergelijkingen maakt alleen deel uit van het rekendomein als er geen beroep gedaan wordt op specifieke oplossingstechnieken, zoals de balansmethode, wortelformule of logaritmen. Wat in dat geval resteert zijn het terugrekenen van rekenkundige bewerkingen die aan een formule ten grondslag liggen en het inklemmen van de oplossing. Formules opstellen is in het rekendomein beperkt tot lineaire verbanden.

1.2.1 Onderscheid inhoud - didactiek

Het referentiekader rekenen bevat geen vereisten ten aanzien van rekendidactiek. Keuzen hieromtrent zijn voorbehouden aan scholen. In deze concretisering is het onderscheid tussen inhoud en didactiek minder scherp. Met name suggesties en opmerkingen bevatten in sommige gevallen didactisch getinte suggesties. Het betreft hier voornamelijk suggesties die een relatie hebben met het niveau van beheersing van een rekenkundige vaardigheid.

Het kan daarbij gaan om:

- suggesties en opmerkingen met betrekking tot oplossingsmethoden of redeneerstrategieën die in verband gebracht kunnen worden met een rekendoel.
suggesties en opmerkingen met betrekking tot het gebruik van didactische rekenmodellen.

1.2.2 De rekenmachine

Het referentiekader doet in sommige gevallen expliciet uitspraken omtrent het gebruik van de rekenmachine. In andere gevallen wordt dat in het midden gelaten. Deze concretisering doet in laatstgenoemde gevallen evenmin uitspraken. In toetswijzers en examensyllabi wordt het gebruik van de rekenmachine nader gereguleerd.

In de voorbeelden in deze concretisering zijn in meerderheid eenvoudige getallen gekozen. Daar waar een voorbeeld een rekenopgave voorstelt, zou die zonder rekenmachine opgelost kunnen worden. Daarmee wordt evenwel niet gesuggereerd dat de rekenmachine volledig uitgesloten zou moeten worden van het rekenonderwijs op scholen, van rekentoetsen en van examens rekenen. De belangrijkste reden om eenvoudige getallen te gebruiken is om de voorbeelden leesbaar te houden.

Getallen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis – Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties – Wiskundetaal gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– verschillende schrijfwijzen van getallen met elkaar vergelijken	1A.1 Verschillende schrijfwijzen van getallen met elkaar kunnen vergelijken en correct kunnen uitspreken. ➤ $-0,045 = -\frac{45}{1000}$ ➤ $3\frac{1}{4} = 3,25$ ➤ $6,24 = 6\frac{24}{100} = 6\frac{6}{25}$ ➤ $5^3 = 5 \times 5 \times 5$ en wordt uitgesproken als vijf tot de macht drie. ➤ $\sqrt{8}$ is het getal waarvan het kwadraat gelijk is aan 8. $\sqrt{8} \approx 2,8$ en wordt uitgesproken als 'wortel acht'. ➤ 912 miljoen = 912.000.000 = $912 \times 10^6 = 9,12 \times 10^8$ en is bijna gelijk aan 1 miljard.	Hieraan kan het in elkaar omzetten van de verschillende schrijfwijzen van getallen toegevoegd worden, hoewel dat strikt genomen in rubriek B thuis hoort. Van belang is het verder dat leerlingen in voorkomende gevallen in staat zijn onderscheid te maken tussen een symbool in de betekenis van een bewerking en datzelfde symbool om er een getal mee aan te duiden: ➤ $\sqrt{8}$ staat voor 'trek de wortel uit acht', maar ook voor het getal waarvan het kwadraat gelijk is aan 8. ➤ -8 staat voor het negatieve getal dat net zo ver van nul verwijderd is als 8, maar ook voor het tegengestelde nemen van 8.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– wetenschappelijke notatie rekenmachine gebruiken	1A.2 Een getal in de wetenschappelijke notatie in een rekenmachine kunnen invoeren en een getal in de wetenschappelijke notatie in de display van een rekenmachine kunnen lezen. ➤ Toets 200 miljard in op de rekenmachine. ➤ Je rekenmachine toont in de display $2\ 10$, $2\ E10$ of $2\ ^{10}$. Welk getal wordt hier mee bedoeld? Hoe spreek je dit getal uit? Antwoord: 2×10^{10} . Dat is gelijk aan 20×10^9 en dat is 20 miljard. ➤ Welk getal is correct genoteerd in de wetenschappelijke notatie: 45×10^9 , $4,5 \times 10^{10}$ of $0,45 \times 10^{11}$? Antwoord: $4,5 \times 10^{10}$. 'Meer voorbeelden op pagina 20'	Hieraan kan de terminologie rond machten (grondtal en exponent) toegevoegd worden, maar feitelijk zijn dit termen uit het wiskundedomein. In referentieniveau 2F is sprake van het gebruik van getalsnotaties als 200 miljard en 4 miljoen. De wetenschappelijke notatie is op dat niveau niet vereist. Getallen met negatieve exponenten komen pas aan bod in referentieniveau 3S.

	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
--	--------------	--------------	--------------

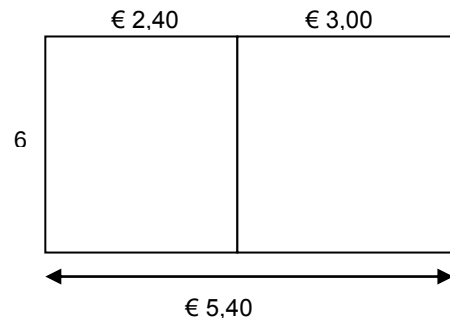
Getallen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen - Getallen en getalrelaties - Structuur en samenhang	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	- soorten getallen, zoals priemgetallen, wortels als irrationale getallen, enzovoorts - uitbreiding naar reële getallen	1B.1a Weten dat er meer getallen bestaan dan gehele getallen en breuken. $\sqrt{8}$ is een getal dat niet geheeltallig is en evenmin als een breuk geschreven kan worden. - Het getal π is niet geheeltallig en kan niet als een breuk geschreven worden.	Soorten getallen die op referentieniveau 2S in aanmerking komen zijn: - Gehele getallen - priemgetallen - Rationale getallen - in de vorm van een breuk - in de vorm van een decimaal getal - Irrationale getallen - irrationale wortels zoals $\sqrt{8}$ - de wiskundige constante π Daarnaast komen in referentieniveau 2S negatieve getallen aan bod. De termen 'rationaal' en 'irrationaal' hoeven leerlingen niet te kennen.
		1B.1b Weten dat er getallen bestaan met specifieke eigenschappen. - Wat is een priemgetal? Antwoord: Een priemgetal is een geheel getal met precies twee delers, namelijk 1 en zichzelf. - Wat is het onderscheid tussen positieve en negatieve getallen? Antwoord: Een positief getal is een getal dat groter is dan 0; een negatief getal is een getal dat kleiner is dan 0. 'Meer voorbeelden op pagina 21'	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	- soorten getallen, zoals priemgetallen, wortels als irrationale getallen, enzovoorts - uitbreiding naar reële	1B.2a Irrationale getallen en getallen met specifieke eigenschappen kunnen gebruiken bij berekeningen en irrationale uitkomsten correct kunnen verwerken. Je wilt een tegelvloer aanleggen en beschikt over 67 tegels	

	getallen	met dezelfde afmetingen. Kun je rechthoekige vloer aanleggen die uit tenminste twee rijen bestaat en waarbij je alle tegels gebruikt? Antwoord: nee, omdat 67 een priemgetal is. ➤ Je moet een vel papier kopiëren naar een formaat, waarvan de oppervlakte twee keer zo groot is als het vel zelf. Met welke factor moeten lengte en breedte van het vel vergroot worden? Antwoord: Omdat de oppervlakte twee keer zo groot moet worden, moeten de afmetingen elk $\sqrt{2} \approx 1,41$ keer zo groot worden.	
		1B.2b Irrationale getallen ten opzichte van elkaar en ten opzichte van gehele en decimale getallen kunnen ordenen. ➤ Tussen welke twee gehele getallen ligt $\sqrt{27}$? Antwoord; 27 ligt tussen $5^2 = 25$ en $6^2 = 36$ en daarom ligt $\sqrt{27}$ tussen 5 en 6. ➤ Welk getal is groter: $\frac{1}{5}$ of $\sqrt{\frac{1}{5}}$? Antwoord: $\sqrt{\frac{1}{5}}$.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	- verband tussen breuken met getallen en met variabelen	1B.3 Bewerkingen met variabelen opvatten als gegeneraliseerde bewerkingen met getallen en daarmee gelijkheden en ongelijkheden met breuken en variabelen kunnen uitleggen. ➤ Waarom is $\frac{2}{a} + \frac{3}{a} = \frac{5}{a}$? ➤ Leg uit waarom $\frac{1}{a+1} < \frac{1}{a}$ als a een positief getal voorstelt. 'Meer voorbeelden op pagina 22'	Het volstaat dat leerlingen een dergelijke (on)gelijkheid kunnen uitleggen door de variabelen een of meer keren door een getal te vervangen en aan de hand van het resultaat de uitleg kan geven. ➤ Als je in $\frac{2}{a} + \frac{3}{a}$ voor de variabele a de waarde 10 kiest, staat er $\frac{2}{10} + \frac{3}{10}$ en dat is inderdaad gelijk aan $\frac{5}{10}$. Als je twee breuken met dezelfde noemer bij elkaar optelt, mag je de tellers bij elkaar optellen en blijft de noemer gelijk. ➤ $\frac{1}{a+1} < \frac{1}{a}$ kun je illustreren door voor a de waarde 3 te nemen. Er staat dan $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ en dat klopt, want als je een

			taart in vierën verdeelt zijn de taartdelen kleiner dan als je de taart in drieën verdeelt. In het algemeen geldt dat in hoeveel meer stukken je een taart verdeelt, des te kleiner zijn de afzonderlijke stukken.
	– decimale getallen als tiendelige breuken	1B.4 Decimale getallen kunnen interpreteren als tiendelige breuken. ➤ Schrijf 0,0127 als een som van producten met breuken met als noemer een macht van 10. Antwoord: $0,0127 = 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{1}{100} + 2 \times \frac{1}{1000} + 7 \times \frac{1}{10.000}.$ ➤ Schrijf $2 \times \frac{1}{100} + 4 \times \frac{1}{10.000} + 5 \times \frac{1}{100.000}$ als een decimale breuk. Antwoord: 0,02045.	

Getallen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– rekenen met breuken	1C.1 Een berekening waar breuken in voorkomen kunnen uitvoeren met behulp van standaardprocedures. ➤ $-\frac{1}{8} + \frac{2}{5} = -\frac{5}{40} + \frac{16}{40} = \frac{11}{40}$ ➤ $\frac{1}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$ ➤ $1\frac{1}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{9}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20}$ ➤ $\frac{1}{8} : \frac{2}{5} = \frac{1}{8} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{16}$	In tegenstelling tot referentieniveaus 1F en 1S betreft het niet alleen optellen en aftrekken met breuken, maar ook vermenigvuldigen en delen van breuken, ook met negatieve getallen. In referentieniveau 1F en 1S zijn de breuken als zodanig eenvoudig van karakter. Het is de bedoeling dat een leerling de berekeningen uit de voorbeelden zonder rekenmachine moet kunnen maken door standaardprocedures voor breuken toe te passen. In het geval toepassing van deze standaardprocedures tot complexe optellingen, aftrekkingen, vermenigvuldigingen en delingen aanleiding geeft, kunnen deze basisbewerkingen wel met de rekenmachine uitgevoerd worden.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– rekenen in de wetenschappelijke notatie	1C.2 Een berekening kunnen uitvoeren met getallen die in de wetenschappelijke notatie staan, ook met behulp van een rekenmachine. ➤ $20 \text{ miljoen} \times 100 = 20 \times 10^6 \times 10^2 = 20 \times 10^8 = 2 \times 10^9 = 2 \text{ miljard}$ ➤ Het gemiddelde bruto binnenlands product van een inwoner van Nederland is $\text{€ } 600 \text{ miljard} : 16 \text{ miljoen} = \text{€ } 6 \times 10^{11} : (16 \times 10^6) = \text{€ } 0,375 \times 10^5 = \text{€ } 37.500$. Met de rekenmachine kun je dit uitrekenen volgens $600 \div 9 \div 16 = 6$ 'Meer voorbeelden op pagina 23'	Berekeningen beperken zich tot optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Het schatten van de ordegrootte van uitkomsten van berekeningen met grote getallen kan ook hieronder gerekend worden. ➤ Ongeveer $\frac{1}{200}$-ste deel van de Nederlandse bevolking van 16 miljoen mensen is ouder dan negentig jaar. Hoeveel mensen zijn dat ongeveer? 8 miljoen, 800.000, 80.000 of 8000? Antwoord: 80.000.

	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– eigenschappen van bewerkingen	1C.3 Een eigenschap van een rekenkundige bewerking kunnen verklaren. ➤ Leg uit waarom $4 - 2 = 4 + 2$. ➤ Leg uit waarom je uit $a \times b = c$ mag concluderen dat $a = \frac{c}{b}$ en $b = \frac{c}{a}$ 'Meer voorbeelden op pagina 24'	Mogelijke verklaringswijzen zijn: - met behulp van redeneringen in een concrete situatie de eigenschap verklaren; - met behulp van een rekenmodel, generaliseerbaar getalsvoorbeeld of regelmaat in een reeks berekeningen (dit laatste wordt het permanentieprincipe genoemd) de eigenschap verklaren; - met behulp van een formele redenering of bewijsvoering de eigenschap afleiden uit andere eigenschappen. Voor referentieniveau 2S volstaat de tweede verklaringswijze. In het eerste voorbeeld zijn de volgende verklaringswijzen toereikend: ➤ Met behulp van een getallenlijn als rekenmodel, waarin de optel- en aftrekbewerkingen in de vorm van pijlen zijn weergegeven. ➤ Permanentieprincipe: kijk naar de regelmaat in de uitkomsten van de onderstaande berekeningen: $4 - 2 = 2$ $4 - 1 = 3$ $4 - 0 = 4$ $4 - (-1) = 5$

			$4 - -2 = 6$ Het tweede voorbeeld is een typisch S-voorbeeld. Het volstaat hier deze redenering te kunnen toelichten met getallen en vervolgens te stellen dat het niet uit maakt welke getallen je kiest, bijvoorbeeld: ➤ $2 \times 5 = 10$ en daaruit volgt dat $2 = \frac{10}{5}$ en $5 = \frac{10}{2}$. Dat zou ook het geval zijn als we uitgegaan zouden zijn van bijvoorbeeld $3 \times 7 = 21$
	– correctheid van rekenkundige redeneringen verifiëren	1C.4 Kunnen verifiëren of een rekenkundige redenering correct is. ➤ Je moet in een café zes koppen koffie van € 2,40 per kop en zes stukken appelgebak van € 3,00 per stuk afrekenen. De ober brengt je $6 \times € 5,40$ in rekening. Jij meent dat de ober het bedrag onjuist uitrekent. Hij zou het totaalbedrag $6 \times € 2,40$ aan koffie + het totaalbedrag $6 \times € 3,00$ aan appelgebak in rekening moeten brengen. Beredeneer dat beide manieren dezelfde uitkomst geven. 'Meer voorbeelden op pagina 25'	Een 2S-redenering in het voorbeeld is: volgens de distributieve eigenschap voor getallen geldt dat $6 \times (€ 2,40 + € 3,00) = 6 \times € 2,40 + 6 \times € 3,00$, waaruit blijkt dat beide berekeningswijzen correct zijn. Ook adequaat is een redenering op basis van een rekenmodel. 

Ook de rekenmachine kent de wetenschappelijke notatie.

Je gebruikt daarvoor de toets die is aangegeven met **EXP** of **EE**.

Voorbeelden

$$8\,000\,000 = 8 \cdot 10^6$$

$$0,000\,000\,043 = 4,3 \cdot 10^{-8}$$

$$4,2 \cdot 10^{-5} \times 2,2 \cdot 10^6 = \dots\dots$$

Intoetsen

$$8 \text{ EE } 6$$

$$4,3 \text{ EE } -8$$

$$4,2 \text{ EE } -5 \times 2,2 \text{ EE } 6$$

9 Bereken.

a $4 \cdot 10^9 \times 2$

b $2,55 \cdot 10^4 \times 3,2 \cdot 10^{-6}$

c $8 \cdot 10^{-5} \times 4$

d $4,5 \cdot 10^{-6} \times 1,1 \cdot 10^3$

10 De kortste afstand van de aarde naar Mars is $5,6 \cdot 10^7$ km. Een afgeschoten raket legt per dag 2 miljoen km af.

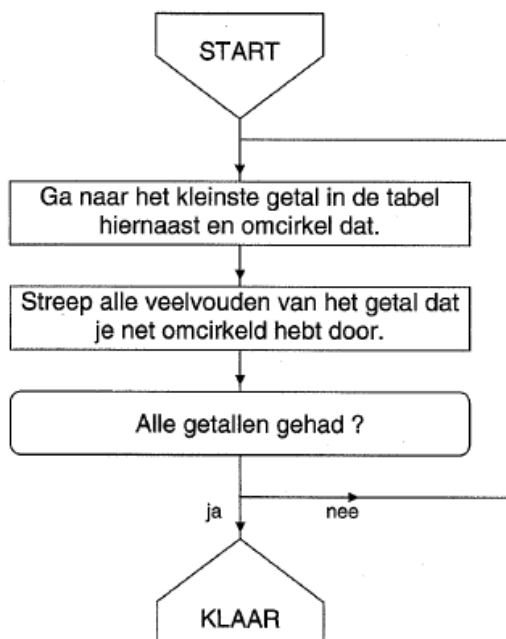
a Bereken hoeveel dagen deze raket over de reis naar Mars doet.

b En hoeveel dagen zou een straaljager (1000 km per uur) er over doen?



Bron: Netwerk (Wolters-Noordhoff), 4 - vmbo kader

- » Voer het blokschema uit.



	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	

- » Waarom was 1 al doorgestreept ?

De omcirkelde getallen in de tabel hebben alle precies twee delers. Getallen die precies twee delers hebben noemen we **priemgetallen**. Op de vorige bladzijde onderaan heb je drie priemgetallen opgeschreven

- » Is 123 een priemgetal ? Zo ja, waarom. Zo nee, waarom niet ?

- » Wat is kleinste priemgetal groter dan 100 ?



Bron: De Wageningse methode, 2- Handig tellen



Voorbeeld 1:

Trek van elkaar af: $\frac{3x}{7} - \frac{x}{7} =$

- a. $\frac{2}{7}$
- b. 3
- c. $2x$
- d. $\frac{x}{7}$
- e. $\frac{2x}{7}$

Voorbeeld 2:

Als $\frac{a}{b} = 70$ dan is $\frac{a}{2b} =$

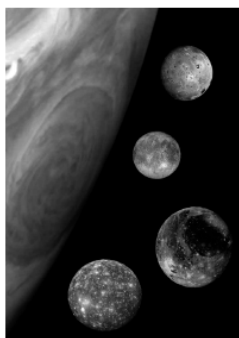
- a. 35
- b. 68
- c. 72
- d. 140

Bron: TIMSS 2003, grade 8 mathematics

Voorbeeld 1:

MANEN VAN JUPITER

De maan draait in een baan rond de aarde. In 27,32 dagen draait de maan één keer rond de aarde. Dit heet de *omlooptijd* van de maan. In deze 27,32 dagen legt de maan 2,5 miljoen kilometer af. Dit heet de *baanlengte* van de maan. Rond de planeet Jupiter draaien vele manen. Vier van deze manen staan afgebeeld op onderstaande foto.



Een aantal gegevens van deze vier manen staat in onderstaande tabel.

naam van de maan	omlooptijd in dagen	baanlengte in kilometers
Io	1,77	$2,7 \times 10^6$
Europa	3,55	$4,2 \times 10^6$
Ganymedes	7,15	$6,7 \times 10^6$
Callisto	16,69	$11,8 \times 10^6$

- 2p ○ 21 Een reis rond de wereld over de evenaar is ongeveer 40 000 km lang. De baanlengte van de maan Ganymedes is vele malen groter dan een reis rond de wereld over de evenaar.
→ Bereken hoeveel keer zo groot de baanlengte van deze maan is. Schrijf je berekening op.
- 3p ○ 22 → Bereken de snelheid van de maan Europa in duizenden kilometers per uur. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2006 tijdvak 1

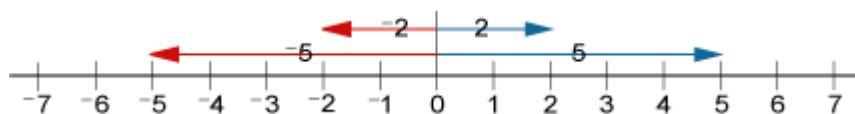
Voorbeeld 2:

- 1p 5 Bliksem en donder ontstaan op hetzelfde moment. Toch hoor je de donder meestal later. In de Binas staan in tabel 1 de snelheden van geluid en licht. Hoeveel maal sneller is het licht vergeleken met geluid?
- A ongeveer 10^2 maal
B ongeveer 10^3 maal
C ongeveer 10^4 maal
D ongeveer 10^5 maal
E ongeveer 10^6 maal

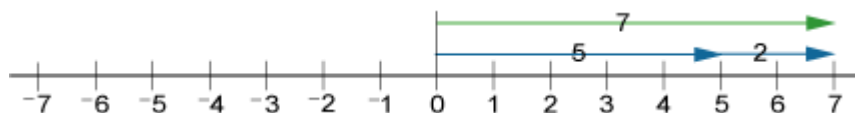
Bron: CSE Nask 1 vmbo bb 2009 tijdvak 1



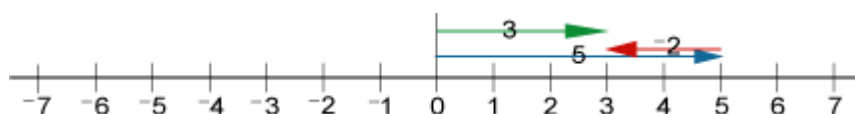
Positieve en negatieve getallen kun je voorstellen door pijlen op een getallenlijn. Hier zie je de getallen 5, 2, -5 en -2.



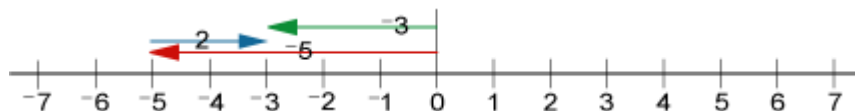
Bij het **optellen** van getallen begin je in 0 en leg je de pijlen 'staart aan kop':



$$5 + 2 = 7$$



$$5 + ^{-}2 = 3$$



$$^{-}5 + 2 = ^{-}3$$

Dit is een onderdeel van de applet van Math4all:

<http://www.math4all.nl/basiswiskunde/Re21U.html>

<http://www.math4all.nl/basiswiskunde/Re22V3.html>

Bron: *Math4all*

Als n een negatief getal is, welke van de volgende oplossingen geeft dan het grootste getal?

- (A) $3 + n$
- (B) $3 \times n$
- (C) $3 - n$
- (D) $3 : n$

Bron: TIMSS 2003, grade 8 mathematics





Verhoudingen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis – Uitspraak, schrijfwijze en betekenis van getallen, symbolen en relaties – Wiskundetaal gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– adequate (wiskunde)taal en notaties lezen en gebruiken. Ook de notatie 3 : 5 voor 'drie van de acht leerlingen'	2A.1a Enkele talige en symbolische beschrijvingen van verhoudingssituaties kunnen lezen, gebruiken en in elkaar kunnen omzetten. ➤ 1 op de 5 Nederlanders komt overeen met 'een vijfde deel van de Nederlanders', 'elke vijfde Nederlander', 'een per vijf Nederlanders', '20% van de Nederlanders', '$\frac{1}{5}$ deel van de Nederlanders'. ➤ 3 op de 5 Nederlanders komt overeen met 'drie vijfde deel van de Nederlanders', 'drie per vijf Nederlanders', '60% van de Nederlanders', '$\frac{3}{5}$ deel van de Nederlanders'. ➤ 'Het aantal voorstanders verhoudt zich tot het aantal tegenstanders als 2 : 3' komt overeen met 'op elke drie tegenstanders zijn er twee voorstanders', 'van elke 5 ondervraagden zijn er 2 voorstanders en 3 tegenstanders', '60% van de ondervraagden is voorstander', '40% van de ondervraagden is tegenstander'. 2A.1b Een evenredig verband tussen twee grootheden als verhoudingssituatie kunnen beschrijven en omgekeerd. ➤ In een stroomcircuit geldt de formule $U = I \times R$, waarbij U = spanning in Volt, I = stroomsterkte in het circuit in Ampère en R = weerstand in Ohm. Spanning en stroomsterkte zijn evenredig met elkaar en kennen een vaste onderlinge verhouding. De weerstand vormt de vermenigvuldigingsfactor.	Verhoudingen worden soms ook toegepast bij verdelingsproblemen. ➤ Een bedrag van € 20.000 moet over drie personen A, B en C verdeeld worden in de verhouding A : B : C = 2 : 3 : 5. Welke bedrag ontvangt elk van de drie personen? Antwoord: persoon A ontvangt $\frac{2}{10}$ deel, persoon B $\frac{3}{10}$ deel en persoon C krijgt $\frac{5}{10}$ deel. A ontvangt € 4000, B ontvangt € 6000 en C ontvangt € 10.000

		2A.1c Begrippen uit diverse vakdisciplines in verband kunnen brengen met verhoudingssituaties. ➤ evenredig ➤ gemiddelde snelheid, dichtheid ➤ hellingspercentage, verhang van een rivier ➤ mengverhouding, concentratie 'Meer voorbeelden op pagina 37'	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– gebruik maken van de begrippen <i>absoluut</i> en <i>relatief</i> bij het rekenen met procenten	2A.2 De begrippen absoluut en relatief kunnen gebruiken bij het rekenen met procenten. ➤ De AEX-index is toegenomen van 290 naar 294 punten. De absolute toename is gelijk aan 4 punten en de relatieve toename gelijk aan $\frac{4}{290} \times 100\% = 1,38\%$. ➤ 50% van 1000 is relatief meer maar absoluut minder dan 25% van 5000.	





Verhoudingen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen – Verhouding, procent, breuk, decimaal getal, deling, 'deel van' met elkaar in verband brengen	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– breuken, decimale getallen, percentages en verhoudingen in elkaar omzetten	2B.1a Breuken, decimale getallen, percentages en verhoudingen in elkaar kunnen omzetten. ➤ $\frac{27}{50} = 0,54$ en komt overeen met 54% of '54 op de 100' of '27 op de 50' of $27 : 23$ ➤ $1,72 = 1 \frac{72}{100} = 1 \frac{18}{25}$ ➤ $6 : 4 = 3 : 2 = 1,5 : 1 = 6$ op de 10 = 3 op de 5 = 1,5 op de 2,5 ➤ 6 op de 10 is hetzelfde als 3 op de 5 en 0,6 op de 1 ➤ Het hoeveelste deel van 24 is 18? Antwoord: 18 van de 24 komt overeen met $\frac{18}{24}$ -ste deel, ofwel $\frac{3}{4}$ -de deel.	In referentieniveau 2F is dit rekendoel beperkt tot eenvoudige stambreuken $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ en $\frac{1}{10}$. In referentieniveau 1S is sprake van veel voorkomende omzettingen. Deze beperkingen zijn op referentieniveau 2S niet van kracht. Bovendien omvat dit rekendoel het vereenvoudigen van verhoudingen en een uitdrukking van de vorm $a : b$ kunnen omzetten in a op de $(a + b)$.
		2B.1b Een verhoudingssituatie kunnen karakteriseren door middel van een vermenigvuldigingsfactor. ➤ Het recept van een gerecht schrijft 200 gram suiker voor op 500 ml water. Dit komt overeen met 0,4 gram suiker per ml water of 2,5 ml water per gram suiker.	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– weten wat 'in verhouding hetzelfde' betekent en hiermee rekenen, bijvoorbeeld 'in dezelfde verhouding vergroten'	2B.2 Weten wat 'in verhouding hetzelfde' betekent en berekeningen kunnen uitvoeren in situaties waar dat voorkomt. ➤ In een schaalmodel van de Eiffeltoren zijn de afmetingen in verhouding gelijk aan die van het origineel in Parijs. Leg uit wat dat betekent. ➤ De Eiffeltoren is 324 m hoog en op de grond staan de pilaren 74,2 m uit elkaar. In een schaalmodel staan de pilaren 5 cm uit elkaar. Hoe hoog is het schaalmodel? Antwoord: $\frac{5}{74,2} \times 324 \text{ cm} = 21,8 \text{ cm}$ of $\frac{324}{74,2} \times 5 \text{ cm} = 21,8$	Op referentieniveau 2S verdient het aanbeveling een berekening zoals in het tweede voorbeeld met behulp van een vermenigvuldigingsfactor uit te voeren.



		cm.	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– kennis van getalsystemen: $\frac{1}{4}$ kan wel als eindig decimaal getal geschreven worden en $\frac{1}{3}$ niet	2B.3 Weten wanneer een getal soms als een eindig decimaal getal, soms als een oneindig decimaal getal met een repeterend karakter en soms als een oneindig decimaal getal zonder repeterend karakter geschreven kan worden. Andere mogelijkheden zijn er niet. ➤ Als je op je rekenmachine $\frac{1}{3} = 0,333\ 333\ 3$ uitrekent, waarom is de uitkomst dan niet gelijk aan 0? Antwoord: Omdat $\frac{1}{3}$ oneindig veel decimalen drie heeft. De uitkomst is gelijk aan 0,000 000 033 333 ➤ De eerste dertig decimalen van π staan in de onderstaande figuur. Kun je aan de hand van deze decimalen de volgende vinden? Antwoord: nee, want π kun je niet schrijven als een breuk en alleen een breuk heeft een eindig veel decimalen of oneindig veel decimalen met een bepaalde regelmaat. $\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ \dots$	Zie ook toelichting 1B.4 in het domein Getallen.



Verhoudingen	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
In de context van verhoudingen berekeningen uitvoeren, ook met procenten en verhoudingen	formele rekenregels hanteren	2C.1 Een percentage als een vermenigvuldigingsfactor kunnen schrijven en omgekeerd. - De bevolking van een land groeit jaarlijks met 1% ten opzichte van het jaar eerder. Met welke factor wordt de omvang van de bevolking jaarlijks vermenigvuldigd? Antwoord: 1,01. - Een spaarsaldo wordt jaarlijks met een factor 1,04 ten opzichte van vorig jaar vermenigvuldigd. Dat komt overeen met een groei van 4% per jaar. 'Meer voorbeelden op pagina 38'	In veel econometeksten wordt dit als een formule gepresenteerd. De groeifactor – meestal van een spaarsaldo – is gelijk aan $1 + \frac{i}{100}$, waarbij i staat voor het groeipercentage (i = interest).
	bepalen op welke schaal iets getekend is	2C.2 Kunnen bepalen welke schaal een model heeft ten opzichte van het origineel en omgekeerd. Een schaalmodel van de Eiffeltoren is 21,6 cm hoog, terwijl het origineel in Parijs 324 m hoog is. De schaal van het model bedraagt $21,6 \text{ cm} : 324 \text{ m} = 0,216 \text{ m} : 324 \text{ m} = 1 : 1500$. 'Meer voorbeelden op pagina 39'	Het uitvoeren van schaalberekeningen wordt ook op referentieniveau 1S beschreven.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	rekenen met percentages boven de 100	2C.3 Kunnen rekenen met percentages boven de 100. - De inflatie bedroeg afgelopen jaar 10%. De prijzen zijn met een factor 1,1 vermenigvuldigd ten opzichte van vorig jaar. - De inflatie bedroeg afgelopen jaar 200%. De prijzen zijn met een factor 3 vermenigvuldigd ten opzichte van vorig jaar. 'Meer voorbeelden op pagina 40'	Procentberekeningen worden op referentieniveau 1S beschreven. Bovendien is in referentieniveau 1S ook sprake van percentages boven de 100, maar op dat niveau hoeven leerlingen enkel de betekenis van dergelijke percentages te kennen.



- vierde evenredige berekenen

2C.4 Uit $a : b = c : x$ de onbekende x kunnen uitrekenen als a , b en c gegeven zijn.

- Gegeven is de verhouding $2 : 5$. Schrijf deze verhouding als $6 : \dots$. Antwoord: $6 : 15$.

'Meer voorbeelden op pagina 41'

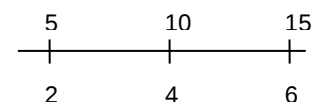
Een dergelijk probleem kan op verschillende manieren worden opgelost:

- met behulp van een model als een dubbele getallenlijn
- met behulp van een verhoudingstabel
- door een van beide vermenigvuldigingsfactoren uit te rekenen
- door middel van een kruisproduct

Alle oplossingswijzen kunnen deel uit maken van referentieniveau 2S.

- De genoemde oplossingsmanieren zien er in het voorbeeld als volgt uit.

dubbele getallenlijn:



verhoudingstabel:

2	1	6
5	2,5	15

vermenigvuldigingsfactor 1: de verhouding $2 : 5$ kent een vermenigvuldigingsfactor $\frac{5}{2} = 2,5$ en daarom is $2 : 5 = 6 : (2,5 \times 6) = 6 : 15$

vermenigvuldigingsfactor 2: in de vraagstelling moet $2 : 5$ omgerekend worden naar $6 : \dots$. Tussen 2 en 6 is sprake van een vermenigvuldigingsfactor 3. Daarom moet 5 ook met 3 vermenigvuldigd worden en is de uitkomst 15.

kruisproduct:

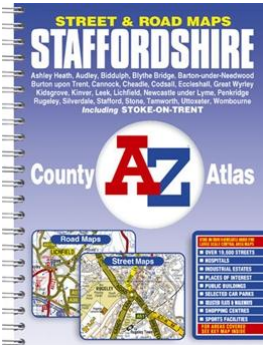
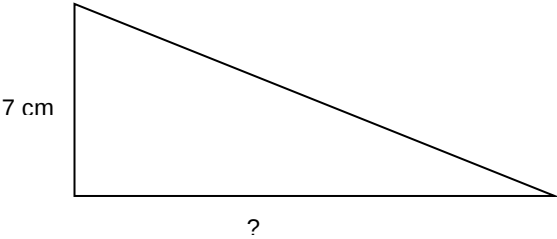


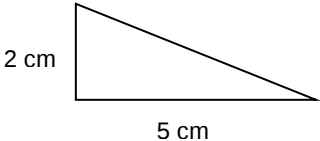
			2 5 6											
– verhoudingen toepassen bij het oplossen van problemen	2C.5 Verhoudingsrelaties kunnen herkennen in een situatie. ➤ In de onderstaande tabel wordt de prijs van een aantal dozen sigaren weergegeven. Vanaf welk aantal sigaren in een doos is hier sprake van een verhoudingssituatie? Antwoord: Er is pas sprake van een verhoudingssituatie vanaf dozen met 50 sigaren, omdat vanaf dozen met 50 sigaren geldt dat verdubbeling van het aantal sigaren leidt tot verdubbeling van zijn prijs. <table><tr><td>aantal sigaren in de doos</td><td>10</td><td>20</td><td>50</td><td>100</td><td>200</td></tr><tr><td>prijs</td><td>€ 5,00</td><td>€ 9,00</td><td>€ 16,00</td><td>€ 32,00</td><td>€ 64,00</td></tr></table> ➤ Het tarief van een taxirit is gelijk aan een vast begintarief plus een bedrag per afgelegde kilometer. Iemand zegt: 'Als je twee keer zo ver rijdt met een taxi, moet je twee keer zo veel betalen'. Klopt dat? Antwoord: nee, want in beide gevallen moet het vaste begintarief betaald worden. 'Meer voorbeelden op pagina 42'	aantal sigaren in de doos	10	20	50	100	200	prijs	€ 5,00	€ 9,00	€ 16,00	€ 32,00	€ 64,00	
aantal sigaren in de doos	10	20	50	100	200									
prijs	€ 5,00	€ 9,00	€ 16,00	€ 32,00	€ 64,00									
– berekeningen met een groeifactor / vermenigvuldigingsfactor of of percentage uitvoeren bijvoorbeeld samengestelde interest en exponentiële groei: 19% erbij en 25% eraf	2C.6a Berekeningen met een groeifactor / vermenigvuldigfactor of (groei)percentage kunnen uitvoeren. ➤ Op een artikel wordt 25% accijns en daarover ook nog 19% BTW berekend. Hoeveel procent belasting wordt er in totaal op dit artikel geheven? Antwoord: $1,25 \times 1,19 = 1,4875$ en dus wordt er 48,75% belasting geheven. ➤ Een artikel kost € 14,95 inclusief BTW. Dat is $\frac{€14,95}{1,19} = €12,56$ exclusief BTW ➤ De belastingdienst veronderstelt dat iemand met een													



		vermogen jaarlijks 4% rendement uit zijn vermogen betreft. Over dit veronderstelde rendement wordt 30% belasting geheven. Welk percentage van zijn vermogen betaalt iemand per saldo aan belasting? Antwoord: 4% van 30% = 1,2% ➤ De rente op een hypotheek bedraagt dit jaar 5%. Vanaf volgend jaar wordt de rente verhoogd naar 6%. Met hoeveel procent nemen de jaarlijkse rentekosten toe? Antwoord: met 20% (en niet met 1%) 'Meer voorbeelden op pagina 44'	
		2C.6b Berekeningen waarin een herhaalde vermenigvuldiging met een vaste factor optreedt, kunnen beschrijven en uitvoeren met behulp van een macht. ➤ Op een spaarsaldo wordt jaarlijks 4% bijgeschreven. Met hoeveel procent groeit het saldo in 10 jaar tijd? Antwoord: de groeifactor in 10 jaar tijd bedraagt $1,04^{10} = 1,48$ en daarom groeit het saldo met 48%. 'Meer voorbeelden op pagina 45'	Zie ook de toelichting onder 2C.1b.
	– verhoudingen in de meetkunde gebruiken	2C.7a Verhoudingen kunnen gebruiken bij het omrekenen van maten. ➤ Onderstaande stratenatlas wordt door Ordnance Survey uitgebracht en kent een schaal van 3,75 inch to 1 mile.	Kennis van Engelse afstandsmaten maakt geen deel uit van referentieniveau 2S.



		 Wat is de schaal van deze kaart in continentale aanduiding (1 inch = 2,54 cm, 1 mile = 1,609 344 km)? Antwoord: 3,75 inch : 1 mile = 9,525 cm : 1,609 344 km = 9,525 cm : 160.934,4 cm = 1 : 16.896. ➤ 1 yard komt overeen met 36 inch en 1 foot komt overeen met 12 inch. Hoeveel foot is 1 yard? Antwoord: 3 'Meer voorbeelden op pagina 46'	
	– verhoudingen in de meetkunde gebruiken (vervolg)	2C.7b Afmetingen van vergrote of verkleinde figuren met behulp van verhoudingen kunnen berekenen. ➤ De grote driehoek in onderstaande figuur is een vergroting van de kleine driehoek. Bereken de onbekende afmeting in de grote driehoek. Antwoord: $3,5 \times 5 = 17,5$ cm. 	

		 'Meer voorbeelden op pagina 47'	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– (wiskundig) redeneren in situaties waarin percentages of verhoudingen voorkomen	2C.8 Kunnen bepalen of de volgorde waarin twee opeenvolgende (procent)berekeningen uitgevoerd worden verschil uitmaakt. ➤ Leg uit dat het geen verschil maakt of je een bedrag eerst met 19% verhoogt en de uitkomst vervolgens met 25% verlaagt of andersom. ➤ Leg uit dat het wel verschil maakt of je een bedrag eerst met € 100 verhoogt en de uitkomst vervolgens met 25% verlaagt of andersom. ➤ Mieke's salaris werd afgelopen jaar met 10% verhoogd, maar wordt volgend jaar weer met 10% verlaagd. Verdient ze volgend jaar hetzelfde salaris als voor de salarisverhoging van vorig jaar? Antwoord: nee, de salarisverlaging wordt berekend op basis van het huidige salaris en daarom verdient ze volgend jaar minder dan voor de salarisverhoging.	



ICARUS II

Lees het krantenartikel hieronder.

Icarus II vliegt over het kanaal

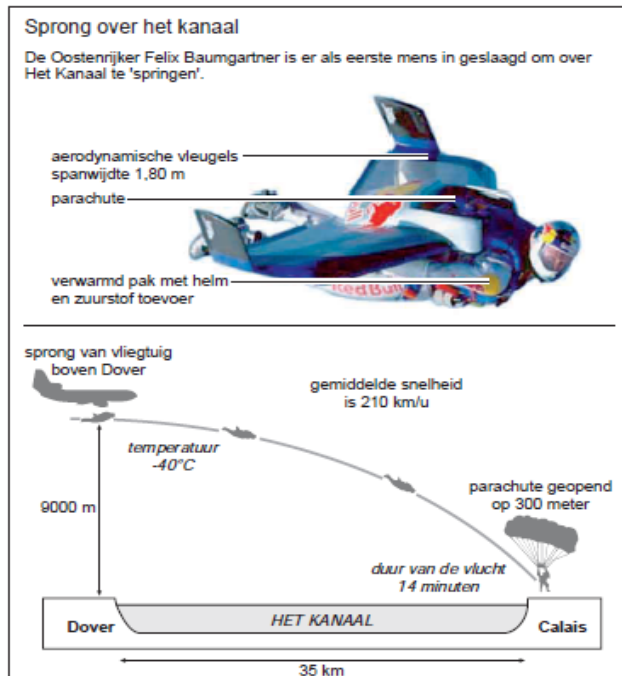
■ Londen 31 juli

Het kanaal is voor het eerst per parachute overbrugd. Felix Baumgartner, een 34-jarige Oostenrijker, sprong vanochtend even na vijf uur op negen kilometer hoogte boven Dover uit een vliegtuig en landde veertien minuten later veilig op Cap Blanc-Nez bij Calais, hemelsbreed ongeveer 35 km verder. Voor het eerste deel van zijn traject gebruikte hij een kunststof vleugel om zijn vrije val te sturen.

Hij bereikte daarbij een snelheid van 360 kilometer per uur.

Op ruim driehonderd meter hoogte wierp hij volgens plan de vleugel af en opende zijn parachute. Hij landde exact op de geplande plek.

Baumgartner heeft zijn vlucht genoemd naar de onfortuinlijke Griek Icarus, die volgens de mythe in een ver verleden een poging waagde om naar de zon te vliegen.



Baumgartner draagt de vleugel om de baan zo min mogelijk naar beneden af te laten buigen. Je kunt de vlucht van Baumgartner vergelijken met de vlucht van een zweefvliegtuig. Een zweefvliegtuig kan een glijverhouding halen van 25 : 1 of zelfs een grotere glijverhouding van 50 : 1. Een glijverhouding van 25 : 1 betekent dat het zweefvliegtuig een horizontale afstand van 25 meter aflegt bij iedere meter die het naar beneden gaat. Zie de figuren hieronder. Deze zijn niet op schaal.



- 1p ● 19 Wat kun je zeggen over de glijverhouding van Baumgartner?
- A De glijverhouding van Baumgartner is kleiner dan die van een zweefvliegtuig.
 - B De glijverhouding van Baumgartner ligt tussen de waarden van een zweefvliegtuig.
 - C De glijverhouding van Baumgartner is groter dan die van een zweefvliegtuig.

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl 2006 tijdvak 2

- P-1** In de schoolkrant staat dat 80% van de leerlingen lid is van een sportvereniging. Rens en Blanche rekenen uit hoeveel van de 570 leerlingen dat is.

Rens: ik maak een verhoudingstabel.

aantal leerlingen	570	...	...
percentage	100	1	80

Blanche:

80% betekent $\frac{80}{100}$

$$\frac{80}{100} = 0,80$$

Dus 80% van 570 is dan $0,80 \times 570 = \dots$

- Wat moet Rens bij de pijlen zetten?
- Hoeveel leerlingen zal Rens vinden?
- En op hoeveel leerlingen komt Blanche uit?
- Van alle leerlingen bespeelt 30% een instrument. Bereken op de manier van Blanche hoeveel leerlingen dat zijn.

- P-3** Vul in en bereken.

- 60% van € 90 = $0, \dots \times € 90 = € \dots$
- 45% van € 72 = $0, \dots \times € 72 = € \dots$
- 85,5% van € 245 = $0, \dots \times € 245 = € \dots$
- 15% van € 156 = $0, \dots \times € 156 = € \dots$
- 7% van € 64 = $0, \dots \times € 64 = € \dots$
- 6,5% van € 590 = $0, \dots \times € 590 = € \dots$

- P-4** Bij een groothandel kost een computer € 700,- exclusief 19% BTW. Om zonder tussenstappen de prijs inclusief BTW te berekenen, kun je de tabel hiernaast gebruiken.

prijs in euro's	700	...
procenten	100	119

- Bereken het getal dat bij de pijl op de puntjes komt te staan.
- Bereken met dit getal het bedrag inclusief BTW.
- Een printer kost € 175,- exclusief BTW. Bereken de prijs inclusief BTW.

Bron: *Moderne Wiskunde* (Noordhoff uitgevers), vmbo- gt/havo deel 2b



39 Je loopt vanaf het kruispunt bij het caférestaurant over de Hoge Boekelerweg naar het kruispunt met de Bonekampweg.

Je telt 105 stappen. Eén stap is ongeveer 90 cm.

- a** Hoeveel meter is 105 stappen?
- b** Hoeveel centimeter is dat?
- c** Meet de afstand die je gelopen hebt op de kaart in centimeters.
- d** Wat is de schaal van deze kaart?
- e** Hoeveel meter is het vanaf de plaats waar je staat naar de 'Koepel'?



Bron: Netwerk (Wolters-Noordhoff), vmbo gt/havo deel 1a



Voorbeeld 1:

- 3p 14 In 1990 werd geschat dat de kosten voor de aanleg van de Betuwelijn 1,1 miljard euro zouden zijn. Uiteindelijk waren de kosten 4,7 miljard euro.
 → Bereken met hoeveel procent de kosten zijn toegenomen. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2009 tijdvak 2

Voorbeeld 2:

Salaristabel (€) voor betaling per maand voor dit jaar.				
	wettelijk minimumloon	vbomavo/vmbo	vakdiploma A	voortgezet vakdiploma B
16 jaar	436,35	481	542	611
17 jaar	499,60	552	621	699
18 jaar	575,50	634	715	805
19 jaar	664,00	734	824	928
20 jaar	777,85	860	967	1.087
21 jaar	917,00	1.012	1.139	1.281

Nadat Kees het vmbo heeft verlaten, heeft hij zijn vakdiploma A en zijn voortgezet vakdiploma B gehaald. Kees is blij dat hij dit heeft gedaan. "Hierdoor kan ik nu veel meer verdienen dan als ik alleen mijn vmbo-diploma zou hebben gehad." Kees is nu twintig jaar.

- Hoeveel procent kan Kees nu meer verdienen omdat hij zijn vakdiploma's heeft gehaald? Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Economie vmbo kb 2008 tijdvak 2



Eigen haard

Djurre en Anneke Bosman wonen sinds 2002 in een huurhuis.

Jaar	indexcijfer
2002	95
2003	101
2004	108
2005	111
2006	114
2007	118

- 1p 22 De huur van de familie Bosman volgt het indexcijfer van de huurprijzen.
In 2002 betaalden ze € 380 per maand aan huur.
→ Hoeveel huur betalen zij in 2007 per maand? Geef de berekening.

Bron: CSE Economie vmbo gl/tl 2007 tijdvak 1



Voorbeeld 1:



Oplosbaarheid

In één liter water van 25 °C kun je maximaal 359 gram keukenzout oplossen. Anders gezegd: de oplosbaarheid van keukenzout in water van 25 °C is 359 g/L.

In 2 L water van 25 °C kun je dus maximaal $2 \times 359 = 718$ g keukenzout oplossen.

Vraag

12 De oplosbaarheid van kristalsoda in water van 25 °C is 295 g/L. Hoeveel kristalsoda kun je maximaal oplossen in 10 L water van 25 °C?

13 De oplosbaarheid van kristalsoda in water van 25 °C is 295 g/L. Hoeveel water van 25 °C is minstens nodig voor het oplossen van 885 g kristalsoda?

20 De oplosbaarheid van suiker in water van 25 °C is 2070 g/L.

a Hoeveel suiker kun je maximaal oplossen in 6 L water van 25 °C? Hoeveel kg is dit?

b Hoeveel water van 25 °C heb je minstens nodig voor het oplossen van 5175 g suiker?

Bron: Nu voor straks (ThiemeMeulenhoff), vmbo kgt

Voorbeeld 2:

- 2p **43** Een wijnfles bevat 0,75 L wijn met 12,5 volumeprocent alcohol.
→ Bereken hoeveel mL alcohol deze fles wijn bevat.

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 2 vmbo gl/tl 2008 tijdvak 2

Voorbeeld 3:

Aangesloten op de zon

- 3p **5** Als de zon volop schijnt, is het ingestraalde vermogen 1000 W/m^2 .
Het zonnepaneel met een oppervlak van $1,2 \text{ m}^2$ levert dan een vermogen van 140 W.
→ Bereken het rendement van dit zonnepaneel.

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl 2008 tijdvak 2



Voorbeeld 4:

- 14 Hieronder is een deel van de productinformatie van een multi-vitaminepil weergegeven.



samenstelling	per tablet	percentage ADH in 1 tablet
Vitamine A	800 microgram	100%
Vitamine B1	1400 microgram	100%
Vitamine B2	1600 microgram	100%
Vitamine B6	2000 microgram	100%
Vitamine D3	5 microgram	100%
Vitamine E	30 microgram	100%
Calcium	162 milligram	20%
Fosfor	125 milligram	16%
IJzer	14 milligram	100%
Magnesium	2 milligram	80%

Multi-vitaminepillen bevatten noodzakelijke vitaminen en mineralen.
Neem 1 x per dag 1 tablet tijdens de maaltijd in met water.

Gebruik multi-vitaminepillen niet als een vervanging van gevarieerde voeding.

ADH = Aanbevolen Dagelijkse Hoeveelheid

De ADH is een maat voor de hoeveelheid die iemand per dag van een bepaalde stof zou moeten binnenkrijgen.

→ Hoeveel milligram calcium heeft iemand per dag nodig volgens de informatie?

.....

Bron: CSE Biologie vmbo bb 2009 tijdvak 1



- 18a** Bereken 60% van 45% van € 457,-.
- b** Hoeveel is 80% van 90% van 600?
- c** En hoeveel is 90% van 80% van 600?
- d** Laat met een voorbeeld zien dat een prijsdaling van 10% gevolgd door een prijsstijging van 10% uiteindelijk toch niet de oorspronkelijke prijs oplevert.
- e** Met hoeveel procent veranderen de prijzen uiteindelijk als ze eerst met 10% dalen en daarna met 14% stijgen?
- 19** Nederland heeft ongeveer 16,4 miljoen inwoners. Daarvan woont 4% in Friesland. Van de inwoners van Friesland spreekt 65% Fries.
- a** Hoeveel inwoners van Friesland spreken Fries?
- b** Hoeveel procent van de Nederlanders is dat?
- c** Weet je nu ook hoeveel procent van de Nederlanders Fries spreekt? Leg je antwoord uit.



Bron: *Moderne Wiskunde (Noordhoff Uitgevers), havo/vwo deel 2A*



Spaarrekening



Om klanten te winnen, bieden banken soms een spaarrekening met een gunstige rente aan. Het kan voor een klant dus heel verstandig zijn om de verschillende spaarrekeningen te bekijken voordat hij/zij een spaarrekening opent.

Inge krijgt voor haar 12de verjaardag € 1000,- van haar opa en oma. Ze moet het geld wel tot haar 18de verjaardag op de bank laten staan. Samen met haar vader zoekt ze uit bij welke spaarrekening zij op haar 18de verjaardag het meeste geld krijgt.

Bij de **SPAARBEWUSTBANK** krijg je jaarlijks 4% rente als je het minstens 6 jaar vast laat staan.

3p 18 Laat met een berekening zien dat Inge bij de SPAARBEWUSTBANK meer dan € 1250,- op haar 18de verjaardag zou krijgen. Schrijf je berekening op.

4p 20 Inge en haar vader besluiten bij nog een derde bank te informeren.

Bij de **A TOT Z BANK** ontvang je 3% rente per jaar. Als je het langer dan 5 jaar op de spaarrekening laat staan, ontvang je op het moment dat je de rekening opheft nog eens 10% extra over het bedrag dat dan op de bank staat.

→ Bereken hoeveel euro ze krijgt als zij haar spaarrekening op haar 18de verjaardag bij de A TOT Z BANK opheft. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2007 tijdvak 2

Voorbeeld 1:

WINDMOLENPARKEN

Er worden plannen gemaakt voor een aantal windmolenparken in de kop van Noord-Holland.



- 3p ○ 9 Als windmolens energie opwekken, hoeft er niet zoveel aardgas te worden verbrand in elektriciteitscentrales. Als 1 m^3 aardgas verbrandt in een elektriciteitscentrale, levert dat 13 MJ elektrische energie. De bedoeling is dat het windmolenpark per jaar $7,5 \cdot 10^7 \text{ kWh}$ gaat leveren ($1 \text{ kWh} = 3,6 \text{ MJ}$).
- Bereken hoeveel m^3 aardgas daarmee bespaard wordt.

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl 2005 tijdvak 2

Voorbeeld 2:

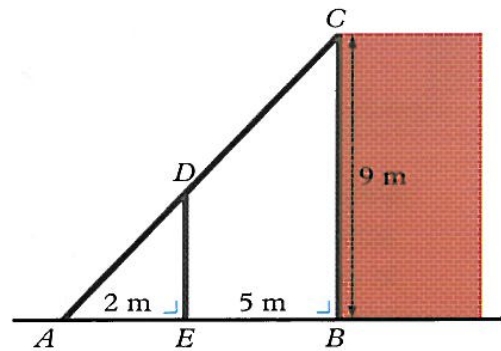
Schooltv: bandenspanning



Bron: http://www.schooltv.nl/beeldbank/clip/20090716_bandenspanning01



- 19** Balk AC steunt een muur die 9 meter hoog is. Balk AC zelf wordt in D door de balk DE gesteund. De maten in de tekening zijn in meters.
- a** Maak een verhoudingstabel.
 - b** Bereken DE .



Bron: *Netwerk (Wolters-Noordhoff)*, 4 - vmbo kb



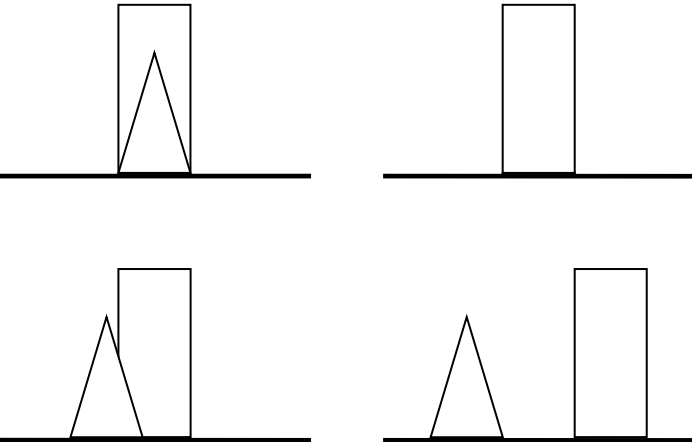
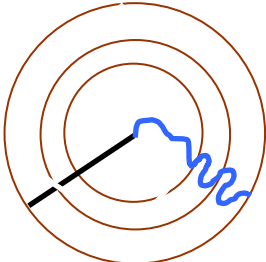


Met en Meetkunde	2 –streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis – Maten voor lengte, oppervlakte, inhoud en gewicht, temperatuur – Tijd en geld – Meetinstrumenten – Schrijfwijze en betekenis van meetkundige symbolen en relaties	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– voorvoegsels bij maten	3A.1 De voorvoegsels milli-, centi-, deci-, deca-, hecto- kilo-, mega- en giga kennen en in de juiste context kunnen gebruiken. ➤ De omvang van digitale bestanden in een computer kan uitgedrukt worden in (kilo/mega/giga)bytes. Hun omvang wordt niet uitgedrukt in milli- en centibytes. ➤ Afstanden worden weergegeven in (milli/centi/deci/deca/hecto/kilo)meter. Van mega- en gigameters is doorgaans geen sprake. ➤ In financiële documenten komen soms notaties voor als 1500 k€ of 5,1M€. Hiermee wordt 1500 duizend euro respectievelijk 5,1 miljoen euro bedoeld.	
	– gebruik van symbolen als $\approx$, $\square$, $//$	3A.2 Symbolen uit de domeinen meten en meetkunde kunnen lezen en gebruiken. ➤ $\sqrt{10} \approx 3,2$ ➤ $l // m$ betekent dat lijn l evenwijdig is met lijn m . ➤ $l \perp m$ betekent dat lijn l loodrecht staat op lijn m . ➤ $\triangle ABC$ is een notatie voor een driehoek met hoekpunten A , B en C . ➤ Met $\angle A$ wordt de hoek bedoeld bij hoekpunt A .	Het symbool $\approx$ wordt vooral in het domein Getallen gebruikt.
	– parallel	3A.3 Het begrip parallel kunnen gebruiken en synoniemen kennen. ➤ 'Van een parallellogram lopen de zijden twee aan twee parallel aan elkaar.' ➤ 'De rails van een spoorbaan lopen parallel of evenwijdig aan elkaar.'	



	– namen van vlakke en ruimtelijke figuren	3A.4 Namen van vlakke en ruimtelijke figuren kennen, kunnen gebruiken en gegeven figuren van een naam kunnen voorzien. ➤ Hoe noem je een vlakke figuur met vier zijden, die twee aan twee evenwijdig zijn en waarvan de hoeken niet recht zijn? Antwoord: een parallellogram. ➤ Een ruimtelijke figuur heeft een vierkant grondvlak. Vanuit elk hoekpunt van het grondvlak loopt een lijn schuin naar boven. Deze lijnen snijden elkaar precies boven het midden van het grondvlak. Wat voor figuur is dit? Antwoord: een piramide. 'Meer voorbeelden op pagina 63'	Volgens de examensyllabus wiskunde vmbo- kb en -gt betreft het de volgende namen: Vlakke figuren: - o vierkant, rechthoek, ruit - o (gelijkzijdige, gelijkbenige, rechthoekige) driehoek - o parallellogram - o cirkel Ruimtelijke figuren: - o kubus, balk - o piramide - o prisma - o bol, cilinder, kegel Het verschil tussen referentieniveau 2F en 2S is dat leerlingen in 2F in staat moeten zijn om aan de hand van een afbeelding een figuur te benoemen, terwijl leerlingen op referentieniveau 2S geacht worden een figuur te benoemen op basis van enkele van zijn kenmerken.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
	– lezen en interpreteren van tekeningen	3A.5a Vlakke representaties van driedimensionale objecten zoals aanzichten, doorsneden, hoogteprofielen en uitslagen kunnen lezen en interpreteren. ➤ Op een vierkante tafel bevinden zich een piramide en een cilinder volgens onderstaand bovenaanzicht.	

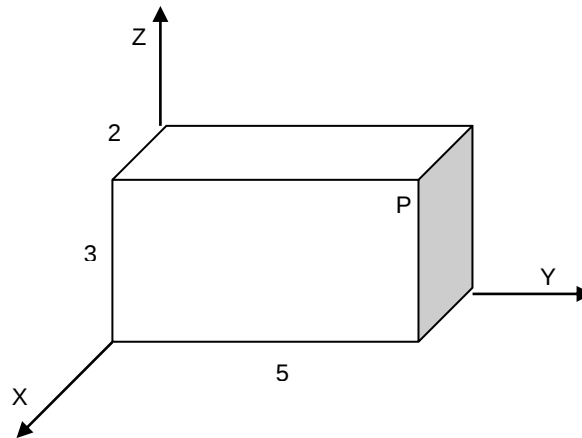


		Vanuit welke richtingen zie je de onderstaande aanzichten van beide voorwerpen op de tafel? 	
		➤ Van een berg met een hoogte van 134 m staat in de onderstaande figuur zijn hoogtelijnkaart. Tevens is een aantal routes naar de top ingetekend. Welke vorm heeft deze berg ruwweg? Welke route is het steilst? Antwoord: De berg lijkt het meest op een kegel. De zwarte weg is het kortst en daarom ook het steilst. 	
		'Meer voorbeelden op pagina 65'	
		3A.5b Een situatie die door middel een tekening weergegeven is, kunnen beschrijven met woorden, coördinaten, richting, afstand, draaiing en hoeken en daar waar nodig conclusies aan	



verbinden.

- Welke coördinaten heeft punt P in onderstaande tekening?



- Een zeeschip bevindt zich op positie A en is op weg naar B. Welke koers moet hij ongeveer aanhouden? N.B. koershoeken worden rechtsonder gerekend ten opzichte van het noorden.



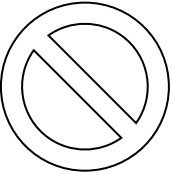
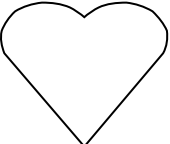
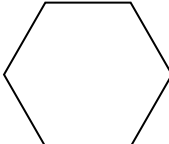
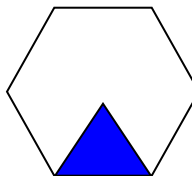
Antwoord: ongeveer 100° .

'Meer voorbeelden op pagina 67'

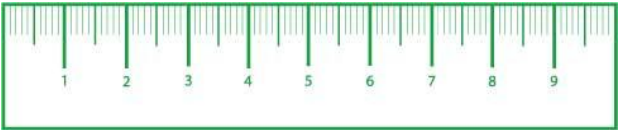


	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– gegevens nodig voor het construeren van tekeningen	3A.6 Kunnen bepalen of het mogelijk is een tekening te construeren aan de hand van enkele gegevens. ➤ Kun je een driehoek tekenen met twee zijden van 7 cm en derde zijde van 20 cm? Antwoord: nee, want de twee zijden van 7 cm zijn samen te kort om 20 cm te omvatten. ➤ Past een vierkant met een zijde van 10 cm in een cirkel met een diameter van 12 cm? Antwoord: nee, want de diameter moet minimaal gelijk zijn aan de lengte van de diagonaal van het vierkant en die bedraagt $10 \times \sqrt{2} \approx 14,1$ cm.	
	– redeneren over gelijkvormige figuren	3A.7 Gelijkvormigheid van figuren kunnen gebruiken in redeneringen. ➤ De driehoek met zijden van lengte 5, 12 en 13 cm is rechthoekig. Een andere driehoek heeft zijden met lengte 15, 36 en 39 cm. Leg uit dat deze driehoek ook rechthoekig is. ➤ Je wilt op een zonnige dag de hoogte van een boom bepalen. Leg uit hoe je dat kan doen aan de hand van de lengte van zijn schaduw, de lengte van je eigen schaduw en je eigen lichaamslengte. Antwoord: bereken de verhouding tussen je eigen lichaamslengte en de lengte van je schaduw. Deze verhouding is gelijk aan die tussen de hoogte van de boom en de lengte van diens schaduw. Aan de hand daarvan kun je de hoogte van de boom uitrekenen.	Het rekenen aan gelijkvormige figuren komt in het domein Verhoudingen aan de orde. Elders in het domein Meten & meetkunde komen oppervlakte en inhoud van gelijkvormige figuren aan bod. In dit geval gaat het om het opzetten van redeneringen op basis van gelijkvormigheid.



Meten en Meetkunde	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
B Met elkaar in verband brengen – Meetinstrumenten gebruiken – Structuur en samenhang tussen maateenheden – Verschillende representaties, 2D en 3D	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
	– verschillende soorten symmetrie herkennen en gebruiken	3B.1 Lijn- en draaisymmetrie kunnen herkennen en kunnen gebruiken bij berekeningen en het tekenen van figuren. ➤ Welke van de onderstaande figuren zijn lijnsymmetrisch en welke zijn draaisymmetrisch?    ➤ De oppervlakte van de blauwe driehoek blijkt gelijk te zijn aan 25 m^2. Hoe groot is de oppervlakte van de zeshoek? Antwoord: $6 \times 25 \text{ m}^2 = 150 \text{ m}^2$.  ➤ Teken met gebruikmaking van je geodriehoek een regelmatige zeshoek met een zijde van 2 cm. 'Meer voorbeelden op pagina 68'	Volgens de examensyllabus wiskunde vmbo-gt betreft het zowel lijnsymmetrie als draaisymmetrie. In referentieniveau 2F is enkel sprake van lijnsymmetrie.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken

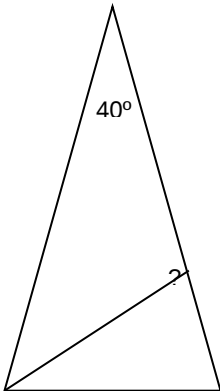


	– uitspraken doen over orde van grootte en nauwkeurigheid van meetresultaten	3B.2a Een uitspraak kunnen doen over de orde van grootte van meetresultaten. ➤ Een bijna vierkant stuk akkerland heeft een oppervlakte van ongeveer 5000 m². Je moet de afmetingen opmeten. Welke afmetingen mag je ongeveer verwachten? Antwoord: ongeveer 70 bij 70 m. ➤ Tijdens een wandeling van 4 km meet je de stappen met een stappenteller. Hoeveel stappen verwacht je tijdens deze wandeling? 1000, 5000, 20.000 of 100.000? Antwoord: 1 stap is ongeveer 75 cm. In vier kilometer gaan daarom ongeveer 5000 passen.	
		3B.2b Een uitspraak kunnen doen over de nauwkeurigheid van een meetresultaat. ➤ Met behulp van de onderstaande liniaal moet een lengtemaat worden gemeten. Iemand leest 2,4 cm af. Tussen welke twee uitersten ligt de werkelijke lengtemaat? Antwoord: tussen 2,35 en 2,45 cm.  Bron afbeelding: http://rambi1.punt.nl/upload/liniaal.jpg ➤ Met een schuifmaat wordt een lengte van 2,40 cm afgelezen. Tussen welke twee uitersten ligt de werkelijke lengtemaat? Antwoord: tussen 2,395 en 2,405 cm. 'Meer voorbeelden op pagina 70'	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– structuur en samenhang metrieke	3B.3 De structuur van en de samenhang in het metrieke stelsel begrijpen.	Dit rekendoel omvat naast het kunnen omrekenen van maateenheden in het metrieke stelsel ook het begrijpen van

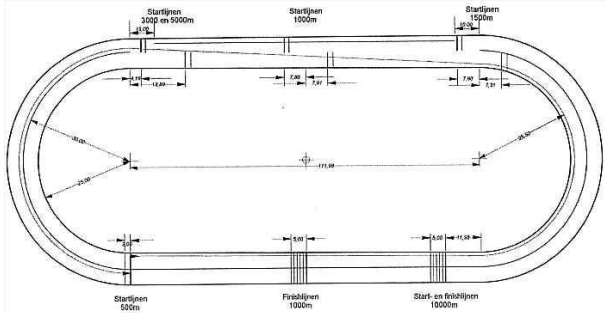


	stelsel (uitgebreid)	➤ Leg met behulp van ruitjespapier uit dat $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$. ➤ Leg uit dat een druk van 1 N/cm^2 overeenkomt met $10\,000 \text{ N/m}^2$. ➤ Leg uit dat een luchtdruk van 1 bar overeenkomt met $100\,000 \text{ Pascal}$ als je weet dat 1 millibar gelijk is aan 1 hectoPascal. 'Meer voorbeelden op pagina 71'	de wijze waarop deze omrekening plaats vindt.
	– oppervlakte en inhoud van gelijkvormige figuren	3B.4 Begrijpen hoe de oppervlakte en/of de inhoud van een figuur afgeleid kan worden uit de oppervlakte en/of de inhoud van een figuur die daaraan gelijkvormig is. ➤ Uit 250 gram gehakt kun je vier bolvormige gehaktballen van gemiddelde grootte draaien. Als je de diameter van de gehaktballen twee keer zo klein maakt, hoeveel van deze kleine gehaktballen kun je dan uit 250 gram gehakt draaien? ➤ Als je van figuur met een oppervlakte van 2 cm^2 alle afmetingen een factor 5 groter maakt, dan ontstaat er een figuur met een oppervlakte van 50 cm^2. Leg uit waarom dat zo is en waarom het niet uitmaakt om wat voor figuur het gaat. Antwoord: Van gelijkvormige figuren is bekend dat de oppervlakte van de grootste figuur gelijk is aan de oppervlakte van de kleinste figuur maal het kwadraat van de vergrotingsfactor. Deze meetkundige eigenschap geldt voor alle figuren en is hier toegepast. 'Meer voorbeelden op pagina 72'	In referentieniveau 2F volstaat het om het effect van een vergroting of verkleining van een ruimtelijk object met rechte hoeken op zijn oppervlakte en/of inhoud en gegeven afmetingen te kennen en daar in situaties gebruik van te maken. Van een leerling op referentieniveau 2S echter mag worden verwacht dat hij dergelijke opgaven oplost op basis van de eigenschap dat oppervlakte en inhoud van gelijkvormige figuren en objecten zich tot elkaar verhouden als het kwadraat respectievelijk de derde macht van de vergrotingsfactor.

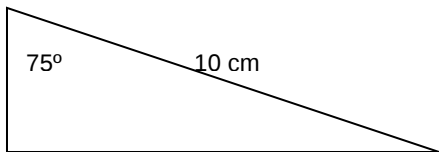


Meten en Meetkunde	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
– Meten – Rekenen in de meetkunde	– grootte van hoeken en afstanden berekenen in 2D en 3D figuren	3C.1a De grootte van hoeken kunnen berekenen in tweedimensionale en driedimensionale figuren. ➤ Van een gelijkbenige driehoek meet de tophoek 50°. Hoe groot zijn de twee basishoeken van deze driehoek? Antwoord: 65°. ➤ In een gelijkbenige driehoek wordt vanuit een van de twee basishoeken een deellijn getrokken. Bereken de grootte van de hoek die met een vraagteken is aangeduid. Antwoord: de basishoeken meten elk 70°. De helft daarvan is 35°. Omdat de som van de hoeken in een driehoek 180° moet zijn, blijft er voor de gevraagde hoek $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ over.  'Meer voorbeelden op pagina 73' 3C.1b De grootte van afstanden kunnen berekenen in tweedimensionale en driedimensionale figuren. ➤ Een 400-meterijsbaan bestaat uit een strook ijs van tien	Het betreft enkel hoekberekeningen op basis van de eigenschap dat de som van de hoeken in een driehoek 180° is, de eigenschappen van hoeken bij evenwijdige lijnen die door een andere lijn gesneden wordt en de eigenschappen van hoeken bij snijdende lijnen. Goniometrische verhoudingen worden elders beschreven. Hier betreft het enkel afstandsberkeningen die met behulp van eigenschappen van figuren uitgevoerd kunnen worden. Afstandsberkeningen met behulp van de stelling van Pythagoras worden elders beschreven.



		meter breed in de vorm van twee halve cirkels en twee rechte stukken. De rechte stukken zijn beide 112 m lang. De binnenstraal van beide halve cirkels bedraagt 25 m. Hoeveel meter legt een schaatser af als hij op 50 cm van de binnenkant van de ijsbaan schaatst? Antwoord: $2 \times 112 \text{ m} + 2 \times \pi \times (25 + 0,5) \text{ m} = 384 \text{ m}$.	
			
– stelling van Pythagoras	3C.2 De stelling van Pythagoras kunnen noemen en gebruiken. ➤ Bereken de lengte van de schuine zijde van een rechthoekige driehoek waarvan de rechthoekszijden een lengte hebben van 3 en 4 cm. ➤ Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal van een balk van 5 bij 3 bij 2 m. 'Meer voorbeelden op pagina 74'		
– goniometrische verhoudingen sin, cos en tan	3C.3 De goniometrische verhoudingen sinus, cosinus en tangens kunnen gebruiken bij het berekenen van hoeken en afstanden. ➤ Bereken de lengte van de korte zijde in de onderstaande driehoek.		



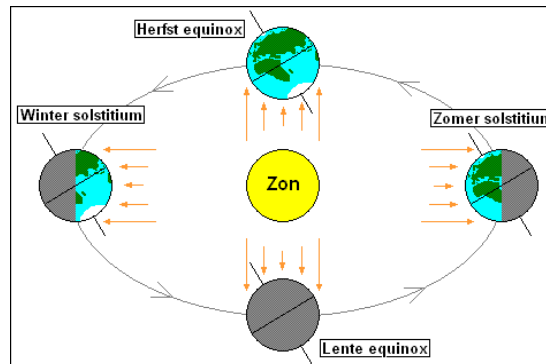
		 Antwoord: $10 \text{ cm} \times \cos 75^\circ = 2,6 \text{ cm}$. ➤ Hoe lang is een schaduw van een toren van 25 m hoog als de zonnestralen een hoek van 40° maken met het aardoppervlak? Antwoord: $25 \text{ m} \times \tan 40^\circ = 21 \text{ m}$. ➤ Een bergweg kent over een afstand van 15 km een constant hellingpercentage van 10%. Welk hoogteverschil wordt over deze afstand overbrugd? Welke hoek maakt de bergweg met het aardoppervlak? Antwoord: hoogteverschil is 1500 m; hellingshoek is $5,7^\circ$. 'Meer voorbeelden op pagina 75'	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
– kennis van figuren en hun eigenschappen gebruiken bij het oplossen van problemen	3C.4 Kennis van figuren en hun eigenschappen kunnen gebruiken bij het oplossen van problemen. ➤ Bereken de inhoud van onderstaand vakantiehuis als de volgende maten gegeven zijn: ○ lengte van het huis: 10 m ○ breedte van het huis: 4 m ○ hoogte zijwanden: 4 m ○ hoogte van de nok: 7 m Antwoord: $10 \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 10 = 220 \text{ m}^3$	Problemen in dit kader kunnen zijn: - omtrek-, oppervlakte- en inhoudsberekeningen aan eenvoudige en samengestelde figuren, voor zover deze figuren zijn samengesteld uit rechthoeken, ruiten, driehoeken en cirkels, dan wel uit balken, piramides, kegels, bollen en cilinders. - problemen die betrekking hebben op projecties, licht, schaduw, kijklijnen. - problemen die betrekking hebben op aanzichten en doorsneden.	



Bron afbeelding:

http://www.vakantieinmormont.be/images/huisje_mormont1.jpg

- De draaias van de aarde maakt een hoek van $66,5^\circ$ ten opzichte van het vlak waarin de aarde om de zon draait. Op 21 juni (het zomersolstitium) wordt de Noordpool 24 uur door de zon beschenen. Hoe hoog staat de zon daar dan boven de horizon? Antwoord: de zonnestrallen maken een hoek van $90^\circ - 66,5^\circ = 23,5^\circ$ ten opzichte van de horizon.

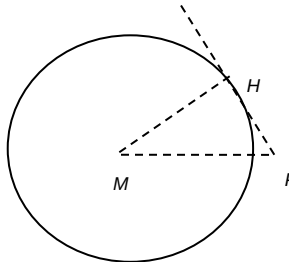
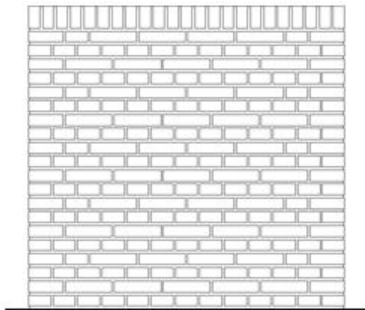


Bron afbeelding:

<http://www.geoclopedie.nl/Rest/astronomie/astronomie->





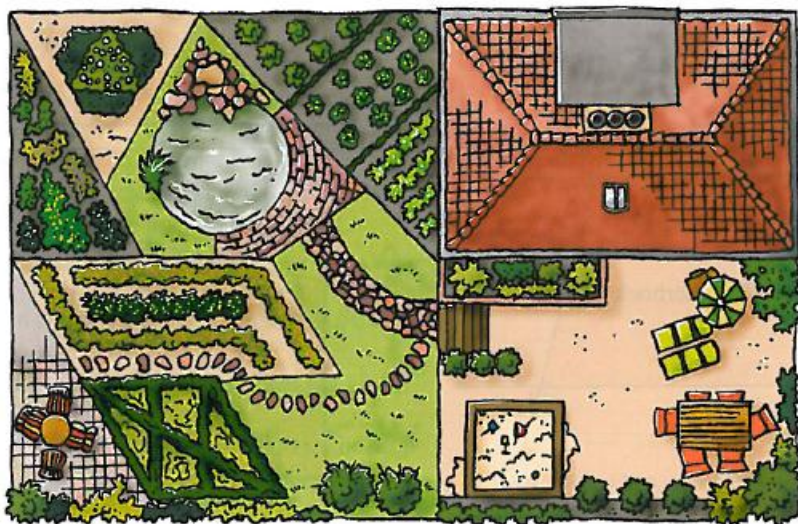
	%20aardrevolutie.htm ➤ Bereken de afstand tot de horizon vanuit een punt P dat zich 1 km boven het aardoppervlak bevindt op basis van de onderstaande figuur en het gegeven dat de straal van de aarde 6378 km bedraagt.  M = middelpunt aarde P = punt op 1 km boven het aardoppervlak H = punt op de horizon Antwoord: Volgens de stelling van Pythagoras geldt $MH^2 + HP^2 = MP^2$. $MP = 6379$ km en $MH = 6378$ km. Daaruit volgt dat $HP = \sqrt{6379^2 - 6378^2} \approx 113$ km. 'Meer voorbeelden op pagina 76'	
Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
– regelmaat in meetkundige patronen herkennen en beschrijven	3C.5 Een regelmaat in meetkundige patronen kunnen herkennen en beschrijven. ➤ Welke regelmaat is te ontdekken in onderstaand metselverband? 	

		<i>Bron afbeelding: http://www.metselwerken-putter-grootjen.nl/images/kruisklein.jpg</i> Antwoord: Er zijn drie verschillende steenrijen: alleen kleine stenen (1), alleen grote stenen (2) en een rij met twee kleine en de rest grote stenen (3). Deze rijen volgen elkaar telkens op met het onderstaande patroon: (1) – (2) – (1) – (3). 'Meer voorbeelden op pagina 77'	
--	--	--	--



Voorbeeld 1:

In het ontwerp van de tuin kun je veel vlakke figuren ontdekken.



►werkboek Zet de nummers op de juiste plaats.

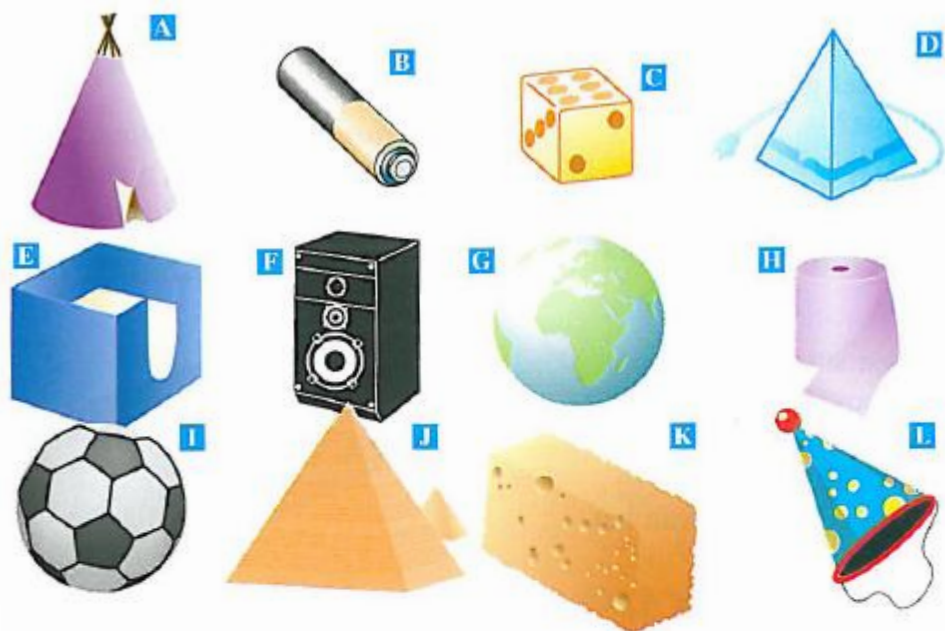
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1 cirkel | 6 gelijkzijdige driehoek |
| 2 vierkant | 7 parallellogram |
| 3 rechthoek | 8 ruit |
| 4 gelijkbenige driehoek | 9 gelijkbenig trapezium |
| 5 rechthoekige driehoek | |

Bron: *Getal&Ruimte (EPN), 2-vmbo kgt 1*



Voorbeeld 2:

Hieronder staan verschillende voorwerpen.
Schrijf van elk voorwerp de wiskundige naam op.



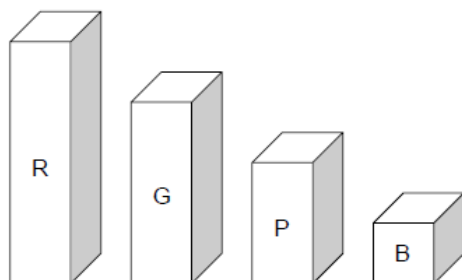
Kijk nog eens naar de voorwerpen hierboven.
Vul de onderstaande tabel in.

	<i>aantal ribben</i>	<i>aantal hoekpunten</i>	<i>aantal grensvlakken</i>
C			
D			
E			
F			
J			
K			

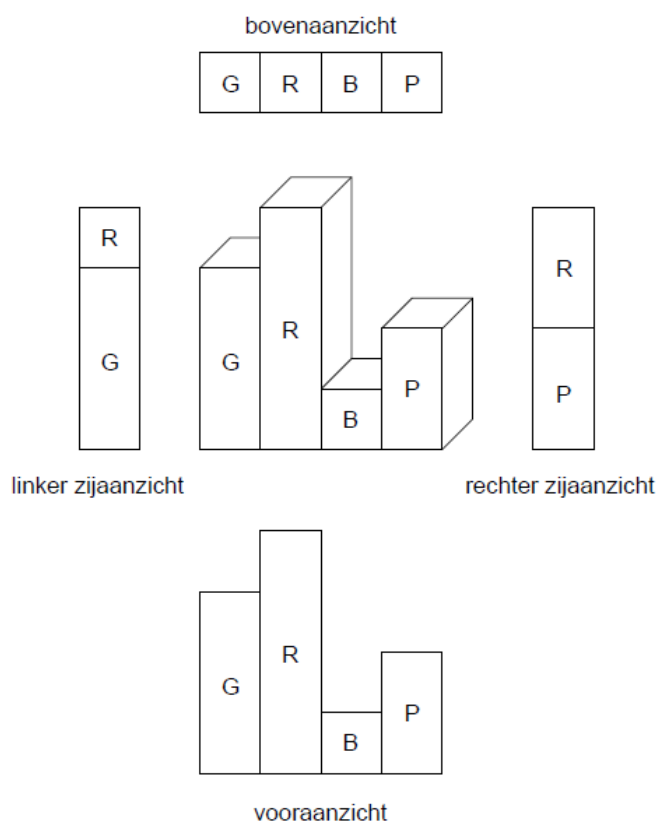
Bron: Netwerk (Noordhoff Uitgevers), 1-vmbo kgt

Gekleurde blokjes

Er zijn vier verschillende blokjes. Elk blokje heeft een vierkant van 1 bij 1 cm als grondvlak. Er is een rood blokje van 4 cm hoog, een groen blokje van 3 cm hoog, een paars blokje van 2 cm hoog en een blauw blokje van 1 cm hoog. Zie de onderstaande tekening.



Vier verschillende blokjes kun je op allerlei manieren in een rij naast elkaar zetten. In de figuur hieronder zie je van een mogelijke rij een tekening met eromheen verschillende aanzichten op ware grootte. De kleuren zijn met een letter aangegeven.



- 2p 12 Hieronder staat het bovenaanzicht van een andere rij.

P	G	R	B
---	---	---	---

→ Teken het rechter zijaanzicht op ware grootte en geef de kleuren erin aan.

- 3p 13 In de uitwerkbijlage staat het linker zijaanzicht van weer een andere rij met de vier blokjes. Ook staat er een assenstelsel waarin het begin van een ruimtelijke tekening van deze rij gemaakt is. De kijkrichtingen staan erbij.

→ Teken de ontbrekende twee blokjes.

- 3p 14 Hieronder staan een linker- en een rechter zijaanzicht.

R
G

linker zijaanzicht

R
B

rechter zijaanzicht

→ Bestaat er een rij van de vier blokjes met deze twee aanzichten? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

- 4p 15 Met vier blokjes van elke kleur kunnen 16 blokjes worden neergezet in een vierkant van 4 bij 4 cm. Hieronder staat het vooraanzicht.

	R	R	R
	G	G	
R	P	P	G
		B	

Bij dit vooraanzicht zijn verschillende bovenaanzichten mogelijk. Op de uitwerkbijlage staat een bovenaanzicht met de kleuren van de voorste blokjes. Er wordt nu alleen gekeken naar de vier rode blokjes. Het linker rode blokje kan maar op één plaats staan. In het bovenaanzicht in de uitwerkbijlage staat daar een R. Voor de andere rode blokjes zijn er meer plaatsen mogelijk.

→ Zet in het bovenaanzicht een R op alle mogelijke plaatsen waar een rood blokje zou kunnen staan.



Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2009 tijdvak 1



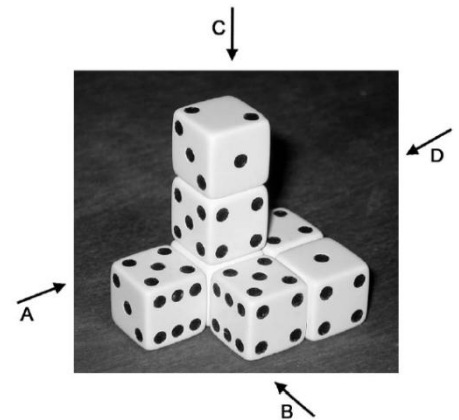
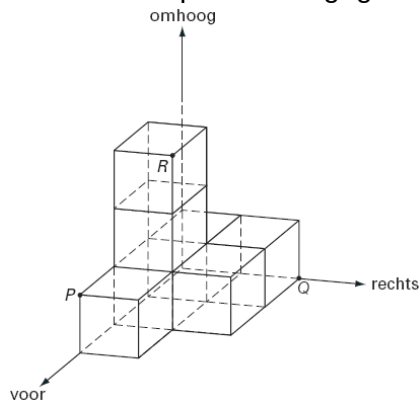
Hiernaast zie je een foto van een bouwwerk van zeven dobbelstenen. Bij deze dobbelstenen zijn alle ribben twee centimeter lang. Je kunt dit bouwwerk van verschillende kanten bekijken.

Naast de foto zijn vier kijkrichtingen **A**, **B**, **C** en **D** aangegeven.

Hieronder zie je het bouwwerk van hierboven in een assenstelsel getekend.

Het punt P heeft coördinaten $(6, 0, 2)$ en het punt Q $(0, 4, 0)$.

Verder is het punt R aangegeven.



Geef de coördinaten van het punt R .

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2005 tijdvak 1



Voorbeeld 1:

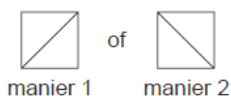
Vierkanten

Van restjes stof worden verschillende vierkanten gemaakt. Deze vierkanten zijn allemaal even groot, 30 bij 30 cm. Op de foto hieronder staat zo'n vierkant.



Vaak is het ontwerp van zo'n vierkant symmetrisch.

- 2p 22 Op de uitwerkbijlage staat het begin van een ontwerp van zo'n vierkant. In dat vierkant zijn 9 vierkante vakjes getekend. In sommige vakjes wordt één diagonaal getekend. Dat kan op twee manieren. Zie onderstaande tekening.



Het ontwerp moet draaisymmetrisch zijn over een hoek van 90° , maar **niet** lijnsymmetrisch.

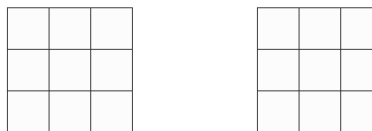
→ Teken op de uitwerkbijlage een mogelijk ontwerp.

Vierkanten

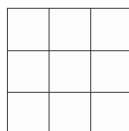
21

ontwerp	lijnsymmetrisch	draaisymmetrisch

- 22 Deze zijn om te proberen:



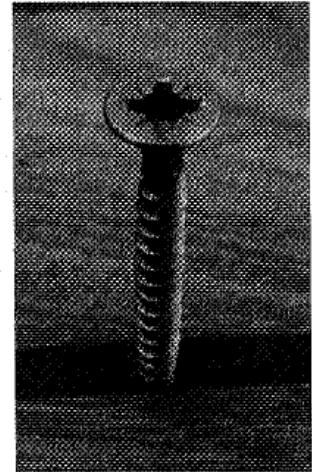
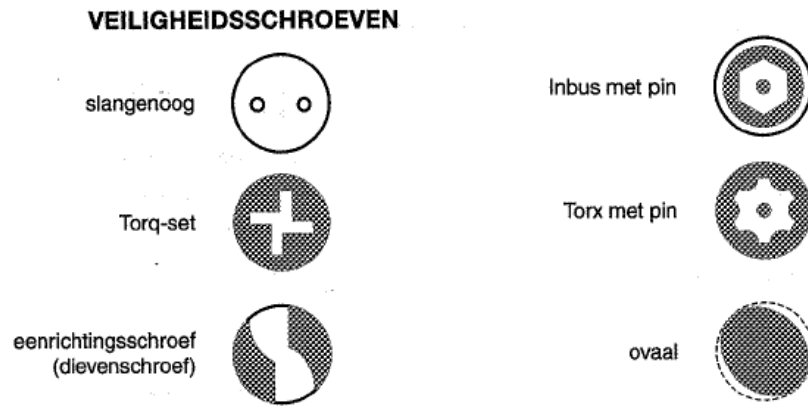
Deze is definitief:



Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2008 tijdvak 1

Voorbeeld 2:

- 19** De tijd dat een schroef simpel een gleuf in de kop had, is voorbij. Vooral de bouwmarkt en de auto-industrie vragen om schroeven die diefstal tegengaan. Hieronder zie je van zes typen veiligheidsschroeven het bovenaanzicht.
- Welke zijn lijnsymmetrisch?
 - Welke zijn draaisymmetrisch? Geef de kleinste draaihoek.



Bron: *Getal&Ruimte (EPN), 1-vwo 2*



SNELHEID METEN OP ZEE

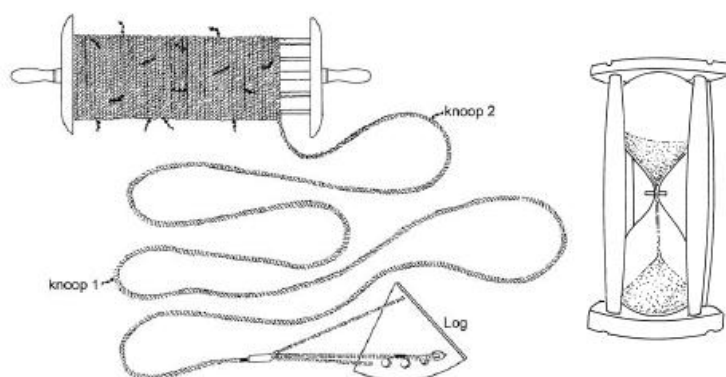
De snelheid van een schip wordt aangegeven in 'knopen'.

In het onderstaande stukje uit een boek over oude zeilschepen staat beschreven hoe men aan die eenheid komt.

In de begintijd van de zeilschepen werd de snelheid bepaald door middel van de loglijn. Dit was een lijn die op een rol gewonden zat met op regelmatige afstanden een knoop. Aan het einde van de lijn zat de log (een plankje).



Op sein van de officier van de wacht liet men het plankje met de lijn overboord uitstromen gedurende een halve minuut. Die tijd werd bepaald door het leeglopen van een zandloper. Een matroos telde het aantal knopen in de afrollende loglijn. Als hij in die tijd 7 knopen telde, sprak men van een snelheid van 7 knopen.

**Loglijn met log**

Aan het begin van de loglijn zit de log.
Daarna zit om de 15,43 m een knoop.

Zandloper

In 30 seconde loopt de zandloper 'leeg'.

- 2p ○ 30 Zandlopers geven de tijd niet altijd nauwkeurig aan. Een onnauwkeurigheid van een seconde is bij een zandloper heel gewoon. Er worden zandlopers van een halve minuut gebruikt, maar ook zandlopers van 3 minuten.
→ Leg uit bij welke zandloper een fout van een seconde de onnauwkeurigste tijdmeting oplevert.
- 2p ○ 31 Twee zeilschepen A en B varen even snel. Toch meten de matrozen van schip A een snelheid van zeven knopen en de matrozen van schip B acht knopen. Dit verschil ontstaat doordat de zandlopers niet even snel 'leeg' lopen.
→ Leg uit op welk schip de zandloper het snelst leegloopt.

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl 2005 tijdvak 2

De karretjes van rollercoasters kunnen snelheden bereiken waarvoor je met een gewone auto een flinke boete zou krijgen. De snelste gaat ruim 190 km/h.

	<i>achtbaan + park</i>	<i>snelheid</i>
1	Tower of terror <i>Dreamworld</i>	31,9 m/s
2	Top Thrill Dragster <i>Cedar Point</i>	3,21 km/min
3	Dodonpa <i>Fuji-Q Highlands</i>	172 km/h

- 27 In de tabel hierboven staat de top-3 van de snelste achtbanen. De volgorde is echter niet juist. Zet de drie achtbanen in de juiste volgorde.

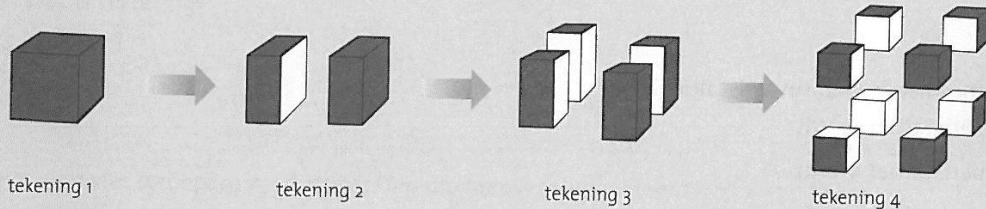
Bron: *Pulsar natuurkunde (Wolters-Noordhoff) havo 3*



37 OPDRACHT

De kubus van tekening 1 in de afbeelding hieronder stelt een stukje voedsel voor. Door te kauwen wordt het stukje voedsel in steeds kleinere stukjes verdeeld. De grijze vlakken in de tekeningen geven het oppervlak in het begin aan. De witte vlakken geven het oppervlak aan dat er door het kauwen bijkomt.

Beantwoord de volgende vragen.



- 1 Een kubus heeft zes vlakken. Hoeveel vlakken van een kubusje van tekening 4 zijn er grijs? En hoeveel zijn er wit?
Er zijn vlakken grijs en vlakken wit.
- 2 Wat kun je zeggen over het totale oppervlak van de acht kubusjes van tekening 4 in vergelijking met het oppervlak van de kubus van tekening 1?
Het totale oppervlak van de acht kubusjes is keer zo groot als het oppervlak van de kubus in tekening 1.
- 3 Hoe verandert het oppervlak van je voedsel als je bij het kauwen het voedsel in kleine stukjes verdeelt?
Het oppervlak van het voedsel wordt

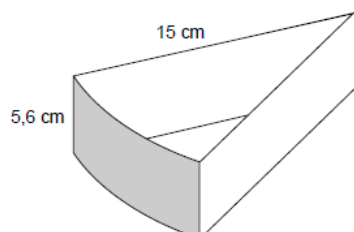
Bron: *Biologie & Verzorging voor jou (Malmberg), 3 - vmbo-kgt werkboek eerste druk*



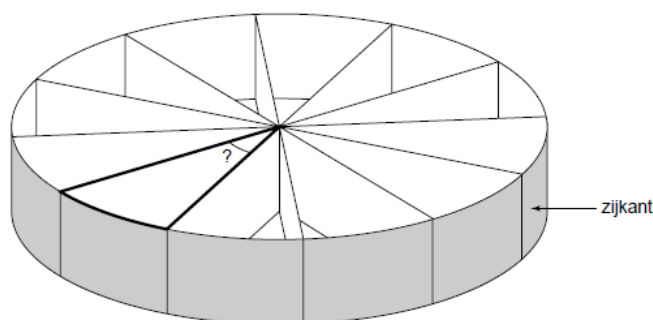
Voorbeeld 1:

Trakteren

Janet trakteert op zelf gevouwen taartpunten van karton met popcorn erin. Hieronder zie je hoe een taartpunt eruit ziet. De maten staan erbij.



Janet legt 12 dezelfde taartpunten zo tegen elkaar dat er een ronde taart ontstaat. Zie de tekening hieronder.

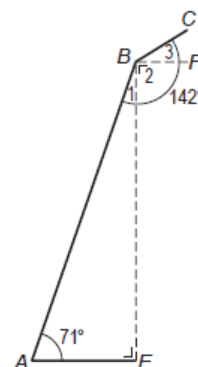


- 2p 1 De bovenkant van de taart is een cirkel. In het middelpunt van die cirkel vormen de taartpunten 12 even grote hoeken.
 → Bereken hoeveel graden de hoek van een taartpunt is. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2009 tijdvak 1

Voorbeeld 2:

- 3p 15 De hulplijnen BE en BF verdelen de hoek bij B in drie hoeken. Zie tekening hiernaast.
 Hoek A is gelijk aan 71° en gehele hoek B is gelijk aan 142° .
 → Laat met een berekening zien dat hoek B_3 gelijk is aan 33° . Schrijf je berekening op.

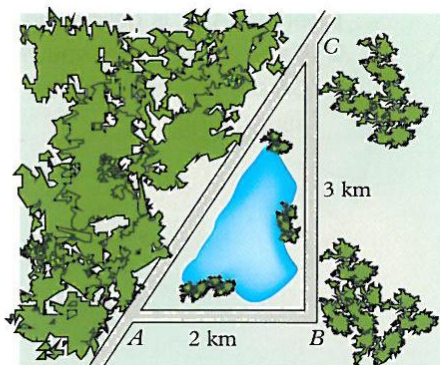


Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2007 tijdvak 2



Voorbeeld 1:

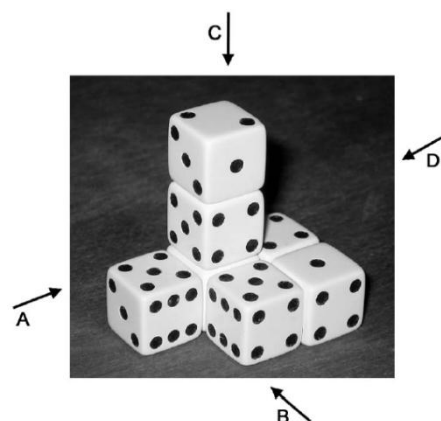
- 36** Bij een boswandeling kun je kiezen tussen de route A-C en de route A-B-C. Bereken hoeveel meter je meer loopt als je route A-B-C kiest.



Bron: *Netwerk (Wolters-Noordhoff), 4 - vmbo kb*

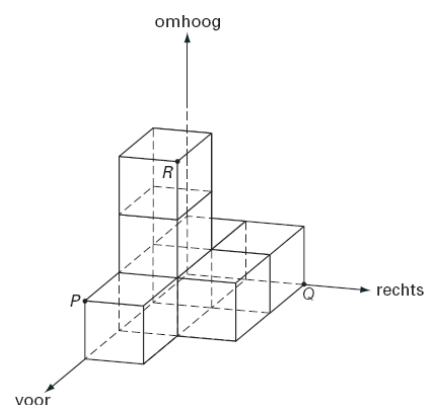
Voorbeeld 2:

Hiernaast zie je een foto van een bouwwerk van zeven dobbelstenen. Bij deze dobbelstenen zijn alle ribben twee centimeter lang. Je kunt dit bouwwerk van verschillende kanten bekijken. Naast de foto zijn vier kijkrichtingen A, B, C en D aangegeven.



Hiernaast zie je het bouwwerk van hierboven in een assenstelsel getekend. Het punt P heeft coördinaten (6, 0, 2) en het punt Q (0, 4, 0). Verder is het punt R aangegeven.

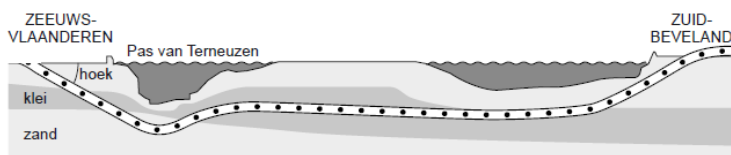
- 13 Geef de coördinaten van het punt R.
- 14 Bereken de afstand van P tot Q in hele millimeters. Schrijf je berekening op.



Bron: *CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2009 tijdvak 1*

Voorbeeld 1:

- 3p 8 Een automobilist rijdt vanuit Zeeuws-Vlaanderen de tunnel in.



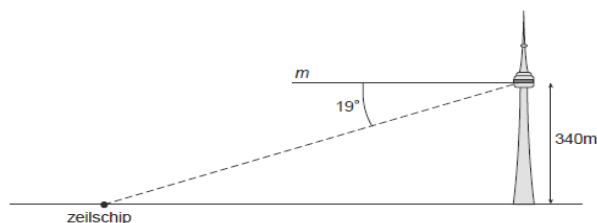
Het eerste gedeelte van de tunnel is 1300 meter lang en daalt 60 meter.

→ Bereken hoeveel graden de aangegeven hoek is waaronder het eerste gedeelte geboord is. Schrijf je berekening op.

BRON: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2007 tijdvak 2

Voorbeeld 2:

- 4p 7 Vanaf de bezoekersgalerij ziet Jordy in de verte een zeilschip varen. De richting waarin hij het zeilschip ziet, maakt een hoek van 19° met de horizontale lijn m . Zie onderstaande tekening.

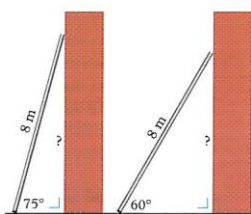


→ Is de afstand van het zeilschip tot de voet van de toren kleiner dan 1 km? Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo kb 2008 tijdvak 1

Voorbeeld 3:

- 32 Je koopt een ladder die 8 meter lang is. Om veilig te kunnen werken, mag de hellingshoek van de ladder niet groter dan 75° zijn. De hellingshoek van de ladder mag niet kleiner zijn dan 60° , anders buigt de ladder te veel door en kan hij wegglijden.
- Hoeveel meter is de grootste hoogte die het topje van de ladder mag hebben? Rond af op één decimaal.
 - En hoeveel meter is de kleinste hoogte van dat topje?



Bron: Netwerk (Wolters-Noordhoff), vmbo kb 4



ZANDBAK

Met betonnen elementen kunnen zandbakken van verschillende vormen worden gemaakt.

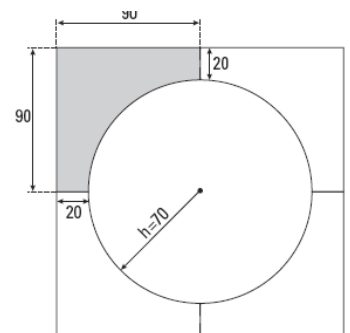
In de foto hiernaast zijn vier elementen aangegeven



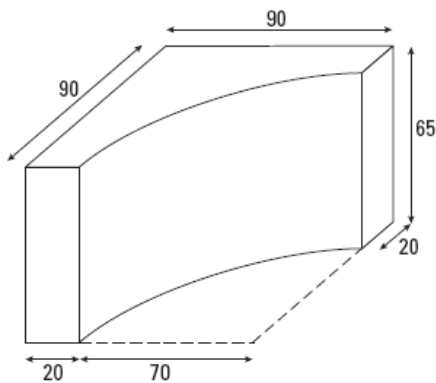
In de tekening hiernaast is het bovenaanzicht van een cirkelvormige zandbak getekend. Eén element is grijs gekleurd. De maten van dit element zijn in de tekening in cm aangegeven.

De straal van de cirkelvormige zandbak is 70 cm.

6. Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van het bovenaanzicht van het grijze element in bovenstaande tekening ongeveer 4252 cm^2 is.



Om de elementen tegen graffiti te beschermen wordt het **hele** element in de fabriek met een vloeistof behandeld. In de tekening hieronder zijn de maten van een element in cm aangegeven.



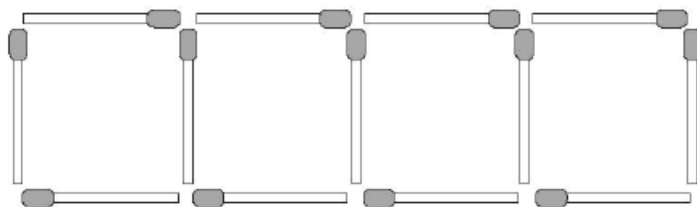
7. Bereken in hele cm^2 de oppervlakte die behandeld moet worden. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2005 tijdvak 1



Voorbeeld 1:

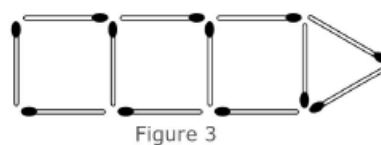
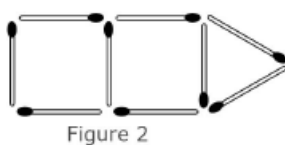
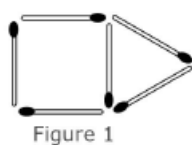
Met 13 lucifers kun je een rij maken van 4 met elkaar verbonden vierkanten. Zie onderstaande figuur. Hoeveel vierkanten kunnen er op deze manier gevormd worden met 73 lucifers?



Bron: TIMSS 2007, grade 8 mathematics

Voorbeeld 2:

Hieronder zijn een aantal lucifers in een patroon gerangschikt.



Als het patroon wordt doorgezet, hoeveel lucifers zijn nodig om de 10^e figuur te maken?

Bron: TIMSS 2003, grade 8 mathematics

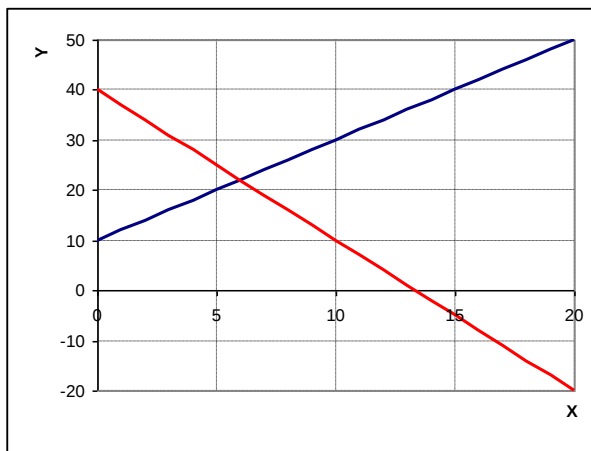




Verbanden	2 –streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
A Notatie, taal en betekenis	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
– Analyseren en interpreteren van informatie uit tabellen, grafische voorstellingen en beschrijvingen – Veel voorkomende diagrammen en grafieken	– verschillende soorten 'groei' beschrijven met termen als constant, lineair, exponentieel, periodiek	4A.1 In concrete situaties kunnen aangeven welk soort gedrag een grootheid in de tijd vertoont en voorbeelden kunnen geven van elk soort. ➤ Hoe groeit je spaarsaldo op een spaarrekening waarop jaarlijks rente wordt bijgeschreven zich in de tijd? Antwoord: exponentieel ➤ Hoe groeit je spaarsaldo zich in de tijd als je maandelijks een vast bedrag spaart? Antwoord: lineair ➤ Welk soort gedrag beschrijft de hoogte van het waterpeil als gevolg van eb en vloed op een bepaalde plaats? Antwoord: dit is een periodiek verschijnsel ➤ Geef een voorbeeld van een situatie waarin sprake is van constant gedrag in de tijd.	Op referentieniveau volstaat het de volgende soorten gedrag te kennen en kunnen herkennen: - constante gedrag - lineaire toename en afname en evenredige groei als bijzonder geval hiervan. - exponentiële toename en afname - periodiek gedrag In referentieniveau 2F komt een vergelijkbaar rekendoel aan bod. Op dat niveau echter is het niet noodzakelijk de kenmerken en de naamgeving van gedragssoorten te kennen. Evenmin is het op niveau 2F noodzakelijk gedrag te kunnen herkennen aan de hand van een beschrijving.
	– betekenis van snijpunten vanuit de formule	4A.2a In een situatie het snijpunt van twee grafieken kunnen aflezen en betekenis kunnen geven aan de coördinaten van het snijpunt. ➤ In de onderstaande figuur worden de jaarlijkse kosten aan stroomverbruik van twee energiemaatschappijen weergegeven. Bij welk jaarverbruik aan stroom is Electraplus goedkoper dan DirectElectr? Antwoord: Als je minder dan 1400 KWh per jaar aan stroom verbruikt, betaal je bij Electraplus minder dan bij DirectElectr.	Dit rekendoel verschilt niet van referentieniveau 2F. Aan de toevoeging 'vanuit een formule' uit het referentiekader hoeft geen betekenis toegekend te worden.



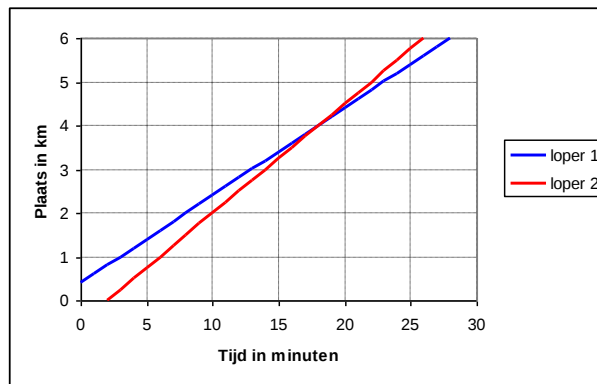
		4A.2b De snijpunten van een grafiek met elk van de coördinaatassen kunnen aflezen en betekenis kunnen geven aan hun coördinaten. ➤ Zie bovenstaand voorbeeld. Welk bedrag moet je, ongeacht hoeveel stroom je verbruikt, jaarlijks tenminste bij Electraplus betalen? Antwoord: € 40, omdat de grafiek die bij Electraplus hoort, begint bij € 40.	
	– som- en verschilgrafiek	4A.3a De somgrafiek van twee of meer gegeven grafieken kunnen tekenen of schetsen. ➤ Maak een schets van de somgrafiek van beide grafieken	



4A.3b De verschilgrafiek van twee gegeven grafieken kunnen tekenen of schetsen, kunnen omschrijven van welk verband ze een weergave is en aan karakteristieke punten of grafieksegmenten een betekenis kunnen toekennen.

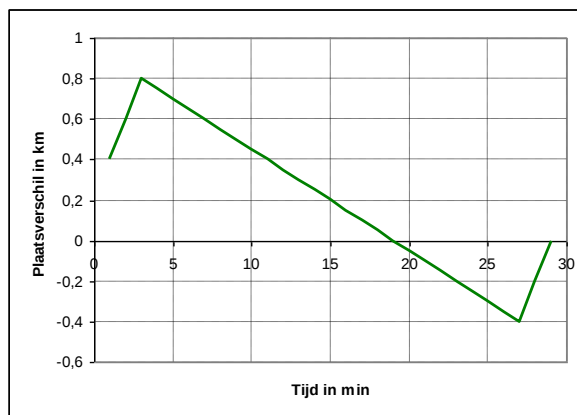
- In de onderstaande grafiek wordt de plaats van twee hardlopers langs het strand op verschillende tijdstippen weergegeven. De plaats van een hardloper wordt in kilometers gerekend vanaf strandpaal 0. De tijd wordt gemeten in minuten, gerekend vanaf het vertrek van de eerste loper.





Teken de verschilgrafiek en geef aan wat je uit de grafiek kunt aflezen.

Antwoord: De onderlinge afstand tussen loper 1 en loper 2.

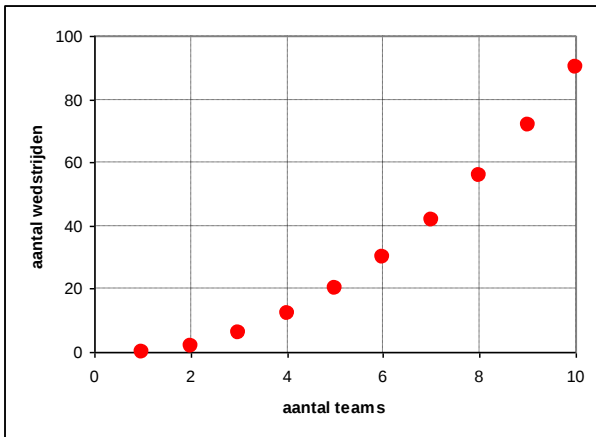


Wat gebeurt er op het moment dat de verschilgrafiek de tijdas snijdt?

Antwoord: loper 2 haalt loper 1 in.

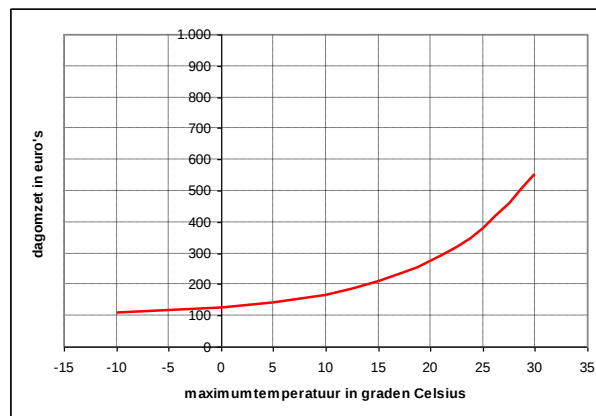
Wat betekent het dat de verschilgrafiek tussen tijdstip 3 en tijdstip 27 daalt?



		Antwoord: dat loper 2 op loper 1 inloopt.																						
– parabool	4A.4 Een parabool kunnen herkennen. ➤ Het verband tussen het totaal aantal wedstrijden in een sportcompetitie en het aantal teams dat aan de competitie deelneemt, wordt in onderstaande figuur weergegeven. <table border="1"><caption>Data points from the scatter plot</caption><thead><tr><th>aantal teams</th><th>aantal wedstrijden</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>3</td><td>9</td></tr><tr><td>4</td><td>16</td></tr><tr><td>5</td><td>25</td></tr><tr><td>6</td><td>36</td></tr><tr><td>7</td><td>49</td></tr><tr><td>8</td><td>64</td></tr><tr><td>9</td><td>81</td></tr><tr><td>10</td><td>100</td></tr></tbody></table> Op welk soort grafiek liggen deze punten? Antwoord: een parabool.	aantal teams	aantal wedstrijden	1	1	2	4	3	9	4	16	5	25	6	36	7	49	8	64	9	81	10	100	Het onderzoeken van kwadratische en wortelverbanden op nulpunten, maximale waarden, enzovoorts maakt geen deel uit van het rekendomein, maar wel van het wiskundedomein. Dat geldt ook voor de parabool als curve waar de punten gelijke afstand hebben tot een vast punt en een vaste lijn.
aantal teams	aantal wedstrijden																							
1	1																							
2	4																							
3	9																							
4	16																							
5	25																							
6	36																							
7	49																							
8	64																							
9	81																							
10	100																							
Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken																						
– interpolatie (niet als term)	4A.5 Op basis van een tabel de waarde van de uitvoervariabele van een verband (bij benadering) kunnen bepalen bij een waarde van een invoervariabele die niet in de tabel voorkomt. ➤ Van het verband tussen de dagomzet van een ijsverkoper en de maximumtemperatuur op een dag is enkel de onderstaande tabel gegeven. 'Meer voorbeelden op pagina 97'	Bij inter- en extrapolatie op basis van een tabel volstaat enkel de lineaire variant. Bij extrapolatie op basis van een grafiek dienen leerlingen het verloop van de grafiek voort te zetten. Aanbeveling verdient het leerlingen er bewust van te maken dat bij lineaire inter- en extrapolatie een lineair verloop van het verband tussen twee gegevens slechts een veronderstelling is en dat als gevolg daarvan lineaire inter- en extrapolatie niet altijd correcte resultaten geeft. Zie ook onderstaand fragment uit de column van de wiskundemeisjes in de Volkskrant van 5 december 2009																						



		<table><tr><th>maximum temperatuur in °C</th><th>dagomzet in euro's</th></tr><tr><td>-10</td><td>110</td></tr><tr><td>-5</td><td>116</td></tr><tr><td>0</td><td>126</td></tr><tr><td>5</td><td>142</td></tr><tr><td>10</td><td>167</td></tr><tr><td>15</td><td>208</td></tr><tr><td>20</td><td>274</td></tr><tr><td>25</td><td>381</td></tr><tr><td>30</td><td>553</td></tr></table> Welke omzet mag de ijsverkoper verwachten bij een maximumtemperatuur van 22°C	maximum temperatuur in °C	dagomzet in euro's	-10	110	-5	116	0	126	5	142	10	167	15	208	20	274	25	381	30	553	(Bron: www.wiskundemeisjes.nl) Laten we eens naar het rijtje 1, 3, 6, 10 kijken. Het vervolg dat waarschijnlijk bedoeld wordt is: 15, 21, 28, 36. De verschillen tussen de getallen in het rijtje zijn dan 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Maar dat is niet de enige mogelijkheid. Als je in de uitdrukking $\frac{1}{8}(-x^4 + 10x^3 - 31x^2 + 54x - 24)$ achtereenvolgens 1, 2, 3 en 4 invult voor x, krijg je ook 1, 3, 6 en 10. Verder gaan door het invullen van 5, 6, 7 en 8 levert op: 1, 3, 6, 10, 12, 6, -17, -69. Dus 12 is net als 15 een goed antwoord. Sterker nog: voor elk getal dat je na 10 zou willen invullen bestaat zo'n formule!
maximum temperatuur in °C	dagomzet in euro's																						
-10	110																						
-5	116																						
0	126																						
5	142																						
10	167																						
15	208																						
20	274																						
25	381																						
30	553																						
	– extrapolatie (niet als term)	4A.6 Op basis van een grafiek of een tabel de waarde van een uitvoervariabele van een verband (bij benadering) kunnen bepalen bij een waarde van de invoervariabele die groter of kleiner is dan de gegeven of af te lezen waarden. ➤ Welke omzet mag de ijsverkoper verwachten bij een maximumtemperatuur van 32°C? ➤ Bepaal op basis van onderstaande grafiek de verwachte omzet bij een maximumtemperatuur van 35°C.																					



Weten waarom

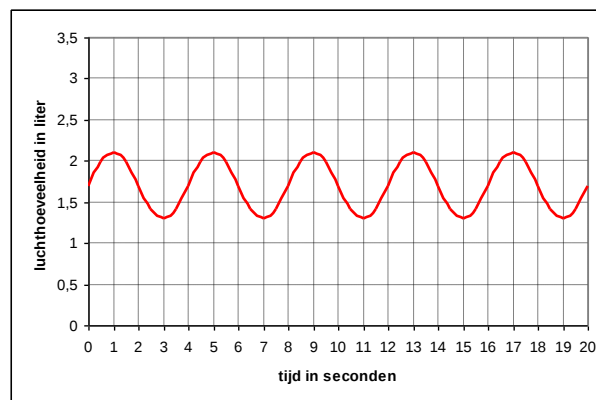
Weten waarom

Weten waarom

- conclusies trekken op basis van de structuur van een grafiek of formule

4A.7a Aan de hand van de structuur van een grafiek uitspraken kunnen doen over het verband dat door de grafiek beschreven wordt.

- In de onderstaande figuur wordt de ademhalingscyclus van een volwassene in rust weergegeven.

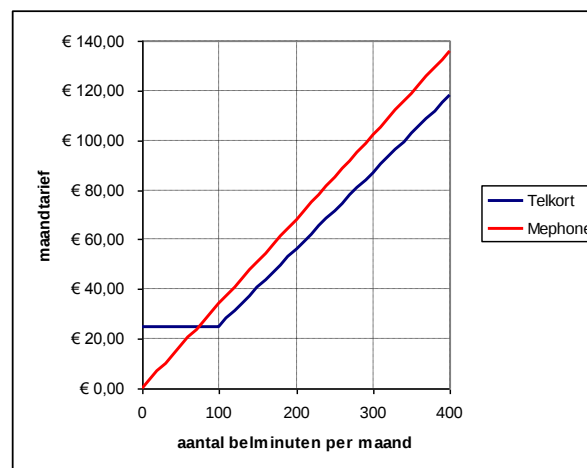


Hoe vaak ademt de persoon per minuut in en uit?



Antwoord: elke vier seconden is de luchthoeveelheid in de longen maximaal; daarom 15 ademteugen per minuut. Hoeveel lucht blijft er in de longen achter na een uitademing? Antwoord: 1,3 liter.

- Telkort en Mephone zijn aanbieders van mobiele telefonie. In de onderstaande figuur worden de tarieven van beide aanbieders in beeld gebracht.



Welke aanbieder hanteert een vast tarief per belminuut?
Antwoord: Mephone

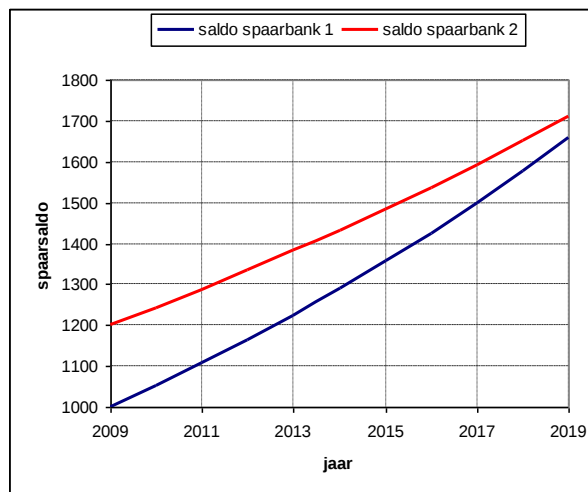
Geef aan hoe de andere aanbieder zijn maandtarief berekent. Antwoord: Voor de eerste 100 belminuten in een maand betaal je een vast bedrag van € 25. Bel je in een maand meer dan 100 minuten, dan betaal je over dat meerdere een tarief per minuut.

'Meer voorbeelden op pagina 99'



	– conclusies trekken op basis van de structuur van een grafiek of formule (vervolg)	4A.7b Het effect van de verandering van een of meer variabelen in een formule op de resterende variabele kwalitatief kunnen beschrijven. ➤ De afstand k tot de horizon staat (bij benadering) in verband met de hoogte h van de waarnemer volgens de formule $k = 3570 \times \sqrt{h}$. Zowel k als h worden in meters uitgedrukt. Leg uit dat uit deze formule blijkt dat hoe hoger je staat, des te verder kun je kijken. Als je twee keer zo hoog staat, kun je dan ook twee keer zo ver kijken? ➤ Om uit te rekenen hoeveel minuten je onbeschermd in de zon mag liggen kun je de volgende rekenwijze gebruiken. Aan de hand van de zonkracht en uw huidtype kan de tijd worden bepaald die u onbeschermd veilig in de zon kunt doorbrengen.* Bepaal uw huidwaarde: verbrandt zeer snel (60) verbrandt zelden (200) verbrandt snel (100) verbrandt nooit (300) kinderen tot 10 jaar (60) huidwaarde / zonkracht = minuten in de zon *] Richtlijnen opgesteld door het Nederlands Kanker Instituut Leg aan de hand van de formule uit: ○ Hoe gevoeliger je huid is, des te korter mag je onbeschermd in de zon zitten. Antwoord: Als je huid gevoeliger is, is de huidwaarde lager en de uitkomst van de deling $\frac{\text{huidwaarde}}{\text{zonkracht}}$ ook. ○ Hoe sterker de zon schijnt, des te korter mag je onbeschermd in de zon zitten. Antwoord: Als de zon sterker schijnt neemt de zonkracht toe en neemt de uitkomst van de deling $\frac{\text{huidwaarde}}{\text{zonkracht}}$ juist af.	
	– conclusies trekken op basis van de structuur van een grafiek of formule (vervolg)	4A.7c Bij twee verbanden kunnen uitleggen welk van beide voor grote waarden van de invoervariabele de grootste uitkomst heeft.	

- In de onderstaande figuur zie je de groei van een spaarsaldo van € 1000 bij twee verschillende spaarbanken. Bij een van beide banken ontvang je een welkomstpremie van € 200. Leg aan de hand van deze grafiek uit dat het op de lange termijn altijd loont om een spaarrekening met een hoger rentepercentage te kiezen in plaats van een met een laag rentepercentage en een welkomstpremie.





Verbanden	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen																																																		
B Met elkaar in verband brengen	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben																																																		
- Verschillende voorstellingsvormen met elkaar in verband brengen - Gegevens verzamelen, ordenen en weergegeven - Patronen beschrijven	vaststellen hoe een verandering in de voorstellingsvorm (grafiek, tabel, formule, beschrijving) doorwerkt in de andere vorm(en)	4B.1 Het effect van een verandering bij een verband in een van de verschijningsvormen kunnen weergeven in elk van de andere verschijningsvormen van het verband. ➤ Op een toets kunnen 23 punten behaald worden. Het verband tussen het toetscijfer en de score luidt als volgt: <i>beschrijving</i>: 'Vermenigvuldig de score met 9, deel de uitkomst door 23 en tel er tenslotte 1 bij op.' <i>formule</i>: $t = \frac{9 \times s}{23} + 1$, met t = toetscijfer en s = score <i>grafiek</i>: <table><caption>Data points for the graph</caption><thead><tr><th>score (s)</th><th>toetscijfer (t)</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>1.0</td></tr><tr><td>1</td><td>1.565</td></tr><tr><td>2</td><td>2.130</td></tr><tr><td>3</td><td>2.695</td></tr><tr><td>4</td><td>3.260</td></tr><tr><td>5</td><td>3.825</td></tr><tr><td>6</td><td>4.390</td></tr><tr><td>7</td><td>4.955</td></tr><tr><td>8</td><td>5.520</td></tr><tr><td>9</td><td>6.085</td></tr><tr><td>10</td><td>6.650</td></tr><tr><td>11</td><td>7.215</td></tr><tr><td>12</td><td>7.780</td></tr><tr><td>13</td><td>8.345</td></tr><tr><td>14</td><td>8.910</td></tr><tr><td>15</td><td>9.475</td></tr><tr><td>16</td><td>10.040</td></tr><tr><td>17</td><td>10.605</td></tr><tr><td>18</td><td>11.170</td></tr><tr><td>19</td><td>11.735</td></tr><tr><td>20</td><td>12.300</td></tr><tr><td>21</td><td>12.865</td></tr><tr><td>22</td><td>13.430</td></tr><tr><td>23</td><td>14.000</td></tr></tbody></table> - <i>tabel</i>:	score (s)	toetscijfer (t)	0	1.0	1	1.565	2	2.130	3	2.695	4	3.260	5	3.825	6	4.390	7	4.955	8	5.520	9	6.085	10	6.650	11	7.215	12	7.780	13	8.345	14	8.910	15	9.475	16	10.040	17	10.605	18	11.170	19	11.735	20	12.300	21	12.865	22	13.430	23	14.000	Veranderingen zoals als bedoeld in deze vaardigheid blijven beperkt tot: - de waarden van de afhankelijke grootte verhogen of verlagen met een vaste waarde - de waarden van de afhankelijke grootte vermenigvuldigen met een vaste factor
score (s)	toetscijfer (t)																																																				
0	1.0																																																				
1	1.565																																																				
2	2.130																																																				
3	2.695																																																				
4	3.260																																																				
5	3.825																																																				
6	4.390																																																				
7	4.955																																																				
8	5.520																																																				
9	6.085																																																				
10	6.650																																																				
11	7.215																																																				
12	7.780																																																				
13	8.345																																																				
14	8.910																																																				
15	9.475																																																				
16	10.040																																																				
17	10.605																																																				
18	11.170																																																				
19	11.735																																																				
20	12.300																																																				
21	12.865																																																				
22	13.430																																																				
23	14.000																																																				



score	toetscijfer	score	toetscijfer	score	toetscijfer
0	1,0	8	4,1	16	7,3
1	1,4	9	4,5	17	7,7
2	1,8	10	4,9	18	8,0
3	2,2	11	5,3	19	8,4
4	2,6	12	5,7	20	8,8
5	3,0	13	6,1	21	9,2
6	3,3	14	6,5	22	9,6
7	3,7	15	6,9	23	10,0

Welk effect heeft verandering van de formule in
 $t = \frac{8 \times s}{23} + 2$ op de beschrijving, grafiek en tabel? Welke
leerlingen hebben het grootste voordeel van deze
verandering?

Antwoord: De beschrijving luidt dat elke score met 8
vermenigvuldigd wordt, de uitkomst hiervan gedeeld
wordt door 23 en bij het resultaat 2 wordt opgeteld. De
grafiek begint bij toetscijfer 2,0 en loopt iets minder steil
naar 10,0. De tabel verandert als volgt:

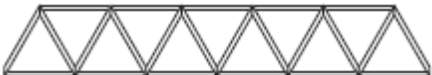


		<table><tr><td>score</td><td>toetscijfer</td><td>score</td><td>toetscijfer</td><td>score</td><td>toetscijfer</td></tr><tr><td>0</td><td>2,0</td><td>8</td><td>4,8</td><td>16</td><td>7,6</td></tr><tr><td>1</td><td>2,3</td><td>9</td><td>5,1</td><td>17</td><td>7,9</td></tr><tr><td>2</td><td>2,7</td><td>10</td><td>5,5</td><td>18</td><td>8,3</td></tr><tr><td>3</td><td>3,0</td><td>11</td><td>5,8</td><td>19</td><td>8,6</td></tr><tr><td>4</td><td>3,4</td><td>12</td><td>6,2</td><td>20</td><td>9,0</td></tr><tr><td>5</td><td>3,7</td><td>13</td><td>6,5</td><td>21</td><td>9,3</td></tr><tr><td>6</td><td>4,1</td><td>14</td><td>6,9</td><td>22</td><td>9,7</td></tr><tr><td>7</td><td>4,4</td><td>15</td><td>7,2</td><td>23</td><td>10,0</td></tr></table> Leerlingen met een lage score hebben het grootste voordeel van deze verandering. 'Meer voorbeelden op pagina 100'	score	toetscijfer	score	toetscijfer	score	toetscijfer	0	2,0	8	4,8	16	7,6	1	2,3	9	5,1	17	7,9	2	2,7	10	5,5	18	8,3	3	3,0	11	5,8	19	8,6	4	3,4	12	6,2	20	9,0	5	3,7	13	6,5	21	9,3	6	4,1	14	6,9	22	9,7	7	4,4	15	7,2	23	10,0	
score	toetscijfer	score	toetscijfer	score	toetscijfer																																																				
0	2,0	8	4,8	16	7,6																																																				
1	2,3	9	5,1	17	7,9																																																				
2	2,7	10	5,5	18	8,3																																																				
3	3,0	11	5,8	19	8,6																																																				
4	3,4	12	6,2	20	9,0																																																				
5	3,7	13	6,5	21	9,3																																																				
6	4,1	14	6,9	22	9,7																																																				
7	4,4	15	7,2	23	10,0																																																				
– een situatie beschrijven via een standaardverband (lineair, exponentieel)	4B.2 Uit een beschrijving kunnen afleiden dat er sprake is van een lineair of exponentieel verband. ➤ 'Je betaalt € 0,79 per gesprek en € 0,15 per minuut.' Hieruit volgt dat het verband tussen de kosten van een telefoongesprek en de duur van het gesprek lineair van karakter is. ➤ 'Voor elke volgende hond betaal je 1,2 keer zo veel hondenbelasting als de vorige.' Welk soort verband beschrijft de hoogte van de hondenbelasting en het aantal honden in bezit? Antwoord: een exponentieel verband.																																																								
– bij een eenvoudig lineair verband (beschrijving of grafiek) een formule opstellen	4B.3 Bij een eenvoudig lineair verband waarvan een beschrijving of een grafiek gegeven is, een formule kunnen opstellen. ➤ Bij autoverhuurmaatschappij Carrent betaal je voor de huur	Een lineair verband is eenvoudig als de parameters in zijn formule geheel-tallig zijn.																																																							



		van een luxeauto € 10 per dag plus € 2,00 per gereden km. Geef een formule die het verband beschrijft tussen de huurprijs h en het aantal gereden km a als je een auto één dag huurt. Antwoord: $h = 10 + 2 \times a$. ➤ Stel een formule op bij het verband dat in de onderstaande grafiek beschreven wordt. Antwoord: $y = -2x + 30$ of $y = 30 - 2x$. 'Meer voorbeelden op pagina 101'	
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
– kennis van grafieken en (standaard)verbanden gebruiken om problemen op te lossen	4B.4 Kunnen oplossen van problemen met gebruik van de kennis van grafieken en (standaard)verbanden.		
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
– verschillende formules hetzelfde verband	4B.5 Van een aantal formules kunnen aangeven dat ze hetzelfde verband beschrijven.	Hiertoe bestaat een aantal strategieën:	○ een paar waarden van de invoervariabelen

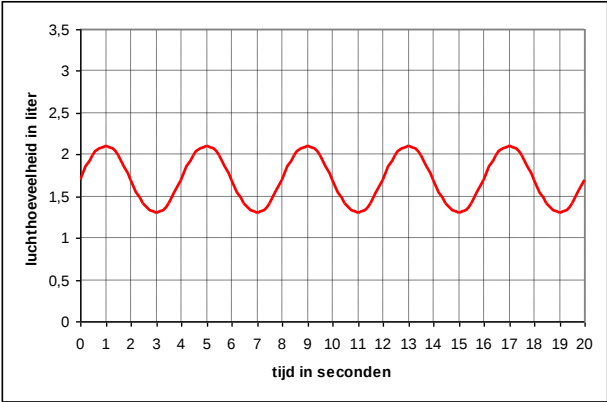


	kunnen beschrijven	➤ Een brug van onderstaande vorm heeft een lengte L en R balken. Het aantal balken kent een verband met de lengte van de brug.  Leg uit dat elk van de onderstaande formules dit verband beschrijven: $R = L \times 3 + (L - 1)$ $R = L + (L - 1) + 2L$ 'Meer voorbeelden op pagina 104'	invullen en zien dat alle gegeven formules telkens dezelfde uitkomst geven, desgewenst door middel van een grafiek; ○ elk van de gegeven formules verklaren vanuit een situatie; ○ formules met behulp van rekenregels en wiskundige eigenschappen herleiden tot andere formules. De eerste strategie is alleen adequaat als het aantal probeerwaarden voldoende groot is en is voor referentieniveau 2S niet adequaat. Voor referentieniveau 2S volstaat beheersing van de tweede strategie. Het herleiden van formules, zoals de derde strategie luidt, wordt tot het wiskundedomein gerekend.
	– vorm van formule, tabel en grafiek bij enkele (standaard)verbanden met elkaar in verband brengen	4B.6a Weten dat in een tabel van een lineaire functie de waarden telkens met een vast getal toenemen, aan de hand daarvan kunnen uitleggen waarom de grafiek van een lineair verband een rechte lijn is en waarom de formule van een lineair verband de vorm $y = ax + b$ heeft . 4B.6b Weten dat in een tabel van een exponentiële functie de waarden telkens met een vaste factor vermenigvuldigd worden, aan de hand daarvan kunnen uitleggen waarom de grafiek van een exponentieel verband geen rechte lijn is en waarom de formule van een exponentieel verband van de vorm $y = b \cdot g^t$ is.	



Verbanden	2 – streef	Toelichting	Suggesties en opmerkingen
C Gebruiken	Paraat hebben	Paraat hebben	Paraat hebben
– Tabellen, diagrammen en grafieken gebruiken bij het oplossen van problemen – Rekenvaardigheden gebruiken	– ook met complexer formules in standaardnotatie	4C.1a In een (woord)formule de invoervariabele(n) kunnen vervangen door een getal en de waarde van de uitvoervariabele kunnen berekenen. ➤ De afstand k tot de horizon staat in verband met de hoogte h van de waarnemer volgens de formule $k = 3570 \times \sqrt{h}$. Zowel k als h worden in meters uitgedrukt. Hoever kun je kijken vanaf de top van de Eiffeltoren (hoogte 324 m)? ➤ Bereken volgens de formule $T_{binnen} = 4 + 0,8 \times T_{buiten}$ de binnentemperatuur bij een buitentemperatuur van 15°C. ➤ Bereken de druk die een voorwerp met een gewicht van 100 N uitoefent op een grondoppervlak van 2 m² volgens de formule $p = \frac{F}{A}$ 'Meer voorbeelden op pagina 105' 4C.1b In een (woord)formule de uitvoervariabele en – indien van toepassing – alle invoervariabelen op één na kunnen vervangen door een getal en de waarde van de resterende invoervariabele kunnen berekenen. ➤ De afstand k tot de horizon staat in verband met de hoogte h van de waarnemer volgens de formule $k = 3570 \times \sqrt{h}$. Zowel k als h worden in meters uitgedrukt. Hoe hoog moet je staan om 100 km ver te kunnen kijken? ➤ Bereken volgens de formule $T_{binnen} = 4 + 0,8 \times T_{buiten}$ de binnentemperatuur bij een buitentemperatuur van 15°C.	Beheersing van deze vaardigheid blijft beperkt tot: - waarin de gevraagde waarde door middel van terugrekening (= het omkeren van de successievelijke rekenbewerkingen die ten grondslag liggen aan de formule) bepaald kan worden of - waarin de gevraagde waarde door middel van inklemming (= het systematisch proberen van waarden om zodoende de gevraagde waarde te benaderen) bepaald kan worden. Hieronder is niet begrepen het oplossen van vergelijkingen door middel van wiskundige technieken zoals de balansmethode, logaritmen, wortelformule, ontbinden in factoren, enzovoorts. Deze technieken worden tot wiskunde gerekend.



		Bereken het gewicht van een voorwerp die een druk van 25 N/m² uitoefent op een grondoppervlak van 5 m² volgens de formule $p = \frac{F}{A}$ 'Meer voorbeelden op pagina 106'	
			Dit rekendoel komt ook in referentieniveau 2F aan de orde. Daar zijn de formules minder formeel van karakter en is beheersing van dit rekendoel beperkt tot formules met een lineair karakter.
	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken	Functioneel gebruiken
kennis van grafieken en formules gebruiken om problemen op te lossen	4C.2 Een grafiek of formule kunnen afleiden uit een andere grafiek respectievelijk formule. ➤ De hoeveelheid lucht in de longen van een volwassene in rust wordt door de onderstaande grafiek weergegeven. Hoe ziet de ademhalingsgrafiek van deze persoon er uit als hij door een inspanning 'buiten adem' raakt?		
			

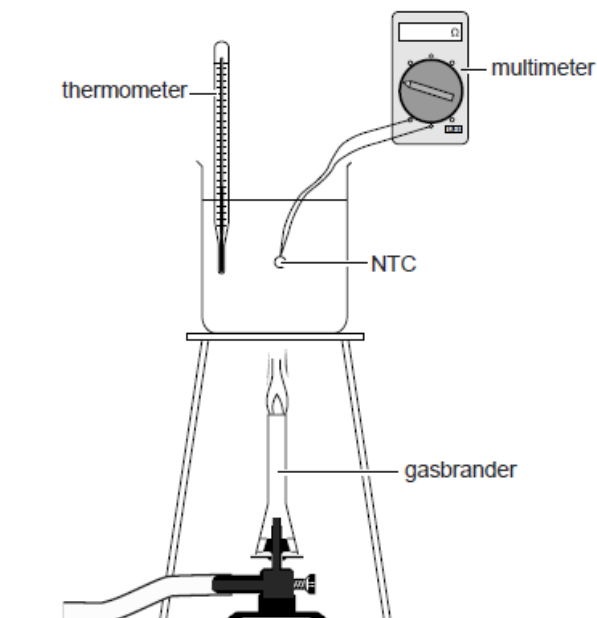
		➤ Voor het verband tussen de maximale hartslag van een man en zijn leeftijd bestaat de formule <i>maximale hartslag</i> = $220 - \text{leeftijd}$. De maximale hartslag van een vrouw ligt altijd 5 hoger dan die van een man. Hoe luidt de formule voor een vrouw? Antwoord: <i>maximale hartslag</i> = $225 - \text{leeftijd}$. 'Meer voorbeelden op pagina 107'	
	Weten waarom	Weten waarom	Weten waarom
	– grafieken en hun kenmerken als onderdeel van verdere studie	Dit rekendoel heeft naar ons oordeel weinig toegevoegde waarde ten opzichte van wat er elders in het domein Verbanden beschreven is en wordt daarom niet nader toegelicht.	



Voorbeeld 1:

Metten aan een NTC

Sterre bouwt de volgende opstelling om een NTC te onderzoeken:



De multimeter geeft de weerstandswaarde aan van de NTC. Hieronder staan de metingen van Sterre:

temperatuur ($^{\circ}\text{C}$)	weerstand (Ω)
20	1250
30	784
40	512
50	341
60	255
70	174
80	129
90	96
100	73

3p **30** Teken in de figuur op de uitwerkbijlage de grafiek van de meetresultaten.

1p **31** Hoe hoog is de temperatuur als de multimeter $600\ \Omega$ aangeeft?

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 gl/tl 2008 tijdvak 1

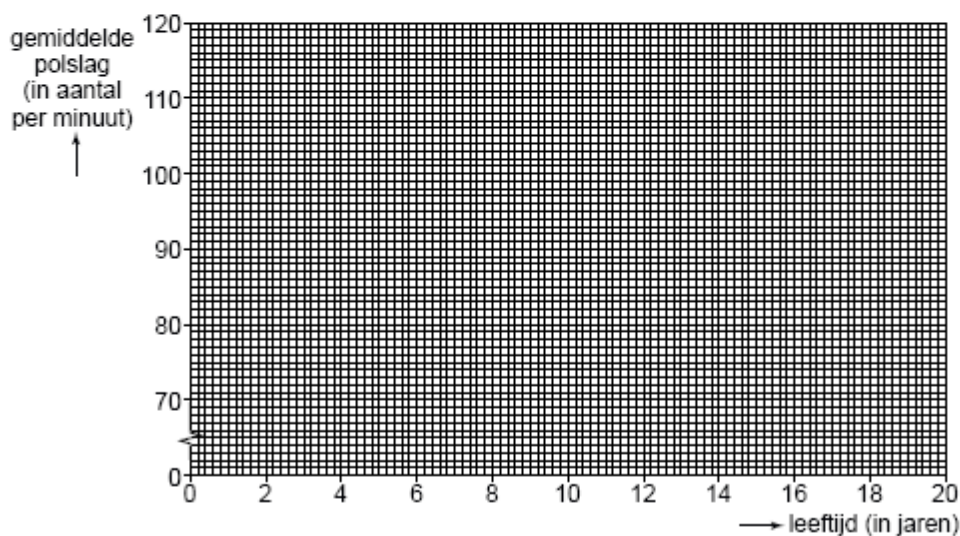


Voorbeeld 2:

- 35 In de tabel is van een aantal leeftijden de gemiddelde polsslag weergegeven.

leeftijd	gemiddelde polsslag (in aantal per minuut)
3 jaar	100
8 jaar	90
18 jaar	70

→ Wat is de gemiddelde polsslag van iemand van 13 jaar? **Zet eerst hieronder de gegevens van de tabel uit in een diagram. Bepaal daarna het getal.**

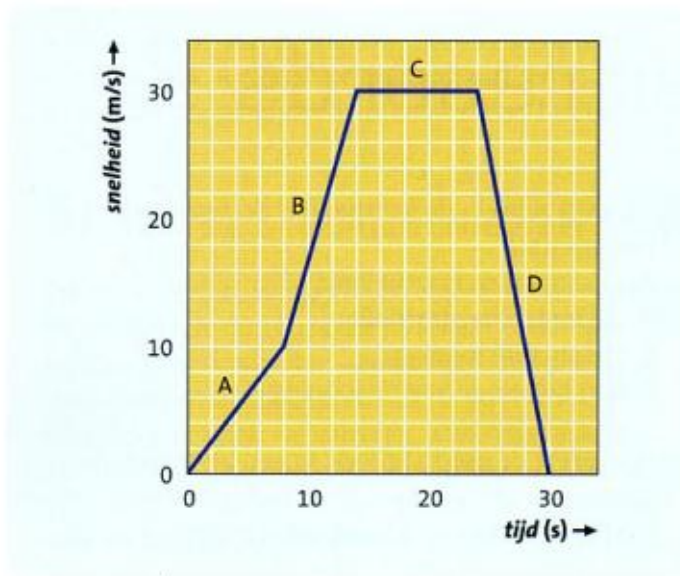


de gemiddelde polsslag van iemand van 13 jaar:

Bron: CSE Biologie vmbo bb 2008 tijdvak 1



In de grafiek hieronder is vereenvoudigd de snelheid van een achtbaankarretje weergegeven.



Je kunt de versnelling in traject A bepalen door het stukje van 8 seconde te bekijken. In het deel A van de baan zie je dat de snelheid in 8 seconde toeneemt met 10 m/s. De versnelling is dan $10 \text{ m/s} / 8 \text{ s} = 1,25 \text{ m/s}^2$.

- 31 a** Hoe groot is de versnelling in traject B?
- b** Waaraan zie je dat de versnelling in traject C 0 m/s^2 is?
- c** Is in traject D sprake van versnelling, of van vertraging?

Bron: *Pulsar natuurkunde (Wolters-Noordhoff), havo 3*



REMSPOOR

Als een auto hard remt, kunnen remsporen ontstaan.

Bij ongelukken kan de politie aan de hand van de lengte van het remspoor van een auto bepalen hoe hard een auto heeft gereden.

De snelheid waarmee een auto gereden heeft, wordt berekend met behulp van de volgende formule:

$$\text{snelheid} = 11,5 \times \sqrt{\text{remspoor}}$$

Hierbij is *snelheid* in km/uur en *remspoor* in meters.

Als het regent is de lengte van het remspoor 1,4 keer zo lang als bij droog weer.

Hierdoor moet de formule worden aangepast. Andrea heeft hierbij de volgende formule gemaakt:

$$\text{snelheid} = \frac{11,5}{1,4} \times \sqrt{\text{remspoor}}$$

Is deze formule juist? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.



Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2005 tijdvak 2



ARMBANDJES

Maarten wil voor Vanessa een schakelarmbandje kopen. Hij ziet de onderstaande aanbieding van juwelier Parel.

SIERAAD VAN DE MAAND 
<i>armbandjes op maat:</i> schakels: € 0,70 per centimeter sluiting: € 1,20
<i>Juwelier Parel</i>

- 3p ○ 5 Maarten koopt een armbandje met 17 cm schakels.
→ Bereken hoeveel euro dit armbandje kost. Schrijf je berekening op.
- 3p ○ 6 Er is een verband tussen de *prijs van een armbandje* in euro en de *totale lengte van de schakels* in cm.
→ Schrijf een formule op die bij dit verband hoort.

Voor een armbandje heb je één sluiting nodig.
Je hebt minimaal 12 cm aan schakels nodig, en
maximaal 20 cm.

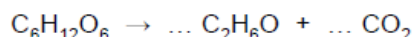
Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2006 tijdvak 2



Voorbeeld 1:

Gist

Bepaalde gistsoorten kunnen gebruikt worden bij de bereiding van verschillende voedingsmiddelen. Gist gebruikt daarbij glucose als voedsel en zet dit om tot alcohol en koolstofdioxide. De niet-kloppende reactievergelijking van dit vergistingsproces is:

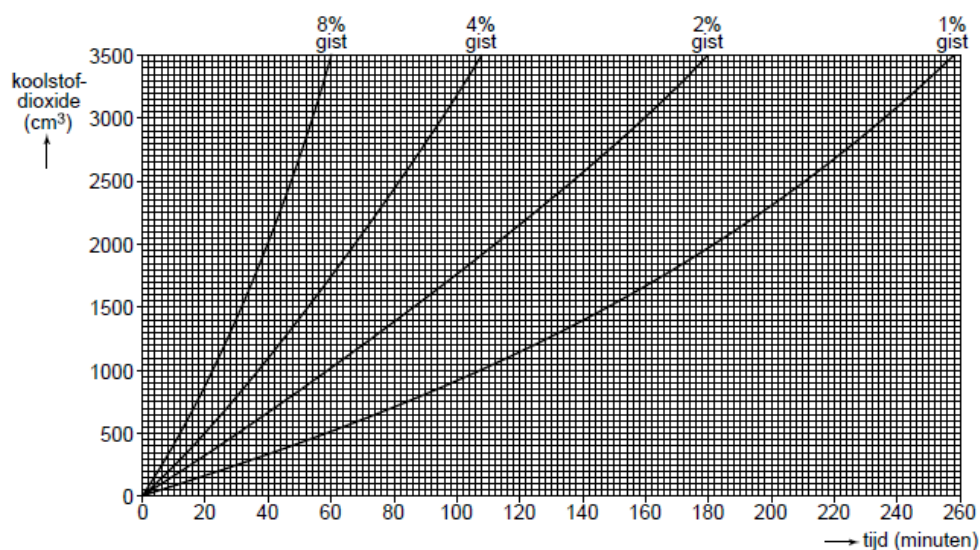


Bij de bereiding van wijn is het ontstaan van alcohol belangrijk, de koolstofdioxide laat men meestal ontsnappen.

Bij de bereiding van brooddeeg is het ontstaan van koolstofdioxide juist van belang. Koolstofdioxide zorgt ervoor dat het deeg rijst. Bij het bakken van het brood ontsnapt de alcohol uit het brooddeeg.

De snelheid waarmee een hoeveelheid brooddeeg rijst, is afhankelijk van verschillende factoren. Eén van die factoren is de hoeveelheid gist die wordt toegevoegd.

Voor deeg met verschillende percentages gist is in het onderstaande diagram de hoeveelheid koolstofdioxide die ontstaat, uitgezet tegen de tijd.

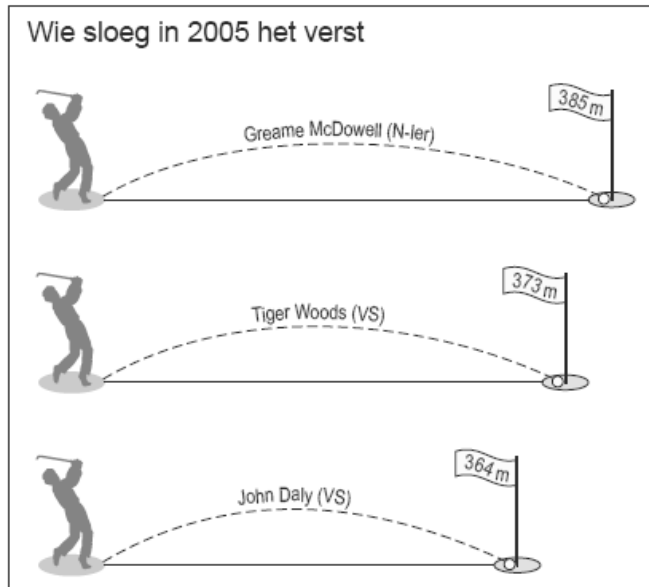


- 1p 45 Een bakker laat zijn deeg 100 minuten rijzen. In die tijd is ongeveer 3200 cm³ gasvormige stof ontstaan waardoor het deeg klaar is om gebakken te worden. Hoeveel procent gist heeft deze bakker gebruikt?
- 1p 46 Bij welk percentage gist verloopt de vergisting het snelst?

Bron: CSE Natuur- en scheikunde 2 vmbo gl/tl 2008 tijdvak 2

Voorbeeld 2:

In de krant stond onderstaand plaatje waarin te zien is hoe ver drie bekende golfspelers in 2005 geslagen hadden.



- 4p 3 De baan van de bal is bij elk van de drie slagen een parabool.
De formule die bij de baan van een van deze drie slagen hoort, is:

$$h = -0,0015a^2 + 0,546a$$

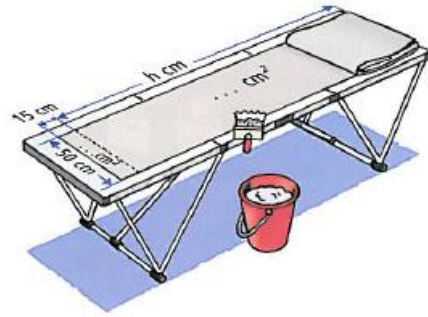
Hierin is h de hoogte van de bal boven de grond in meters en a de bijbehorende horizontale afstand in meters.

→ Bij welke van de drie spelers hoort deze formule? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2008 tijdvak 1



- 37** Een rol behang is 50 cm breed. Je snijdt van een rol altijd banen af die 15 cm langer zijn dan de hoogte van de kamer.
- a** Hoeveel cm^2 snijd je per baan te veel af?
 - b** Welke hoogte heeft een baan voor een kamer die 240 cm hoog is? Hoe groot is dan de oppervlakte in cm^2 ?
 - c** Leg uit dat de oppervlakte van een baan voor een kamer die h cm hoog is, met de formule $A = 50 \times (15 + h)$ te berekenen is. Hierbij is A de oppervlakte in cm^2 .
 - d** Laat zien dat je de oppervlakte van een baan ook kunt berekenen met de formule $A = 750 + 50h$.
 - e** Bereken A als $h = 240$ met beide formules.



Bron: *Moderne Wiskunde* (Noordhoff Uitgevers), vmbo - gt/havo deel 1B



Gevoelstemperatuur

Een thermometer geeft de buitentemperatuur aan in graden Celsius (°C).
Als het waait, voelt het veel kouder aan dan de thermometer buiten aangeeft.
Dit wordt de *gevoelstemperatuur* genoemd.



De gevoelstemperatuur hangt ook af van de windsnelheid. Hoe harder het waait, hoe kouder het aanvoelt.

De windsnelheid wordt gemeten in meter per seconde (m/s). Hieronder zie je een tabel met daarin een omschrijving en daarnaast de verschillende windsnelheden die daarbij horen.

Omschrijving	windsnelheid in m/s
windstil	0 tot 0,5
zwakke wind	0,5 tot 3,5
matige wind	3,5 tot 8
vrij krachtige wind	8 tot 10,5
krachtige wind	10,5 tot 14
harde wind	14 tot 17
stormachtig	17 tot 21
storm	21 tot 24,5

- 3p 13 Om de gevoelstemperatuur bij iedere windsnelheid en temperatuur te kunnen berekenen kun je onderstaande formule gebruiken:

$$G = 1,41 - 1,162 \times w + 0,98 \times t + 0,0124 \times w^2 + 0,0185 \times w \times t$$

Hierin is G de gevoelstemperatuur in °C, w de windsnelheid in m/s en t de temperatuur in °C.

Gert-Jan loopt op het strand. Het is -5 °C en het stormt. De storm heeft een windsnelheid van 21 m/s.

→ Bereken met de formule hoeveel graden de gevoelstemperatuur lager is dan -5 °C. Schrijf je berekening op.

Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2007 tijdvak 2



Slingertijd

De tijd die de slinger van een klok nodig heeft om één keer van links naar rechts en weer terug te gaan, heet de **slingertijd**. De slingertijd kan met de volgende formule worden berekend:

$$t = 2\pi \times \sqrt{\left(\frac{L}{9,8}\right)}$$

Hierin is t de slingertijd in seconden en L de lengte van de slinger in meters.

- 2p 1 Een klok heeft een slinger met een lengte van 40 cm.
→ Laat met een berekening zien dat de slingertijd bij deze klok afgerond 1,3 seconden is.
- 3p 4 De slinger van een andere klok heeft een slingertijd van 1 seconde.
- Bereken hoeveel **centimeter** de lengte van de slinger van die klok is. Schrijf je berekening op.

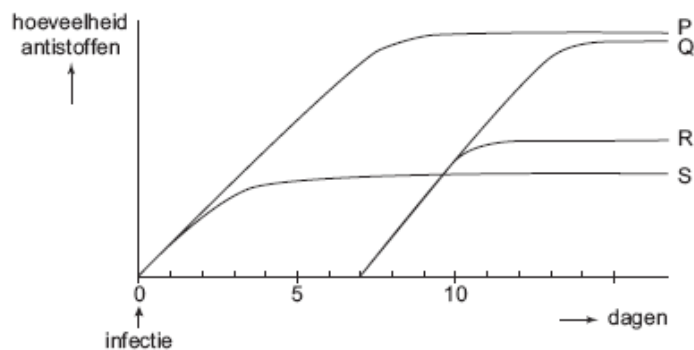
Bron: CSE Wiskunde vmbo gl/tl 2009 tijdvak 2



Voorbeeld 1:

Gele koorts is een ziekte die veroorzaakt wordt door een virus. Het wordt van besmette personen overgedragen door een muggensoort die alleen in bepaalde delen van Afrika en Zuid-Amerika voorkomt. Na een infectie met het gele koorts virus duurt het ongeveer een week voordat het lichaam antistoffen tegen het virus gaat maken. Als de patiënt geneest, levert dat een levenslange immuniteit op.

- 1p 35 In het onderstaande diagram geeft lijn R de vorming van antistoffen tegen het virus weer na een allereerste infectie van een bepaald persoon. Deze persoon geneest en wordt een jaar later opnieuw besmet.



Welke lijn geeft de vorming van antistoffen weer na deze tweede infectie?

- A lijn P
- B lijn Q
- C lijn S

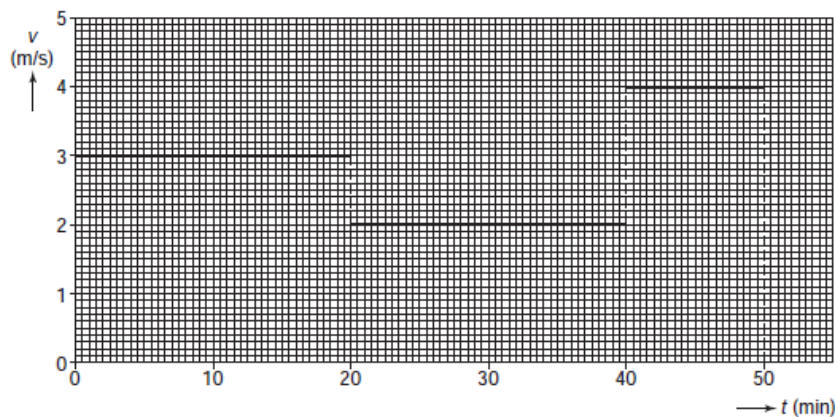
Bron: CSE Biologie vmbo-tl 2007 tijdvak 1



Voorbeeld 2:

EEN TRIMPARCOURS

Kees uit Zwolle trimt regelmatig en legt dan in 50 minuten een trimparcours af. Het trimparcours is 8,4 km lang. Kees loopt niet met een constante snelheid. Een vereenvoudigd v, t -diagram van de beweging van Kees staat in de figuur hieronder.

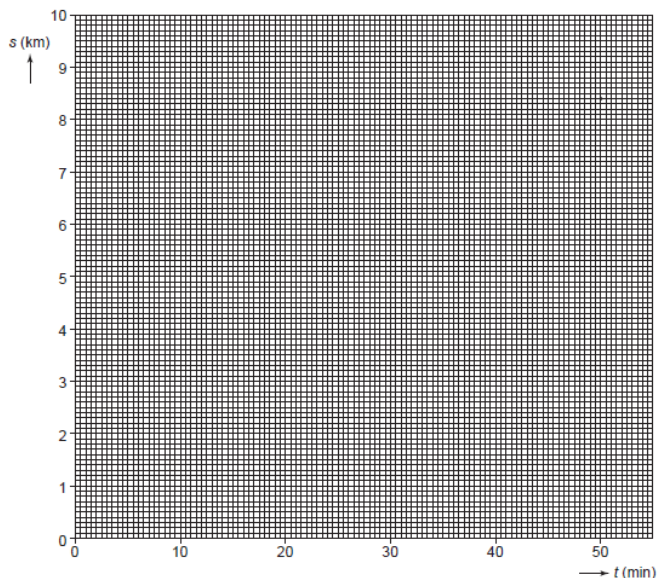


Op de uitwerkbijlage staat een s, t -diagram met daarin een punt die de plaats van Kees aangeeft na 50 minuten.

- 3p ○ 13 → Teken in het diagram op de uitwerkbijlage de twee punten die de plaats na 20 minuten en na 40 minuten aangeven.
- 3p ○ 14 → Bereken de gemiddelde snelheid van Kees in die 50 minuten.

EEN TRIMPARCOURS

13



Bron: CSE Natuur- en scheikunde 1 vmbo gl/tl, tweede tijdvak 2006





SLO is het nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling. Al 35 jaar geven wij inhoud aan leren en innovatie in de driehoek beleid, wetenschap en onderwijspraktijk. De kern van onze expertise betreft het ontwikkelen van doelen en inhouden van leren, voor vele niveaus, van landelijk beleid tot het klaslokaal.

We doen dat in interactie met vele uiteenlopende partners uit kringen van beleid, schoolbesturen en -leiders, leraren, onderzoekers en vertegenwoordigers van maatschappelijke organisaties (ouders, bedrijfsleven, e.d.).

Zo zijn wij in staat leerplankaders te ontwerpen, die van voorbeelden te voorzien en te beproeven in de schoolpraktijk. Met onze producten en adviezen ondersteunen we zowel beleidsmakers als scholen en leraren bij het maken van inhoudelijke leerplankeuzes en het uitwerken daarvan in aansprekend en succesvol onderwijs.

SLO

Piet Heinstraat 12
7511 JE Enschede

Postbus 2041
7500 CA Enschede

T 053 484 08 40
F 053 430 76 92
E info@slo.nl

www.slo.nl

slo