

Basisvaardigheden rekenen-wiskunde

Basiskennis, basisvaardigheden én basisinzichten

Basisvaardigheden zijn een *hot item*, maar wat zijn het eigenlijk? In het Masterplan Basisvaardigheden van de minister van OCW1 gaat het om vier leergebieden: taal, rekenen-wiskunde, burgerschap en digitale geletterdheid. Deze leergebieden heb je nodig om andere schoolvakken te kunnen volgen en om je later in de maatschappij te kunnen redden, aldus de minister. Dit artikel zoomt in op rekenen-wiskunde. De auteurs geven met concrete voorbeelden uit methodes aan wat zij verstaan onder basisvaardigheden en pleiten voor een brede interpretatie, inclusief *basisinzichten*.

De auteurs werken als curriculumexpert rekenen-wiskunde bij SLO.

Het begrip 'basis' kan verschillende beelden oproepen. Bijvoorbeeld dat het gaat over basale of elementaire zaken. Het woordenboek noemt ook grondvest en grondslag als mogelijke betekenissen. Verder kan worden gedacht aan het fundament voor iets. Wat de 'basis' is, hangt dan af van wat dat 'iets' is. Anders gezegd: wat 'basis' is, is relatief. Zo bestaan er bijvoorbeeld basisboeken wiskunde voor het hoger onderwijs, maar daar hebben we het hier niet over. In dit artikel richten we ons op het basisonderwijs en daar doen 'basale of elementaire zaken' al gauw denken aan de basisbewerkingen:

optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Zoals we verderop in dit artikel beargumenteren verstaan wij méér onder de basis dan enkel de bewerkingen, maar ze horen er wel bij. Ze worden immers gebruikt bij allerlei toepassingen, zowel binnen als buiten rekenen-wiskunde. Aan de vier bewerkingen ligt ook weer een bepaalde basis ten grondslag. Tellen en de telrij, splitsingen van de getallen tot en met 10 (zie kader 1) en de tafelproducten, om maar iets te noemen. Je zou kunnen zeggen dat dit soort basiskennis en de basisbewerkingen samen de basis vormen voor het overige rekenen-wiskunde op de basisschool. En dat omvat weer het grondvest voor het gebruiken van rekenen-wiskunde in andere vakken, bij wiskunde in het

voortgezet onderwijs en in de maatschappij. Dát grondvest, dat bedoelen wij als we het hebben over de basisvaardigheden rekenen-wiskunde op de basisschool. Wat valt daar, naast de basisbewerkingen en de daaronder liggende basisstof, nog meer onder? In dit artikel pleiten we voor een brede interpretatie, met de nadruk op essentiële inzichten.

Kader 1: Een basisinzicht voor basisbewerkingen

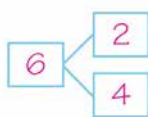
Basiskennis voor optellen en aftrekken omvat onder meer de splitsingen van de getallen tot 10. Deze kennis is essentieel. Eerst bij het rekenen tot 10: als je weet dat 6 kan worden gesplitst in bijvoorbeeld 4 en 2, kan je daarvan afleiden dat $4 + 2 = 6$. Daarna, zolang de optellingen en aftrekkingen tot 20 nog niet gememoriseerd zijn, worden de splitsingen gebruikt bij het overbruggen van de 10. Bijvoorbeeld door $8 + 6$ op te lossen door eerst $+ 2$ te doen en daarna $+ 4$. Weer later worden de splitsingen gebruikt voor het overschrijden van de tienvouden en de tafels van vermenigvuldiging. Zolang je bijvoorbeeld $7 \times 6 = 42$ nog niet als rekenfeitje paraat hebt, kan je deze tafelopgave snel oplossen door $6 \times 6 + 1 \times 6$ te doen, oftewel $36 + 4 + 2$.

Een basisinzicht hierbij is het doorzien van de relaties tussen splitsen, optellen en aftrekken. Optellen en aftrekken zijn elkaars inverse bewerking en bij elke splitsing van een getal horen twee optellingen en twee aftrekkingen. Algemeen gesteld gaat het om drie manieren om een deel-deel-totaal relatie te beschrijven: *totaal is deel en deel, deel + deel = totaal en totaal - deel = deel*.

▼ Afbeelding 1. De relatie tussen splitsen, optellen en aftrekken in *Pluspunt*, groep 3.

Splits.

Bedenk 4 sommen bij de splitsing.



$$\begin{array}{r} 2 + 4 = 6 \\ 4 + 2 = 6 \\ 6 - 2 = 4 \\ 6 - 4 = 2 \end{array}$$

Wat zijn basisvaardigheden rekenen-wiskunde?

Deze vraag mag actueel zijn, nieuw is 'ie al-lerminst. Zo'n dertig jaar geleden werd er ook al over nagedacht. Adri Treffers (1991) stelde toen dat het nog niet zo gemakkelijk is om aan te geven wat de basisvaardigheden in het rekenonderwijs zijn, maar hij gaf wel een duidelijke denkrichting aan. Enerzijds ging het om de praktische waarde van rekenen-wiskunde in maatschappelijke situaties, met name *getalgevoeligheid* om kinderen bijvoorbeeld weerbaar te maken tegen misleidende reclame. En anderzijds betrof het zaken die de grondslag vormen voor die getalgevoeligheid, zoals het kennen van de optellingen en aftrekkingen tot 20, de tafels van vermenigvuldiging en de deeltafels, en de vaardigheden hoofdrekenen en schattend rekenen (zie ook verderop). Allemaal zaken die nadien hun plek kregen in de kerndoelen, al vanaf de eerste generatie van 1993. Maar Treffers gaf ook nadrukkelijk aan dat het gebied van de basisvaardigheden breder is en dat élk leerstofgebied van rekenen-wiskunde basisvaardigheden bevat. Een van de voorbeelden die hij gaf betrof procenten, een leerstofgebied dat inderdaad veel wordt gebruikt in allerlei toepassingen (zie kader 2).

Rekenen-wiskunde toepassen

Het kunnen gebruiken van rekenen-wiskunde in andere vakken en (later) in de maatschappij vraagt het kennen van rekenfeiten en het kunnen uitvoeren van berekeningen, maar het vergt ook méér dan dat. Je moet de wiskunde in situaties kunnen herkennen, en je moet kunnen beoordelen welke wiskunde je in een specifieke situatie kunt gebruiken. Het is niet voor niks dat methodes contextopgaven aanbieden: deze geven betekenis aan de wiskunde én laten zien hoe en in welke situaties, welke wiskunde kan worden gebruikt. In veel gevallen worden, logischerwijze, contextopgaven aangeboden die passen bij het onderwerp van de les. Gaat deze over bijvoorbeeld vermenigvuldigen, dan zijn de contexten vermenigvuldigsituaties. Dat is natuurlijk nuttig voor het leren toepassen, maar in zo'n geval hoeven leerlingen niet te bedenken welke wiskunde moet worden toegepast. Dat blijkt immers al uit de les en het gegeven lesdoel. Het leren toepassen van rekenen-wiskunde vraagt ook dat leerlingen zelf moeten achterhalen om welke wiskunde het gaat in gegeven situaties (zie kader 3).

Leg uit in je schrift.

Deze week worden alle T-shirts verkocht met 50% korting. Volgende week gaat er nog een keer korting van 50% overheen. Laila zegt dat de T-shirts dan gratis zijn, want 50% korting en nog een keer 50% is 100%. Klopt dat?

In groep 8a is 25% van de kinderen een jongen. In groep 8b is dat 45%. In totaal is dus 70% van alle kinderen een jongen. Klopt dat?

Kader 2: Een basisinzicht voor procenten

Procenten kom je overal tegen, in verschillende toepassingen, zoals rente, korting, BTW, toe- en afnames, verdelingen, kansen, enzovoort. Gemeenschappelijk daarbij is dat het altijd gaat om relatieve informatie ten opzichte van een bepaald totaal. Zo betekent 25% korting dat er een kwart van de eerdere prijs afgaat, en 50% van de aanbevolen dagelijkse hoeveelheid dat in een voedingsmiddel of -supplement de helft zit van wat je in totaal op een dag zou mogen of moeten innemen van een bepaalde stof.

UW VOORDEEL CALCULATOR

De 25% extra korting geldt over het restbedrag na de vlaggetjes-korting van 25-40-50%. Uw effectieve korting:

50% + 25% = 62,5% korting

40% + 25% = 55% korting

25% + 25% = 43,75% korting

Met procenten kan worden gerekend, maar dat gaat niet altijd hetzelfde als met hele getallen. Zo kun je percentages niet zomaar bij elkaar optellen als ze verschillende totalen betreffen. Dat zie je bijvoorbeeld in afbeelding 2: als je ergens 50% korting op krijgt en daarna op de overgebleven prijs nog eens 25% korting, is dat niet 75% maar 62,5% korting op de oorspronkelijke prijs. Die 25% korting gaat immers over de resterende 50% van de oorspronkelijke prijs en is dus ten opzichte dáárvan 12,5%. Dit betreft een essentieel inzicht bij het rekenen en redeneren met procenten: het gaat altijd om een percentage van een *bepaald* totaal. En soms gaat het binnen één situatie om *verschillende* totalen. Je moet je dus altijd bedenken wat het totaal is (of de totalen zijn) en wat dat betekent voor je berekening of redentatie. In de denkvragen in afbeelding 3 worden leerlingen aangezet tot nadenken hierover.

Kader 3: Inzicht in situaties

Situaties in het echte leven zijn niet zo eenduidig als sommige contexten in reken-wiskundemethodes. Vaak is er sprake van meer informatie dan nodig is, of ontbreken juist gegevens die nodig zijn om een praktisch vraag-

▲ Afbeelding 3. Denkvragen over procenten in *De Wereld in Getallen*, groep 8.

◀ Afbeelding 2. Korting plus extra korting in een reclamefolder van een kledingwinkel.

▶ Afbeelding 4. Een context om over na te denken uit *Pluspunt*, groep 8.

stuk aan te pakken of probleem op te lossen. Het is niet altijd direct duidelijk welke stappen moeten worden gezet, of in welke volgorde. Daarover moet dan bewust worden nagedacht. Dat is ook het geval bij de voorbeeldopgave in afbeelding 4 hieronder. Deze context moet goed worden gelezen voordat je 'm kunt oplossen. Dat is geen bezwaar, maar behoort tot de leerstof: ook in de realiteit wordt immers veel informatie in taal uitgedrukt. Om inzicht te krijgen in deze situatie (en situaties in het algemeen) moet de taal actief worden verwerkt, bijvoorbeeld door de informatie in eigen woorden te zeggen, systematisch op te schrijven of te tekenen, of er samen met een klasgenoot over te praten. Belangrijk is dat kinderen leren zichzelf bewust vragen te stellen bij situaties. Bijvoorbeeld: 'Betekent keer hier dat ik moet vermenigvuldigen?' Of: 'Waarom juist 9:01?'

Hoeveel klanten ongeveer?

Gratis zak diervoer voor elke 5000e klant!

De bouwmarkt is geopend van dinsdag t/m zaterdag van 9 – 17 uur. Op doordeweekse dagen komen er elke dag ongeveer evenveel klanten. Op zaterdag komen er 2 keer zoveel klanten. In week 34 werd 1 keer, op donderdag om 09.01 uur, een zak diervoer weggegeven. Hoeveel klanten zijn er ongeveer geweest in week 34?

Gecijferdheid

Voor het kunnen gebruiken van rekenen-wiskunde wordt internationaal de term *numeracy of mathematical literacy* gebruikt. Daar bestaan verschillende omschrijvingen van. In Engeland gaat het bijvoorbeeld om het vermogen om wiskunde te begrijpen en gebruiken in het dagelijks leven thuis, op werk en op school.² In het curriculum van Australië wordt gesproken over kennis, gedrag en houding die leerlingen nodig hebben om wiskunde in uiteenlopende situaties te kunnen herkennen, gebruiken en begrijpen.³ In Nederland wordt de term gecijferdheid gebruikt. In onze nu geldende kerndoelen staat dat omschreven als 'samenhangend inzicht in getallen, maatinzicht en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde' (OCW, 2006, p. 37). Hier is dus, naast de nodige rekenwiskundige kennis en vaardigheden, ook nadrukkelijk sprake van wiskundige inzichten.

Verschuiving

De specificering van gecijferdheid in de kerndoelen is inmiddels alweer vijftien jaar oud en

sindsdien heeft de maatschappij bepaald niet stilgestaan. Smartphones en andere moderne technologie met apps voor bijvoorbeeld navigatie en rekenmachines zijn niet meer weg te denken uit de dagelijkse realiteit (zie kader 4). Ook heeft iedereen in principe overal en altijd toegang tot online (kwantitatieve) informatie, al dan niet weergegeven in grafieken of andere grafische representaties van wiskundige aard. Zaken als online winkelen en bankieren hebben hun entree gedaan en zijn inmiddels niet meer weg te denken. In dit verband benadrukt Kees Hoogland (2021) dat het gecijferd kunnen omgaan met kwantitatieve situaties in de huidige maatschappij ook vaardigheden vraagt als kritisch kunnen omgaan met data, kansen en grafieken. Dat zijn op zich geen nieuwe vaardigheden – al halverwege de vorige eeuw vroeg Darrel Huff (1954, 1959) hier aandacht voor. Maar door de enorme groei van data en (des)informatie zijn ze belangrijker dan ooit en horen daarom ook tot de hedendaagse basis. Een basaal statistisch inzicht hoort ook bij gecijferdheid (zie kader 5).

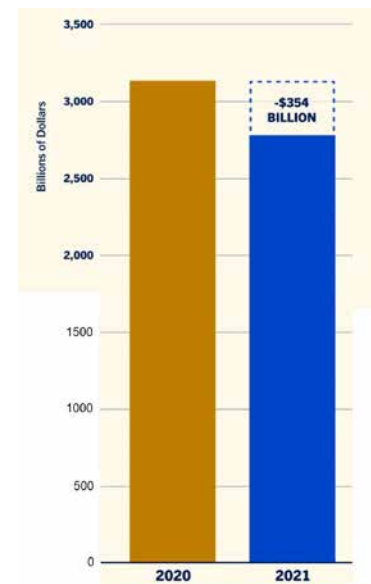
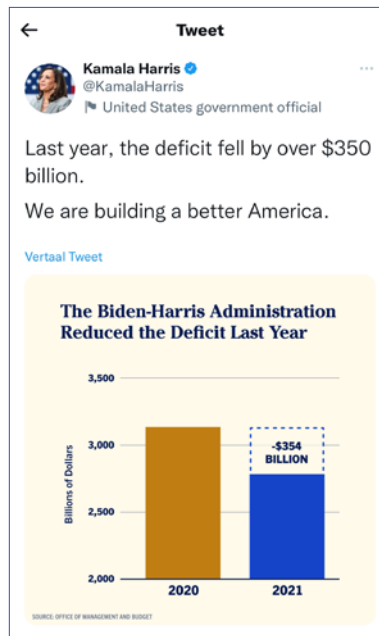
Kader 4: Schattend rekenen

Tot niet zo heel lang geleden kon je leerkrachten in de rekenles geregeld horen zeggen dat er goed moest worden geoefend, want 'later heb je ook niet altijd een rekenmachientje bij de hand.' Dit is met de komst van smartphones letterlijk ingehaald door de realiteit. De noodzaak om basisbewerkingen met grote getallen op papier te kunnen uitrekenen is sterk afgenomen. Dat geldt echter niet voor inzicht in hoe bewerkingen uitpakken, met name voor schattend rekenen en de eerdergenoemde getalgevoeligheid. Een rekenapp mag sneller en preciezer rekenen dan de meeste mensen, maar een verkeerde knop is zomaar ingetoetst en een verkeerd antwoord moet snel worden herkend. Sinds Treffers (1991) schattend rekenen benoemde als basisvaardigheid is het belang ervan alleen maar toegenomen. Reflectieve vragen, zoals in de opgave in afbeelding 5, bevorderen het inzicht in het *hoe* en *waarom* van schatten.

Kies en leg uit.

- a Ik schat altijd met bedragen op honderdtallen. Dan reken ik het snelst.
- b Ik schat met bedragen die hoger zijn dat het echte bedrag. Dan weet ik zeker dat ik genoeg geld heb.
- c Ik schat altijd met bedragen die eindigen op tientallen. Dan blijf ik zo dicht mogelijk bij het echte antwoord.

▲ Afbeelding 5. Nadenken over schatten in Alles Telt Q, groep 5.



▲ Afbeelding 6.

Kader 5: Grafieken en diagrammen met een boodschap

Grafieken en diagrammen in reclame en media worden niet zelden zó vormgegeven dat een bepaalde boodschap extra wordt benadrukt. Een recent voorbeeld zie je in afbeelding 6. De Amerikaanse vicepresident Kamala Harris tweette op 3 april 2022 dat het begrotingstekort van de VS in het voorgaande jaar met 350 miljard⁴ was afgenomen. Een indrukwekkend getal, dat nog eens werd benadrukt door het staafdiagram dat ze erbij toonde. Dat suggereerde door de verhouding van de staven dat het om zowat een derde van het totaal ging. Dat dát echter niet het geval was wordt zichtbaar als we de staven, zoals het hoort, bij 0 laten beginnen.

Grafieken zijn niet alleen maar neutrale informatiedragers. Bij het kunnen aflezen en interpreteren van informatie eruit, is een basisinzicht dat ze altijd worden gemaakt met het doel een bepaalde boodschap over te brengen. Vragen als 'Wat laat deze grafiek zien?' dragen bij aan dit inzicht.

Tot besluit

Volgens ons is de basis van rekenen-wiskunde op de basisschool geen smal gebied. Het gaat om het gecijferd kunnen gebruiken van rekenen-wiskunde in andere vakken, bij wiskunde in het voortgezet onderwijs en in de maatschappij. Daarvoor zijn, in samenhang met basiskennis en basisvaardigheden, ook basisinzichten belangrijk. In dit artikel hebben we enkele voorbeelden gegeven. Die zijn niet dekkend, maar ze laten wel zien dat de actuele rekenwiskundemethodes allerlei handvatten bieden om met je leerlingen aan basisinzichten te werken.

Literatuur

- Hoogland, K. (2021). Anders kijken naar basisvaardigheden. Van leren rekenen naar gecijferde burgertjes. *Volgens Bartjens*, 40(4), 23-26.
- Huff, D. (1954). *How to lie with statistics*. Victor Gollancz Limited.
- Huff, D. (1959). *How to take a change*. Victor Gollancz Limited.
- OCW. (2006). *Kerndoelen primair onderwijs*.
- Treffers, A. (1991). Basisvaardigheden in het rekenonderwijs. *NVORWO Rekenkrant 1991*, 1.

Noten

- ¹ <https://www.rijksoverheid.nl/documenten/kamerstukken/2022/05/12/kamerbrief-masterplan-basisvaardigheden>
- ² <https://www.nationalnumeracy.org.uk/>
- ³ <https://v9.austaliancurriculum.edu.au/>
- ⁴ Het Engelse 'billion' is in het Nederlands een miljard.

