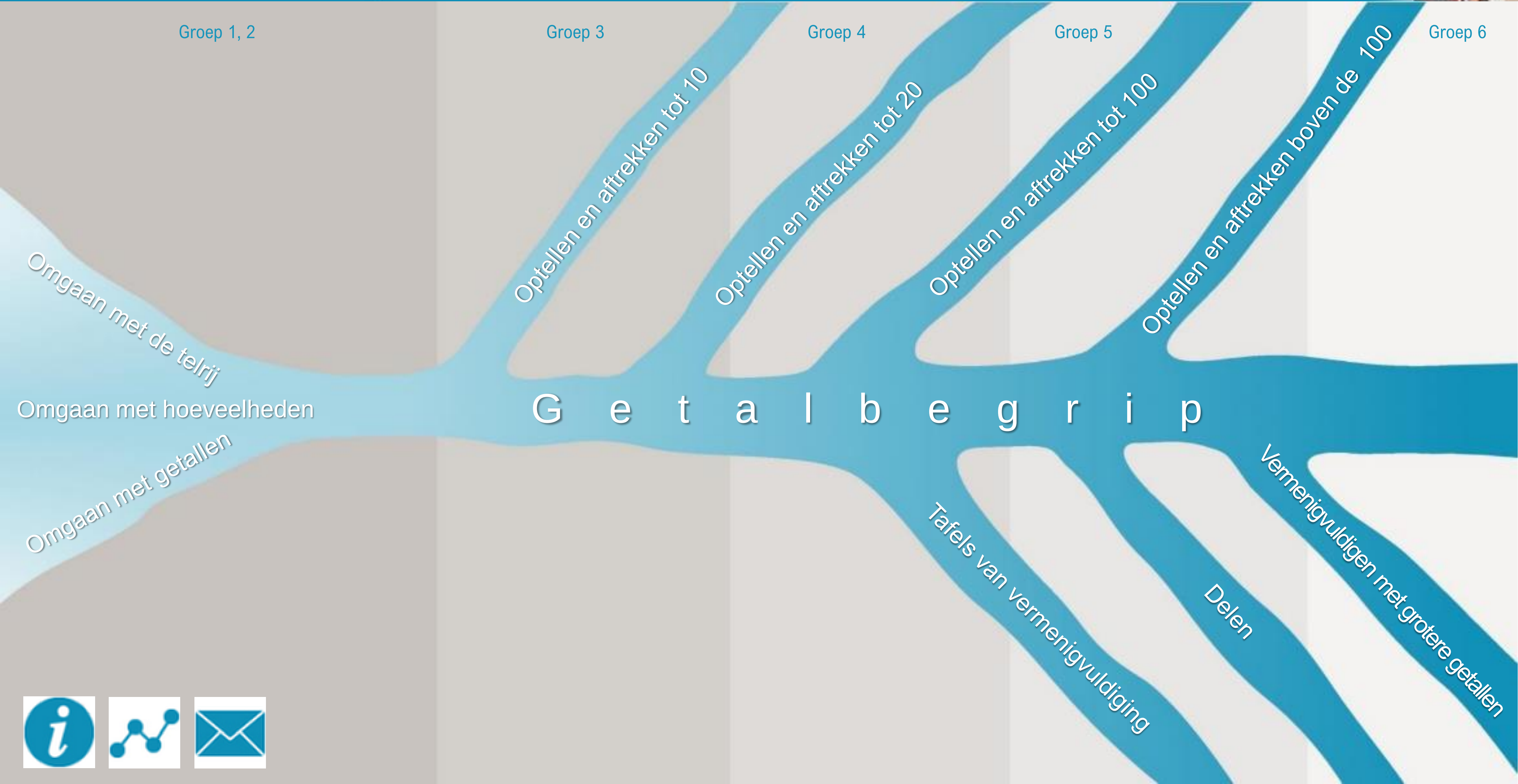
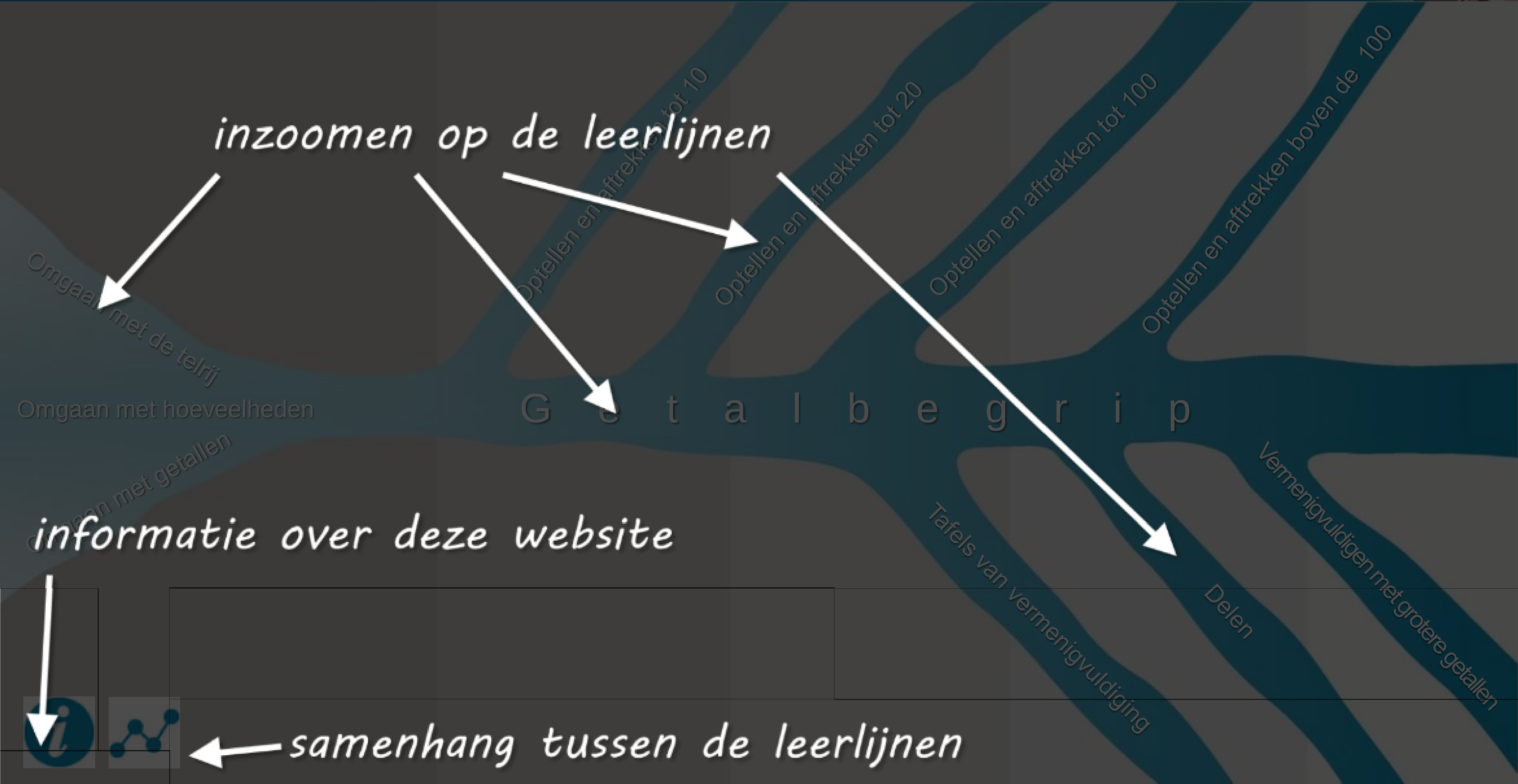
Digilijn rekenen

Leerlijnen rekenen groep 1 t/m 6 met getalbegrip als centrale lijn

- interactieve pdf-versie van de website -

Leerlijnen rekenen groep 1 t/m 6 met getalbegrip als centrale lijn




inzoomen op de leerlijnen
Omgaan met de telrij
Omgaan met hoeveelheden
Omgaan met getallen
Optellen en aftrekken tot 10
Optellen en aftrekken tot 20
Optellen en aftrekken tot 100
Optellen en aftrekken boven de 100
G e t a l b e g r i p
Tafels van vermenigvuldiging
Delen
Vermenigvuldigen met grotere getallen
informatie over deze website
samenhang tussen de leerlijnen

Over deze website

Colofon

Colofon

Snelstartgids

Verantwoording

Gebruiksscenario's

Dit is de pdf-versie van de voormalige website DigilijnRekenen. In dit interactieve document is alle informatie uit de website opgenomen. De videofragmenten zijn niet meer beschikbaar.

Realisatie en eindredactie pdf-versie: Martin Klein Tank (SLO)

Colofontekst van de website

Digilijnrekenen.nl biedt een overzicht van doorlopende leerlijnen in groep 1 t/m 6 voor het domein Rekenen uit het Referentiekader. De leerlijnen worden gevisualiseerd in een 'stromenland' met Getalbegrip als centrale lijn. Ga via het keuzemenu hiernaast naar de verantwoording en mogelijke gebruiksscenario's.

Oorspronkelijk als website gepubliceerd in 2014.

Colofon

Snelstartgids

Verantwoording

Gebruiksscenario's

Over deze website

Colofon (2)

Colofongegevens van de website

Auteurs:
Nina Boswinkel (SLO), Kees Buijs (SLO), Martin Klein Tank (SLO)

Met bijdragen van:
Arie Fase (Ipabo), Marre Frickel (OBD Noordwest), Lisanne Martens (Giralisgroep), Martie de Pater (Centraal Nederland)

Eindredactie en technische realisatie:
Kees Buijs, Martin Klein Tank, Ries Kock

Foto's:
Nina Boswinkel, Kees Buijs, Tonny van der Vegt

Vormgeving:
Theo van Leeuwen, Mändy Kok, Simone Analbers

Projectgroep DigilijnRekenen:
Nina Boswinkel (SLO), Ineke Bruning (OBD Noordwest), Kees Buijs (SLO), Arlette Buter (Buter Rekenadvies), Arie Fase (Ipabo), Marre Frickel (OBD Noordwest), Erica De Goeij (Marnixacademie), Ruud Jansen (CED), Jos van Kalleveen (OBD Noordwest), Ronald Keijzer (Ipabo, Freudenthal Instituut), Anita Lek (Marant), Lisanne Martens (Giralisgroep), Martie de Pater (Centraal Nederland), Janneke Rutten (De Kempel)

Met dank aan de volgende basisscholen:
Algemene Hindoebasisschool - Den Haag, De Windwijzer - Den Helder, Fiep Westendorpschool - Amsterdam, Jozefschool - Avenhorn, RK. Basisschool De Caegh - Obdam, Schooter Duijn - Den Helder, De Ark - Schagen.

Met dank aan de uitgevers voor het beschikbaar stellen van de voorbeelden uit hun rekenmethoden ter illustratie.

Colofon
Snelstartgids
Verantwoording
Gebruiksscenario’s

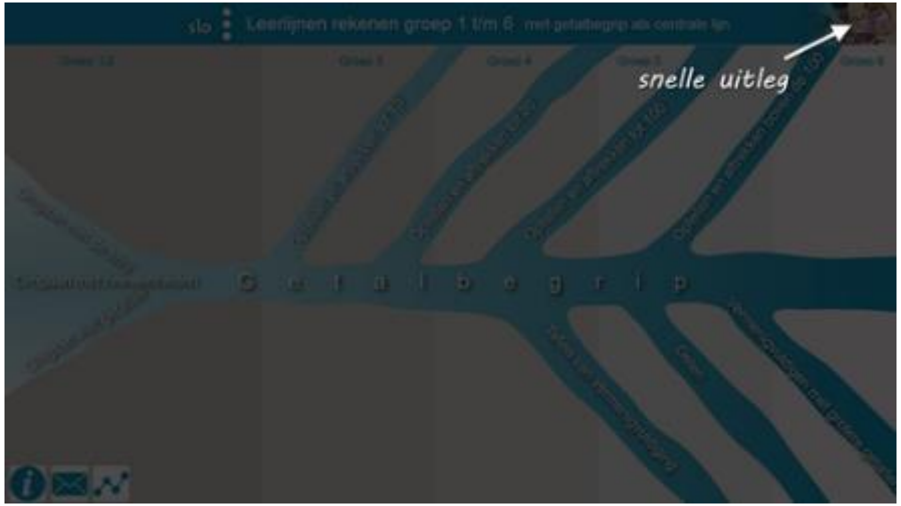
Over deze website

Snelstartgids

Hoewel de navigatie binnen DigilijnRekenen zich grotendeels vanzelf wijst, is er een beknopte helpfunctie.

Snelle uitleg van de mogelijkheden op een pagina

Klik op de afbeelding rechts bovenaan in de titelbalk van de betreffende pagina.



Nota bene

In deze pdf-versie kunt u ook gewoon door de pagina's verder- en terugbladeren.

Over deze website

Verantwoording

Als primaire bron voor de leerlijnbeschrijvingen binnen DigilijnRekenen zijn de belangrijkste landelijke leerplandocumenten in Nederland gebruikt zoals de kerndoelen voor het basisonderwijs, de TAL-brochures, de TULE-website (SLO) en het Referentiekader Doorlopende Leerlijnen. Daarnaast zijn de voornaamste reken-wiskundemethoden (zoals Rekenrijk, Alles Telt en De Wereld in Getallen) regelmatig geraadpleegd en geanalyseerd. Bij veel van de beschrijvingen in DigilijnRekenen zijn ter illustratie voorbeelden van opgaven uit deze methoden toegevoegd.

De opbouw van de leerlijnen zoals binnen DigilijnRekenen beschreven, komt voor het overgrote deel overeen met de opbouw in de reken-wiskundemethoden, en kan beschouwd worden als een nadere explicitering en visualisering hiervan. De meeste leerstappen in de leerlijnen zijn dan ook direct herkenbaar vanuit de methoden. Dit geldt echter niet altijd. Soms hebben de auteurs van een methode bewust gekozen af te wijken van wat in de voornoemde landelijke leerplandocumenten wordt voorgesteld, en hebben ze voor een (iets) andere opbouw gekozen. Zo ligt binnen de leerlijn *Optellen en aftrekken boven de 100* bij sommige methoden de nadruk sterk op het kolomsgewijs rekenen (de vierde leerstap in die leerlijn) terwijl er ook methoden zijn waar dit onderdeel vrijwel ontbreekt en waar vanuit het hoofdrekenen een directe overstap wordt gemaakt naar het cijferen (de vijfde leerstap in die leerlijn). In zulke gevallen geeft de beschrijving van DigilijnRekenen in z'n algemeenheid aan dat er verschillende varianten van leerlijnen zijn zonder namen van betreffende methoden te noemen.

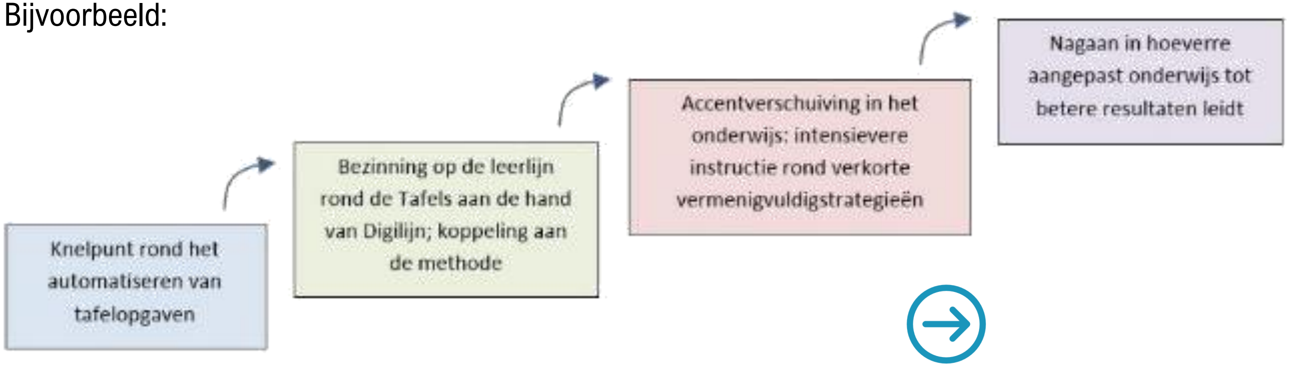
DigilijnRekenen helpt u als leerkracht expliciet bewust te worden van de structuur van een leerlijn zodat u bewuster gebruik kunt maken van deze structuur in het dagelijkse onderwijs.

Colofon
Snelstartgids
Verantwoording
Gebruiksscenario’s

Mogelijke gebruiksscenario’s bij het werken met DigilijnRekenen

DigilijnRekenen als hulpmiddel in praktijksituaties

DigilijnRekenen is mede voortgekomen uit een aantal praktijksituaties waarin scholen onder leiding van schooladviseurs en SLO-medewerkers werkten aan zogenaamde rekenverbetertrajecten. Binnen deze trajecten werden door de scholen knelpunten aangedragen die vaak sterk te maken hadden met doorlopende leerlijnen en het gebrek aan overzicht bij leerkrachten over deze leerlijnen (helicopterview). Door het bespreken van deze knelpunten ontstonden eerste versies van scenario’s waarmee in zulke knelpunten voorzien kon worden. Bijvoorbeeld:



NB Zie voor een uitgebreidere beschrijving van dit scenario het artikel Inzoomen… en weer uitzoomen in het tijdschrift JSW (jaargang 98, december 2013, p. 32-36).

De ervaring leerde dat scholen en leerkrachten dergelijke knelpunten in eerste instantie niet altijd associeerden met doorlopende leerlijnen en het niet goed doorlopen van de verschillende stappen binnen een leerlijn. Soms was men geneigd om een oplossing vooral te zoeken in de richting van meer oefenen. Op zich kan oefenen natuurlijk geen kwaad, maar als een leerling betrekkelijk primitieve of onjuiste strategieën gebruikt (zoals tellen bij *Optellen en aftrekken tot 20* en herhaald optellen bij de *Tafels*), dan leidt meer oefenen niet gauw tot bevredigende resultaten.

Colofon
Snelstartgids
Verantwoording
Gebruiksscenario's

Mogelijke gebruiksscenario's bij het werken met DigilijnRekenen (2)

Drie typen van gebruik

Er zijn verschillende situaties waarbij DigilijnRekenen een rol kan spelen:

- situaties waarbij een rekencoördinator, interne begeleider of groepsleerkracht uit eigen beweging bij DigilijnRekenen te rade gaat naar aanleiding van vragen of onzekerheden ten aanzien van het onderwijsleerproces;
- situaties waarbij DigilijnRekenen wordt ingezet in het kader van begeleidings- of adviseringstrajecten die een school of groep leerkrachten doorloopt met de hulp van een schooladviseur;
- situaties waarbij DigilijnRekenen binnen het opleidingsonderwijs door studenten geraadpleegd wordt om meer inzicht te verwerven in doorlopende leerlijnen.

NB In het laatste geval is het aan te raden het gebruik van DigilijnRekenen in een longitudinaal perspectief te laten plaatsvinden.

Bijvoorbeeld:
In pabo-1 als eerste kennismaking met voorbeelden van leerlijnen; in pabo-2 als intensieve bestudering van leerlijnen, inclusief koppeling aan praktijksituaties (stage); in pabo-3 in het kader van het werken met groepsplannen en handelingsgericht werken; en in pabo-4 bij het uitvoeren van actieonderzoek.

Over deze website

Mogelijke gebruiksscenario's bij het werken met DigilijnRekenen (3)

Potentiële aanleidingen om DigilijnRekenen in te schakelen

Er kunnen voor schoolteams of rekencoördinatoren natuurlijk tal van aanleidingen zijn om DigilijnRekenen in te schakelen. Hieronder staan enkele aanleidingen afkomstig uit praktijksituaties die zich de afgelopen jaren bij het testen van DigilijnRekenen hebben voorgedaan.

- Vragen of twijfels over het maken van verantwoorde keuzes uit het leerstofaanbod van een methode
  (Welke activiteiten voer ik uit? Hoe passen deze in de leerlijn? Welke accenten leg ik qua strategie-gebruik, qua oplossingsniveau, qua differentiatie,...?)
- Vragen of twijfels over het leertempo en het niet goed uitkomen tegen het einde van het leerjaar
  (Gaat het misschien te langzaam? Kom ik niet goed uit in verband met de overgang naar het volgende leerjaar? Wat zijn de doelen die in ieder geval gerealiseerd dienen te zijn?)
- Vragen voortkomend uit knelpunten zoals hierboven genoemd: *stagnerende automatiseringsprocessen, het niet goed oppikken van de rijgstrategie bij Optellen en aftrekken tot 100, het niet goed doorzien van de symbolentaal bij het delen, het niet goed doorzien van het rekenen met tekorten bij het kolomsgewijs aftrekken, …*

Colofon
Snelstartgids
Verantwoording
Gebruiksscenario's

Mogelijke gebruiksscenario's bij het werken met DigilijnRekenen (4)

Twee ingangen voor kwaliteitsverbetering: doorlopende leerlijnen en instructievaardigheden

Een optimaal effect met het oog op kwaliteitsverbetering van het onderwijs wordt vooral bereikt door verdieping van inzicht in doorlopende leerlijnen hand in hand te laten gaan met versterking van instructievaardigheden. De ervaring heeft geleerd dat juist de wisselwerking tussen deze beide ingangen positief werkt.

Begeleidings-, adviserings- of opleidingstrajecten waarin deze beide invalshoeken in onderlinge samenhang als leidraad worden gehanteerd, zijn dan ook aan te raden. Bij versterking van instructievaardigheden (een thema dat binnen DigilijnRekenen verder niet aan de orde komt) kan bijvoorbeeld gewerkt worden in een proces van 'geleide zelfscholing' volgens de opzet van Lesson study. Zie het artikel Lesson Study: methodiek voor teamleren bij instructie van H. Logtenberg & S. de Lange, Panamapost (online), jrg. 33, p. 67-76.

Groep 1, 2

Groep 3

Omgaan met de telrij

Noemen van namen van telwoorden; telrij in liedjes en versjes

Akoestisch tellen (telrij opzeggen)

Doortellen en terugtellen vanaf willekeurige getallen

Omgaan met hoeveelheden

Vlot herkennen van kleine hoeveelheden 'subiteren'

Hoeveelheden op het oog vergelijken

Hoeveelheden tellen (synchroon)

Hoeveelheden resultatief tellen of weergeven (tekenen)

Getalbeelden herkennen en handig organiseren van hoeveelheden

Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

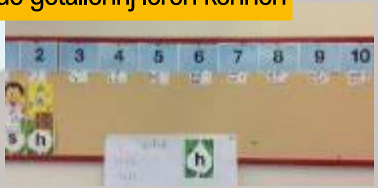
Getal begrip

Omgaan met getallen

Bewust worden van verschillende betekenissen van getallen

Getalsymbolen leren kennen

Volgorde van getalsymbolen en plaats op de getallenrij leren kennen



terug naar het overzicht

direct naar naastliggende leerlijnen

Omgaan met de telrij

Noemen van namen van telwoorden; telrij in liedjes en versjes

Akoestisch tellen (telrij opzeggen)

Doortellen en terugtellen vanaf willekeurige getallen

Omgaan met hoeveelheden

Hoeveelheden op het oog vergelijken

Vlot herkennen van kleine hoeveelheden 'subiteren'

Hoeveelheden tellen (synchroon)

Hoeveelheden resultatief tellen of weergeven (tekenen)

Getalbeelden herkennen en handig organiseren van hoeveelheden

Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

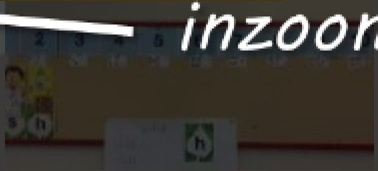
toelichting op de deeldomeinen

Omgaan met getallen

Bewust worden van verschillende betekenissen van getallen

Getalsymbolen leren kennen

Volgorde van getalsymbolen en plaats op de getallenrij leren kennen



inzoomen op de stappen

toelichting bij deze leerlijn

Ontluikend getalbegrip

Typering van de leerlijn

Uitgangspunt voor het reken-wiskundeonderwijs in het algemeen, maar zeker van dat aan jonge kinderen is het prikkelen van de nieuwsgierigheid door het aanbieden van betekenisvolle reken-wiskundesituaties. Veel jonge kinderen zijn van nature al met getallen en cijfers bezig, zingen telliedjes, doen telspelletjes, weten hoeveel jaar ze zijn en steken daar (soms) het betreffende aantal vingers bij op. Naarmate kinderen ouder worden maken ze vaker kennis met verschillende verschijningsvormen van getallen (bijv. busnummer 5, ik ben 5 jaar, het zijn er 5, 5 komt na 4 en 6 volgt op 5, etc.). Ze worden zich ook steeds meer bewust van de samenhang daartussen.

In het onderwijs aan kleuters kan goed worden aangesloten op deze natuurlijke nieuwsgierigheid. Er zijn volop inspirerende activiteiten voor jonge kinderen beschikbaar,

bijvoorbeeld in de rekenmethodes voor groep 1-2, uitwerkingen bij rekendoelen op internet en in computerprogramma's. Ook zijn er verschillende publicaties waarin leerlijnen en/of leerdoelen voor jonge kinderen zijn beschreven.

In aanvulling hierop richten we ons primair op het beschrijven van een mogelijke ordening in kernactiviteiten. Hierdoor doen de leerlingen ervaringen op die van belang zijn voor een goede ontwikkeling van getalbegrip. De leerkracht biedt daarvoor een rijke leeromgeving en grijpt (reken)kansen die zich spontaan voordoen aan voor een betekenisvolle rekenles. Als de situatie zich niet spontaan voordoet, creëert de leerkracht een situatie waarbij activiteiten al dan niet afkomstig uit bronnenboeken de inspiratiebron kunnen zijn.
De gekozen kernactiviteiten/-ervaringen sluiten zoveel mogelijk aan bij wat bekend is over de natuurlijke ontwikkeling van kinderen. Inzet van kernactiviteiten op het juiste moment zal de leerlingen prikkelen om de volgende stap in de ontwikkeling te zetten.

Ontluikend getalbegrip

Typering van de leerlijn (2)

Het leren omgaan met hoeveelheden, het omgaan van de telrij en het omgaan met getallen zijn drie centrale subdomeinen van ontluikend getalbegrip die sterk met elkaar verbonden zijn en die zich tegelijkertijd ontwikkelen. Zo maken de leerlingen vaak spelenderwijs kennis met de telrij, tellen ze kleine of grotere hoeveelheden en leren ze getalsymbolen herkennen. Dit gaat min of meer gelijk op.

Andere onderdelen volgen meer op elkaar. Bijvoorbeeld: het vlot herkennen van kleine hoeveelheden (ook wel subiteren genoemd) gaat vooraf aan het synchroon tellen en de basisstrategie van het resultatief tellen volgt daar weer op. Ook het opzeggen van stukjes telrij gaat meestal vooraf aan het opzeggen van de telrij als een op zichzelf staande, meestal spontane vaardigheid terwijl het verder tellen en terugtellen vanaf willekeurige getallen duidelijk nog weer een stap verder is.

In groep 1 en 2 breiden de leerlingen hun inzicht, kennis en vaardigheden steeds verder uit. Ze verkennen de telrij en leren cijfers herkennen, terwijl sommige leerlingen ook al enige structuur aanbrengen in een ongestructureerde hoeveelheid voorwerpen. Ook maken ze kennis met getallen die in de dagelijkse werkelijkheid voorkomen zoals huisnummers, getallen op de kalender, nummerplaten van auto’s, prijzen in de etalage, leeftijden, etc.

Het sluitstuk van die verkenning is elementair getalbegrip. De beschreven doelen laten zien wat verwacht wordt aan kennis, inzicht en vaardigheden aan het eind van groep 2, om te kunnen spreken van elementair getalbegrip. Dit is tevens de oorsprong van de leerlijn *Optellen en aftrekken tot 10*, die in groep 3 verder wordt uitgewerkt.

Ontluikend getalbegrip

Omgaan met de telrij

Een leerling kan flexibel omgaan met de telrij als hij de volgorde kent van de telwoorden en goed vooruit en terug kan tellen. Dit is de basis voor een goed getalbegrip. Aan het begin van groep 1 kunnen al telrijoefeningen plaatsvinden, die starten bij één. Later kan de leerkracht ook opdrachten geven, waarbij de leerlingen moeten door- of terugtellen vanaf een willekeurig getal.

Vaak zien we dat kinderen al voordat ze de basisschool binnenkomen met de telwoorden bezig zijn, maar dat ze deze nog niet in de goede volgorde opzeggen. In de loop van de tijd ontwikkelt dit zich in de richting van het foutloos opzeggen van de telrij. Het goed kunnen terugtellen is onder andere van belang om bij latere aftrekopgaven tot het juiste antwoord te komen.

Bij het leren omgaan met de telrij onderscheiden we drie in elkaar overlopende stadia:

- het noemen van namen van telwoorden in de vorm van een liedje;
- het opzeggen van de telrij vanaf 1;
- het doortellen en terugtellen van vanaf willekeurige getallen.

Noemen van namen van telwoorden; telrij in liedjes en versjes

Peuters kunnen al vroeg bezig zijn met het opnoemen van telwoorden. In deze fase zijn ze zich veelal nog niet bewust van de betekenis van de telrij. Het is een versje of liedje dat ze opzeggen of zingen, zonder dat het iets te maken hoeft te hebben met het foutloos opzeggen van de telrij of het bepalen van hoeveelheden. Door het spelen van spelletjes, het zingen van liedjes als '1, 2, 3, 4, hoedje van papier' en het opzeggen van rijmpjes, oefenen de leerlingen spelenderwijs met de volgorde van de telwoorden.

Bekende situaties zijn bijvoorbeeld peuters die tijdens het spelen in de tuin of met poppen telwoorden in willekeurige volgorde als een soort mantra opnoemen ('één, acht, vijf, drie') of de snoepjes tellen die ze hebben gekregen ('één, twee, vier, tien'). Ook zijn er momenten dat kinderen in speelsituaties een beperkt aantal telwoorden achter elkaar noemen. Denk aan kinderen die 'één twee drie!' roepen en vervolgens van een stoepje springen. Het samen met een volwassene bekijken van een telboek stimuleert de kennismaking met telwoorden.

Akoestisch tellen (telrij opzeggen)

In de beginfase zien we regelmatig dat kinderen de telwoorden in betrekkelijk willekeurige volgorde opzeggen, telwoorden overslaan of korte stukjes van de telrij opzeggen. In de volgende fase leren ze de getallen in elk geval tot en met 10 foutloos opzeggen. Vaak tellen ze wel verder dan tot 10, bijvoorbeeld tot 20 of nog verder, maar dat zal niet altijd foutloos gaan. Buiten schooltijd, bijvoorbeeld in de thuissituatie of in het spel met andere kinderen, zijn jonge kinderen ook vaak met de telrij bezig. Het stimuleren hiervan blijft aanbeveling verdienen.

Op school leren kinderen dat er bepaalde regels zijn als het gaat om het opzeggen van de telrij: de telwoorden hebben een vaste volgorde en de telrij begint bij 1, je mag geen telwoorden overslaan en je mag elk telwoord maar één keer noemen. Belangrijk is om niet alleen aandacht te besteden aan het vooruit tellen maar geleidelijk aan ook aan het terugtellen.

Voorbeeld: Winnie de Poeh leert terugtellen

In het boekje *Winnie de Poeh en de tien blije bijen* leert Winnie de Poeh op een speelse manier terugtellen. In de kaft zitten tien plastic bijtjes. Winnie-de-Poeh ontmoet op elke bladzijde een van zijn vriendjes (Kanga, Roe, Uil, Knorretje, Teigetje, Janneman, Iejoor en Konijn), maar er vliegt ook steeds een bijtje weg. Net zo lang tot er geen meer over zijn.

Het opzeggen van de telrij hoeft nog niets te maken te hebben met het tellen van hoeveelheden, maar betreft vooral het inprenten van de goede volgorde van telwoorden. Er zijn legio voorbeelden om kinderen ervaring te laten opdoen met het opzeggen van de telrij. Denk aan liedjes als '1, 2, 3, 4 hoedje van papier' en 'de Zevensprong' (dat is 1, dat is 2, dat is 3 (…) en dat is 7). En activiteiten als verstoppertje ('een, twee, drie, vier, vijf, zes, zeven, acht, negen, tien, wie niet weg is, is gezien'). Ook bewegingsspelletjes, zoals rondlopen door het gymlokaal en bij iedere stap een telwoord noemen zijn heel geschikt om de telrij mee te oefenen.

Akoestisch tellen (telrij opzeggen)

Verwijzing naar activiteiten

Purk leert tellen, videofragment uit Sesamstraat

Bron: Noteboom, A. (2012). Rekenen in Sesamstraat: toelichting bij filmpjes van Sesamstraat. Enschede: SLO.

De Telkampioen

Bron: Rekenrijk groep 1 en 2

Prentenboeken

bijvoorbeeld:

- Rupsje Nooitgenoeg;
- Welkom in hotel 1, 2, 3;
- Met tien verstoppertje spelen.

Racebaan. Spelen met getalbegrip

Bron: Speel Goed. De Lange en anderen, 2013

Doortellen en terugtellen vanaf willekeurige getallen

Wanneer kinderen in staat zijn de telrij op te zeggen, leren ze hier vervolgens flexibel mee om gaan. Ze leren bijvoorbeeld dat het niet nodig is om steeds bij 1 te starten, maar dat je ook bij 5 kunt beginnen en vanaf daar verder of terug de telrij kunt opzeggen. Deze stap hangt nauw samen met het verkort leren tellen bij het onderdeel ‘omgaan met hoeveelheden’. Immers, om een strategie als 'doortellen' te kunnen gebruiken bij een opgave als 5+3 moet de leerling wel kunnen tellen vanaf een willekeurig getal.

Ook terugtellen vanaf een willekeurig getal is belangrijk, met name in het licht van het goed kunnen oplossen van aftrekopgaven. In het onderwijs aan jonge kinderen kunnen activiteiten in de vorm van speelse oefeningen regelmatig door- en terugteloefeningen aan bod komen. Dit kan tijdens de rekenles, maar ook op andere momenten op de dag, zoals bijvoorbeeld tijdens de gymles of in de pauze. Leerlingen lopen door de gymzaal en benoemen de stappen: bij stop ga je zitten of op handen en voeten staan (zie afbeelding). Na een korte stop lopen ze weer door en tellen verder vanaf het punt waar ze gebleven waren.

Doortellen en terugtellen vanaf willekeurige getallen

Verwijzing naar activiteiten

Spel 'Dienaren van de koning'

Bron: Rekenspellenboek Met sprongen vooruit,
https://www.metsprongenvooruit.nl/.

Ontluikend getalbegrip

Omgaan met hoeveelheden

Bij omgaan met hoeveelheden gaat het niet alleen om het tellen van een hoeveelheid (hoeveel zijn het er?), maar ook om het vergelijken en ordenen van hoeveelheden (waarvan zijn er meer?). Een leerling hoeft niet per se te weten hoeveel er van iets zijn, om antwoord te kunnen geven op de vraag waar er meer of minder van zijn. Zeker als de verschillen tussen de aantallen groot zijn (zoals op de foto's hieronder), zal een kind snel weten waar er meer van zijn.

Als de leerling gevraagd wordt hoeveel er meer of minder zijn, kan het handig structureren van de voorwerpen helpen om tot een antwoord te komen. De voorwerpen kunnen bijvoorbeeld op een rijtje gelegd worden, of in een voor de leerling bekend patroon.

Bij dit deeldomein is er veel overlap met de twee andere deeldomeinen van getalbegrip *Omgaan met de telrij* en *Omgaan met getallen*. Immers, als een leerling een hoeveelheid telt zoals blokjes, kralen of knikkers, zegt hij ook de telrij op en kent er een telwoord of getalsymbool aan toe.

Het op het oog vergelijken en ordenen van hoeveelheden ontwikkelt zich in de richting van het bedenken van een handige manier om een hoeveelheid te tellen. Dat kan door een handig telweggetje te kiezen, maar ook door de hoeveelheid te structureren (zie ook leerlijn *Getalbegrip*). Het gebruikmaken van (bekende) patronen, zoals bijvoorbeeld het dobbelsteenpatroon, de vingers of de lijnstructuur kan de leerling helpen bij het ordenen.

Ontluikend getalbegrip

Omgaan met hoeveelheden (2)

Het gebruikmaken van patronen kan passief: er is een structuur in de hoeveelheid aangebracht en de leerling kan daar gebruik van maken, en actief: de leerling brengt zelf een structuur aan in een ongestructureerde hoeveelheid.

Het verdient aanbeveling om regelmatig activiteiten aan te bieden waarin de leerlingen uitgedaagd worden om zelf handige structureringen te bedenken. In activiteiten als Robbie de Rover is het structureren van de hoeveelheid functioneel om de opdracht te kunnen oplossen.

In het verlengde van het redeneren op basis van getalbeelden ligt het oplossen van informele optel- en aftrekopgaven. Tot slot mondt dit onderdeel, naast het ontwikkelen van vergelijkings- en ordeningsstrategieën, uit in het oplossen van eenvoudige optel- en aftrekopgaven in een context.

Vlot herkennen van kleine hoeveelheden (subiteren)

Bij binnenkomst in groep 1 herkennen de meeste leerlingen groepjes van twee of drie voorwerpen, zonder ze te tellen. Dit in één oogopslag weten hoeveel het er zijn noemen we ook wel 'subiteren', afkomstig van het Engelse woord 'subitizing'. Later worden de hoeveelheden groter. De leerling herkent bijvoorbeeld zes voorwerpen, niet in één oogopslag, maar door gebruik te maken van patronen of structuren en dus zonder één voor één te tellen.

Bijvoorbeeld: Bram gaat met zijn oma naar de vijver om de eendjes te voeren. Terwijl ze de vijver naderen, ziet oma al enkele eendjes op het gras liggen. Ze vraagt aan Bram of hij ze ook al ziet. Hij antwoordt: 'het zijn er drie'.

Uit onderzoek van Van Nes (2009) blijkt dat een goede ruimtelijke oriëntatie een cruciale rol speelt in het kunnen aanbrengen van structuur in een ongestructureerde hoeveelheid.

In de context van Miertje Maniertje wordt op deze kennis voortgeborduurd. Miertje Maniertje heeft een maniertjes doos, met daarin kaarten met vingerpatronen, grote dobbelstenen, kaarten met gestructureerde stipconfiguraties, eierdozen voor zes en tien eieren en kralenkettingen. Het Miertje helpt de leerlingen bij het bedenken van verschillende maniertjes om problemen aan te pakken.

Op de website Leraar24 is een mooi voorbeeld te vinden van de manier waarop een leerkracht met Miertje Maniertje aan de slag is in haar kleutergroep.

Vlot herkennen van kleine hoeveelheden (subiteren)

Verwijzing naar activiteiten

Spelactiviteiten uit Rekenrijk,
Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

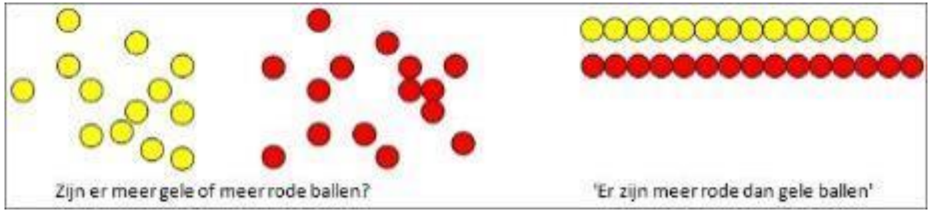
zie:

- pag. 40 - In één oogopslag;
- pag. 82 - Deze kaarten zijn van mij;
- pag. 166 - Maak een groepje van één, twee, … of zes.

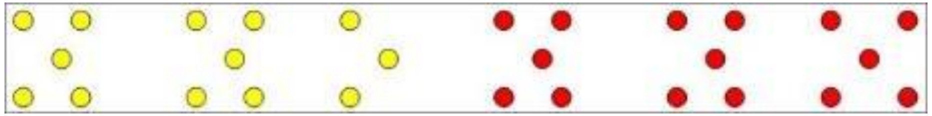
Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Hoeveelheden op het oog vergelijken

Bij het op het oog vergelijken van hoeveelheden krijgt de leerling twee of meer verschillende hoeveelheden te zien en zegt waar er meer of minder (of de meeste/minste) liggen. Als de verschillen tussen de hoeveelheden groot zijn, zal de leerling snel zien waar meer of minder ligt. Bij kleinere verschillen is een zekere structurering handig, bijvoorbeeld door rijtjes te maken,



of door de hoeveelheden in een patroon te leggen.



De leerling hoeft de ballen niet te tellen om te kunnen zeggen waar er meer van zijn. De structuur laat immers meteen zien dat de rode rij langer is dan de gele (of dat het rode patroon langer is dan het gele). Ook doet de totale hoeveelheid niet ter zake: of er nu 5 , 15, of 35 ballen liggen, door ze op deze manier in een structuur te leggen is meteen te zien waarvan er meer zijn. Zeker als de verschillen tussen de hoeveelheden te klein zijn om op het oog te vergelijken is een dergelijke structurering handig.

Hoeveelheden op het oog vergelijken

Verwijzing naar activiteiten

Robbie de Rover

Bron: Speciaal Rekenen (2003)
http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/01059/

Spelactiviteiten uit Rekenrijk, Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 26 - Hoeveel schapen na het slapen?;
- pag. 56, 62, 140 en 146: Meer, minder, meest, minst, genoeg en evenveel;
- pag. 124: Yes, weer de zes;
- pag. 190: Schattenroof;
- pag. 208: Punten scoren in de speelzaal.

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Hoeveelheden tellen (synchroon)

Hoeveelheden tellen: van a-synchroon tellend naar synchroon tellend

Bij het op het oog vergelijken van hoeveelheden krijgt de leerling twee of meer verschillende hoeveelheden te zien en zegt waar er meer of minder (of de meeste/minste) liggen. Als de verschillen tussen de hoeveelheden groot zijn, zal de leerling snel zien waar meer of minder ligt. Bij kleinere verschillen is een zekere structurering handig, bijvoorbeeld door rijtjes te maken,

Bij het vergelijken van twee of meer hoeveelheden hoeft de leerling (nog) niet per se te tellen. Het op het oog vergelijken, of het aanbrengen van een structuur kan al tot een juiste vergelijking leiden. Bij het vaststellen van een aantal (hoeveel zijn het er?) speelt het correct kunnen tellen wel een belangrijke rol. Een van de voorwaarden om tot het juiste aantal te komen bij het tellen van hoeveelheden is door het noemen van een getal tegelijk met het aanwijzen van het voorwerp (synchroon tellen). Veel kleuters tellen eerst nog a-synchroon, wat wil zeggen dat het aanwijzen van het voorwerp geen gelijke tred houdt met het opzeggen van de telrij.
Het leren synchroon tellen is voor een deel een vaardigheid die zich moet ontwikkelen. Er zijn talloze zinvolle oefeningen beschikbaar om leerlingen op het spoor te zetten van synchroon tellen. Bijvoorbeeld: ieder te tellen voorwerp oppakken en wegleggen, terwijl je er een getal aan toekent.

Dropjes tellen

Hoeveelheden resultatief tellen of weergeven (tekenen)

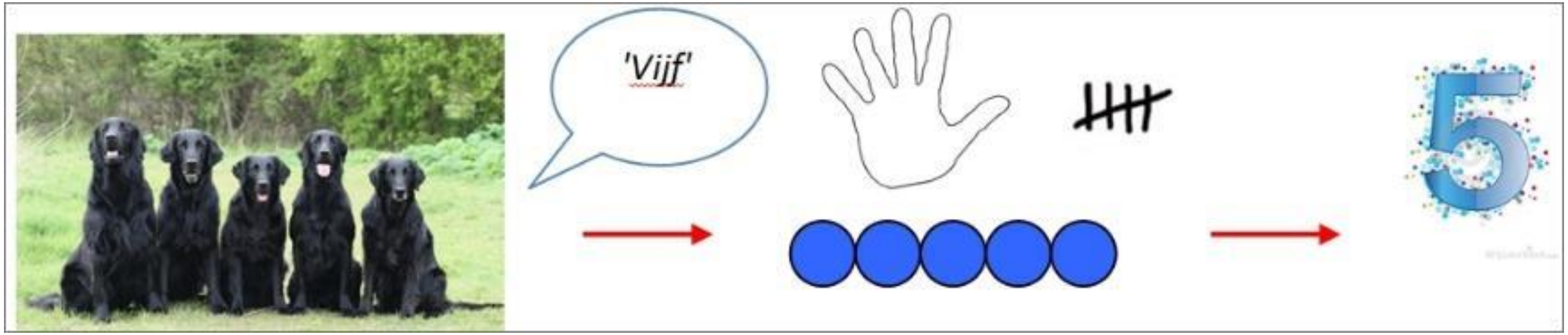
Hoeveelheden resultatief tellen of weergeven (tekenen)

Resultatief tellen verloopt via bepaalde regels en omvat diverse aspecten die zich in samenhang ontwikkelen. Het is van belang dat de leerlingen die regels leren kennen en goed leren toepassen. Naast het synchroon tellen (zie vorige punt), moet de leerling de telrij correct kunnen opzeggen. Hij moet bijvoorbeeld geen getallen meer overslaan of in de verkeerde volgorde opnoemen. Ook moet de leerling aan elk voorwerp een telwoord toekennen.

Aanvankelijk zien we leerlingen wel voorwerpen overslaan of juist doorgaan met tellen, terwijl ze alle voorwerpen al een keer gehad hebben. Zeker als de voorwerpen in een rondje liggen, zijn kinderen geneigd tot doorgaan met tellen.
Tot slot moet de leerling zich realiseren dat het laatstgenoemde telwoord de getelde hoeveelheid is.

Leerlingen zijn zich niet altijd bewust van al deze regels. Zeker voor zwakkere rekenaars is van belang dat de leerkracht er expliciet aandacht aan besteedt.

Leerlingen kunnen een gegeven hoeveelheid voorwerpen (mensen, dieren …) tellen, maar we kunnen ook het omgekeerde doen, bijvoorbeeld door hen te vragen om vijf (appels, kastanjes, knikkers, blokjes, etc.) te pakken. Aanvankelijk zijn dit de voorwerpen zelf, maar al naar gelang het leerproces vordert worden het steeds meer representaties van de werkelijkheid. Dit kunnen bijvoorbeeld de vingers van een hand zijn, maar ook een schematische weergave of door te turven. Door de leerlingen zelf een representatievorm te laten bedenken zullen ze zich de betekenis van representeren sneller eigen maken.



Hoeveelheden resultatief tellen of weergeven (tekenen)

Verwijzing naar activiteiten

Spelactiviteiten uit Rekenrijk,
Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 88 - Laat je leeftijd zien;
- pag. 100 - Hoeveel traktaties zijn er nodig?;
- pag. 118 - Luister, tel en schrijf;
- pag. 148 - Help, wat zit er in de doos?;
- pag. 152 - Stap, stap, stop! Hoeveel vingers steek ik op?;
- pag. 202 - De boodschappenlijst;
- pag. 214 - Raad eens hoeveel erin zitten.

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Getalbeelden (her)kennen en handig organiseren van hoeveelheden

Getalbeelden (her)kennen en handig organiseren van hoeveelheden

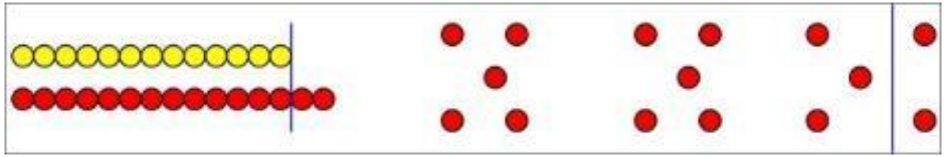
Veel leerlingen hebben al kennis gemaakt met getalpatronen door het spelen van spelletjes met de dobbelsteen of door andere spelletjes waarin het gebruikmaken van een patroon handig is. Het herkennen van getalbeelden gaat vooraf aan het gebruiken ervan. Leerlingen moeten zich ervan bewust worden dat het gebruikmaken van een patroon handig kan zijn. In de vorige stappen is dat proces al op gang gebracht.

Het spelletje [Robbie de Rover (Speciaal Rekenen, 2003)] is heel geschikt om leerlingen op het spoor van getalbeelden te zetten.

Leerlingen krijgen een afbeelding van een paddenstoel en een hoeveelheid fiches bij wijze van stippen. De leerlingen leggen de stippen netjes verdeeld op de paddenstoel (afbeelding links).
Maar, ’s nachts komt de rover langs en die rooft stippen!
Als de leerling weet hoeveel stippen er weg zijn, krijgt hij ze dubbel terug, maar als hij het niet weet is hij de stippen kwijt.

Doordat de meeste leerlingen de stippen niet in een structuur of patroon neerleggen, raken ze gemakkelijk stippen kwijt. Het maken van groepjes, of het aanbrengen van structuur maakt het makkelijker om te zien hoeveel er weg zijn. Op de afbeelding rechts kan de rover gemakkelijk een groepje van vier stippen wegpakken, terwijl de leerling nog steeds weet hoeveel er weg zijn. Hij heeft ze immers zelf zo neergelegd!

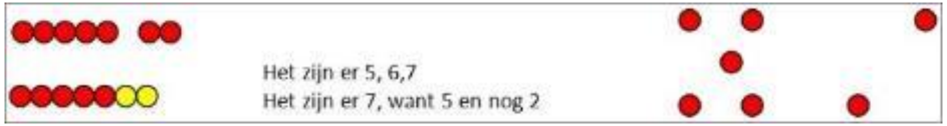
In de eerder genoemde activiteiten met de gele en rode ballen ging het om de vraag waarvan er meer zijn, rode of gele ballen, en nog niet om de vraag hoeveel meer. Ook bij die vraag kan de leerling, zonder de totale hoeveelheid te hoeven tellen zeggen dat er twee meer zijn, bijvoorbeeld door een (denkbeeldige) lijn te trekken:



Getalbeelden (her)kennen en handig organiseren van hoeveelheden (2)

En ook dan doet het er eigenlijk niet toe hoeveel ballen het in totaal zijn. De leerling kan immers gebruikmaken van de getalbeelden of structuren bij het verkort tellen.

Als we de leerling naar het totale aantal ballen (knikkers, blokjes, …) vragen is het gebruikmaken van een structuur of patroon ook handig. De gekozen structuren bouwen voort op wat in voorgaande activiteiten al aan bod is geweest. De leerling kan vervolgens redeneren op basis van de gekozen structuur.



Getalbeelden (her)kennen en handig organiseren van hoeveelheden

Verwijzing naar activiteiten

Robbie de Rover

Bron: Speciaal Rekenen (2003)

http://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/01059/

Spelactiviteiten uit Rekenrijk, Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 44 - Handig eieren tellen;
- pag. 52 - Het hamsterhol;
- pag. 170 - Race naar het midden.

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

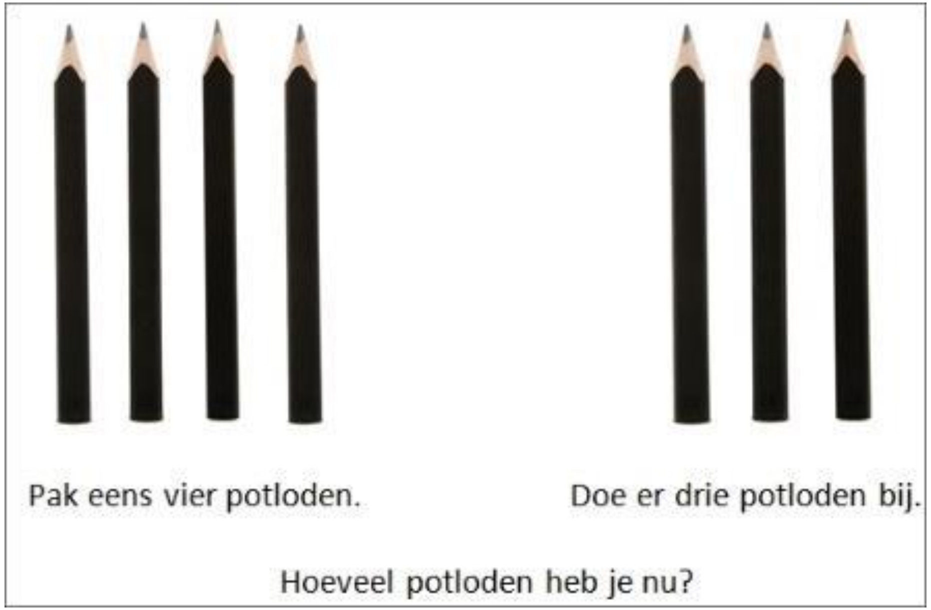
Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

Een ander doel van het deeldomein 'Omgaan met hoeveelheden' is het kunnen oplossen van eenvoudige erbij en eraf problemen. In de kleutergroepen zal dit veelal handelend en binnen een betekenisvolle context zijn. De formele sommentaal komt doorgaans vanaf begin groep 3 aan de orde, in de vorm van het busverhaal.

Vaardigheden die de leerlingen al hebben geleerd, zoals het handig ordenen van hoeveelheden en het gebruikmaken van structuur, kunnen hier worden toegepast. Ook wordt de basis gelegd voor het verkennen van handige strategieën. Zo is het eerder genoemde tellen vanaf willekeurige getallen in de telrij bijvoorbeeld belangrijk om een opgave als vier erbij drie via de doortelstrategie te kunnen oplossen. De leerling hoeft immers niet te beginnen bij 1, maar kan vanaf 4 verder tellen.

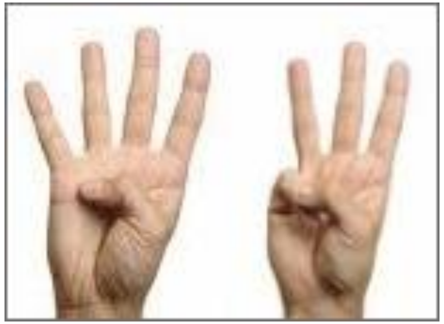
Het verdient aanbeveling om de leerlingen de mogelijkheid te geven de opgaven handelend op te lossen. Dit kan bijvoorbeeld door de leerlingen vier voorwerpen te geven (eikels, boekjes, potloden, etc.) en die zichtbaar neer te leggen. Drie voorwerpen worden erbij gelegd. Hoeveel is het samen? Op dit moment is het nog een telprobleem. Immers, de kinderen kunnen beide hoeveelheden nog zien.

Wanneer de drie voorwerpen worden afgedekt, kunnen kinderen het niet meer concreet tellend oplossen, maar moeten ze de drie voorwerpen er in gedachten bij doen. De leerling moet dan veel meer redeneren om het rekenprobleem te kunnen oplossen.



Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen (2)



Een andere mogelijkheid is het zelf laten representeren van de hoeveelheden met een materiaal, zoals bijvoorbeeld fiches of vingers. Door een structuur aan te brengen in de fiches, kan de leerling het rekenprobleem al redenerend op basis van het getalbeeld oplossen.

In de activiteiten met de gele en rode ballen ging het om de vraag waarvan er meer zijn, rode of gele ballen, en nog niet om de vraag hoeveel meer. Ook bij die vraag kan de leerling, zonder de totale hoeveelheid te hoeven tellen zeggen dat er twee meer zijn, bijvoorbeeld door een (denkbeeldige) lijn te trekken.
En ook dan doet het er eigenlijk niet toe hoeveel ballen het in totaal zijn. De leerling kan immers gebruikmaken van de getalbeelden of structuren bij het verkort tellen. Als we de leerling naar het totale aantal ballen (knikkers, blokjes, …) vragen is het gebruikmaken van een structuur of patroon ook handig. De gekozen structuren bouwen voort op wat in voorgaande activiteiten al aan bod is geweest. De leerling kan vervolgens redeneren op basis van de gekozen structuur.

Eenvoudige erbij/eraf problemen oplossen

Verwijzing naar activiteiten

Spelactiviteiten uit Rekenrijk, Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 80, 122, 164 en 206 - Splitsen;
- pag. 68 - Ons eerste rekenverhaal;
- pag. 86 - Handig schapen tellen;
- pag. 98 - Tel mee met sprongen van twee;
- pag. 110 - We tekenen een rekenverhaal;
- pag. 182 - Tegels overslaan: Eén, drie, vijf;
- pag. 194 - In de bus.

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Ontluikend getalbegrip

Omgaan met getallen

Het derde deeldomein is het Omgaan met getallen. Het gaat er daarbij onder andere om dat de leerlingen getallen en cijfers leren herkennen, lezen en schrijven. Deze vaardigheid staat niet los van het tellen van hoeveelheden of het opzeggen van de telrij. Door in activiteiten regelmatig het getalsymbool te koppelen aan de getelde hoeveelheid en het bijbehorende telwoord, kan een samenhangend geheel ontstaan.

Het leren omgaan met getallen is een zich ontwikkelend proces waarbij steeds meer stukjes kennis, vaardigheden en inzichten worden toegevoegd. Grofweg kunnen er drie grote lijnen in worden onderscheiden:

- bewust worden van verschillende betekenissen van getallen;
- getalsymbolen leren kennen;
- volgorde van getalsymbolen.

Bewust worden van verschillende betekenissen van getallen

In de voorschoolse periode is de reken-wiskundige kennis van kinderen sterk verbonden met de directe leefomgeving. In eerste instantie staat de 'drie' bijvoorbeeld vooral voor het aantal jaar dat het kind is (meetgetal). Maar doordat het kind in het dagelijks leven met getallen in andere betekenissen in aanraking komt, groeit het besef dat een getal verschillende betekenissen heeft, afhankelijk van de context waarin het getal voorkomt.

Het kind gaat met de bus en ziet het getal 3 op de bus staan (naamgetal), het kind mag 3 plaatjes van een tent uitzoeken omdat ze over 3 nachten met vakantie gaan (aantal), het kind staat als derde in de rij en mag daarom naast de leerkracht zitten (telgetal), het kind ziet 2 hondjes en er komt er nog één aangelopen en ziet dat het er dan samen 3 zijn (rekengetal).

Uit bovenstaande voorbeelden blijkt dat kinderen in het dagelijks leven als vanzelf ervaringen opdoet met de verschillende betekenissen van getallen. In eerste instantie blijven de ervaringen op zichzelf staande elementen halen kinderen deze betekenis nogal eens door elkaar. Het voorbeeld hierna illustreert dit.

Voorbeeldsituatie:
Junia (2;8) gaat met haar vader een dagje naar Amsterdam. Ze gaan met buslijn 3. Als de bus komt aangereden roept Junia: 'Kijk papa, die bus is even veel jaar als ik!'

Het is van belang om aan te sluiten bij deze natuurlijke manier van bewustwording en verdere verbindingen tussen de verschillende verschijningvormen te leggen. De leerkracht kan verschillende verschijningsvormen van getallen in betekenisvolle contexten aan bod laten komen en vervolgens praten met de leerlingen over de verschillende betekenissen van de getallen.

Getalsymbolen leren kennen

Getalsymbolen leren kennen

Overal in onze omgeving zien we getalsymbolen; op televisie, op de klok, in winkeletalages, op verkeersborden, huisnummers, kleding, etc. Ook jonge kinderen komen met getalsymbolen in aanraking, maar die hebben aanvankelijk niet automatisch de betekenis waarvoor het bedoeld is. Door bij een symbool het bijbehorende telwoord te noemen leren kinderen gaandeweg welk telwoord bij het symbool hoort en gaan ze dit ook zelf doen. 'Kijk mama, daar een 6!' (wijst vervolgens op het nummerbord van de auto waar ze langslopen). Ook activiteiten als: wijs de 5 eens aan? Waar zie je een 3? dragen bij aan het leren kennen en benoemen van getalsymbolen.

Als het gaat om getalsymbolen behorend bij aantallen, kan het zinvol zijn ook de hoeveelheid te (laten) representeren om nog meer inhoud te geven aan het symbool.

Getalsymbolen leren kennen

Verwijzing naar activiteiten

Spelactiviteiten uit Rekenrijk,
Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 70 - Cijfers maken en lopen;
- pag. 112 - Cijfers herkennen en schrijven;
- pag. 128 - Draai zoveel mogelijk getalkaartjes om;
- pag. 158 - Cijfers volgen;
- pag. 196 - Getallenjacht;
- pag. 200 - Kraak de code.

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

Volgorde van getal-symbolen en plaats op de getallenrij leren kennen

Volgorde van getalsymbolen en plaats op de getallenrij leren kennen

Bij het leren van de diverse betekenissen van getallen is een proces zichtbaar waarin de leerling zich steeds bewuster wordt van de verschillende verschijningsvormen van getallen. Zo is het ook met het steeds meer grip krijgen op getalsymbolen. Eerst leren kinderen de afzonderlijke symbolen kennen en vervolgens leren ze dat de getalsymbolen een vaste volgorde hebben. Om grip te krijgen op deze volgorde zijn er diverse activiteiten die met kinderen gedaan kunnen worden (zie verwijzingen naar activiteiten). Denk bijvoorbeeld aan een thema als 'de bakker'. De winkelmedewerker deelt nummers uit aan de klanten zodat duidelijk is in welke volgorde iedereen aan de beurt komt. Of het thema 'museum' waarbij de genummerde schilderijen voor de tentoonstelling op de goede volgorde gehangen moeten worden.

Volgorde van getal- symbolen en plaats op de getallenrij leren kennen

Verwijzing naar activiteiten

Spelactiviteiten uit Rekenrijk,
Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2

zie:

- pag. 46 - Getallen hebben buren;
- pag. 74 - Cijfers en zo;
- pag. 116 - Rol naar het cijfer;
- pag. 130 - Geen namen, maar nummers;
- pag. 154 - Welk cijfer is het grootst?;
- pag. 172 - Tring, tring, telefoon!;
- pag. 176 - Tot hoe ver kunnen we tellen?

Bron: Veltman en Buter (2012). Rekenrijk. Activiteitenlijn rekenen-wiskunde 1-2. Groningen: Noordhoff Uitgevers.

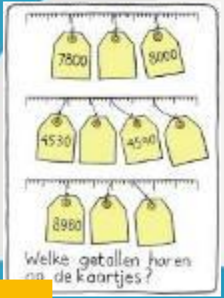
Groep 1, 2 | Groep 3 | Groep 4 | Groep 5 | Groep 6

Optellen en aftrekken tot 10

Optellen en aftrekken tot 20

Optellen en aftrekken tot 100

Optellen en aftrekken boven de 100



Ontluikend getalbegrip

Elementair getalbegrip

Verkenning getalgebied tot 20

Verkenning getalgebied tot 100

Verkenning getalgebied tot 1000

Getallen boven de 1000

Gebruik van de rekenmachine

Tafels van vermenigvuldiging

Delen

Vermenigvuldigen met grotere

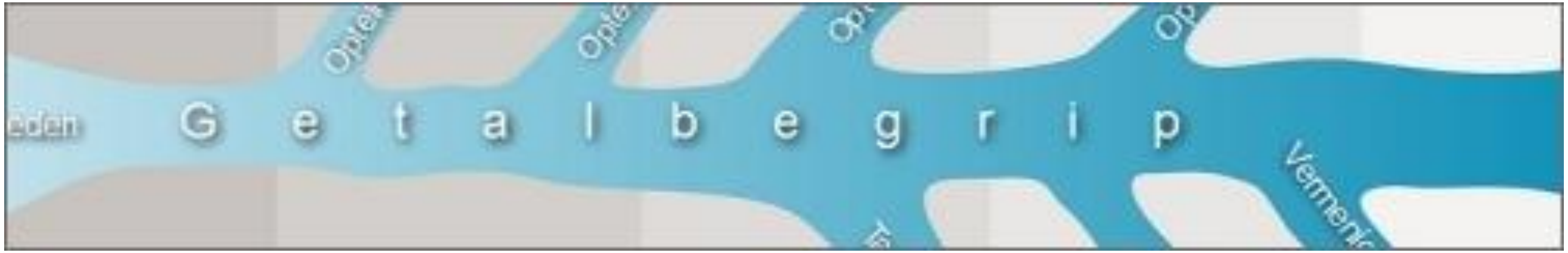
slo
Getalbegrip
Groep 1/2
Groep 3
Groep 4
Groep 5
Groep 6
terug naar het overzicht
inzoomen op de stappen
Optellen en aftrekken tot 20
Optellen en aftrekken tot 100
Optellen en aftrekken boven de 100
Ontluikend getalbegrip
Elementair getalbegrip
Verkenning getalgebied tot 20
Verkenning getalgebied tot 100
Verkenning getalgebied tot 1000
Getallen boven de 1000
Gebruik van de rekenmachine
Welke getallen horen op de kaartjes?
Hoeveel mandarijnen?
Tafels van vermenigvuldiging
Delen
Vermenigvuldigen met grotere
toelichting bij deze leerlijn
direct naar naastliggende leerlijnen

Getalbegrip

Typering van de leerlijn

In het leerlijnenoverzicht is te zien dat Getalbegrip een centrale lijn is met betrekking tot het rekenen in groep 3 tot en met 6. Dit is niet alleen te zien aan de titel, maar ook aan het beeld met getalbegrip als basis waar alle leerlijnen uit voortvloeien.

De meeste kinderen hebben voordat ze de basisschool binnenkomen al informeel ervaringen opgedaan met getallen. Ze weten vaak wel 'hoeveel jaar' ze zijn en steken daarbij bijvoorbeeld drie vingers op. Of ze zeggen een stukje van de telrij op, terwijl ze een aantal tellen. Ook komen ze cijfers tegen in hun omgeving die steeds meer betekenis krijgen. Om met inzicht te kunnen rekenen is belangrijk dat kinderen betekenis kunnen geven aan getallen.



Getalbegrip

Typering van de leerlijn (2)

Basiselementen van getalbegrip zijn:

- een getal als onderdeel van de telrij: akoestisch tellen, herkennen en noteren van getallen
- tellen van hoeveelheden: koppelen van het getal aan een aantal
- structureren: bedenken van een handige manier om een hoeveelheid te tellen, splitsen, aanvullen, verkennen van getalrelaties.
- positioneren: waar op de getallenlijn bevindt een getal zich? Welke getallen komen voor en na een getal?

Daarnaast leren de leerlingen dat getallen verschillende functies kunnen hebben. Soms is een getal een nummer, bijvoorbeeld het nummer van een bus. Het getal is dan een naamgetal: Als busnummer 6 er aan komt, wil dat niet zeggen dat de volgende bus nummer 7 heeft. In hogere leerjaren krijgen leerlingen ook te maken met naamgetallen, bijvoorbeeld in de context van kamernummers. Kamernummer 304 betekent kamer 4 op de derde verdieping.

Er zitten geen 100 kamers tussen kamernummer 304 en 404. Bij het opzeggen van de telrij, heeft een getal de functie van een telgetal. Ieder volgend getal volgt op het vorige.

Soms kunnen de verschillende functies van getallen verwarring opleveren voor kinderen. Denk aan het voorbeeld, waarbij een kleuter bij het aftellen in de kring nummer 3 krijgt en verbaasd zegt 'maar ik ben helemaal geen 3 ik ben 4!'.

In groep 1 en 2 van de basisschool komen de verschillende aspecten van getalbegrip regelmatig in rekenactiviteiten terug. Daarbij komen vrijwel altijd meerdere aspecten tegelijk aan de orde. Zo is een leerling als het een hoeveelheid telt ook bezig met de telrij. Wel kan in de activiteiten soms de nadruk meer liggen op het ene aspect (bijvoorbeeld tellen van aantallen) en soms meer op een ander aspect (bijvoorbeeld getalsymbolen herkennen).

Getalbegrip

Typering van de leerlijn (3)

Soms brengen de leerlingen ook al een zekere structurering aan, of bedenken een handige manier van groeperen om een hoeveelheid te tellen (zoals op de foto).

In groep 1 en 2 beperkt het getalgebied zich tot 10, met eventuele uitstapjes tot 20 en verder. Aan het eind van groep 2 is een basis gelegd. Er is in principe sprake van elementair getalbegrip, waarbij de leerlingen in staat zijn tot resultatief tellen.

Na groep 1 en 2 wordt het getalgebied uitgebreid tot 20, tot 100, tot 1000 en verder. De activiteiten waarmee de leerlingen de telrij verkennen verschillen niet wezenlijk van die in groep 1 en 2. Steeds start de lijn met het tellen van een (on)gestructureerde hoeveelheid en koppelen van getal aan getelde aantal.

Wel wordt gaandeweg meer nadruk gelegd op structureren en plaatsen van getallen op de getallenlijn. Met name het tellen in (handige) groepjes krijgt steeds meer nadruk in de activiteiten en krijgt daarmee steeds meer betekenis voor de leerlingen.

Structuur maakt het makkelijker om een hoeveelheid te overzien. Niet alle leerlingen ervaren dit ook zo. Vooral de (snelle) tellers zullen niet direct het voordeel van structuur inzien. Hoe groter het aantal, hoe meer voordeel het structureren biedt.

In de volgende leerjaren komen de genoemde aspecten van getalbegrip steeds terug. Daarbij breidt het getalgebied zich steeds verder uit. Van getallen tot 100 eind groep 3/begin groep 4, via getallen tot 1000 eind groep 4/begin groep 5 tot getallen boven de 1000 eind groep 5/begin groep 6, In de bovenbouw van de basisschool komen hier grote getallen (miljoenen en miljarden) en kommagetallen bij.

Getalbegrip

Typering van de leerlijn (4)

Getalbegrip als basis voor het met inzicht leren rekenen

Een goed getalbegrip is de basis voor het met inzicht leren rekenen. Het leerlijnenoverzicht laat zien, dat iedere leerlijn start met getalverkennende activiteiten. Getallen worden op verschillende manieren verkend en krijgen zo steeds meer betekenis voor de leerlingen. In volgende leerstappen maken de leerlingen gebruik van de kennis die ze al over de getallen en getalrelaties hebben opgebouwd. Zo leert een leerling bijvoorbeeld in de getalverkennende fase dat 8 één getal verder in de telrij is dan 7, dat het bestaat uit 5 (vingers, blokjes, dobbelsteenpatroon) en nog 3, uit 4 en nog eens 4, etc. In een formelere fase wordt dit 5+3=8, 3+5=8, 4+4=8, 7+1=8, respectievelijk 8-3=5, 8-5=3, 8-4=4, 8-1=7.

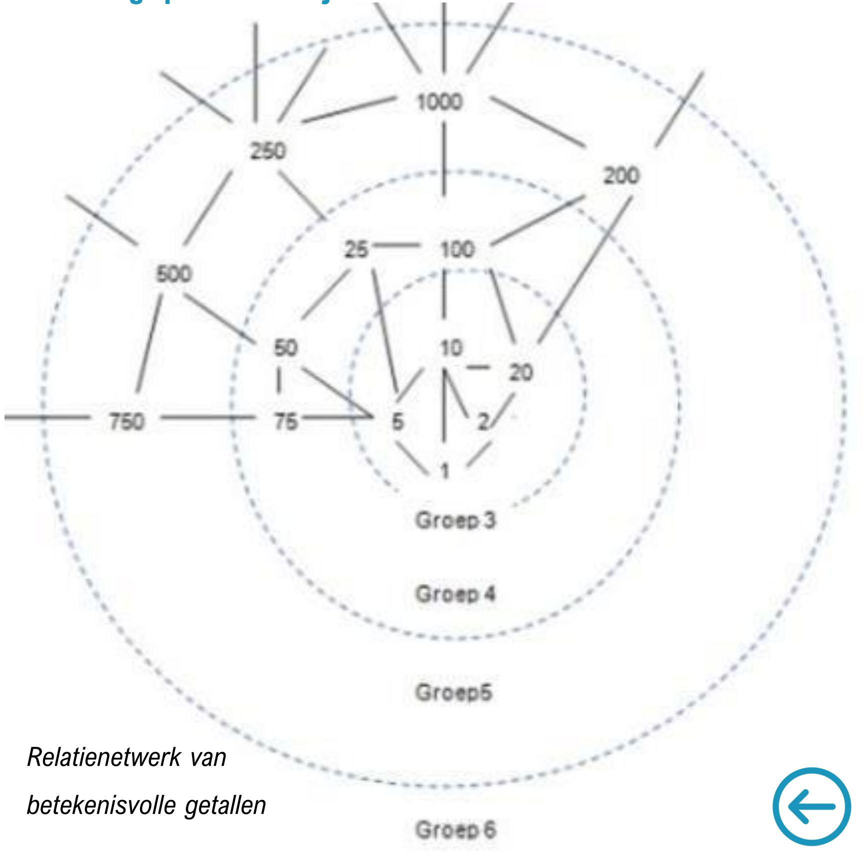
Andersom levert het steeds beter en sneller kunnen optellen en aftrekken een bijdrage aan getalbegrip. Als leerlingen bijvoorbeeld binnen het getalgebied tot 100 al hebben geleerd hoe de structuur van getallen tot 100 eruit ziet, kunnen ze daarop voortborduren bij het verkennen van getallen tot 1000. Strategieën die geleerd zijn bij het rekenen tot 100 kunnen ook bij het rekenen tot 1000 toegepast worden. Naarmate de tijd vordert, zullen leerlingen steeds meer deze samenhang gaan zien en gebruiken.

Uiteindelijk is het doel van alle activiteiten, dat de leerlingen ‘gecijferd’ zijn. Getallen hebben betekenis voor ze en kunnen in diverse situaties worden geïnterpreteerd en gebruikt.

Getalbegrip

Typering van de leerlijn (5)

Getalbegrip: een leerlijn?



Relatienetwerk van betekenisvolle getallen

In tegenstelling tot de andere onderdelen van het overkoepelende leerlijnenoverzicht is getalbegrip minder goed in opeenvolgende stappen te verdelen. Er is veeleer sprake van een concentrische opbouw waarbij steeds dezelfde aspecten een rol spelen, maar binnen steeds een groter getalgebied (zie figuur 2). Wel begint iedere afzonderlijke leerlijn met getalverkennende activiteiten (zie vorige onderdeel).

In groep 1, 2 en 3 krijgen de getallen tot 20 steeds meer betekenis voor de leerlingen. De getallen 1, 2, 5, 10 en 20 zijn daarbij 'speciale' getallen met een onderling verband. In de lessen komen deze relaties steeds terug. Zo is er aandacht voor de dubbelen: 5 en 5 is 10, 10 en 10 is 20. Maar ook de samenstelling van een getal als '5 en nog wat' of als '10 en nog wat' komt onder de aandacht. Bijvoorbeeld door middel van vingerbeelden, eierdozen of het rekenrek.

Typering van de leerlijn (6)

Eind groep 3, begin groep 4 begint doorgaans de verkenning van getallen tot 100. Leerlingen zeggen de telrij op, heen en terug, tellen aantallen al dan niet gebruikmakend van groepjes, en leren de getallen plaatsen op de getallenlijn. Bij het samenstellen van getallen tot 100 komt de tienstructuur steeds meer centraal te staan. Leerlingen leren dat een getal bestaat uit tientallen en uit eenheden. Diverse oefeningen met gestructureerd materiaal en geld benadrukken dit aspect.

Verder leren de leerlingen in het getalgebied onder de honderd spelenderwijs aspecten van getalrelaties als twee keer 5 is 10, 5 is de helft van 10, twee keer 50 is 100, de helft van 100 is 50.

In het getalgebied tot 1000 komen dezelfde soort verhoudingen terug als bij de getallen tot 100. Zo is 500 twee keer zo veel als 250 en de helft van 1000 (vgl. 25 – 50 – 100).

Ook de getallen zelf zijn eigenlijk weer niet anders dan die onder de 100. Het verschil is dat er een honderdtal is bijgekomen.
In de lessen ligt daar dan ook de nadruk op. Aan de hand van al dit soort oefeningen leert de leerling veel over de waarde van cijfers in getallen: de waarde van het cijfer 3 in 137, 398 of 703 maakt verschil, door de plaats van het cijfer in het getal.

Elementair getalbegrip

- Centrale aandacht voor telrijactiviteiten
- Handige telweggetjes leren uitstippelen
- Getalpatronen leren herkennen

Elementair getalbegrip

Elementair getalbegrip komt erop neer dat een leerling vertrouwd is met een aantal aspecten van de getallenwereld tot 10.

Dit betreft met name:

- verschillende betekenissen van getallen kunnen onderscheiden (aanduiding voor een hoeveelheid, een volgorde, een maat, …);
- inzicht in de plaats van getallen in de telrij / op de getallenlijn;
- het handig kunnen tellen van hoeveelheden tot 10 (resultatief tellen);
- het kunnen structureren van getallen.

Bij het vertrouwd raken met deze aspecten spelen de klassikale getallenlijn alsmede allerlei natuurlijke telmaterialen (knopen, fiches, blokjes, ...) een belangrijke rol. Via speelse oefeningen raken de leerlingen steeds verder vertrouwd met de telrij en ontwikkelen ze efficiënte telstrategieën om hoeveelheden te tellen.

Ook het vergelijken van hoeveelheden en het bedenken van handige vergelijkings-strategieën komt aan bod. Het structureren van getallen heeft betrekking op het herkennen en leren gebruiken van eenvoudige structuren in hoeveelheden zoals bij de dobbelsteenpatronen, dubbelpatronen, vingerbeelden, enz. Al doende bouwen ze een netwerk van bekende getalrelaties op (4 ligt tussen 3 en 5; is het dubbele van 2; de helft van 8; enz.) waardoor getallen steeds meer inhoud en betekenis krijgen.

NB Deze stap is zowel de start van de leerlijn Optellen en aftrekken tot 10, maar ook een onderdeel van de lijn Getalbegrip.

Elementair getalbegrip

- Centrale aandacht voor telrijactiviteiten
- Handige telweggetjes leren uitstippelen
- Getalpatronen leren herkennen

Centrale aandacht voor telrijactiviteiten

Vanaf begin groep 3 staat het verkennen van getallen tot 10 (en later tot 20) centraal. Het gaat aanvankelijk vooral om het opfrissen van kennis die al in de kleuter-groepen is opgedaan. De leerlingen zeggen de telrij vanaf het begin op, leren de cijfers en getallen kennen en leren deze koppelen aan een aantal.

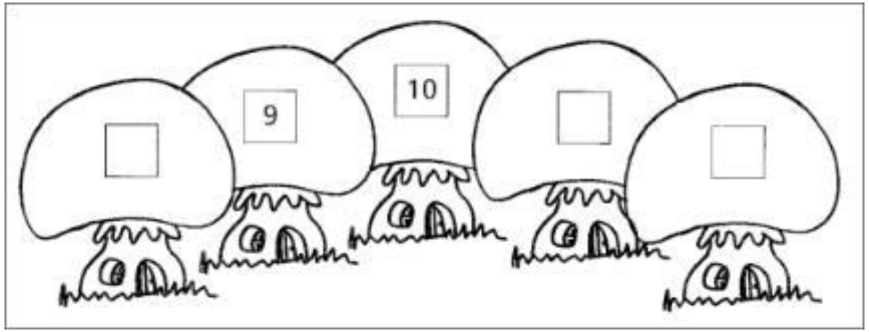
Het opzeggen van de telrij loopt vaak vooruit op de andere onderdelen. Sommige kinderen kunnen bijvoorbeeld al redelijk goed tot 30 of zelfs tot 100 tellen als ze groep 3 binnenkomen, maar weten nog niet hoe de getallen worden geschreven. Het verdient aanbeveling de leerlingen te prikkelen om te tellen zo ver als ze kunnen.

Een context die bij het oefenen van de telrij soms aan bod kan komen, is die van een kabouterdorp met een lange rij huisjes. Om deze van elkaar te onderscheiden (handig voor de postbode), worden ze genummerd. Vervolgens kunnen allerlei oefeningen rond het tellen en het herkennen van getallen worden gedaan.

Het verder tellen vanaf een willekeurig getal is lastiger dan vanaf het begin. En ook terugtellen is voor veel leerlingen moeilijker dan vooruit tellen – dit vraagt dan ook speciale aandacht.

In diverse korte oefenmomenten, bij voorkeur 3 of 4 keer per week, kunnen al deze aspecten van het akoestisch tellen in opklimmende moeilijkheidsgraad aan de orde komen.

Naast het opzeggen van de telrij is het herkennen en noteren van cijfers belangrijk. Sommige cijfers kunnen lastiger zijn voor de leerlingen dan andere. Denk aan leerlingen die consequent de 6 en de 9 door elkaar halen. In activiteiten waarbij de kinderen stukjes van de telrij moeten invullen wordt aandacht besteed aan dit aspect van de telrij. Al gauw kunnen daarbij ook getallen boven de 10 aan bod komen. Ook zijn diverse spelletjes met getalkaartjes denkbaar.



Handige telweggetjes leren uitstippelen

Het tellen van een hoeveelheid kan handig of minder handig. Sommige kinderen tellen één voor één kriskras door elkaar. Ze raken daarbij gemakkelijk de draad kwijt, want welke heb je nou al gehad? En welke nog niet? Andere kinderen bedenken een handig telweggetje om de stand bij te houden. Weer andere strepen de voorwerpen één voor één weg (zie figuur a en b).

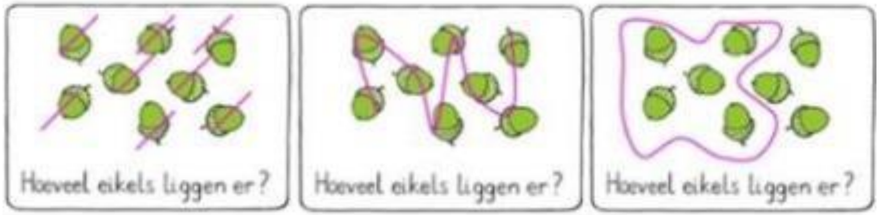


fig.a Wegstrepen | *fig.b Telweggetje* | *fig c. structuur aanbrengen*

Het is aan te bevelen om de leerlingen regelmatig opgaven rond het tellen van hoeveelheden voor te leggen en in de nabespreking naar voren te laten komen hoe je handige telweggetjes kunt uitstippelen (bijvoorbeeld via het digibord).
Gaandeweg ontdekken de leerlingen zodoende dat het handig kan zijn om structuur aan te brengen. Zo zullen er leerlingen zijn die in de hoeveelheid eikels uit bovenstaande figuur een dobbelsteen-5 herkennen. Omcirkelen van de hoeveelheid kan helpen bij het bijhouden van de stand: 5, 6, 7, 8 (figuur c). In een nog later stadium herkennen sommige leerlingen dit soort patronen meteen als 5 en 3 en weten dan dat het acht is.

Het is aan te raden om de leerlingen eerst zelf te laten ervaren dat structuur handig kan zijn. De al vaker genoemde activiteit Robbie de Rover is een mooi voorbeeld waarin leerlingen het voordeel van structuur ervaren (Speciaal Rekenen, 2003).

Elementair getalbegrip

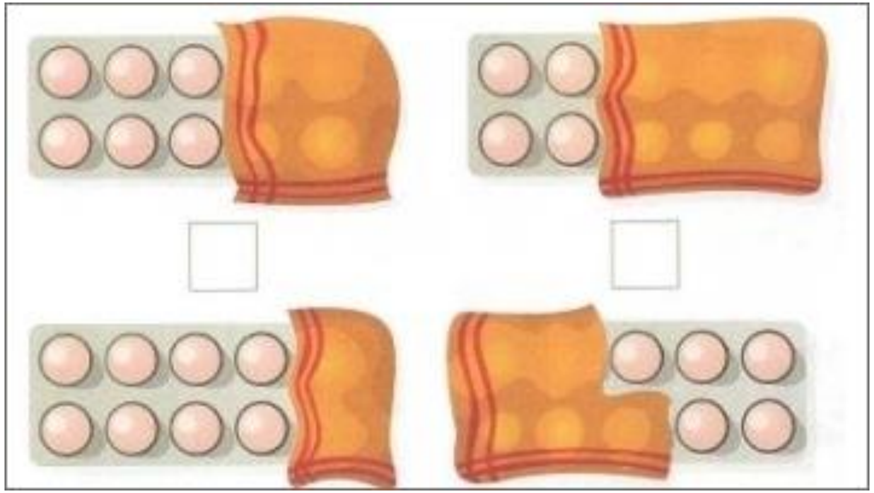
- Centrale aandacht voor telrijactiviteiten
- Handige telweggetjes leren uitstippelen
- Getalpatronen leren herkennen

Getalpatronen leren herkennen

Los van het tellen van ongeordende hoeveelheden is er veelal aandacht voor het tellen en snel herkennen van gestructureerde hoeveelheden. In de kleutergroepen is hier al een start mee gemaakt waar het gaat om de bekende dobbelsteenpatronen. Het vlot kunnen herkennen daarvan is van belang bij het spelen van allerlei bordspellen (zie bijvoorbeeld de map 'Als Kleuters leren tellen...', Noteboom & Klep, 2005).

In groep 3 wordt dit nog uitgebreid met andere vormen van getalpatronen, zoals de dubbelpatronen, de patronen van de vingerbeelden, enz.

Om de leerlingen meer inzicht in de verschillende relaties tussen getallen te laten ontwikkelen, kan het aanbeveling verdienen om ze van tijd tot tijd bedekspelletjes te laten spelen. Hierbij ligt er bijvoorbeeld een doosje met 10 (plastic) eieren in de kring. Vervolgens doen alle leerlingen hun ogen even dicht en bedekt de leerkracht bijvoorbeeld 2 eieren. De leerlingen doen hun ogen weer open en moeten nu bepalen hoeveel eieren er bedekt zijn.



Het verwoorden hoe ze tot een oplossing zijn gekomen, kan hier belangrijk zijn. Al doende krijgen ze zo een steeds beter idee van allerlei relaties tussen getallen.

Naderhand kunnen de leerlingen ook schriftelijke opgaven rond dit structureren van getallen maken.

Elementair getalbegrip

- Centrale aandacht voor telrijactiviteiten
- Handige telweggetjes leren uitstippelen
- Getalpatronen leren herkennen

Getalpatronen leren herkennen (2)

Een andere aansprekende en voor veel leerlingen herkenbare structuur is de 9 als 'drie en drie en drie'. Dat drie en drie zes is, weten de meeste leerlingen uit het hoofd. Van daaruit kan verder geredeneerd worden: nog drie erbij, dat is negen.
Aan de hand van deze structuur kunnen vergelijkbare spelletjes gedaan worden, waarbij een deel van de afbeelding niet zichtbaar is.

Naderhand kunnen dergelijke structuren verder benut worden bij het automatiseren van de optel- en aftreksommen tot 10 (zie stap 5 van deze leerlijn).

In het kader van het structureren is het verder van belang dat de leerlingen goed vertrouwd zijn met de vingerbeelden, zodat deze naderhand efficiënt ingezet kunnen worden bij het optellen en aftrekken. Oefeningen waarbij de leerlingen snel een vingerbeeld moeten herkennen zijn hiervoor belangrijk. Andersom kan de leerling ook gevraagd worden zelf vingerbeelden op te zetten. Dit kan in spelvorm, bijvoorbeeld door het doorseinen van een code, of een telefoonnummer.

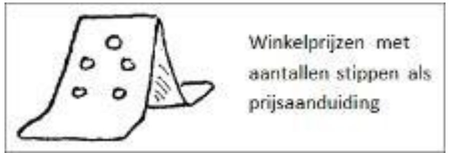
Het vlot herkennen en kunnen opzetten van vingerbeelden is tevens de basis voor het verkennen van efficiënte rekenstrategieën om bijvoorbeeld 5+3 of 9-5 uit te kunnen rekenen.

Elementair getalbegrip

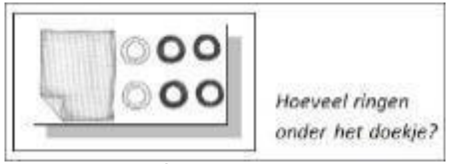
Verwijzing naar activiteiten

Telpatronen: patronen herkennen en bedekspelletjes

* Activiteiten waarbij het handig is als je eenvoudige patronen snel herkent, zoals bij puzzels, dobbelsteenspelletjes en bij het winkelen.



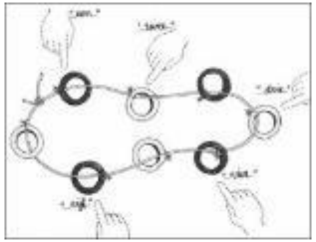
* Bedekspelletjes waarbij een deel van een hoeveelheid wordt bedekt.



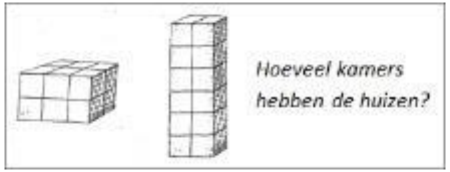
* Telpatronen: werken met een teldoosje met fiches waarmee allerlei situaties worden nagespeeld.

Resultatief tellen: thematische activiteiten en bouwactiviteiten

* Resultatief tellen: conflictsituaties waarbij de ene 'rover' anders telt dan de andere.
* Thematische activiteiten, bijv. bij het thema herfst: voorraden aanleggen.

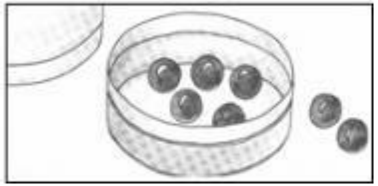


* Bouwactiviteiten waarbij samen handige telweggetjes worden bedacht om het aantal blokken te bepalen.



Informeel optellen en aftrekken

* In de klas nagespeelde situaties met passagiers in de bus of de trein en waarbij elk kind 'de stand bijhoudt' (op de vingers, met fiches, of direct uit het hoofd).
* Veranderingssituaties met aantallen snoepjes in de trommel e.d. waarin het gebruik van symboliseringen zoals vingers uitgelokt wordt.



Verkenning getalgebied tot 20

- Telrij tot 20
- Tellen van hoeveelheden tot 20
- Structureren van hoeveelheden tot 20

Verkenning getalgebied tot 20

Bij deze verkenning raken de leerlingen steeds meer vertrouwd met verschillende aspecten van de getallen, zoals:

- verschillende betekenissen van getallen (aanduiding voor hoeveelheid, volgorde, maat, ...);
- plaats in de telrij / op de getallenlijn;
- handig tellen van hoeveelheden tot 20;
- structureren van getallen.

De klassikale getallenlijn alsmede allerlei natuurlijke telmaterialen (knopen, fiches, blokjes, ...) spelen daarbij een belangrijke rol. Via speelse oefeningen ontwikkelen de leerlingen allerlei efficiënte telstrategieën om hoeveelheden te tellen. Al doende bouwen ze verder aan een netwerk van bekende getalrelaties waardoor bijvoorbeeld 12 steeds meer betekenis krijgt als 10 en nog 2, dubbel 6, eentje meer dan 11, 3 groepjes van 4, enz. Deze kennis vormt mede de basis van het leren rekenen.

NB Deze stap is de start van de leerlijn Optellen en aftrekken tot 20, maar ook een onderdeel van de (leer)lijn Getalbegrip.

Telrij tot 20

Vanaf begin groep 3 zeggen de leerlingen regelmatig de telrij op, ze leren de cijfers en getallen kennen en leren deze koppelen aan een aantal.

Opzeggen van de telrij loopt vaak voorop bij de andere onderdelen. Sommige kinderen kunnen bijvoorbeeld al redelijk goed tot 100 tellen als ze groep 3 binnenkomen, maar weten nog niet hoe de getallen worden geschreven. Het verdient aanbeveling de leerlingen te prikkelen om te tellen zo ver als ze kunnen.

Het verder tellen vanaf een willekeurig getal is lastiger dan vanaf het begin. En ook terugtellen is voor veel leerlingen moeilijker dan vooruittellen. In diverse korte oefenmomenten kan aandacht worden besteed aan deze aspecten van het akoestisch tellen.

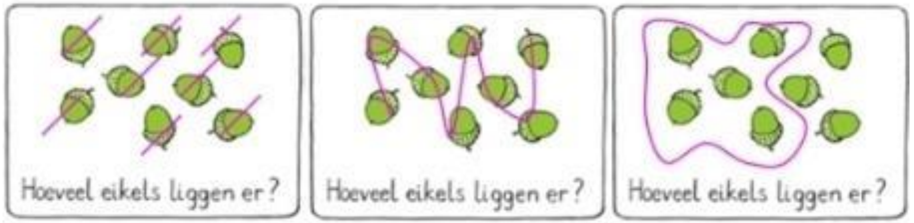
Bij het noteren van getallen tot 20 kunnen de leerlingen steun hebben aan hun kennis over de telrij tot 10 (zie plaatje). De volgorde van de eenheden is immers niet anders. Er is alleen een tiental bijgekomen. Hetzelfde geldt in een latere fase, als de getallen tot 100 worden verkend.

Verkenning getalgebied tot 20

- Telrij tot 20
- Tellen van hoeveelheden tot 20
- Structureren van hoeveelheden tot 20

Tellen van hoeveelheden tot 20

In vorige fases hebben de leerlingen al aantallen tot 10 geteld. Leerlingen tellen een hoeveelheid aanvankelijk handig of minder handig. Bij het tellen van hoeveelheden tot 10 hebben ze geleerd dat wegstrepen of een handig telweggetje zoeken helpt om de stand bij te houden. Ook het aanbrengen van structuur kwam onder de aandacht.



Bij het tellen van hoeveelheden tot 20 kan worden voortgeborduurd op het structureren van de hoeveelheid in handige groepjes. Bijvoorbeeld groepjes van 2 of van 5.

Verkenning getalgebied tot 20

- Telrij tot 20
- Tellen van hoeveelheden tot 20
- Structureren van hoeveelheden tot 20

Structureren van hoeveelheden tot 20

Na het ontdekken van de handigheid van structureren bij het tellen van een ongeordende hoeveelheid tot 10, kunnen de leerlingen daar gebruik van maken bij het tellen van gestructureerde hoeveelheden. De getalrelaties krijgen daarbij steeds meer nadruk. De leerlingen leren bijvoorbeeld 8 zien als 5 en nog 3 of als dubbel 4. Dit aan de hand van de vingers, het rekenrek of eierdozen.

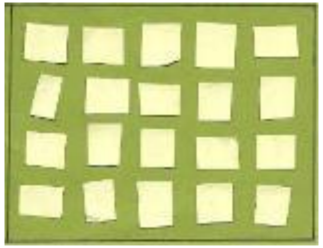
Bij het tellen van ongestructureerde hoeveelheden tot 20 is de handigheid van het aanbrengen van structuur nog eens benadrukt. Dit aspect komt terug bij het aanbieden van gestructureerde hoeveelheden tot 20. Bijvoorbeeld bij getalbeelden tot 20 op het rekenrek of eierdozen. Verwoorden van getalbeelden speelt een belangrijke rol.

Ook geld is een voorbeeld van materiaal waar de 2-, 5-, of 10-structuur al in zit. In tegenstelling tot de kralen op het rekenrek of de eieren in een eierdoos, zijn muntstukken van 2 euro en briefgeld niet meer een voor een telbaar.

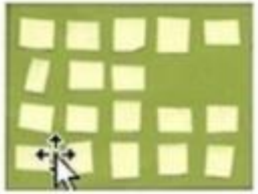
Verkenning getalgebied tot 20

Verwijzing naar activiteiten

Stickers op het stickervel: handig tellen van hoeveelheden tot 20



* Op het bord staat een stickervel met in totaal 20 stickers in 4 rijen van 5. De stickers zijn bijvoorbeeld post-itblaadjes of magneetrondjes zodat ze makkelijk toegevoegd en weggehaald kunnen worden. Eerst wordt verkend hoeveel het er in totaal zijn, en hoe je dat makkelijk kunt zien (5en5 is 10, 10en10 is 20). Of: 5, 10, 15, 20 (sprongen van 5). Vervolgens worden allerlei opgaven gedaan waarbij op het stickervel een aantal stickers te zien is, en waarbij de leerlingen moeten bepalen hoeveel dit er zijn. Zie de voorbeelden hieronder.



Belangrijk is het om leerlingen regelmatig te laten verwoorden hoe ze geteld hebben, en daarbij handige strategieën naar voren te laten komen zoals (bij de middelste): 5 en 5 is 10, en dan 11, 12, 13, 14. Of: 5, 10, en dan 1 minder dan 15, dus 14.

Variant: Hoeveel zijn er weggehaald?

* Steeds ligt het vel helemaal vol (20). De leerlingen doen hun ogen even dicht, en de leerkracht (of een leerling) haalt er bijvoorbeeld 6 weg. Hoeveel zijn er weggehaald? Hoe zie je dat?

Verkenning getalgebied tot 100

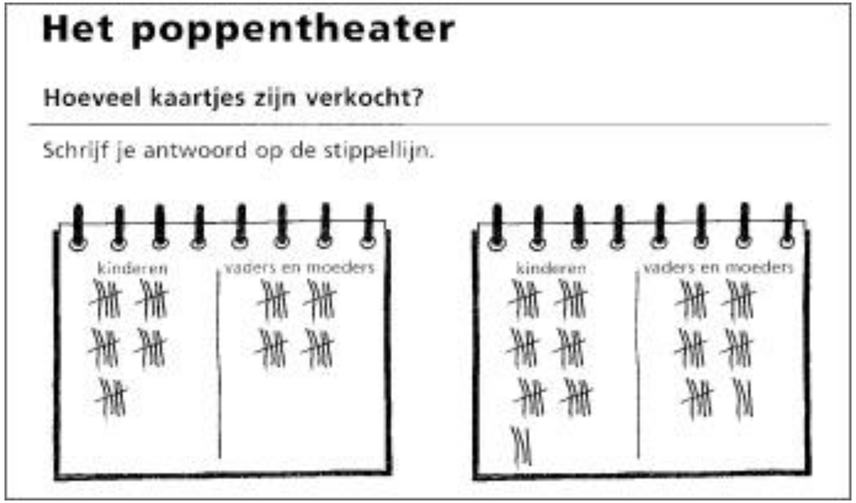
Grondige verkenning van het getalgebied tot 100 is van belang om de leerlingen met inzicht te leren rekenen. In groep 3 maken ze meestal al kennis met onderdelen uit dit gebied, zoals het opzeggen van de telrij ('37, 38, 39, …'), het tellen van grote hoeveelheden en het leren noteren van getallen. Daarbij wordt voortgebouwd op wat ze zelf al weten.

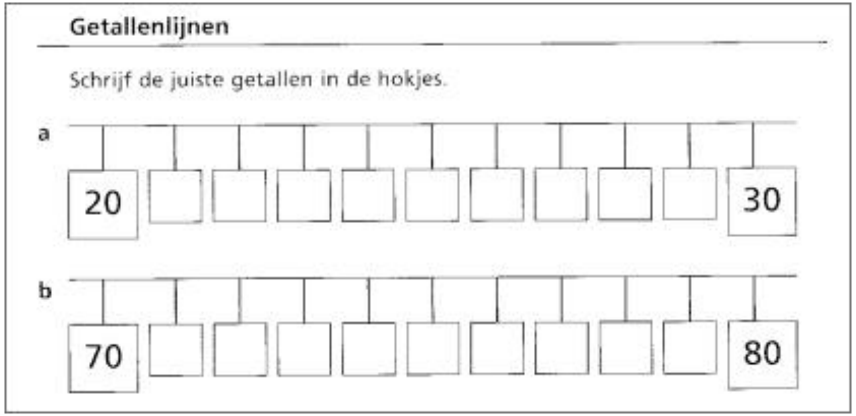
Begin groep 4 wordt deze verkenning voortgezet en uitgebreid. Het gaat dan met name om:

- oefenen van de telrij zoals het verder tellen en terugtellen tot 100;
- oefenen van het handig tellen van ongeordende en geordende hoeveelheden, en het leren samenstellen van getallen met geld (bijv. 45 euro met 4 briefjes van 10 en één van 5, maar ook met 2 briefjes van 20 en één van 5);
- het op de getallenlijn leren plaatsen van getallen.

Door deze typen activiteiten zoveel mogelijk gelijk op te laten gaan (waarbij het op de getallenlijn leren plaatsen veelal wat later komt), krijgen de getallen steeds meer inhoud voor de leerlingen.

NB Deze stap is de start van de leerlijn Optellen en aftrekken tot 100, maar ook een onderdeel van de 'leerlijn' Getalbegrip.





Verkenning getalgebied tot 100

- Telrij opzeggen, verder en terug; tienvouden als ankerpunt
- Grote hoeveelheden handig tellen
- Getallen op de getallenlijn leren plaatsen

Telrij opzeggen, verder en terug; tienvouden als ankerpunt

Bij het leren opzeggen van de telrij kunnen we de leerlingen zo ver mogelijk laten tellen. Daarbij is van belang speciaal aandacht te besteden aan de overgang naar het volgende tiental en (bij terugtellen) het vorige tiental. Met name de overgang naar het vorige tiental blijft voor zwakkere rekenaars nog lang moeilijk.

Ondersteunen van het tellen en terugtellen met bijvoorbeeld een klassikale getallenlijn of een meetlint kan hierbij helpen. Een bijkomend voordeel daarvan is dat leerlingen die het noteren van getallen nog moeilijk vinden (ze draaien het getal bijvoorbeeld structureel om), kunnen 'afkijken'. Als de leerling al tellend vanaf 30 de getallen aanwijst, zal hij meteen zien dat bijvoorbeeld 36 echt een ander getal is dan 63. Belangrijk is dan ook dat de leerlingen grondig vertrouwd zijn met de tienvouden als een soort ankerpunten waar je bij het noteren en tellen altijd op kunt terugvallen. In 'zes-en-dertig' hoor je al dat het om 'dertig' gaat, en als je de notatie (30) en de plaats van dit getal in de telrij goed kent, kun je op grond daarvan de notatie van 36 achterhalen.

Verkenning getalgebied tot 100

- Telrij opzeggen, verder en terug; tienvouden als ankerpunt
- Grote hoeveelheden handig tellen
- Getallen op de getallenlijn leren plaatsen

Grote hoeveelheden handig tellen

Om de leerlingen te laten ervaren waarom een zekere ordening handig kan zijn, is het van belang om ze eerst enkele keren een ongestructureerde hoeveelheid te laten tellen. Dit kunnen bijvoorbeeld hoeveelheden kastanjes, knopen, paperclips of kralen zijn.

Als een leerling één voor één telt kan hij gemakkelijk in de war raken en de tel kwijtraken. Ordenen van de hoeveelheid in handige groepjes helpt dan om te weten waar je was gebleven. Daarbij is het van belang aandacht te besteden aan de hoeveelheid per groepje. Leerlingen zullen in eerste instantie lang niet altijd voor groepjes van 5 of 10 kiezen. Ze kiezen bijvoorbeeld voor groepjes van 4 (is nog te overzien), of van 6 (dobbelsteengetal), en ervaren dan dat zulke groepjes niet zo handig zijn: 6+6 uitrekenen gaat nog wel, 12+6 wellicht ook, maar 18+6? Een vervolgvraag is dan wat wel een handig groepje is. Zo kunnen ze bewust voor groepjes van 10 of 5 leren kiezen.

Als duidelijk is waarom een ordening in groepjes van 5 of 10 handig is, ligt het voor de hand om grote hoeveelheden te laten tellen waar de structuur al in zit, zoals bij zegelkaarten, rolletjes drop en papieren zakdoekjes. De leerling kan de gegeven structuur nu gebruiken bij het vaststellen van het aantal. Ook het 100 kralensnoer kan ingezet worden. De leerlingen verkennen het snoer en leren bijvoorbeeld dat een getal als 36 bestaat uit 3 groepjes van 10 en nog 6 kralen.

Grote hoeveelheden handig tellen (2)

Vervolgens zoomen we verder in op de decimale structuur van de getallen door de leerlingen hoeveelheden geld (euro's) te laten tellen en zelf te laten samenstellen. Daarmee ervaren ze dat je een bedrag als 36 euro kunt leggen met 3 briefjes van 10 en nog 6 losse euro's, maar ook als 3 briefjes van 10, 1 vijfje en 1 losse euro; als 2 briefjes van 20 en nog 6 losse euro's, etc. Zulke activiteiten bieden een waardevolle opstap naar het leren tellen met sprongen van 10, de volgende leerstap.

Verkenning getalgebied tot 100

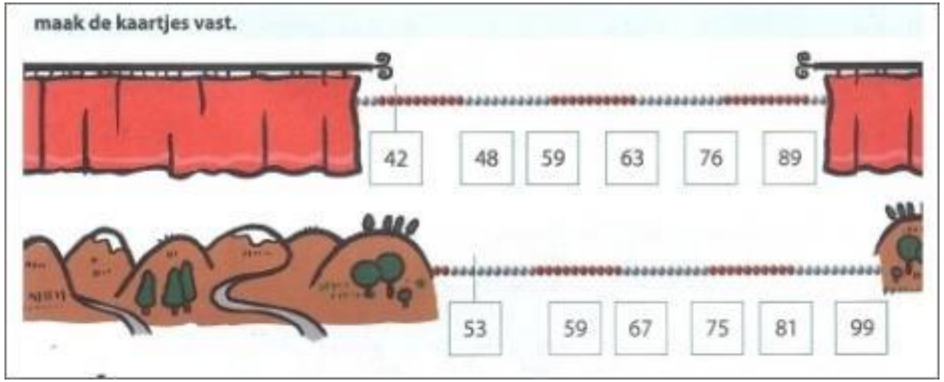
- Telrij opzeggen, verder en terug; tienvouden als ankerpunt
- Grote hoeveelheden handig tellen
- Getallen op de getallenlijn leren plaatsen

Verkenning getalgebied tot 100

- Telrij opzeggen, verder en terug; tienvouden als ankerpunt
- Grote hoeveelheden handig tellen
- Getallen op de getallenlijn leren plaatsen

Getallen op de getallenlijn leren plaatsen

Voor het gevoel van de orde van grootte van getallen en voor het inzicht in de onderlinge relaties tussen getallen is het leren plaatsen op de getallenlijn van grote waarde. In eerste instantie kan dit gebeuren aan de hand van een klassikale getallenlijn waarbij bijvoorbeeld aangewezen moet worden waar 49 ligt.



Naderhand kan een getallenlijn worden gebruikt waarbij alleen de tienvouden zijn gegeven en waarbij de leerlingen moeten bepalen waar bijvoorbeeld 47 of 83 ongeveer ligt. Maar ook zijn allerlei oefeningen mogelijk waarbij wordt bepaald tussen welke tienvouden een getal ligt, welke het grootste van drie of vier getallen is, en welk getal er vlak voor een gegeven tienvoud ligt.

Verkenning getalgebied tot 100

Verwijzing naar activiteiten

Tellen van een grote ongeordende hoeveelheid

Om de leerlingen te laten ervaren waarom het handig kan zijn groepjes te maken, is aan te bevelen eerst een grote hoeveelheid ongeordende materialen te laten tellen. Veel leerlingen zullen in eerste instantie één voor één tellend te werk gaan. Soms gaat dat goed, maar vaak raken ze ergens de draad kwijt en moeten ze opnieuw beginnen.

* Geef de leerlingen een grote hoeveelheid van een materiaal. Dat kunnen knikkers, blokjes of kralen of paperclips zijn. Ook een verzameling spullen van de leerling zelf. Vraag ze hoeveel er van het materiaal is. De leerlingen kunnen eerst een schatting doen. Noteer de verschillende schattingen op het bord. Vraag daarna om de hoeveelheid daadwerkelijk te tellen.

Als een leerling één voor één telt, vraag dan of het ook sneller of handiger kan. De meeste leerlingen komen dan wel met de suggestie om groepjes te maken. Laat uit de leerlingen komen welk groepje ze zouden willen maken.

Als leerlingen een minder handig groepje maken (bijvoorbeeld van 4 of 6), vraag dan nadrukkelijk nog eens hoeveel het er zijn. Hoogstwaarschijnlijk wordt de optelling nu een probleem. Wat is wel een handig groepje? Stuur dan aan op groepjes van 5 of van 10. Leg daarbij de link met handen, rekenrek en/of eierdozen.

Als er bijvoorbeeld 4 groepjes van 10 en nog 6 losse blokjes op tafel liggen, kan het kind dat als volgt tellen: 10, 20, 30, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46. Laat de leerlingen dit hardop voordoen. Het is niet voor alle leerlingen vanzelfsprekend dat het zo werkt. Noteer het aantal op het bord en vraag tot slot wie de beste schatting had gemaakt.

Verwijzing naar activiteiten (2)

Tellen van een grote ongeordende hoeveelheid (vervolg)

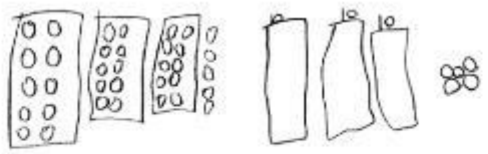
* Een extra mogelijkheid bij gebruik van (twee kleuren) paperclips is dat ze aan elkaar vastgemaakt kunnen worden. Laat de leerlingen 'slierten' van 10 maken. Maak vijf 'slierten' rode en vijf 'slierten' witte of gewone paperclips. Dit materiaal kan vervolgens gebruikt worden bij latere oefeningen.

* Alternatief voor de paperclips: 'Ontdek het gemak van structuur met kralen' (Speciaal Rekenen, 2007).

* Laat de leerling zelf een kralenketting maken, met daarin een eigen ordening. Niet alle leerlingen doen dat even handig. Door ze verschillende voorwerpen te laten opmeten met de zelfgemaakte kralenketting zal snel duidelijk worden dat het handig is om een ordening in groepjes van vijf of tien aan te brengen.

Tellen van een grote geordende hoeveelheid

* Als de leerlingen goed hebben begrepen waarom een ordening in groepjes van 5 of 10 handig is, krijgen ze opgaven voorgelegd waarin al een ordening zit. Laat ze bijvoorbeeld eieren zoeken en het aantal volle dozen en losse eieren tellen. Hoeveel eieren zijn dat? Laat de leerlingen het aantal eieren noteren op papier (zoals hiernaast).



* Ook oefeningen op de kralenketting met tien rode en tien witte kralen sluiten hierbij aan. In de rekenmethodes zijn legio oefeningen te vinden die je met de kralenketting kunt doen.

* Het tellen en samenstellen van bedragen is een verdere abstrahering. Laat de leerlingen verschillende bedragen samenstellen, bijvoorbeeld in de context van 'de winkel'. Stel dat je achter de kassa zit en je moet 24 euro terugbetalen. Hoe doe je dat? Doe het ook andersom: er ligt een bedrag en de leerling telt hoeveel er ligt.

Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Verkenning getalgebied tot 1000

Dit onderdeel start doorgaans in de tweede helft van groep 4, waarbij dezelfde typen activiteiten aan bod komen als bij de getalverkenning tot 10, 20 en 100, namelijk:

- verkenning van verschillende betekenissen en verschijningsvormen van getallen;
- verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn;
- tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden.

Het resultaat van deze getalverkennende activiteiten is dat de leerlingen zich steeds meer bij de getallen en hun onderlinge relaties kunnen voorstellen, dat ze gevoel voor de orde van grootte ervan krijgen en dat ze zich bewust worden van de decimale structuur.

Parallel aan deze getalverkenning wordt het Optellen en aftrekken tot 100 verder ingeoefend. De leerlingen leren de rijgstrategie steeds efficiënter in te zetten terwijl ze ook vertrouwd raken met de splitsstrategie en sommige variastrategieën. Zie hiervoor verder de leerlijn Optellen en aftrekken tot 100.


Zet in de goede volgorde: van klein naar groot.

101	160	106	109	190	99
98	102	100	128	141	138
190	162	149	102	97	111
141	131	161	169	178	180
119	126	130	154	145	150

NB Deze stap is de start van de leerlijn Optellen en aftrekken boven de 100, maar ook een onderdeel van de (leer)lijn Getalbegrip.

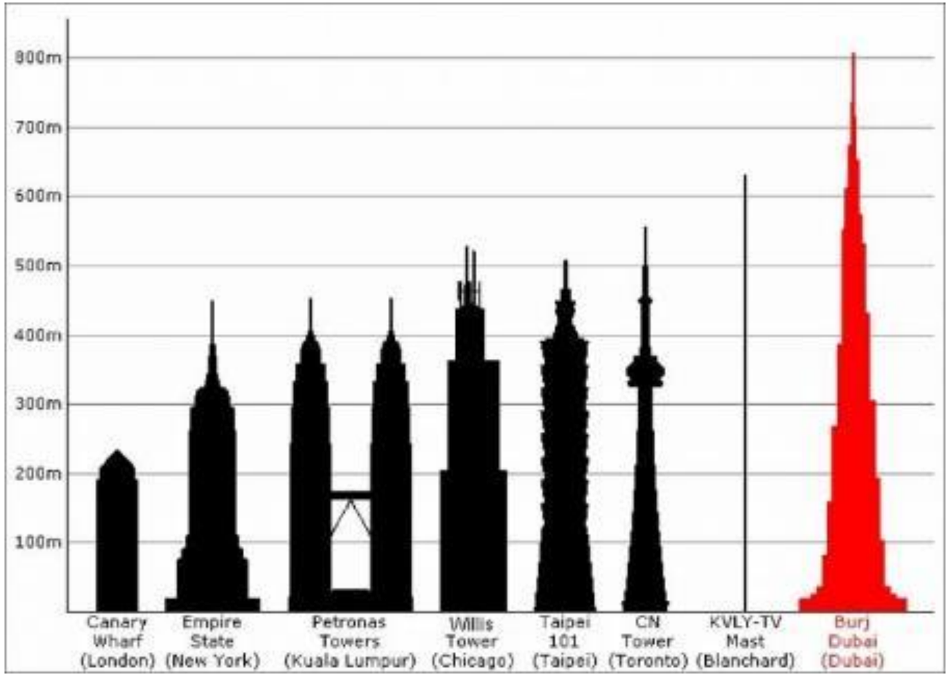
Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen

Een eerste stap in deze leerlijn is het kennismaken met getallen tot 1000 in verschillende betekenissen en verschijningsvormen. Leerlingen komen zulke getallen in het dagelijks leven tegen, maar zijn zich niet altijd even bewust van de betekenis ervan. De meetcontext biedt mooie aanknopingspunten om dit onderdeel onder de aandacht te brengen. Denk bijvoorbeeld aan hoogtes van gebouwen in meters, lengtes van potvissen in meters en decimeters, lengtes van leerlingen in meters en centimeters, de afstand van school naar huis in meters, de kilometerteller, etc. Daarnaast kan het getal ook een geldbedrag betreffen, een nummertje bij de fietsenstalling of de bakker, een codegetal (zoals kamer 3.06), of een hoeveelheid.

Welke toren is het hoogste?
Welke het op één na hoogste?
Hoeveel scheelt dat ongeveer?
Door activiteiten te doen waarin de leerlingen allerlei speelse verkenningen rond zulke contexten uitvoeren, ontwikkelen zij een steeds beter gevoel voor de orde van grootte en onderlinge relaties.



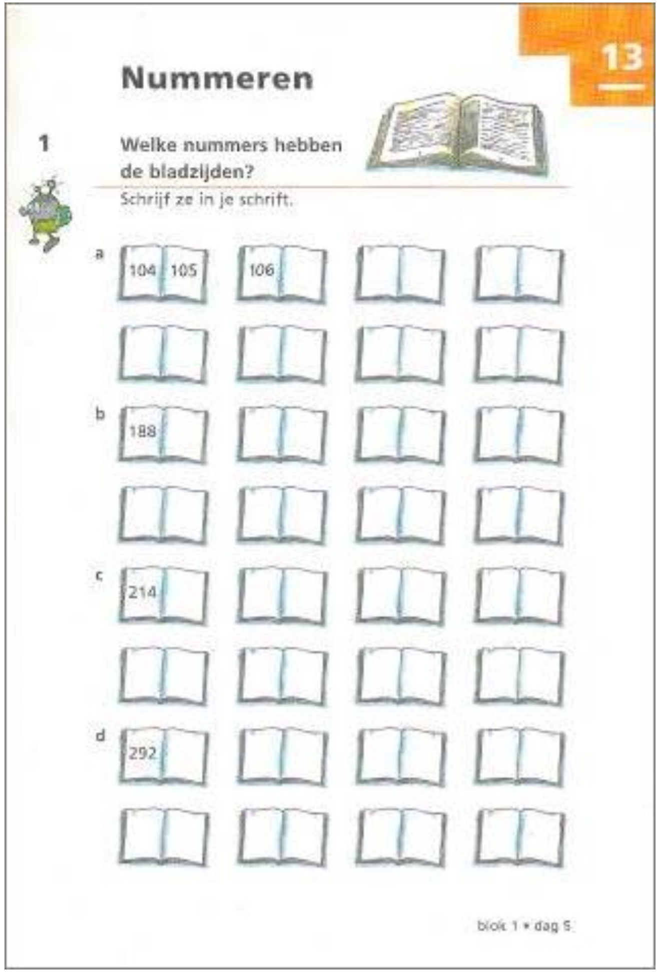
Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn

Vanaf de tweede helft van groep 4 komen getalverkennende activiteiten aan bod waarbij de leerlingen stukjes van de telrij opzeggen. Daarbij is het niet per se nodig om vanaf 1 te beginnen. De ervaring leert dat de overschrijding naar het volgende of vorige honderdtal een struikelblok kan zijn voor sommige leerlingen. Beginnen vanaf een willekeurig getal rondom een honderdtal is dan ook aan te bevelen. Na het tellen met stapjes van 1, volgt het tellen met sprongen van 10, 50, 100 en eventueel 25.

Aanvankelijk verdient het aanbeveling het tellen te koppelen aan een concrete handeling, zoals bijvoorbeeld het tellen van geld. De leerkracht voegt steeds een tientje toe, terwijl de leerlingen meetellen. Gaandeweg kan er ook 'droog' geoefend worden.



Tellen met stapjes van 1 in de context van nummeren.

Bron: Wis en Reken, wisboek 5A

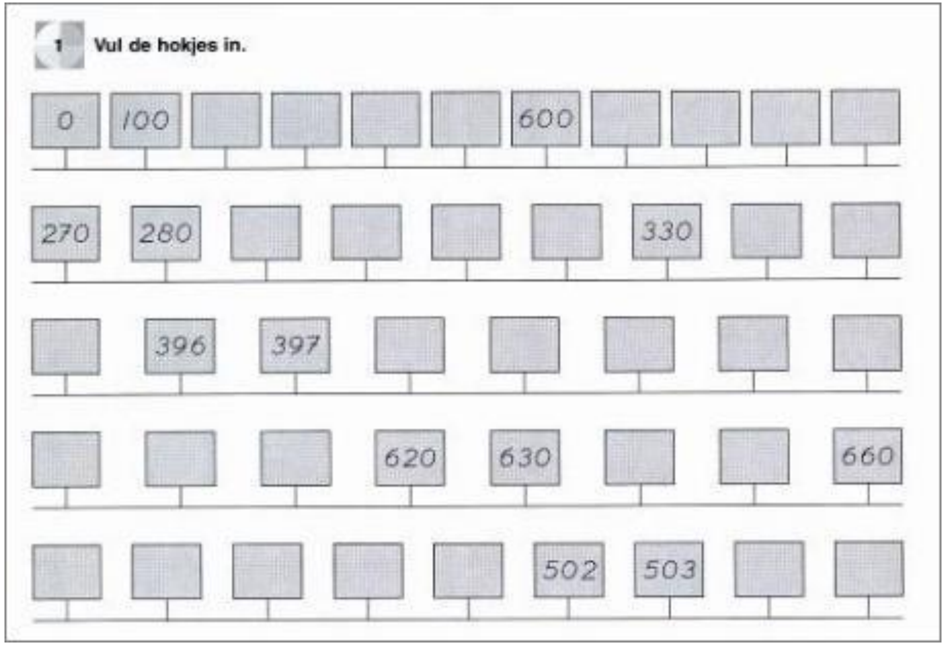
Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn (2)

In activiteiten waarin getallen moeten worden ingevuld leren de leerlingen de getallen noteren. Het is aan te bevelen daarbij te starten met stapjes van 1. Later kan worden gevarieerd in de grootte van de stap.

Ook het goed leren uitspreken vraagt om aandacht – denk bijvoorbeeld aan het uitspreken van op elkaar lijkende getallen zoals 109, 190, 901 en 910.



Tellen met sprongen van 10 of 100. Bron: Pluspunt, lesboek 5

Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn (3)

Een volgend type activiteit is het plaatsen van getallen op de getallenlijn. Er zijn twee varianten mogelijk, namelijk (1) activiteiten waarbij de leerlingen uitzoeken waar een gegeven getal ongeveer op de (halfgevulde) getallenlijn 'woont', (2) activiteiten waarbij de leerlingen bepalen welk getal bij een gegeven punt op de getallenlijn thuishoort.

De leerkracht stelt vragen als 'tussen welke twee honderdvouden ligt het getal?', 'Is het meer of minder dan 250?', 'Tussen welke twee tientallen ligt het getal?' Op deze manier zoomen de leerlingen steeds verder in op de plaats van het getal op de getallenlijn.

Naast het feit dat de leerlingen zo de structuur van de telrij leren doorzien, is het positioneren belangrijk voor het latere rekenen en wel in het bijzonder bij het toepassen van de aanvulstrategie.

Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Tellen van ongestructureerde hoeveelheden

Net als bij het verkennen van getallen tot 100 is het ook bij het verkennen van getallen tot 1000 van belang te beginnen met het tellen van een ongestructureerde hoeveelheid. Leerlingen tellen bijvoorbeeld een hoeveelheid knopen, knikkers, blokjes of iets dergelijks. De meeste kinderen maken als vanzelfsprekend een ordening in groepjes van 10. Als het voldoende voorwerpen zijn, komen ze meestal wel op het idee om een grotere groep van bijvoorbeeld 50 of 100 te maken.

Het verdient aanbeveling om de schrijfwijze van het getal expliciet te koppelen aan de hoeveelheid. Dus bijvoorbeeld 1 grote groep van 100 (1 op het bord), 8 groepjes van 10 (8 op het bord) en 7 losse knopen (7 op het bord): 187 knopen.

Ook kan de overeenkomst met de schrijfwijze van getallen onder de 100 zo aan de orde komen (87 wist je eigenlijk al, het enige dat is veranderd is dat er vooraan een 1 is bij gekomen).

Tellen van gestructureerde hoeveelheden

Als leerlingen eenmaal hebben geleerd dat groepen van 100 handig zijn, kunnen ze die kennis toepassen bij het tellen van een gestructureerde hoeveelheid.

Laat ook hier de schrijfwijze weer gelijk op gaan met het tellen:
7 kratjes met 100 mandarijnen, 4 netjes met 10 mandarijnen en 7 losse mandarijnen, betekent dat er 747 mandarijnen liggen.

Verkenning getalgebied tot 1000

- Verkenning van betekenissen en verschijningsvormen van getallen
- Verkenning van telrij, getalnotatie en het plaatsen op de getallenlijn
- Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden

Tellen van ongestructureerde en gestructureerde hoeveelheden (2)

Tellen van gestructureerde hoeveelheden (2)

Een andere manier om de decimale structuur van getallen onder de aandacht te brengen is door gebruik te maken van geld. De leerlingen tellen een geldbedrag onder de 100 aan de hand van tientjes en losse euromunten. Zo komen ze bijvoorbeeld op 67 euro uit.

De leerkracht noteert dit bedrag op het bord en voegt er vervolgens 2 briefjes van 100 euro aan toe terwijl de leerlingen meetellen. Hoeveel ligt er nu? Door het bedrag eerst te benoemen als 2 honderdjes, 6 tientjes en 7 losse euro's wordt de aandacht gevestigd op de decimale structuur van het getal.

Het op die manier benoemen van het bedrag brengt vrijwel automatisch ook de schrijfwijze van het getal met zich mee: 267. Door het bijbehorende getal onder het vorige te zetten, is duidelijk dat er alleen honderdjes zijn bijgekomen.

Vervolgens zoomen we verder in op de decimale structuur van de getallen boven de 100. De leerlingen stellen zelf bedragen samen en ervaren daarmee dat een bedrag als 436 euro bestaat uit 4 honderdjes, 3 tientjes en nog 6 losse euro's.

Getallen met 0 tientallen verdienen speciale aandacht en kunnen goed op de bovenstaande manier verduidelijkt worden. De leerlingen leggen bijvoorbeeld 408 euro: hoeveel honderdjes, hoeveel tientjes en hoeveel losse euro's zijn dat? En andersom: er liggen 7 honderdjes en 2 losse euro munten: hoeveel euro is dat en hoe noteer je dat? Door het weer te benoemen als 7 honderdjes, 0 tientjes en 2 losse euro's komt het bijbehorende getal als vanzelfsprekend in beeld. En wat is het verschil met 720 euro? Door ook dat getal te leggen kan duidelijk worden, dat er dan 2 tientjes en 0 losse euro's zijn, in plaats van andersom.

Getallen boven de 1000

- Telrij activiteiten
- Getallen plaatsen op de getallenlijn; waarde van cijfers in getallen
- Getallen op de rekenmachine

Getallen boven de 1000

Net als bij de verkenning van getallen tot 1000 is het ook bij de verkenning van getallen groter dan 1000 belangrijk om zowel aan het telrij-aspect als aan het hoeveelheidsaspect aandacht te besteden. Leerlingen zeggen bijvoorbeeld stukjes van de telrij op, maken sprongen van 100 en 1000 en herkennen getallen in hun omgeving.

Naast deze aspecten van getalbegrip maken de leerlingen gebruik van geleerde strategieën bij het optellen en aftrekken tot 1000. Dit zijn bijvoorbeeld de rijgstrategie, de splitsstrategie of het kolomsgewijs rekenen.

De rekenmachine neemt een speciale plaats in binnen de leerlijn getalbegrip. Aan de hand van de rekenmachine kunnen de leerlingen getallen verkennen. Bijvoorbeeld door te vragen hoe je van 7805 het getal 9805 kunt maken.

NB Deze stap is onderdeel van de leerlijn Optellen en aftrekken boven de 100, maar ook een onderdeel van de (leer)lijn Getalbegrip.

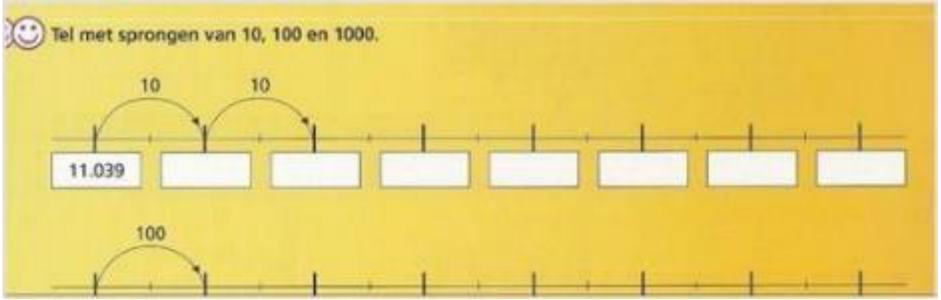
Getallen boven de 1000

- Telrij activiteiten
- Getallen plaatsen op de getallenlijn; waarde van cijfers in getallen
- Getallen op de rekenmachine

Telrij activiteiten

In het getallengebied boven de 1000 speelt het verkennen van de telrij weer een rol. De leerlingen kunnen nu voortborduren op de kennis die ze al hebben opgedaan in voorgaande leerjaren.

Het opzeggen van de telrij neemt een minder prominente plaats in dan voorheen. De kinderen kunnen een keer een stukje van de telrij opzeggen, maar dit hoeft niet vaak. Wel is het noteren van de getallen, het plaatsen van de getallen op de getallenlijn en het tellen met sprongen van verschillende groottes belangrijk.



Bron: Wizwijs, Deel 6b.

Naast het tellen met sprongen van 10 en 100 heen en terug komen er nu sprongen van 1000 bij. Het verdient aanbeveling om het tellen met sprongen gelijk op te laten gaan met het aanwijzen op een getallenlijn, of het laten verspringen van een teller. Welk getal komt/staat op deze teller als er 1 kilometer is gereden? En als er 10, 100 of 1000 km is gereden?

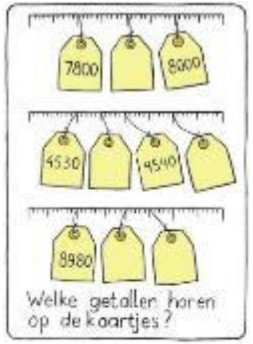
Getallen boven de 1000

- Telrij activiteiten
- Getallen plaatsen op de getallenlijn; waarde van cijfers in getallen
- Getallen op de rekenmachine

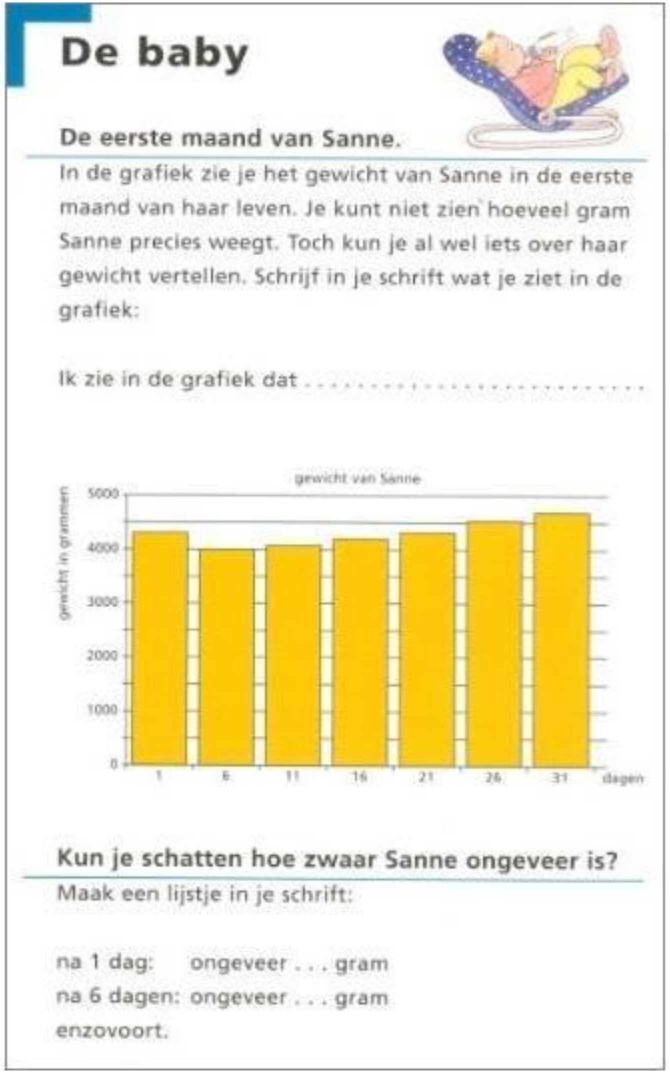
Getallen plaatsen op de getallenlijn; waarde van cijfers in getallen

Door getallen op een getallenlijn te plaatsen, leren de leerlingen de waardes van de cijfers in getallen kennen. Ook leren ze de plaats van getallen ten opzichte van elkaar kennen: tussen welke twee getallen op de getallenlijn hoort een getal thuis? En als je een sprong van 10 of 100 maakt?

Activiteiten zoals op de afbeelding hiernaast zoomen in op dat aspect. Leerlingen moeten de structuur van de getallenlijn betrekken bij het vinden van het antwoord. In het eerste geval betreft het immers een sprong van 100, in het tweede geval een sprongetje van 5.



Onder andere in activiteiten binnen de context van het lezen van grafieken (zie afbeelding hiernaast) leren de leerlingen de getallen globaal op de getallenlijn plaatsen. Het gaat er immers niet om dat de leerling precies kan zeggen hoeveel de baby precies weegt. Een 'ongeveer' antwoord volstaat. Aan de hand van dit soort activiteiten ontwikkelen de leerlingen gevoel voor de orde van grootte van getallen. 10 gram meer of minder op een gewicht van 4½ kilo is te verwaarlozen. 10 gram meer of minder zout in een brood maakt wel degelijk uit.



De baby

De eerste maand van Sanne.

In de grafiek zie je het gewicht van Sanne in de eerste maand van haar leven. Je kunt niet zien hoeveel gram Sanne precies weegt. Toch kun je al wel iets over haar gewicht vertellen. Schrijf in je schrift wat je ziet in de grafiek:

Ik zie in de grafiek dat ....

Kun je schatten hoe zwaar Sanne ongeveer is?

Maak een lijstje in je schrift:

na 1 dag: ongeveer ... gram
na 6 dagen: ongeveer ... gram
enzovoort.

Later, bij grotere getallen helpt dit bij het kunnen afronden van getallen: 4005 ligt dichtbij 4000, 3995 ook.

Getallen op de rekenmachine

De rekenmachine neemt een speciale plaats in binnen het rekenonderwijs. Doorgaans wordt hij vanaf ongeveer groep 7 ingezet, soms incidenteel ook al in groep 6.
Het met inzicht gebruiken van de rekenmachine vraagt om een doordachte leerlijn, waarbij de leerlingen de machine eerst uitvoerig verkennen. Welke knoppen zitten er allemaal op? Hoe kan ik getallen maken op de machine? Wat is het grootste getal dat ik met de machine kan maken? Wat gebeurt er daarna?

Ook kan de machine als een soort teller fungeren. Als de leerlingen bijvoorbeeld het getal 995 intoetsen en vervolgens + 1 = = = etc., maakt de machine stapjes van 1. Als er 999 in het scherm staat kan de vraag zijn wat het volgende getal zal zijn. En wat volgt op 1000?

Een activiteit als 'cijfers poetsen' zoomt in op de waarde van cijfers in een getal. Hoe kan ik bijvoorbeeld van 789 het getal 709 maken op de rekenmachine? En van 3229 het getal 3029?
Op die manier draagt de rekenmachine bij aan het vergroten van getalbegrip.

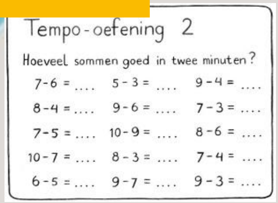
Optellen en aftrekken tot 10

Groep 1, 2

Groep 3

Groep 4

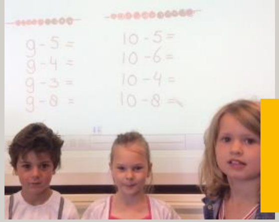
Memoriseren tot 10


Tempo-oefening 2

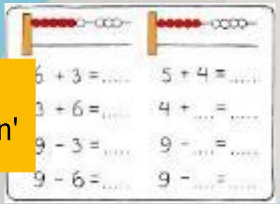
Hoeveel sommen goed in twee minuten?

7 - 6 = ...	5 - 3 = ...	9 - 4 = ...
8 - 4 = ...	9 - 6 = ...	7 - 3 = ...
7 - 5 = ...	10 - 9 = ...	8 - 6 = ...
10 - 7 = ...	8 - 3 = ...	7 - 4 = ...
6 - 5 = ...	9 - 7 = ...	9 - 3 = ...

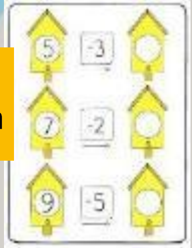
Automatiseren tot 10



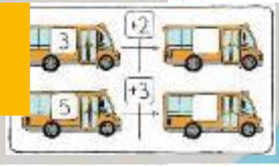
Overgang naar 'voorgesteld rekenen'



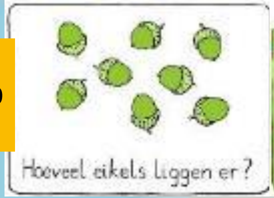
Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken



Informele optel- en aftreksituaties



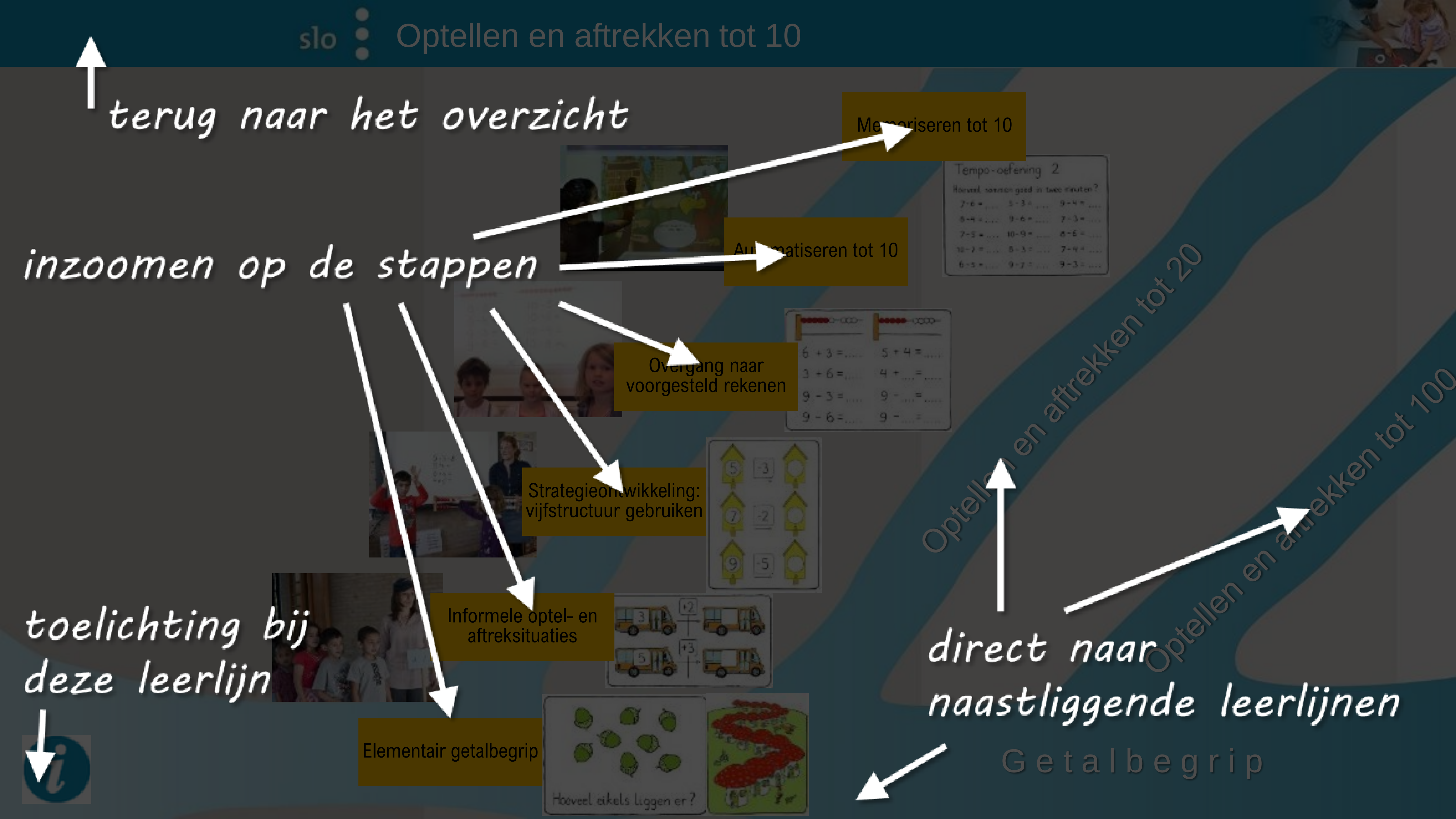
Elementair getalbegrip



Optellen en aftrekken tot 20

Optellen en aftrekken tot 100

Getalbegrip


slo
Optellen en aftrekken tot 10
terug naar het overzicht
inzoomen op de stappen
Memoriseren tot 10
Tempo-oefening 2
Automatiseren tot 10
Overgang naar voorgesteld rekenen
Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken
Informele optel- en aftreksituaties
Elementair getalbegrip
Hoeveel eikels liggen er?
toelichting bij deze leerlijn
direct naar naastliggende leerlijnen
Optellen en aftrekken tot 20
Optellen en aftrekken tot 100
Getalbegrip

Optellen en aftrekken tot 10

Typering van de leerlijn

In de kleutergroepen hebben de leerlingen op verschillende manieren kennis gemaakt met getallen. Zo hebben ze de telrij verkend en cijfers leren herkennen en benoemen. Ook hebben ze de basisstrategie van het resultatief tellen, het één voor één tellen, tot op zekere hoogte onder de knie gekregen. Sommige leerlingen hebben daarbij al geleerd om al tellende enige structuur in een ongestructureerde hoeveelheid voorwerpen aan te brengen. Verder maakten ze kennis met de verschillende betekenissen van getallen zoals deze in de dagelijkse werkelijkheid voorkomen. Bijvoorbeeld: huisnummers, de kalender, nummers van lijnbussen, nummerplaten van auto's, prijzen in de etalage, leeftijden, enz.

Het sluitstuk van deze verkenning is elementair getalbegrip. Dit is tevens de oorsprong van de leerlijn optellen en aftrekken tot 10.

In de loop van groep 3 wordt deze leerlijn steeds verder opgebouwd. Zo krijgen de leerlingen informele optel- en aftreksituaties voorgelegd die veelal ook in de kleutergroepen al eens zijn verkend. Bijvoorbeeld: '5 dropjes in de trommel, ik doe er 3 bij, hoeveel zijn het er dan?'. Daarbij komen ook de begrippen erbij en eraf naar voren. In eerste instantie zijn zulke situaties nog niet gekoppeld aan de formele bewerkingstekens + en -.

Bij het uitvoeren van handelingen om tot een oplossing te komen, komt veelal de representatie van de betreffende hoeveelheden op de vingers of met fiches naar voren. Veel leerlingen gebruiken in zulke situaties uit zichzelf hun vingers. Op zich is dit een waardevolle werkwijze, zo lang het niet bij tellen blijft. Geleidelijk aan dient er een overgang van tellen naar het werken met vingerbeelden of de getalbeelden van het rekenrek plaats te vinden.

Optellen en aftrekken tot 10

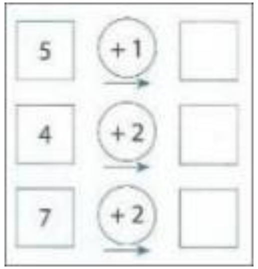
Typering van de leerlijn (2)

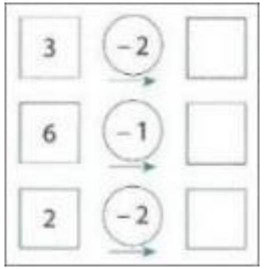
Na enkele maanden in groep 3 leren de leerlingen informele optel- en aftreksituaties te vertalen naar rekentaal.

De bewerkingstekens + en – worden vaak via het busverhaal geïntroduceerd.
Er stappen mensen in de bus, er komen mensen bij: erbij, ofwel +.
Er stappen mensen uit, er gaan mensen af: eraf, ofwel –.

Na het busverhaal komen ook andere contexten aan bod, zoals vogels die aankomen vliegen of wegvliegen, knikkers die je wint of verliest, dropjes die erbij komen of worden opgegeten, etc.
De leerlingen raken er vertrouwd mee dat al zulke situaties in een pijlenschema zoals hiernaast kunnen worden weergegeven.
Uiteindelijk mondt het proces uit in het leren kennen van gangbare formele rekentaal.

Naast het leren kennen van de symbolentaal gaat het proces van het steeds efficiënter leren uitrekenen van opgaven met behulp van vingerbeelden of de getalbeelden van rekenrek of kralenketting gewoon door. Geleidelijk aan vindt een overgang plaats van daadwerkelijk uitgevoerde handelingen naar 'voorgestelde handelingen'. Tevens leren de leerlingen steeds meer om onderscheid te maken tussen 'weetsommen' (sommen die ze al uit het hoofd weten) en sommen die nog moeten worden uitgerekend. Uiteindelijk mondt het leerproces uit in volledige automatisering en memorisering van alle opgaven tot 10. Voor sommige leerlingen wordt dit doel eind groep 3 al bereikt, maar voor andere komt het pas in de loop van groep 4.





Informele optel- en aftreksituaties

- Situaties representeren met vingers of fiches
- Stapsgewijze introductie van de symbolentaal
- Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

Informele optel- en aftreksituaties

In de vorige leerstap is een basis gelegd voor getalbegrip met betrekking tot getallen tot en met 10. Impliciet was daarbij soms ook al sprake van informele optel- en aftreksituaties. Immers, een leerling die 8 eikels structureert in een groepje van 5 en een groepje van 3 en vervolgens zegt dat het er (5), 6, 7, 8 zijn, is informeel aan het optellen. Het gaat dan echter nog niet om erbij- en eraf-situaties in de eigenlijke zin.

Dit is een volgende belangrijke stap in groep 3: de overgang naar informele optel- en aftreksituaties en de introductie daarbij van de rekentaal. Het gaat dan in eerste instantie om het (nader) verkennen en naspelen van concrete situaties waarin er iets bijkomt of afgaat zoals passagiers in en uit de bus, dropjes in en uit de trommel, vogels in en uit een hok, enz.

Het leren representeren van zulke situaties met behulp van vingers of fiches is hierbij van belang als een mogelijkheid om te achterhalen hoeveel passagiers, dropjes of vogels het nieuwe totaal is.

Daarnaast gaat de taalontwikkeling steeds meer een rol spelen: de nagespeelde situaties gaan over in afgebeelde situaties waarbij de plus- en minsymbolen hun intrede doen als aanduiding voor hoeveel erbij komen dan wel eraf gaan. Deze pijlentaal gaat na verloop van tijd over in de formele rekentaal met de bekende symbolen +, - en =.

Informele optel- en aftreksituaties

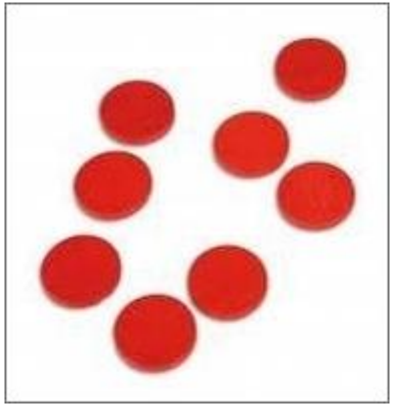
- Situaties representeren met vingers of fiches
- Stapsgewijze introductie van de symbolentaal
- Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

Situaties representeren met vingers of fiches

De leerlingen spelen verschillende optel- en aftreksituaties na en maken daarbij gebruik van materialen zoals fiches en vingers om tot een antwoord te komen.

Een voorbeeld van zo'n situatie is 'er liggen acht chocolade-eitjes op de schaal. Drie leerlingen pakken een eitje. Hoeveel zijn er nog over?'. Natuurlijk kunnen de eitjes zelf gebruikt worden als concreet materiaal. Aanvankelijk zal dit ook zeker gebeuren. Gaandeweg maken de leerlingen echter de overstap van concrete (echte) materialen naar een representatie daarvan in de vorm van fiches, vingers of kralen. Dit gebeurt met name als de betreffende objecten (zoals de paaseitjes in het voorbeeld) niet meer zichtbaar zijn, maar in een doosje zitten. De leerlingen worden gestimuleerd om in zulke situaties acht fiches neer te leggen of acht vingers op te zetten en er drie af te halen.

In eerste instantie zal dit representeren nog de nodige moeite geven. De leerlingen dienen de ruimte te krijgen om hier steeds meer vertrouwd mee te raken. Geleidelijk aan kan de leerkracht bij dit representeren de aandacht vestigen op de mogelijkheid van het structureren van de fiches of het gebruikmaken van vingerbeelden (in plaats van losse vingers). De meest voor de hand liggende structuur in dit geval is die van 5 en nog 3 of van 4 en nog 4. Vervolgens kan de leerkracht de aandacht richten op het in één beweging weghalen van het af te trekken aantal: wat gebeurt er met die 8 fiches of vingers? Er moeten er drie af. Over vijf.



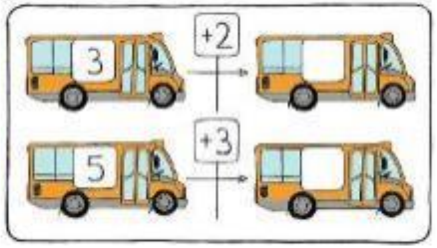
Informele optel- en aftreksituaties

- Situaties representeren met vingers of fiches
- Stapsgewijze introductie van de symbolentaal
- Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

Stapsgewijze introductie van de symbolentaal

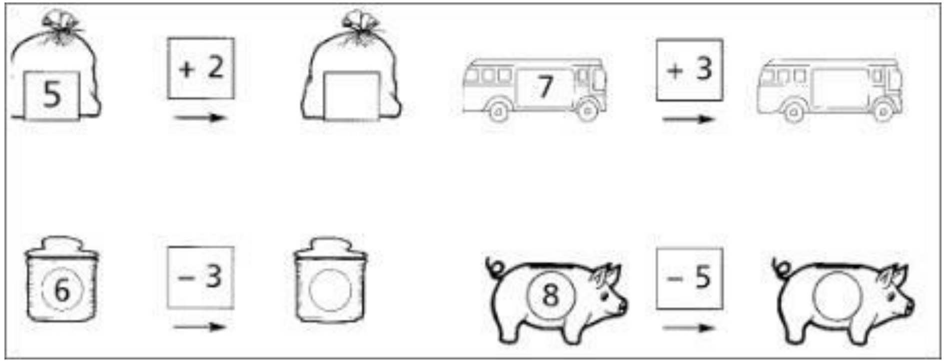
Een activiteit die parallel loopt aan het leren representeren van aantallen met fiches of vingers, is het vertalen van de erbij- en eraf-situaties in rekentaal. De leerlingen leren de bewerkingstekens + en – kennen.

In de meeste methodes is het busverhaal een centrale context waarin de leerlingen leren wat bedoeld wordt met de symbolen + en – . Vaak wordt het busverhaal een keer echt nagespeeld in de klas. Er is een bus nagebouwd, er is een chauffeur en er zijn passagiers. De bus gaat rijden en er stappen mensen in en uit.
Instappen wordt verbonden aan het symbool + en het woord 'erbij'.
Uitstappen aan – en het woord 'eraf'.



Al snel komt het busverhaal in de vorm van een schema op een werkblad terug. Doordat de bus nog zichtbaar is in het schema, kunnen de leerlingen terugdenken aan het verhaal.

Om te voorkomen dat leerlingen de symbolentaal teveel koppelen aan het busverhaal alleen, worden gewoonlijk andere situaties aan de orde gesteld. Bijvoorbeeld dropjes in en uit de trommel, vogels die aankomen of wegvliegen, knikkers winnen en verliezen. Ook dit soort situaties kunnen in een geschematiseerde vorm op een werkblad worden opgenomen. Uiteraard kunnen leerlingen ook zelf een situatie bedenken die past bij een optel- of aftrekopgave.



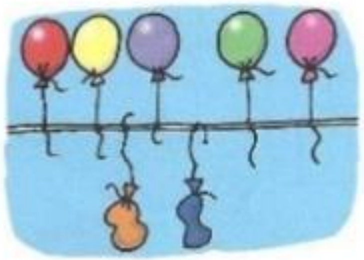
Informele optel- en aftreksituaties

- Situaties representeren met vingers of fiches
- Stapsgewijze introductie van de symbolentaal
- Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

Stapsgewijze introductie van de symbolentaal (2)

Na deze informele notatievormen komen de kale optel- en aftreksommen naar voren. In eerste instantie wordt veelal de kale pijlentaal geïntroduceerd, naderhand gaat dit over in de formele rekentaal ('sommentaal'). Soms wordt als 'denksteun' nog een afbeelding van een erbij- of eraf-situatie gegeven.

4 + 2 = ...	1 + 6 = ...
2 + 6 = ...	5 + 3 = ...
4 + 3 = ...	1 + 7 = ...
6 + 1 = ...	3 + 4 = ...
1 + 5 = ...	2 + 5 = ...



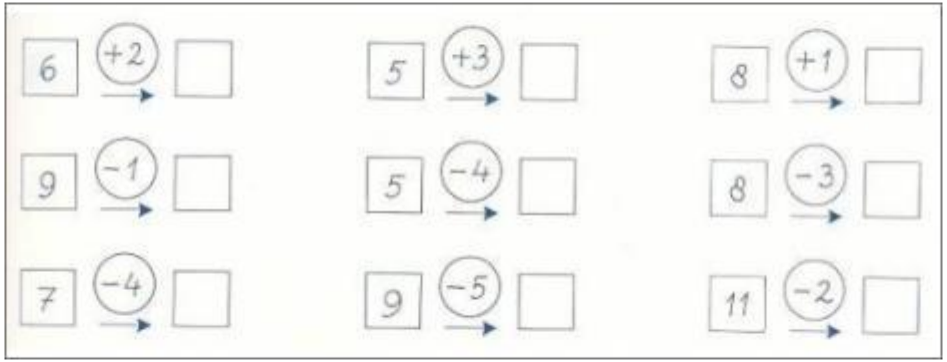
7 – 2 = ...	6 – 5 = ...
6 – 2 = ...	8 – 8 = ...
8 – 4 = ...	7 – 3 = ...
7 – 5 = ...	8 – 3 = ...
8 – 2 = ...	7 – 6 = ...

Informele optel- en aftreksituaties

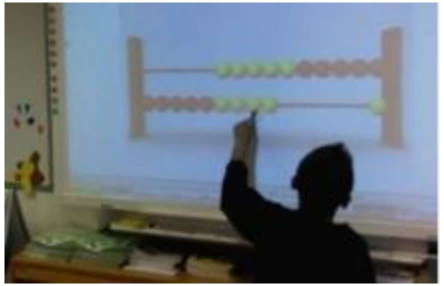
- Situaties representeren met vingers of fiches
- Stapsgewijze introductie van de symbolentaal
- Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

▪ Gezamenlijk uitwisselen en demonstreren van handelingen

In deze fase van het leerproces krijgen de leerlingen voor het eerst te maken met 'het echte rekenen', dat wil zeggen met het maken van rijtjes opgaven zoals hieronder.



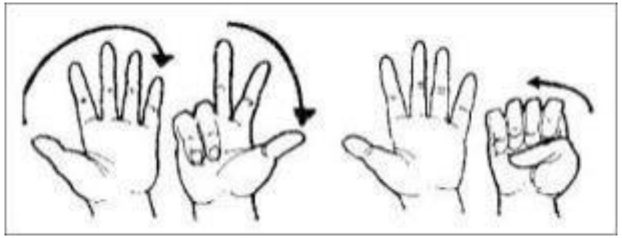
Bij sommige van deze opgaven zullen de leerlingen het antwoord al bijna direct uit het hoofd weten. Bijvoorbeeld: 8+1 en 9-1. Bij andere zullen ze nog even moeten nadenken of door gebruik te maken van het rekenrek of de vingers tot een oplossing komen. Belangrijk is het dan dat er met een zekere regelmaat onderlinge uitwisselingen plaatsvinden waarbij de leerlingen aan elkaar vertellen welke sommen ze al snel uit het hoofd kunnen uitrekenen. En tevens, dat ze aan elkaar laten zien en demonstreren hoe ze bij de moeilijkere opgaven tewerk gaan om tot een oplossing te komen.



In het geval dat het rekenrek als hulpmiddel wordt gebruikt, kan de leerkracht een leerling bijvoorbeeld op het klassikale rek (of de digitale variant daarvan) laten demonstreren hoe hij of zij te werk is gegaan.

Bijvoorbeeld: laten zien hoe je 10-4 handig hebt uitgerekend door 10 in één keer op te zetten en door er vervolgens in één beweging, zonder te tellen, 4 vanaf te halen.

In het geval de vingers gebruikt worden, kan het waardevol zijn om mooie voorbeelden te laten demonstreren waarbij een leerling laat zien hoe zij bijvoorbeeld 8-3 efficiënt uitrekent door 8 in één keer als een volle hand en nog 3 op te zetten, en door er daarna in één keer drie vingers af te halen. Zodoende kan een eerste bewustwording optreden van het efficiënt uitrekenen van opgaven door van de structuur gebruik te maken.

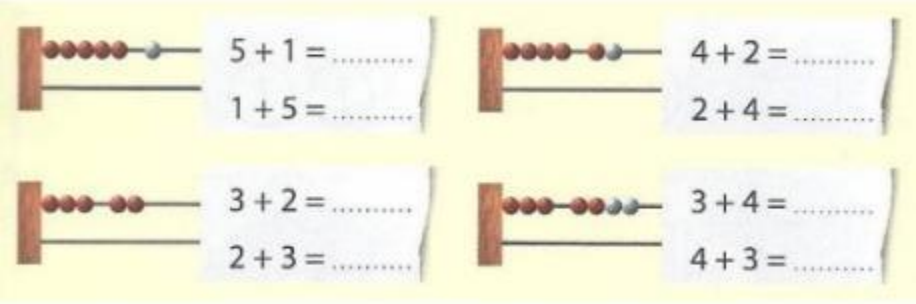


Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

In de vorige stap hebben de leerlingen informele optel- en aftreksituaties verkend. Daarbij is stapsgewijs ook de rekentaal geïntroduceerd: eerst in de vorm van de pijlentaal, en in het verlengde daarvan de formele 'sommentaal'. Om tot een oplossing te komen, hebben de leerlingen geleerd om de situaties te representeren met fiches, vingers of op het rekenrek.

Nu gebeurt dat in eerste instantie niet altijd even handig. Er is regelmatig sprake van tellen, en de structuur van de gebruikte hulpmiddelen wordt lang niet altijd efficiënt ingezet. Zo zetten sommige leerlingen bij het gebruik van het rek of de vingers het eerste getal in een opgave (bijvoorbeeld: 6+4) wel in een keer op, maar doen er vervolgens een voor een vier kralen resp. vingers bij.

Het is van belang dat ze zo efficiënt mogelijk van de structuur van dergelijke hulpmiddelen gebruik leren maken, in het bijzonder van de vijfstructuur die daarin is verwerkt: de structuur van de volle hand of van de groepjes van vijf kralen van het rek. Daarom wordt er in deze leerstap gerichte aandacht besteed aan het efficiënt leren inzetten van de vijfstructuur. Het regelmatig laten verwoorden van uitgevoerde handelingen speelt daarbij een belangrijke rol.



Behalve het gebruik van de vijfstructuur zijn er natuurlijk nog diverse andere typen strategieën van belang, zoals de omkeerstrategie en het redeneren op basis van dubbelen. Aan de ene kant is het wenselijk om hier van tijd tot tijd gericht aandacht aan te besteden, aan de andere kant is het aan te bevelen dit terughoudend te doen omdat zwakkere leerlingen in verwarring kunnen raken als er bij wijze van spreken elke dag een ander type strategie aan de orde komt. Inperking van het aantal basisstrategieën in deze fase van het leerproces is daarom zinvol.

Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

- Gericht leren inzetten van de vijfstructuur
- Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën
- Inperking van het aantal basisstrategieën

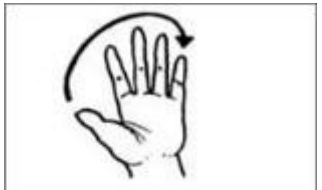
Gericht leren inzetten van de vijfstructuur

De vingers vormen (letterlijk en figuurlijk) het meest voor de hand liggende hulpmiddel om optel- en aftrekopgaven onder de 10 uit te rekenen. Daarnaast wordt veelal het rekenrek of de eierdoos geïntroduceerd als een hulpmiddel waarmee zulke opgaven efficiënt uitgerekend kunnen worden. Echter, in eerste instantie zullen nogal wat leerlingen deze hulpmiddelen niet erg efficiënt gebruiken. Daarom verdient het aanbeveling om hier speciaal de aandacht op te vestigen.

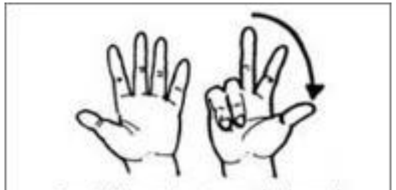
In het geval van de vingers is het in de eerste plaats natuurlijk van belang dat de leerlingen de vingerbeelden als zodanig goed kennen. Dat wil zeggen dat ze in staat zijn om alle getallen tot en met 10 in één beweging op te zetten en te herkennen. Hetzelfde geldt uiteraard voor de getalbeelden van het rekenrek.

In de tweede plaats is het van belang dat ze de vijfstructuur die in de vingerbeelden en in de beelden van het rek besloten ligt, op een doelmatige manier leren inzetten.

Bijvoorbeeld, in het geval van 5+3: 5 in één beweging opzetten, 3 in één beweging toevoegen, het totaal in één keer aflezen.



5 opzetten als volle hand



3 erbij op de tweede hand;
samen 8 (een volle hand en nog 3)

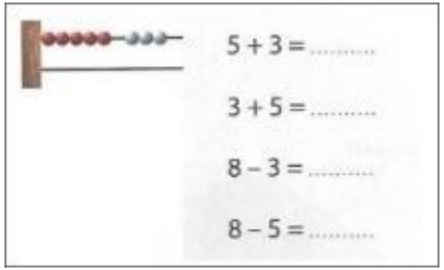
Om zulke werkwijzen op een goede manier te laten verwerven, verdient het aanbeveling om van tijd tot tijd gericht enkele opgaven aan de orde te stellen waar een 'vijf' in zit, of waarvan de uitkomst vijf is. Bijvoorbeeld 5+3, 9-5, 9-4.

Zie voor een verdere toelichting op het werken met de vingerbeelden de voorbeeldbeschrijving op de volgende pagina.

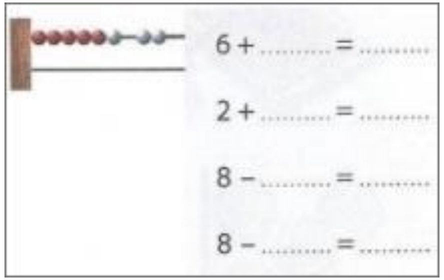
Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

- Gericht leren inzetten van de vijfstructuur
- Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën
- Inperking van het aantal basisstrategieën

Gericht leren inzetten van de vijfstructuur (2)



Naast en na de vingerbeelden wordt veelal ook gebruikgemaakt van het rekenrek of van eierdozen. Als die overstap wordt gemaakt is van belang de link te leggen met de handen. Vijf vingers aan een hand, vijf rode kralen, een rijtje van vijf eieren. Negen vingers: een volle hand en nog vier vingers, vijf rode kralen en nog vier witte kralen (of vijf rode op de bovenste staaf en nog vier op de onderste), een rijtje van 5 eieren en nog een rijtje van 4 (of er is nog 1 vakje leeg, dus 9 eieren). Met deze hulpmiddelen kan verder op een vergelijkbare manier ervaren worden hoe je de vijfstructuur efficiënt kunt inzetten.



Tenslotte kan het gebruik van de vijfstructuur ook gestimuleerd worden via schriftelijke opgaven waarbij bijvoorbeeld een rekenrek op een suggestieve manier met een bepaald aantal kralen staat afgebeeld. Op deze manier komt impliciet ook al naar voren dat optellen en aftrekken als bewerkingen 'elkaars omgekeerde' (c.q. inverse) zijn. Later kunnen de leerlingen leren om bewust van deze inverse-relatie gebruik te maken om bijvoorbeeld 8-4 en 12-6 handig uit te rekenen: 8-4 is 4, want (4+4 is 8).

Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

- Gericht leren inzetten van de vijfstructuur
- Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën
- Inperking van het aantal basisstrategieën

Gericht leren inzetten van de vijfstructuur (3)

Van tellen op de vingers naar rekenen met vingerbeelden

- Verkennen: de leerkracht vraagt de leerlingen hoeveel vingers ze aan een hand hebben. De leerlingen steken de hand op en benoemen het met 'vijf'. Hoeveel vingers hebben we aan de andere hand? Hoeveel vingers aan twee handen? Ga nu verder naar andere getalbeelden en laat het steeds verwoorden als 'een volle hand en nog wat', bijv. een volle hand (5) en nog twee vingers zijn zeven vingers.
- De leerkracht laat verschillende vingerbeelden zien en vraagt de leerlingen hoeveel vingers het zijn. Van belang is de leerling de beelden te laten verwoorden: 'het waren 8 vingers, want ik zag een volle hand en nog drie vingers'. Naarmate dit vaker is gedaan, laat de leerkracht de beelden steeds korter zien, zodat de leerlingen zich de beelden mentaal moeten voorstellen. Het verwoorden speelt daar weer een belangrijke rol bij.
- Draai de rollen om en laat de leerlingen zelf vingerbeelden opzetten. De leerkracht besteedt ook hier weer aandacht aan verwoorden.
- Leg de leerling een som voor die gemakkelijk op de vingers kan worden uitgerekend, bijvoorbeeld 5+3, 5+4, 3+5, 8-5, 9-4, 10-5, 10-6, e.d. Vraag hen zo snel mogelijk te zeggen wat het antwoord is. Leg hierbij nadrukkelijk het verband met de vingerbeelden, want leerlingen doen dat niet altijd vanzelfsprekend.

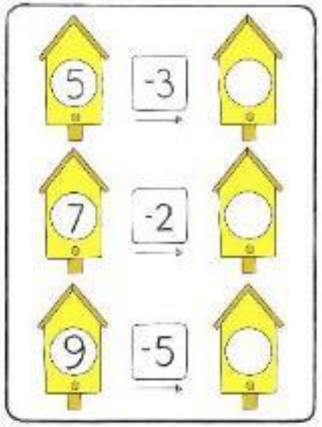
Zie ook: Boswinkel, N. (2010). Het rekenen de baas. In: M. van Zanten, Waardevol reken-wiskundeonderwijs, kenmerken van kwaliteit

Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

- Gericht leren inzetten van de vijfstructuur
- Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën
- Inperking van het aantal basisstrategieën

Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën

Bij het leren gebruiken van de vijfstructuur ligt het accent in eerste instantie op contextsituaties. De leerling zet eerst vanuit verschillende contexten het bijbehorend aantal vingers op. Bijvoorbeeld: er liggen 8 appels op de schaal (steek maar acht vingers op). Drie kinderen nemen een appel, hoeveel appels over? De leerling zet in dit geval dus acht vingers op (of schuift deze op het rekenrek naar links) en haalt er in een keer drie vingers af (resp. schuift deze naar rechts). Het resultaat (5) weet hij ook meteen. Dit wil echter nog niet zeggen dat als aansluitend de vraag gesteld wordt hoeveel 8-3 is, de leerling ook vanzelfsprekend het verband legt met de contextsituatie die daarvoor aan de orde was. Hier kan verwoording de verbindende schakel zijn. De leerkracht vraagt bijvoorbeeld 'hoe wist je net zo snel dat er 5 appels over waren?'



Vooral voor sommige zwakkere leerlingen kan het een eye-opener zijn om zich bewust te worden hoe de vijfstructuur in zulke gevallen gebruikt kan worden om het antwoord snel en efficiënt te achterhalen. Deze bewustwording komt juist door het laten verwoorden van een oplossing soms pas goed tot stand. Bovendien kan dit verwoorden ook andere leerlingen op ideeën brengen. Daarom is het aan te bevelen om in deze fase van het leerproces regelmatig nabesprekingsmomenten te houden waarop leerlingen onder woorden brengen hoe ze tot een oplossing zijn gekomen.

Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

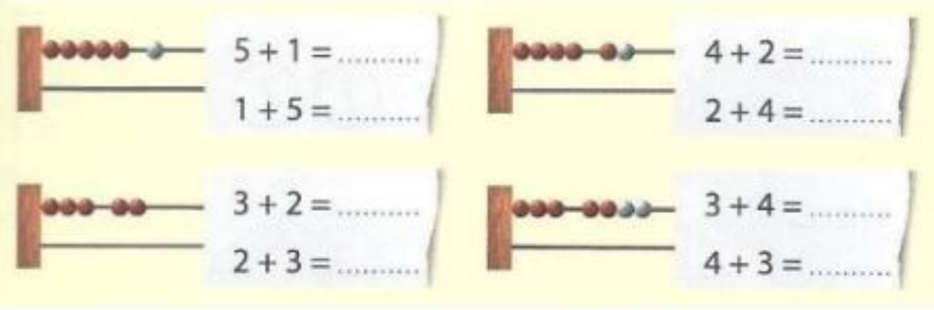
- Gericht leren inzetten van de vijfstructuur
- Aandacht voor het verwoorden van oplossingsstrategieën
- Inperking van het aantal basisstrategieën

Inperking van het aantal basisstrategieën

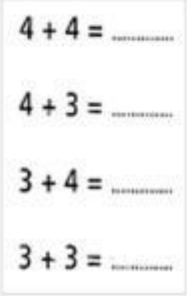
In principe zijn er naast het gebruik van de vijfstructuur nog diverse andere handige oplossingswijzen mogelijk. Het verdient aanbeveling om deze met een zekere regelmaat aan de orde te laten komen.

Voor wat betreft het optellen is de omkeerstrategie bijvoorbeeld handig. Deze is ook eenvoudig inzichtelijk te maken. Vijf vingers op de ene hand en 3 vingers op de andere hand levert hetzelfde resultaat op als het omgekeerde. Of: 6 kerstballen en 3 kerstballen (in de 3 - 3 - 3 structuur) levert hetzelfde op als 3 en 6 kerstballen. Bij de omkeerstrategie moet echter wel goed duidelijk gemaakt worden dat die niet voor het aftrekken geldt. Ook aan de hand van het rekenrek kan deze strategie goed verduidelijkt worden.

Een tweede type strategie is die van het redeneren op basis van dubbelen. Veel leerlingen kennen de dubbelen (2+2, 3+3, 4+4, 5+5) al vrij snel uit het hoofd. En sommigen van hen zetten deze kennis ook in om 'bijna dubbelen' uit te rekenen zoals 3+4 (eentje meer dan 3+3, dus 7); of om bijpassende aftreksommen uit te rekenen: 6-3 is 3, want 3+3 is 6. Ook deze strategie kan op het rekenrek heel goed inzichtelijk worden gemaakt: eerst bijvoorbeeld 3 kralen boven en 3 kralen onder, dan 3 kralen boven en 4 kralen onder.



Met name voor zwakkere rekenaars bestaat echter het gevaar van verwarring door een (te) grote variëteit aan strategieën. Daarom is aan te bevelen om aan te sturen op een beperkt aantal basisstrategieën. De meest perspectiefrijke strategie op de lange termijn is het redeneren op basis van de vijfstructuur (en in het verlengde daarvan de tienstructuur). Aanwijzingen op welke wijze dat kan, zijn in voorgaande stappen gegeven.

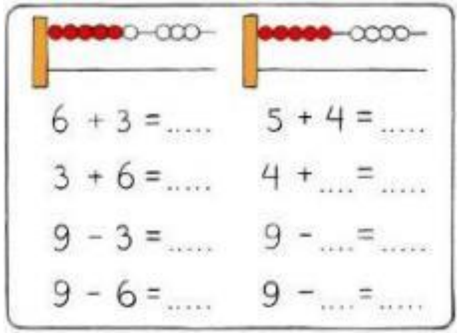


Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Splitsen van getallen: van concreet handelen naar redeneren
- Waken voor terugval naar het tellen

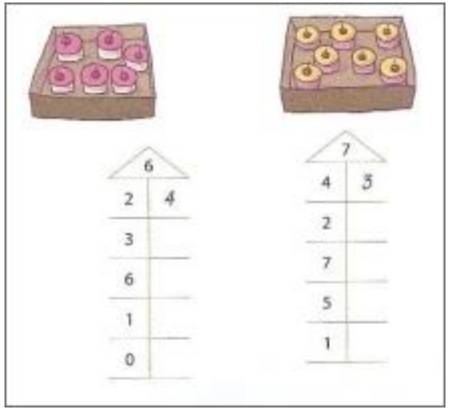
Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

In de vorige leerstap hebben de leerlingen leren redeneren op basis van verschillende basale structuren en getalrelaties. De vijfstructuur, de dubbelen en de 3-3-3 structuur kwamen daarbij prominent naar voren. In de volgende fase zijn de structuren niet meer zichtbaar, maar neemt het redeneren op basis van 'voorgestelde handelingen' het over. De leerlingen kunnen daarbij uiteraard nog wel denken aan de onderliggende materialen en handelingen. Om dit te bevorderen, wordt soms het begingetal als getalbeeld afgebeeld.



Redeneringen als 6+3=9 want het zijn 5 rode en nog 4 witte kralen (oftewel: eentje minder dan 10) worden nu gestimuleerd.
Evenzo: 9-4=5, want als je die 4 eraf zou halen, blijft er nog een volle hand over.
Verder wordt de overgang naar het mentale handelen op diverse andere manieren gestimuleerd, bijvoorbeeld via rijtjes opgaven met hetzelfde begingetal of via oefeningen waarbij specifiek op een bepaalde handige strategie wordt gefocust.

Een ander type activiteit dat in groep 3 een belangrijke rol speelt en dat gelijk oploopt met het leren optellen en aftrekken, betreft het splitsen van getallen tot 10. Op een basaal niveau is dat via de bedekspelletjes bij de eerste leerstap (Elementair getalbegrip) al aan de orde gekomen. In deze fase van het leerproces wordt aan dit splitsen wederom de nodige aandacht besteed. Het is vooral van belang voor het optellen en aftrekken over de tien. Met name het optellen over de 10 wordt veelal in de tweede helft van groep 3 al opgestart, en daarom is het van belang om aan het splitsen de nodige aandacht te schenken. Dit bevordert namelijk dat leerlingen het aanvullen tot 10 op een efficiënte manier als strategie gaan gebruiken. Bovendien draagt het ertoe bij dat leerlingen een netwerk van getalrelaties opbouwen.

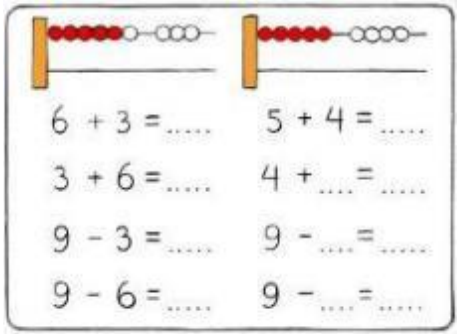


Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Splitsen van getallen: van concreet handelen naar redeneren
- Waken voor terugval naar het tellen

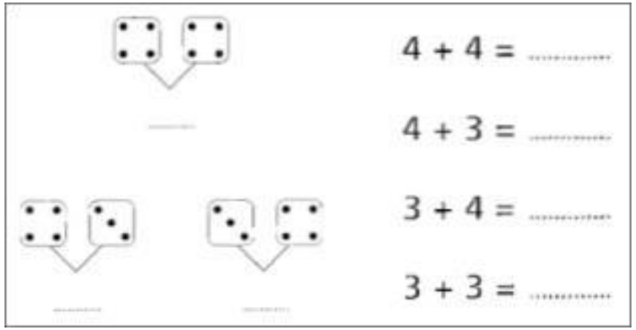
Verwoorden van voorgestelde handelingen

Nadat in de vorige fase de onderliggende materialen nog beschikbaar waren en de leerlingen op basis daarvan konden redeneren, blijven deze nu steeds meer achterwege. De leerlingen worden geacht de concrete handelingen steeds meer in gedachten te gaan doen. Daarbij neemt het verwoorden een essentiële plaats in.



Redeneringen als 5+3=8, want het is een groepje van 5 en nog 3 kralen (5 en 3 vingers, een rijtje van 5 en een rijtje van 3 eieren) komen regelmatig in de les aan bod. Het verdient aanbeveling om zulke redeneringen van tijd tot tijd ook aanschouwelijk te maken door het rekenrek of de vingers er nog eens bij te nemen. Maar geleidelijk aan dienen deze materialen steeds meer naar de achtergrond te verdwijnen om plaats te maken voor het op mentaal niveau gebruiken van strategieën.

De minder eenvoudige opgaven kunnen aan de hand van de makkelijke worden uitgerekend, door een strategie toe te passen. Zo kan 3+6 een moeilijke som zijn, maar weet de leerling bijvoorbeeld wel 6+3. Omkeren levert het antwoord op 3+6 op.



4+3 weet de leerling misschien niet meteen, maar 4+4 wel; 4+3 is 1 minder, dus 7. In de vorm van oefenrijtjes, soms ondersteund met bijvoorbeeld dobbelsteenpatronen, kunnen ze verder op het spoor van zulke strategieën worden gezet.

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

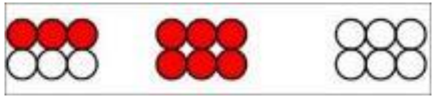
- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Splitsen van getallen: van concreet handelen naar redeneren
- Waken voor terugval naar het tellen

Splitsen van getallen: van concreet handelen naar redeneren

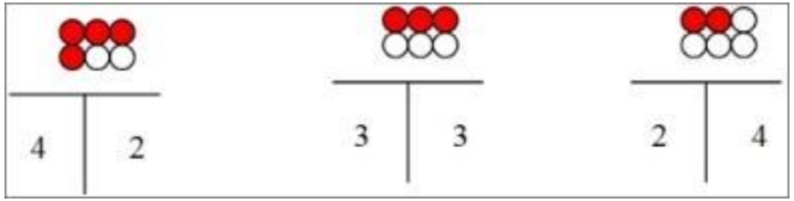
Ook bij het splitsen van getallen tot 10 is aan te bevelen de leerlingen dit eerst daadwerkelijk te laten doen. Dat kan bijvoorbeeld door bloemen over twee vazen te verdelen, door bonbons in twee doosjes te verdelen, of door aantallen jongens en meisjes in de klas te verdelen. Hoewel dit niet expliciet is vermeld, zijn zulke activiteiten bij de voorgaande leerstappen reeds aan de orde geweest.

Door een aansprekende context te gebruiken om de overgang te maken van concreet handelen naar redeneren, wordt de kans verhoogd dat de leerling begrijpt wat splitsen inhoudt, namelijk het onderverdelen van een hoeveelheid (getal) in twee of meer kleinere hoeveelheden (getallen).

De ervaring leert dat het bepalen van de mogelijke eindstanden van een (voetbal-)wedstrijd veel leerlingen aanspreekt. Door ze met dubbelzijdige fiches de stand te laten bijhouden wordt duidelijk dat het gaat om een splitsing van het aantal doelpunten en niet om een optelling. Bijvoorbeeld: In een voetbalwedstrijd zijn 6 doelpunten gemaakt, wat kan de eindstand zijn? Veel leerlingen komen hier met 3-3. Andere komen met 6-0 of 0-6. Door de leerlingen die stand te laten leggen met fiches en aansluitend te vragen of er nog andere mogelijkheden zijn, komt door het omdraaien van 1 fiche onmiddellijk ook 4-2 (en 2-4) naar voren.



In dit voorbeeld gaat het erom de leerlingen ervan bewust te maken wat splitsen is, namelijk een gegeven hoeveelheid verdelen in twee of meer onderdelen. De leerlingen noteren iedere eindstand in een apart schema.



Via andere contexten kunnen vergelijkbare activiteiten ontplooid worden. Zo krijgen de leerlingen een steeds beter idee van wat splitsen inhoudt en hoe je dit kunt noteren. Natuurlijk zullen ze de fiches na verloop van tijd steeds minder nodig hebben.

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Splitsen van getallen: van concreet handelen naar redeneren
- Waken voor terugval naar het tellen

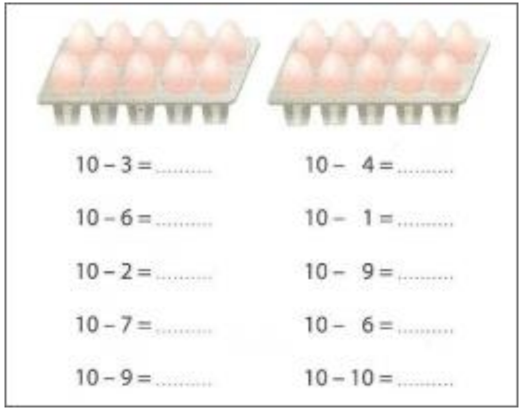
Waken voor terugval naar het tellen

Bij de overgang van het gebruik van concrete materialen (vingers, rekenrek, eierdoos) naar het 'voorgesteld rekenen' gebeurt het nogal eens dat een leerling terugvalt naar het één voor één tellen. Terwijl hij of zij in de voorafgaande fase wel redelijk goed gebruik maakte van de vijfstructuur, doorziet de leerling nog niet helemaal goed hoe dit op mentaal niveau kan. Hij valt dan terug op het één voor één tellen, met als gevolg dat het automatiseringsproces soms moeizaam verloopt.

Het verdient aanbeveling hier alert op te zijn en leerlingen zo nodig ondersteuning te bieden. Dit kan in principe het beste door een stapje terug in het leerproces te gaan en te herinneren aan het gebruik van de vijfstructuur via de vingerbeelden of het rekenrek.

Neem een reeks moeilijkere aftrekopgaven die zich daar goed voor lenen. Bijvoorbeeld: 10-5, 10-6, 10-8, 10-4, 10-9. Is de leerling geneigd om bij de tweede opgave (10-6) terug te tellen, dan kunt u vragen om de opgave nog eens op het rekenrek of op de vingers uit te beelden. Zo kan de leerling zich nogmaals bewust worden hoe je op basis van de vijfstructuur handig tot een oplossing kunt komen, door 10 opzetten als twee volle handen (resp. 5 rode en 5 witte kralen), 6 eraf als een volle hand en nog 1 (resp. 5 witte en 1 rode), dus 4 over.

Als het louter denken aan deze handelingen nog moeilijk gaat, kunt u voorstellen om naar het rek of de vingers te kijken – vaak geeft dit al steun. Zulke 'kijksteun' kan een leerling ook ontlenen aan rijtjes opgaven met hetzelfde begingetal dat boven een rijtje als getalbeeld staat afgebeeld, bijvoorbeeld in de vorm van een volle eierdoos.



Automatiseren tot 10

- Bewustwording van de sommen die je al weet
- Gebruik van gevarieerde oefenvormen
- Splitsen van getallen: werken met schema's en tabellen

Automatiseren tot 10

Het leerproces komt nu in een fase dat het aantal 'weetsommen' (opgaven die een leerling direct uit het hoofd weet) steeds groter wordt. Het uitrekenen van de overige opgaven gaat steeds vlotter en 'automatischer'. Dat wil zeggen dat de handelingen waarmee een leerling de opgaven uitrekent, steeds meer als een automatisme worden uitgevoerd.

Bijvoorbeeld:

LK: Hoeveel is 4+4?	LL: (direct) 8.
LK: En 6+2?	LL: (na 2 sec.) Ook 8. Want 7, 8.
LK: 4+6?	LL: (na 3 sec.) 10. Want 6, dat is 5 en 1 (kijkt naar vingers); 4 erbij is 10.
LK: 2+7?	LL: (na 1 sec.) 9. Want net hadden we 6+2, en dit is eentje meer.

De ervaring leert dat het proces bij optellen sneller verloopt dan bij aftrekken. Leerlingen zullen ook nog vaak even aan de vingers denken of de vingers licht bewegen bij het uitrekenen van een opgave; of naar het klassikale rekenrek kijken. Ook dat gaat steeds sneller en automatischer.

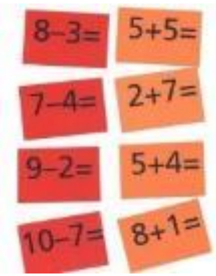
In de vorm van speelse oefeningen komt het automatiseren van opgaven tot 10 regelmatig aan de orde. Dit kunnen zowel klassikaal-mondelinge als individueel schriftelijke oefeningen zijn, terwijl ook oefeningen op het digibord veel mogelijkheden bieden. Bij de schriftelijke oefeningen gaat het vooral om rijtjes opgaven, maar ook opgaven in een geldcontext (waarbij meerdere getallen afgetrokken worden) komen in aanmerking.

Tegelijk met deze fase van het automatiseren zijn de leerlingen volop bezig met het inoefenen van getalbeelden tot 20 op het rekenrek (of de eierdoos). Net als bij het optellen en aftrekken tot 10 ligt daarbij de nadruk op het verkennen van structuren. De vijf- en tienstructuur en de dubbelen staan centraal.

Automatiseren tot 10

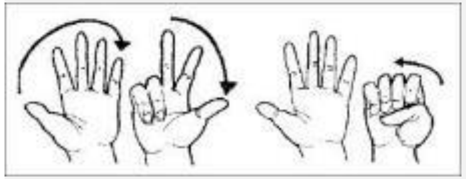
- Bewustwording van de sommen die je al weet
- Gebruik van gevarieerde oefenvormen
- Splitsen van getallen: werken met schema's en tabellen

Bewustwording van de sommen die je al weet



Om het automatiseringsproces verder te stimuleren, worden de leerlingen er steeds verder bewust van gemaakt dat ze al veel opgaven tot 10 uit het hoofd weten, waarbij ze natuurlijk nog wel een strategie kunnen gebruiken als ze het antwoord op een som niet meteen weten. Vooral voor de zwakkere rekenaars kunnensomkaartjes gebruikt worden met alle optel- en aftreksommen tot 10, om het bewustwordingsproces te stimuleren. Werkend met een groepje leerlingen kan de leerkracht twee stapeltjes maken, één stapeltje waarvan de leerlingen het antwoord al (bijna) meteen weten, en één met sommen waarover de meesten nog even moet nadenken. Van de sommen op het laatste stapeltje worden er vervolgens enkele tussenuit gepikt waarvan wordt nagegaan hoe je ze handig kunt uitrekenen.

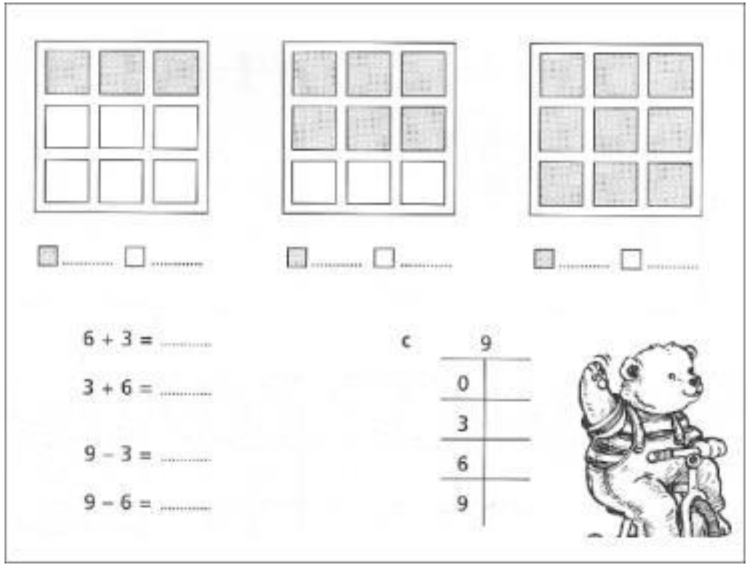
Het verwoorden en aanschouwelijk maken van de betreffende strategie op het rekenrek of met de vingerbeelden kan hierbij weer aandacht krijgen.



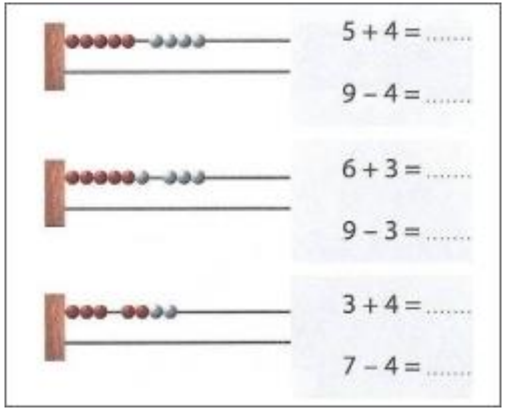
Bijvoorbeeld: Leerkracht: 'Hier hebben we 8-3… Wie…?' Leerling: '8, dat is 5 en 3 (wijst dit op de vingers aan); dan haal je die 3 eraf, 5 over.'

Door deze oefening regelmatig te herhalen en te variëren, kan het stapeltje 'weetsommen' steeds dikker worden en kan de aandacht zich steeds meer concentreren op de sommen die nog niet geautomatiseerd zijn.

Ook schriftelijke oefeningen rond deze categorie moeilijkste sommen (veelal aftreksommen) kunnen aan het automatiseringsproces bijdragen. Sommige leerlingen hebben bijvoorbeeld veel moeite met de opgaven waarin 6 en 3 voorkomen. Het kan nuttig zijn om deze speciaal te oefenen met een 3 - 3 - 3 -structuur in de vorm van een flatgebouw als achtergrond. Ook de relatie tussen optellen en aftrekken (inverse-relatie) komt zo weer onder de aandacht.

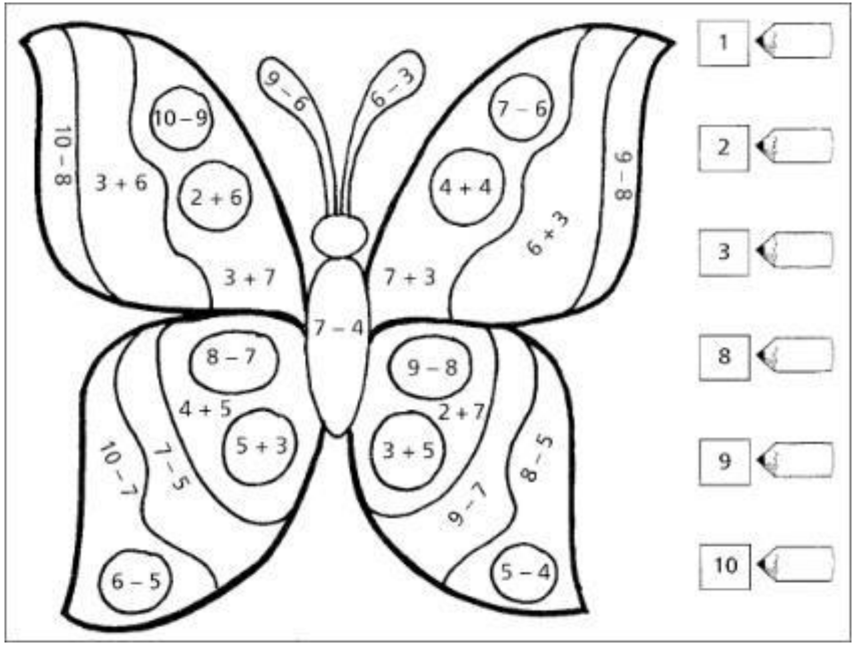


Gebruik van gevarieerde oefenvormen



Het automatiseren is vooral gebaat bij een goede afwisseling van korte, klassikaal-mondelinge oefeningen met individueel-schriftelijke oefeningen en oefeningen in groepjes met het digibord. Bij de klassikale oefeningen kan de nadruk liggen op het onderscheid maken tussen 'weetsommen' en sommen die nog uitgerekend moeten worden; en op het kort bespreken van efficiënte oplossingsstrategieën voor de laatste categorie opgaven. Het gebruik van de vijfstructuur en het redeneren op basis van dubbelen kan daarbij regelmatig nog even aan de orde komen. Ook het redeneren op basis van de 'omgekeerde' relatie (inverse-relatie) tussen optellen en aftrekken kan onder de aandacht komen: als je 5+4 weet, is 9-4 eigenlijk ook een 'makkie', want dat is het omgekeerde. Op het klassikale rekenrek kan dit nog eens aanschouwelijk gemaakt worden.

Bij het individueel-schriftelijke oefenen werken de leerlingen natuurlijk regelmatig aan rijtjes opgaven, maar in de rekenmethoden zijn vaak ook allerlei spel- en puzzelachtige oefenvormen te vinden die een bijdrage aan het automatiseren kunnen leveren. Bijvoorbeeld: een 'sommenvlinder' waarbij verschillende antwoorden een verschillende kleur moeten krijgen. Als alles correct wordt ingekleurd, ontstaat een regelmatig patroon op basis waarvan de leerling zelf kan controleren of hij alles goed heeft.

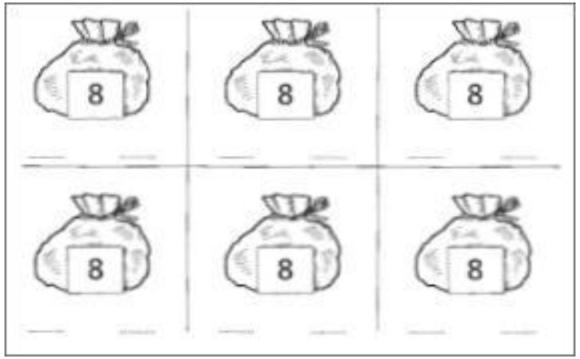


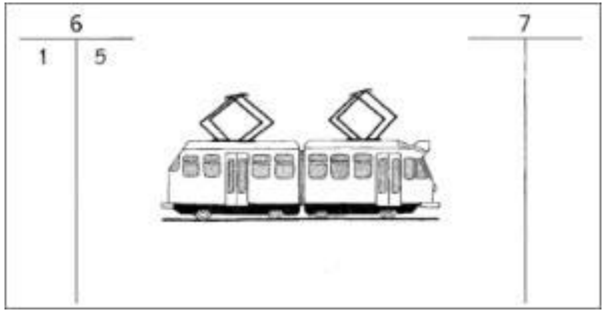
Gebruik van gevarieerde oefenvormen (2)

Tenslotte zijn er allerlei computerprogrammaatjes en apps die het automatiseren bevorderen. Een voorbeeld daarvan is de Waku-waku-vogel dat te vinden is op rekenweb.nl. In het spel wordt de leerling gevraagd om zoveel mogelijk sommen met bijvoorbeeld 8 als antwoord te bedenken en noteren. Via geluiden geeft de vogel aan of de leerling een goede opgave heeft bedacht.

Splitsen van getallen: werken met schema's en tabellen

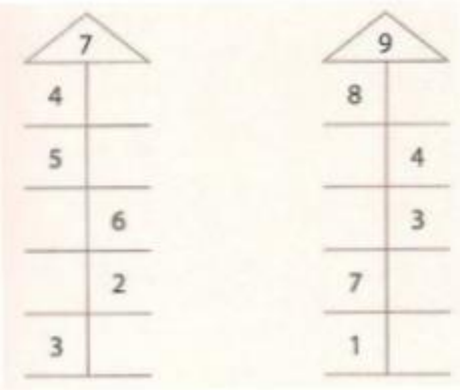
In het verlengde van de vorige stap wordt geen concreet materiaal meer gebruikt om splitsingen te representeren – de kinderen moeten zich de splitsing steeds meer mentaal voorstellen. Er is veelal sprake van diverse contexten, bijvoorbeeld: in een knikkerzak zitten 8 knikkers en die moeten over twee zakken worden verdeeld. Ook hier wordt iedere splitsing in een nieuw schema (zak) genoteerd.





Al gauw worden de splitsingen niet meer in aparte opgaven beschreven, maar in een schema of tabel waarin alle splitsingen van een getal worden genoteerd. Er volgen doorgaans veel oefeningen waarin de leerlingen splitstabellen van alle getallen tot 10 invullen.

Het sluitstuk van deze 'splitslijn' is het zogenaamde splitsend rekenen. Zo is bijvoorbeeld het getal 8 in een splitstabel gegeven met daaronder bijvoorbeeld aan de linkerkant een 3. Het kind moet vervolgens invullen wat er aan de rechterkant moet staan.



Via al deze activiteiten bouwen de leerlingen niet alleen een steeds uitgebreider netwerk aan bekende getalrelaties op, maar ook wordt het optellen en aftrekken over de 10 voorbereid.

NB Om te voorkomen dat leerlingen tellend te werk gaan, is het van belang dat ze al een eind op weg zijn met het automatiseren van de optel- en aftrekopgaven tot 10 voordat het splitsen aan bod komt. Het splitsen van getallen moet dus niet te vroeg in het onderwijs aan bod komen. Gezien het verloop van de leerlijn is de tweede helft van groep 3 het meest voor de hand liggend.

Memoriseren tot 10

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Verband met optellen en aftrekken tot 20 en tot 100
- Differentiatie van het memoriseerproces

Memoriseren tot 10

Tot slot van deze leerlijn leren de leerlingen alle opgaven uit het hoofd. Het accent van het leerproces verschuift nu dus van het steeds 'automatischer' kunnen uitrekenen naar het direct kunnen reproduceren van de antwoorden. Tegen het einde van groep 3 zijn sommige leerlingen zo ver dat ze (vrijwel) alle opgaven uit het hoofd kennen, terwijl anderen nog problemen hebben met sommige opgaven. Daarom komen ook in groep 4 nog regelmatig memoriseeroefeningen aan bod.

Tempo-oefening 2

Hoeveel sommen goed in twee minuten?

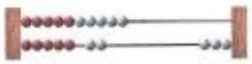
7 - 6 = ...	5 - 3 = ...	9 - 4 = ...
8 - 4 = ...	9 - 6 = ...	7 - 3 = ...
7 - 5 = ...	10 - 9 = ...	8 - 6 = ...
10 - 7 = ...	8 - 3 = ...	7 - 4 = ...
6 - 5 = ...	9 - 7 = ...	9 - 3 = ...

Allerlei spel- en puzzelachtige oefenvormen lenen zich om het memoriseren verder te stimuleren. Ook tempo-oefeningen waarbij de leerlingen zoveel mogelijk sommen in bijvoorbeeld twee minuten moeten oplossen, zijn waardevol.

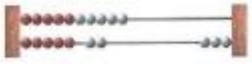
De leerlijn Optellen en aftrekken tot 20 is nu ook al een eindje gevorderd. De leerlingen zijn bezig met het verkennen van strategieën voor de opgaven 'over de 10' (8+7, 13-9), waarbij de tienstructuur centraal staat. In verband daarmee is het belangrijk dat ze ook in de 'splitslijn' al een eind gevorderd zijn, zodat het bedenken van geschikte getalsplitsingen en het aanvullen tot 10 weinig problemen meer geven. Bovendien kan bij opgaven tussen de 10 en de 20 het verband met de corresponderende sommen onder de 10 worden gelegd zoals in het voorbeeld hiernaast.

3+4=7	9-4= 5
13+4=17	19-4=15

Het rekenrek of de eierdoos kan hierbij ondersteunend werken. Aan het eind van groep 3 en soms al eerder wordt tevens een start gemaakt met het verkennen van getallen tot 100.



5 + 2 = ...
15 + 2 = ...



7 – 2 = ...
17 – 2 = ...

reken uit.

6 + 3 = ...	1 + 5 = ...	5 – 3 = ...	8 – 4 = ...
16 + 3 = ...	11 + 5 = ...	15 – 3 = ...	18 – 4 = ...
3 + 2 = ...	4 + 4 = ...	6 – 4 = ...	7 – 6 = ...
13 + 2 = ...	14 + 4 = ...	16 – 4 = ...	17 – 6 = ...

Memoriseren tot 10

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Verband met optellen en aftrekken tot 20 en tot 100
- Differentiatie van het memoriseerproces

Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren

Het is in deze fase van belang dat er twee à drie keer per week kort geoefend wordt, zo'n vijf à tien minuten per keer. Daarbij kunnen gevarieerde tempo-oefeningen gedaan worden die ervoor zorgen dat de leerlingen steeds meer opgaven gememoriseerd hebben.

De leerlingen werken bijvoorbeeld aan:

- rijtjes opgaven met hetzelfde begingetal, of opgaven met hetzelfde antwoord;
- computeroefeningen waarbij een leerling steeds maar enkele seconden de tijd heeft om het antwoord in te toetsen (zie bijvoorbeeld www.rekentuin.nl);
- tempo-oefeningen waarbij een leerling zoveel mogelijk sommen uit bijvoorbeeld tien rijtjes van vijf opgaven maakt;
- opgaven in een betaalcontext zodat de strategie van het aanvullen wordt uitgelokt;
- oefeningen aan de hand van somkaartjes waarop een opgave staat afgebeeld.

Vooral de afwisseling van verschillende soorten van deze oefeningen kan het memoriseren stimuleren. Bij sommige computerprogramma's en apps is er de mogelijkheid om te laten registreren welke opgaven een kind allemaal al kent of hoeveel sommen hij/zij in een beperkte tijd kan oplossen. Ook kan de leerkracht de resultaten van een serie tempo-oefeningen door de leerlingen zelf in een eenvoudige staafgrafiek laten bijhouden, zodat deze zelf zien hoe het aantal gemaakte sommen toeneemt.

Memoriseren tot 10

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Verband met optellen en aftrekken tot 20 en tot 100
- Differentiatie van het memoriseerproces

Verband met optellen en aftrekken tot 20 en tot 100

62	+	4	=	66
62	+	2	=	
62	+	6	=	
62	+	3	=	
62	+	7	=	

Tegelijk met deze laatste fase van het leerproces bij het optellen en aftrekken tot 10, zijn de leerlingen gewoonlijk ook bezig met het verkennen van strategieën voor optellen en aftrekken tot 20 en met het verkennen van getallen tot 100. De samenhang met het rekenen tot 10 is daarbij een belangrijke basis.

77	–	4	=
77	–	7	=
77	–	5	=
77	–	6	=
77	–	3	=

Naast het rekenrek kunnen eierdozen hier weer ter onderbouwing gebruikt worden. Immers als je een opgave als 3+4 weet en vervolgens 13+4 moet uitrekenen komt er alleen een volle eierdoos bij. Het doorzien van de analogie draagt er ook weer toe bij dat leerlingen het optellen en aftrekken tot 100 niet als iets heel nieuws ervaren, maar als iets waarbij je datgene wat je al weet van het rekenen tot 10 en tot 20 kunt gebruiken. Naderhand kan deze samenhang in groep 4 bewust gemaakt worden aan de hand van bijvoorbeeld het Goudbord of het 100 kralensnoer.

Ook bij het latere aftrekken van een tienvoud (20-4, 50-6, 80-7) is het van belang dat de leerlingen de samenhang met de corresponderende opgaven tot 10 (10-4, 10-6, 10-7) leren doorzien. Dit kan onder andere door ze, later in groep 4, rijtjes voor te leggen waarbij de eerste som onder de 10 is, en de overige sommen steeds een tienvoud verder zoals in het voorbeeld hieronder.

10 – 4 =	10 – 6 =	10 – 3 =
20 – 4 =	40 – 6 =	30 – 3 =
30 – 4 =	50 – 6 =	50 – 3 =
50 – 4 =	70 – 6 =	80 – 3 =
60 – 4 =	80 – 6 =	100 – 3 =

Memoriseren tot 10

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Verband met optellen en aftrekken tot 20 en tot 100
- Differentiatie van het memoriseerproces

Differentiatie van het memoriseerproces

Op veel momenten tijdens het leerproces zijn er mogelijkheden om te differentiëren en daarmee tegemoet te komen aan de verschillen tussen leerlingen. Bijvoorbeeld door te variëren in de mate van ondersteuning bij het gebruiken van concrete materialen zoals het rekenrek of de eierdoos. Ook kan tijdens automatiseeroefeningen gedifferentieerd worden door specifieke leerlingen gericht te vragen naar bepaalde strategieën.

Tijdens het memoriseerproces kan het aan de ene kant nuttig zijn om bepaalde leerlingen nog te bevragen naar zulke strategieën, zeker als deze nog veel tijd nodig hebben voor een opgave en bij herhaling te kennen geven dat ze het 'in hun hoofd doen'. Aan de andere kant kan het wenselijk zijn om de snellere leerlingen, bij wie het leerproces al grotendeels of helemaal is afgerond, niet steeds opnieuw te laten blijven oefenen omdat er in de methode nou eenmaal veel rijtjes met sommen staan. Dit kan al gauw tot verveling en afkeer leiden. Beter is het dan om deze leerlingen niet langer met die memoriseeroefeningen mee te laten doen en ze met verrijkingsopgaven aan de slag te laten gaan waarin andere, voor hen meer uitdagender zaken aan de orde komen.

Optellen en aftrekken tot 20

Groep 1, 2

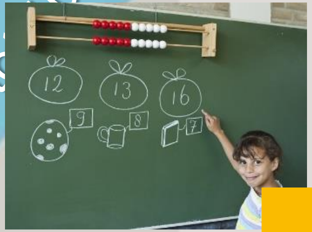
Groep 3

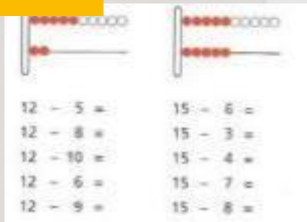
Groep 4

Groep 5

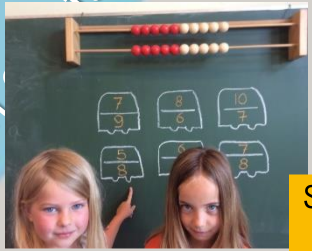
Memoriseren tot 20

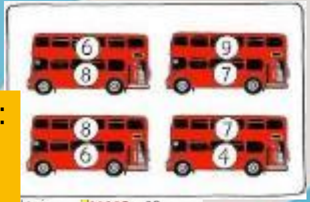
Automatiseren tot 20



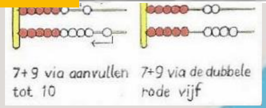


Overgang naar 'voorgesteld rekenen'



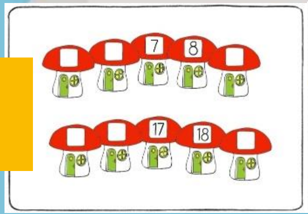


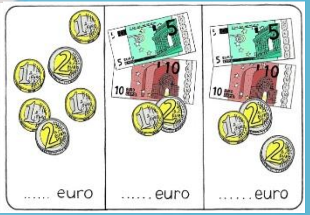
Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken



Inoefenen van getalbeelden tot 20

Verkenning getalgebied tot 20





Optellen en aftrekken tot 20

Optellen en aftrekken tot 100

Optellen en aftrekken boven de 100

Getalbegrip

terug naar het overzicht

inzoomen op de stappen

Memoriseren tot 10

Automatiseren tot 10

Overgang naar voorgesteld rekenen

Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken

Informele optel- en aftreksituaties

Elementair getalbegrip

Optellen en aftrekken tot 10

Optellen en aftrekken tot 100

Optellen en aftrekken boven de 100

toelichting bij deze leerlijn

direct naar naastliggende leerlijnen

Getalbegrip

Optellen en aftrekken tot 20

Typering van de leerlijn

Deze leerlijn vindt haar oorsprong in de verkenning van het getallengebied tot 20 en in de kennis van het optellen en aftrekken tot 10. De verkenning van het getallengebied tot 20 vindt gewoonlijk in de tweede helft van groep 3 plaats. In de laatste maanden van groep 3 en de eerste maanden van groep 4 wordt vervolgens het optellen en aftrekken tot 20 verkend. De nadruk ligt daarbij op het optellen en aftrekken over de 10 (6+8, 9+5; 12-4, 17-9).

Veelal wordt het rekenrek (of ander structuurmateriaal zoals eierdozen) als centraal hulpmiddel gebruikt, waarbij optellen en aftrekken apart worden behandeld. Via allerlei gevarieerde activiteiten raken de leerlingen steeds verder vertrouwd met efficiënte strategieën op het rekenrek om de opgaven uit te rekenen.

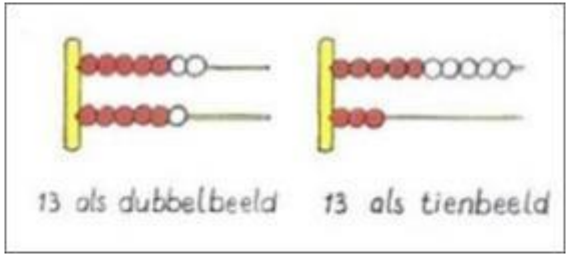
Geleidelijk aan vindt vervolgens een overgang plaats van handelingen op het rek naar 'voorgestelde handelingen' waarbij het rek nog slechts op afstand aanwezig is. Uiteindelijk mondt het leerproces uit in volledige automatisering en memorisering van alle opgaven tot 20. Voor sommige leerlingen wordt dit doel eind groep 4 bereikt, maar voor andere komt het pas in de loop van groep 5 of 6 binnen bereik.

Inoefenen van getalbeelden tot 20

- Twee soorten beelden: dubbel- en vijfbeelden
- Beelden herkennen en zelf opzetten
- Flitsoefeningen: 'verwoorden' wat je ziet

Inoefenen van getalbeelden tot 20

Het snel kunnen herkennen en opzetten van getalbeelden tot 20 aan de hand van het rekenrek (of ander structuurmateriaal) vormt een uitvloeisel van de getalverkenning tot 20. Er zijn twee typen getalbeelden: de tienbeelden en dubbelbeelden.



Vertrouwdheid met deze getalbeelden wordt veelal gezien als een belangrijke voorwaarde voor het vlot leren optellen en aftrekken. Het gaat erom dat leerlingen een beeld zoals hiernaast snel als '10 (rode) en nog 6 (witte), dus 16' kunnen herkennen. In de meeste methoden zijn daartoe gevarieerde oefeningen opgenomen aan de hand van het klassikale rekenrek, individuele rekenrekken en 'flitskaarten'.

De aldus verworven kennis vormt mede de basis voor het verkennen van efficiënte rekenstrategieën om bijvoorbeeld 7+8 of 6+9 uit te rekenen.

Inoefenen van getalbeelden tot 20

- Twee soorten beelden: dubbel- en vijfbeelden
- Beelden herkennen en zelf opzetten
- Flitsoefeningen: 'verwoorden' wat je ziet

Twee soorten beelden: dubbel- en vijfbeelden

Bij getalbeelden gaat het om visuele voorstellingen van getallen die makkelijk te herkennen zijn. De meest elementaire getalbeelden zijn waarschijnlijk de dobbelsteenbeelden die veel leerlingen zich als kleuter via spelletjes e.d. al eigen maken.

Bekend zijn ook de vingerbeelden die leerlingen vaak spontaan gebruiken om aan te geven hoe oud ze zijn, hoeveel dropjes ze hebben, enz.

Bij het optellen en aftrekken tot 10 kunnen ze deze vingerbeelden op een efficiënte manier leren inzetten om opgaven zoals 10-6 en 9-5 handig uit te rekenen.

Bij het optellen en aftrekken tot 20 kunnen de getalbeelden van het rekenrek behulpzaam zijn om tot efficiënte strategieën te komen. De vijf- en tienstructuur die in deze beelden besloten ligt, sluit goed aan bij de vingerbeelden. Deze maakt het mogelijk om getallen tot 20 in twee vormen snel te herkennen: als tienbeeld (waarbij bijv. 17 wordt uitgebeeld als 10 boven en 7 onder) of als dubbelbeeld (waarbij 17 wordt uitgebeeld als 9 boven en 8 onder).

Inoefenen van getalbeelden tot 20

- Twee soorten beelden: dubbel- en vijfbeelden
- Beelden herkennen en zelf opzetten
- Flitsoefeningen: 'verwoorden' wat je ziet

Beelden herkennen en zelf opzetten

Er zijn twee typen basisoefeningen om de getalbeelden in te oefenen:

(1) het zelf vlot leren opzetten van de beelden waarbij alle leerlingen op hun eigen rekenrek werken, en waarbij het erop aankomt dat ze zulke beelden in één of twee bewegingen op hun rek zetten; en
(2) het snel leren herkennen van beelden die door de leerkracht of een leerling op het klassikale rekenrek zijn gezet.

Belangrijk hierbij is om ze regelmatig te laten verwoorden 'wat ze zien'. Daarmee kan de vijf- en tienstructuur nader bewust gemaakt worden.

Flitsoefeningen: 'verwoorden' wat je ziet

Bij een andere waardevolle oefening wordt gewerkt met zogenoemde flitskaarten. Dit zijn grote, geplastificeerde kaarten waarop de getalbeelden van het rekenrek staan afgebeeld. De leerkracht laat zo'n kaart 'in een flits' zien, en de leerlingen moeten bepalen hoeveel kralen het zijn. Ook hier is het essentieel dat de leerlingen verwoorden wat ze zien. Bijvoorbeeld: 'Ik zag er 10 boven, en nog 5 zwarte en 2 witte onder; dus dat is 10 en 7 is 17...'.

Inoefenen van getalbeelden tot 20

Verwijzing naar activiteiten

Getalbeelden van het rekenrek

* Zelf getallen op het eigen rek door de leerlingen laten opzetten, en daarbij laten verwoorden hoe je dat handig doet. Er kunnen steeds twee mogelijkheden naar voren komen: als dubbelbeeld (16 als dubbel 8) en als tienbeeld (16 als 10 boven, 6 onder). Van tijd tot tijd kunnen oplossingen op het klassikale rekenrek worden gedemonstreerd.

16 als dubbelbeeld op het klassikale rek

* Flitsoefeningen met behulp van flitskaarten, dat wil zeggen kaarten waarop de getalbeelden in het groot staan afgebeeld. Daarbij weer aandacht voor het verwoorden en voor handige telstrategieën zoals bijna dubbel, 20 min 1, dubbele rode 5 en nog 3, enz.

17 als tienbeeld op een flitskaart

Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken

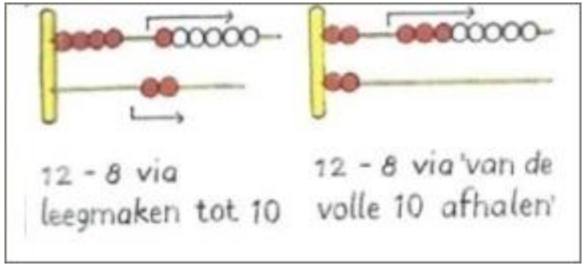
- Context als vertrekpunt
- Vaste manier van getallen opzetten
- Beperkt aantal basisstrategieën

Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken

Eerst verkennen de leerlingen hoe je optelopgaven over de 10 met behulp van het rekenrek (of ander structuurmateriaal) handig kunt uitrekenen. Daarbij leren ze veelal om het eerste getal op de bovenste staaf op te zetten, en het tweede getal op de onderste. Tellen is dan natuurlijk een optie om de opgave uit te rekenen, maar de bedoeling is dat ze hun kennis van de getalbeelden inzetten, en bijvoorbeeld redeneren (bij 7+9): 'Ik doe er 1 van de bovenste stang naar de onderste, dan wordt het 10 en 6, dus 16'.

Het verwoorden en het samen bespreken van oplossingsmanieren vormt een essentieel onderdeel van het leerproces.

Als de leerlingen met optellen enigszins vertrouwd zijn geraakt, wordt het aftrekken op een soortgelijke manier verkend. Hier leren ze om het eerste getal als tienbeeld op te zetten, dus 13 als 10 en 3, 17 als 10 en 7, enz. Een efficiënte strategie is het leegmaken tot 10.



Bijvoorbeeld bij 12-8: eerst 2 eraf is 10, daarna nog 6 is 4. Maar ook het 'van de volle 10 afhalen' kan een handige manier zijn: 8 van de bovenste 10 afhalen, dan blijven er 2 boven over en nog 2 onder, dus antwoord 4.

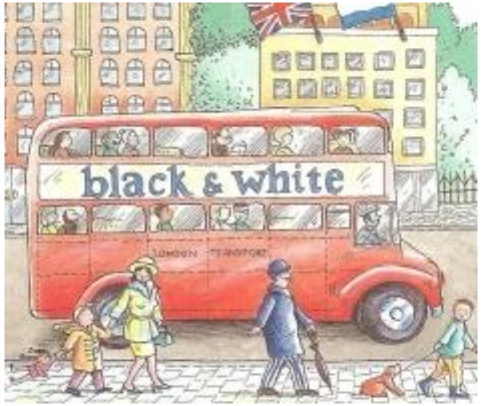
Vooral bij het optellen zijn er al gauw opgaven (6+6, 9+2, 8+8) die sommige leerlingen snel uit het hoofd weten of vlot kunnen uitrekenen. In zulke gevallen hoeven ze uiteraard het rek niet meer te gebruiken.

Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken

- Context als vertrekpunt
- Vaste manier van getallen opzetten
- Beperkt aantal basisstrategieën

Context als vertrekpunt

Als de leerlingen zich de getalbeelden tot op zekere hoogte hebben eigen gemaakt, wordt gewoonlijk eerst het optellen verkend. Om ze daarbij het rekenrek als een natuurlijk hulpmiddel te laten ervaren, wordt meestal uitgegaan van een geschikte context, bijvoorbeeld die van de dubbeldekkerbus. Aantallen passagiers boven en onder in de bus worden dan verbonden met aantallen kralen op de bovenste en onderste staaf van het rekenrek. Zo krijgt het optellen over de 10 een concrete betekenis en is er een natuurlijke aanleiding om te verkennen hoe je handig het totaal (aantal passagiers) kunt bepalen.

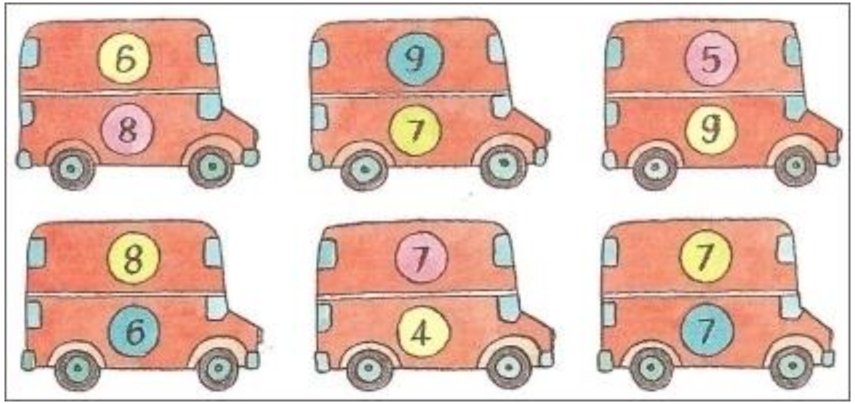


Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken

- Context als vertrekpunt
- Vaste manier van getallen opzetten
- Beperkt aantal basisstrategieën

Vaste manier van getallen opzetten

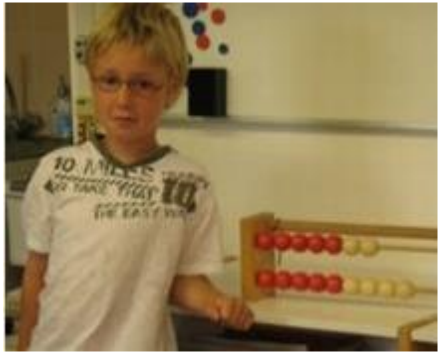
De context van een dubbeldekkerbus leidt al gauw tot opgaven waarbij de aantallen symbolisch met een getal worden aangegeven, en waarbij het gebruik van het rekenrek voor de hand ligt. Eveneens voor de hand ligt het nu om de twee getallen apart op de twee staven van het rek te zetten. Dit apart opzetten biedt de beste mogelijkheden om de leerlingen zich te laten oriënteren op efficiënte oplossingsstrategieën.



Beperkt aantal basisstrategieën

Hoe reken je bijvoorbeeld 7+9 (7 boven, 9 onder) handig uit? In principe zijn daar natuurlijk diverse mogelijkheden voor, maar vooral voor zwakkere leerlingen is het aan te bevelen om de nadruk op de volgende basisstrategieën te leggen:

- het aanvullen tot 10
  (9 en 1 is 10, 1 kraal verhuist van de bovenste naar de onderste staaf; en nog 6 is 16);
- redeneren op basis van dubbelen
  (dubbel 7 is 14, die wist ik al; met nog 2 erbij is 16);
- redeneren via de dubbele rode vijf
  (5 en 5 rode is 10; met nog 4 en 2 is 6 erbij; samen 16).



Een geschikte oefening in deze fase is bijvoorbeeld het zogenoemde 'werken in handelingstermen'. De leerkracht geeft daarbij korte opdrachtjes in de trant van: 'Zet maar eens op je rek: 6 boven en 8 onder; samen? (...) Hoe weet je dat zo snel...'. 'Zet maar op: 8 boven, 7 onder; samen?' (enz.).

Als een leerling een opgave al direct uit het hoofd weet, heeft het uiteraard niet veel zin om naar een strategie te vragen. Veelal antwoordt een leerling dan in de trant van: 'die wist ik gewoon al...'.

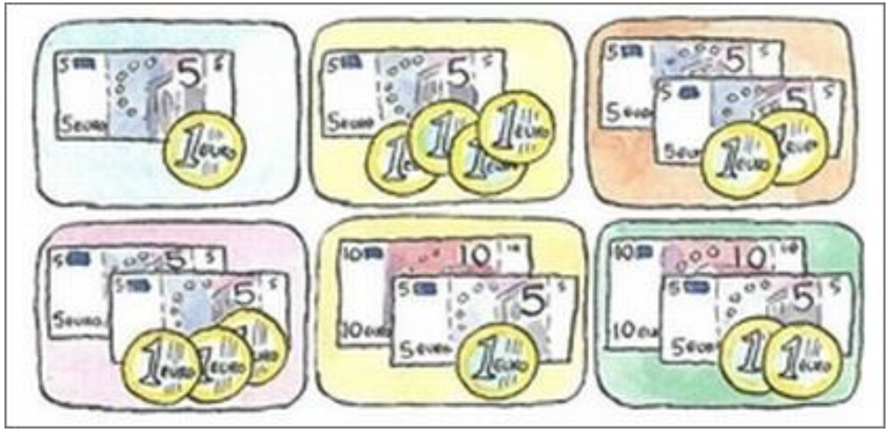
Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken

Verwijzing naar activiteiten

Getallen tot 20 structureren met geld

Hierbij wordt ofwel met bordgeld gewerkt, ofwel met individuele gelddoosjes. Digitaal geld is natuurlijk ook een goede mogelijkheid.

* Het door de leerlingen laten bepalen van gegeven hoeveelheden geld zoals hieronder. Daarbij laten verwoorden hoe ze tot een oplossing komen.



* Het omgekeerde: de leerlingen geven zelf bedragen tot 20 met geld weer, waarbij verschillende mogelijkheden bedacht kunnen worden en uitgewisseld kunnen worden. Bijvoorbeeld: 12 euro als 1 briefje van 10 en een munt van 2; als 2 briefjes van 5 en 2 munten van 1; als 6 munten van 2.

* Aanvullen tot 20: Op het bord staat bijvoorbeeld een hoeveelheid van 14 euro (1 briefje van 10 en 2 munten van 4); de leerlingen bepalen hoeveel je erbij moet doen om 20 euro te krijgen. De aandacht gaat weer uit naar de vraag hoe je dat handig kunt doen.

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

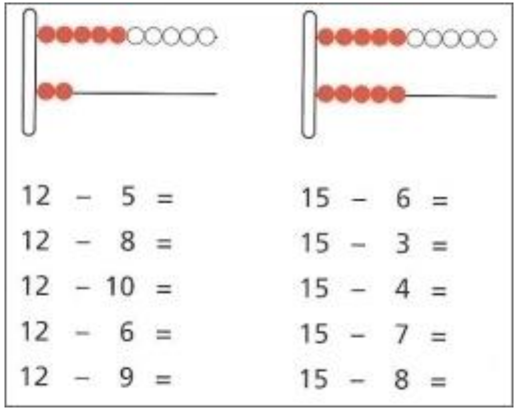
- Rekenrek (of ander structuurmateriaal) 'op afstand'
- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Aandacht voor alternatieve strategieën zoals aanvullen

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

Als de leerlingen met hulp van het rekenrek (of ander structuurmateriaal) enige tijd met het optellen over de 10 bezig zijn, zijn er al gauw opgaven die ze direct uit het hoofd weten of vlot kunnen uitrekenen. Bij sommige opgaven hebben ze de steun van het rek nog langer nodig. Om de overgang naar het mentale handelen te bevorderen, volgt gewoonlijk een fase waarin de daadwerkelijke handelingen plaatsmaken voor voorgestelde handelingen waarbij het rekenrek nog slechts op afstand of in de vorm van een plaatje aanwezig is.

Steeds meer gaan de leerlingen zich nu voorstellen hoe je bijvoorbeeld 12-5 kunt uitrekenen via 'eerst min 2 en dan nog min 3', of 13-9 via 'min 3 en min 6' of via '10 min 9 is 1; dus 4 over'. Ook hier speelt het verwoorden van dergelijke handelingen een cruciale rol. Geleidelijk aan komt zo het redeneren op basis van de getalrelaties binnen bereik die in de handelingen van het rekenrek besloten liggen.

Om deze overgang te stimuleren, zijn allerlei gevarieerde oefeningen mogelijk aan de hand van het klassikale rekenrek. Maar ook rijtjes opgaven met steeds hetzelfde begingetal en een afbeelding van het betreffende getal op het rekenrek kunnen deze overgang bevorderen. Het verwoorden van de 'in gedachten' uitgevoerde strategieën en het gezamenlijk bespreken daarvan ('Wat is handig?') wordt veelal als de sleutel tot niveauverhoging gezien.

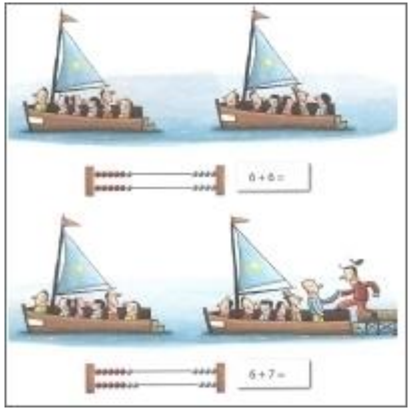


Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Rekenrek (of ander structuurmateriaal) 'op afstand'
- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Aandacht voor alternatieve strategieën zoals aanvullen

Rekenrek (of ander structuurmateriaal) 'op afstand'

Een belangrijk moment breekt aan als het rekenrek achterwege blijft en de leerlingen de opgaven steeds meer direct uit het hoofd gaan uitrekenen. Bij sommige methoden valt dit moment ongeveer bij de overgang van groep 3 naar groep 4, bij andere wat later. Voor het optellen komt dit moment meestal wat eerder dan voor het moeilijkere aftrekken. Het komt er nu op aan dat ze de strategieën die ze eerst op het rek uitvoerden, steeds meer uit het hoofd gaan hanteren.



Komt deze overgang te vroeg of vindt zij te abrupt plaats, dan kunnen leerlingen soms terugvallen in het tellend uitrekenen van opgaven en heeft het werken op het rek niet veel zin gehad. Daarom wordt het gebruik van het rek soms gedurende enige tijd facultatief gesteld (differentiatie!) waarbij de leerkracht leerlingen individueel stimuleert om het uit het hoofd te proberen.

3 **reken uit.**

5 + 5 = ...	8 + 8 = ...	6 + 6 = ...
5 + 6 = ...	8 + 9 = ...	6 + 7 = ...
6 + 5 = ...	9 + 8 = ...	7 + 6 = ...
7 + 7 = ...	4 + 4 = ...	3 + 3 = ...
7 + 8 = ...	4 + 5 = ...	3 + 4 = ...
8 + 7 = ...	5 + 4 = ...	4 + 3 = ...

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Rekenrek (of ander structuurmateriaal) 'op afstand'
- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Aandacht voor alternatieve strategieën zoals aanvullen

Verwoorden van voorgestelde handelingen

De overgang naar het mentale handelen wordt op diverse manieren gestimuleerd, bijvoorbeeld via rijtjes opgaven met hetzelfde begingetal, via oefeningen waarbij het klassikale rekenrek duidelijk zichtbaar voor de klas hangt, of via oefeningen waarbij specifiek op een bepaalde handige strategie wordt gefocust. Bij veel van deze oefeningen is het belangrijk om centrale aandacht aan het verwoorden te besteden.

Bij het begeleiden van leerlingen is het van belang om ze regelmatig te observeren. Duurt het lang voor een leerling tot een antwoord komt, dan zal wellicht sprake zijn van tellen in plaats van de beoogde efficiënte strategieën die op het rekenrek verkend zijn.

Soms gebeurt het ook dat een leerling gedeeltelijk telt. Bijvoorbeeld: bij aftrekopgaven als 13-7 haalt hij er wel in één keer eerst 3 af, maar telt vervolgens terug vanaf 10. Het kan de moeite waard zijn om dan nog eens te bespreken waarom opgaven zoals 10-4, 10-7 en 10-3 betrekkelijk eenvoudig zijn als je je de structuur van de dubbele 5 realiseert. In veel situaties is het in ieder geval aan te raden leerlingen zo goed mogelijk onder woorden te laten brengen hoe ze hebben geredeneerd.

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

- Rekenrek (of ander structuurmateriaal) 'op afstand'
- Verwoorden van voorgestelde handelingen
- Aandacht voor alternatieve strategieën zoals aanvullen

Aandacht voor alternatieve strategieën zoals aanvullen

In principe is het aan te bevelen om niet te veel strategieën tegelijkertijd aan de orde te laten komen – voor sommige leerlingen werkt dit eerder verwarrend dan stimulerend. Pas als leerlingen basisstrategieën zoals het aanvullen / leegmaken tot 10 goed beheersen, kan het nuttig zijn om ook centrale aandacht aan alternatieve strategieën te besteden.

Een alternatieve strategie die bij het aftrekken over de 10 soms handig is, is die van het aanvullen. Daarbij redeneert een leerling bijvoorbeeld (in het geval van 16-9): 'eentje bij de 9 is 10, dan 6 erbij is 16, dus het antwoord is 7'. Deze strategie kan heel goed uitgelokt en bewust gemaakt worden aan de hand van een betaalsituatie die in de klas kan worden nagespeeld. In deze situatie is het aanvullen een natuurlijke strategie die naderhand ook in de vorm van schriftelijke opgaven zoals hiernaast geoefend kan worden.

Overgang naar 'voorgesteld rekenen'

Verwijzing naar activiteiten

Opgaven in handelingstermen: hoeveel mensen gaan er in de dubbeldekker?

Hierbij werken de leerlingen ieder met een eigen rekenrek. De oefening kan ook met een klassikaal rek gedaan worden. Eventueel kan de context van de dubbeldekker (bus of trein) als achtergrond fungeren.

* De leerkracht geeft opgaven in handelingstermen: Zet maar eens op je rekje: 8 boven in de trein, 6 onder ...; hoeveel bij elkaar? Hoe heb je dat bedacht?' De aandacht gaat uit naar strategieën zoals: 8 en 2 is 10, en nog 4 is 14; 5 en 5 is 10, met nog die 4 witte erbij is 14; als je er 1 naar onderen doet krijg je 7 en 7, en dat is 14; enz.

* Idem, maar nu op het klassikale rekenrek: Eén leerling zet de opgave op het rek, alle andere leerlingen bepalen hoeveel het er in totaal zijn. Eventueel kunt u gehanteerde redeneringen schematisch op het bord weergeven waarbij u deze in eigen woorden nog eens herhaalt. Bijvoorbeeld, in het geval van 9 boven, 8 onder: 'Dus jij zegt: ik doe eerst 8 en 8, dat is 16; en dan nog die ene erbij is 17'. Tegelijk schrijft u op het bord:

$$16 \left(\begin{array}{l} 8 \quad 1 \\ 8 \end{array} \right. \qquad 16 + 1 = 17$$

Automatiseren tot 20

- Steeds 'automatischer' uitrekenen van opgaven
- 'Weetjes' naast redeneerstrategieën
- Zo nodig terugkoppeling naar handelingen van rekenrek

Automatiseren tot 20

Het leerproces komt nu in een fase dat het aantal 'weetsommen' (opgaven die een leerling direct uit het hoofd weet of heel vlot kan uitrekenen) steeds groter wordt, terwijl het uitrekenen van de overige opgaven aan de hand van de ingeoefende strategieën steeds vlotter en 'automatischer' gaat. Het denken van de leerlingen richt zich nu steeds meer op de getalrelaties die ze bij de vorige leerstappen hebben verkend. Ook ontwikkelen ze, als daar in het onderwijs aandacht aan wordt besteed, meer flexibiliteit.

Bijvoorbeeld, bij het aftrekken:
12 - 4? 12 - 2 is 10, nog 2 eraf is 8;
12 - 7? 12 - 6 is 6, nog 1 eraf is 5;
12 - 9? 10 - 9 is 1, met nog die 2 erbij is 3.

De leerprocessen rond optellen en rond aftrekken raken nu steeds meer onderling verweven, hoewel de kennis van het optellen toch vaak sneller tot ontwikkeling komt. De oefenactiviteiten in de klas zijn nu veelal korte, snelle oefeningen waarbij bijvoorbeeld met somkaartjes wordt gewerkt waarop de opgaven even zichtbaar zijn voordat ze opgelost worden. Ook allerlei spellen en puzzels kunnen aan bod komen.

Soms gebeurt het dat leerlingen de efficiënte strategieën van het rekenrek slechts ten dele hebben opgepikt, en dat ze bij sommige opgaven blijven steken in het tellend rekenen. Het verdient aanbeveling om dit tijdig te signaleren en leerlingen te stimuleren om los te komen van het tellen.

Automatiseren tot 20

- Steeds 'automatischer' uitrekenen van opgaven
- 'Weetjes' naast redeneerstrategieën
- Zo nodig terugkoppeling naar handelingen van rekenrek

Steeds 'automatischer' uitrekenen van opgaven

Automatiseren vormt een belangrijk aspect van het hele leerproces van het leren rekenen. Het speelt al een rol bij het leren opzeggen van de telrij en bij het resultatief tellen. Vanaf een zeker moment moeten zulke handelingen steeds meer een automatisme worden waardoor je er nog maar weinig bij hoeft na te denken. Regelmatig oefenen is voor het automatiseren van cruciaal belang. Daardoor kan de grens tussen situaties waarbij je nog echt moet nadenken over het uitvoeren van een geschikte strategie en situaties waarbij dat niet meer het geval is, steeds verder verschuiven.

Automatiseren tot 20

- Steeds 'automatischer' uitrekenen van opgaven
- 'Weetjes' naast redeneerstrategieën
- Zo nodig terugkoppeling naar handelingen van rekenrek

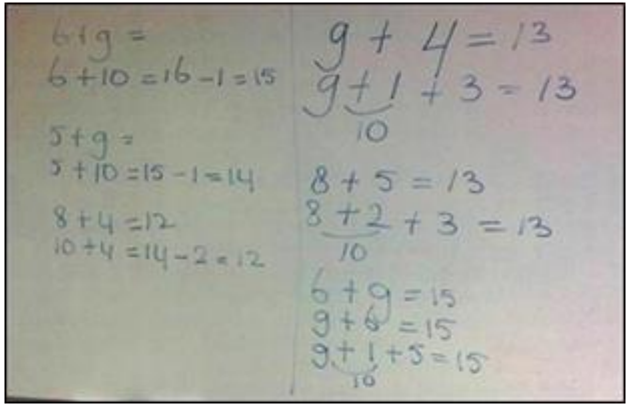
'Weetjes' naast redeneerstrategieën

Automatiseren bij het optellen en aftrekken tot 20 heeft twee belangrijke aspecten:

- het steeds vlotter en automatischer gebruikmaken van al bekende sommen (steunpunten), bijvoorbeeld als 5+8 wordt uitgerekend als 8+4 (bekend, is 12) en nog eentje erbij is 13;
- het steeds efficiënter en automatischer gebruiken van strategieën zoals
  dubbel-bijna dubbel (+), aanvullen tot 10 (+), leegmaken tot 10 (-), van de volle 10 afhalen (-) en aanvullen (-).

Bij veel leerlingen is het de combinatie van beide aspecten die sterk bijdraagt tot automatisering. Belangrijk voor het automatiseren zijn onder meer korte, vlotte oefeningen met de hele klas waarbij leerlingen van tijd tot tijd hun strategieën en steunpunten verwoorden.

Het concretiseren van strategieën door deze nog eens op het rekenrek te demonstreren of met eierdozen of geld na te spelen, kan eveneens een impuls geven. Ook het stapsgewijs op het bord weergeven van strategieën in rekentaal (zie het voorbeeld hiernaast) kan waardevol zijn.



Zo nodig terugkoppeling naar handelingen van rekenrek

Vooral als het oefenen in de vorm van veelvuldig zelfstandig werken plaatsvindt, is er het gevaar dat een leerling soms terugvalt in het gebruik van strategieën en dat hij/zij bij sommige opgaven voornamelijk tellend te werk gaat. De efficiënte strategieën van het rekenrek zijn dan als het ware in de vergetelheid geraakt. Door nog eens te herinneren aan hoe een opgave op het rek werd uitgerekend, wordt de leerling zich weer bewust hoe dat ook alweer ging.

Evenzo komt het bij het aftrekken voor dat een leerling de strategie van het leegmaken tot 10 deels tellend uitvoert. Bijvoorbeeld: 14-9? 14-4 is 10; en dan 9 (1 eraf), 8 (2 eraf), 7 (3), 6 (4), 5 (5), dus 5 is het antwoord. Het kan nuttig zijn om in zo'n geval de 'tiensommen' nog eens te oefenen (hoeveel is 10-5? En 10-6? En 10-4? ...) en daarbij het rekenrek of de vingerbeelden te gebruiken om nader bewust te maken hoe je de vijfstructuur kunt benutten. Bijvoorbeeld: 10-5 is 5, want er gaat een volle hand af; 10-6 is 4, want er gaat een volle hand en nog 1 af.

Automatiseren tot 20

Verwijzing naar activiteiten

Kijkend rekenen

Er wordt bij deze oefening gewerkt met het klassikale rekenrek. De oefening is bedoeld om de overgang naar het direct uit het hoofd rekenen te bevorderen.

* Alle 20 kralen van het rekenrek staan in het midden. Er staat een rijtje van bijvoorbeeld vijf optelopgaven op het bord. Een voor een worden deze opgelost en besproken. Steeds noteren de leerlingen de antwoorden in hun schrift. De uitkomsten alsmede de gehanteerde strategieën (redeneringen) worden kort uitgewisseld en besproken. Bij het oplossen fungeert het klassikale rekenrek als ondersteuning in de zin dat de leerlingen daar, indien nodig, kunnen 'kijken' hoe ze een opgave kunnen oplossen.

6 + 6 =

5 + 8 =

9 + 7 =

15 - 6 =

15 - 8 =

15 - 9 =

In principe kunnen drie typen strategieën aan bod komen:

- 'weetsommen'
  (6+6 zullen veel leerlingen al direct uit het hoofd weten);
- redeneersommen
  (4+7 zullen veel leerlingen oplossen door te redeneren: 7+3 is 10; met nog 1 erbij is 11);
- rekenreksommen
  (waarbij een leerling nog even op het rek kijkt om bijvoorbeeld 9+7 op te lossen)

* Het getal 15 staat op het klassikale rek als tienbeeld aangegeven (10 boven, 5 onder). Op het bord staat een rijtje aftrekopgaven met steeds 15 als begingetal. Verder is de gang van zaken hetzelfde.

* Variant: De opgaven staan op het bord in de vorm van betaalopgaven. Deze oefenvorm leent zich ook goed om de aanvulstrategie naar voren te laten komen. Bijvoorbeeld: 13-9 is 4; want 9 en 1 is 10; en nog 3 erbij is 13.

Memoriseren tot 20

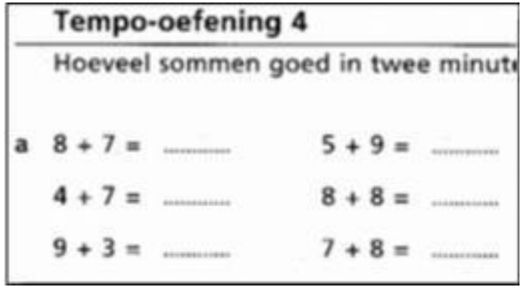
- Inprenten van 'rekenfeiten'
- Gevarieerde tempo-oefeningen
- Analogie rekenen tot 20 en tot 100 (8+6, 18+6, 28+6)

Memoriseren tot 20

Het sluitstuk van de leerlijn vormt het direct uit het hoofd leren van alle opgaven. Het gaat dan niet alleen om de opgaven 'over de 10' zoals 8+6 en 14-9, maar ook om de opgaven 'tussen 10 en 20' zoals 13+5 en 18-6. Eerder is al aan de orde geweest hoe je zulke opgaven via analogie-redeneren efficiënt kunt uitrekenen.
Bijvoorbeeld: 3+5 is 8, dus 13+5 is 18.

Niet alle leerlingen zullen uiteindelijk zo ver komen dat alle opgaven volledig gememoriseerd zijn (c.q. dat ze deze direct weten) – bij veel leerlingen zullen er altijd wel opgaven blijven waarover nog even moet worden nagedacht om tot een geschikte strategie te komen. Allerlei spel- en puzzelachtige oefenvormen lenen zich om dit memoriseren te stimuleren.

Ook tempo-oefeningen waarbij de leerlingen zoveel mogelijk sommen in bijvoorbeeld 2 minuten moeten oplossen, kunnen waardevol zijn. Soms kan het nuttig zijn om een stapje terug in het leerproces te doen en leerlingen opnieuw bewust te maken van handige uitrekenstrategieën.



Tempo-oefening 4

Hoeveel sommen goed in twee minut

a 8 + 7 = ... 5 + 9 = ...

4 + 7 = ... 8 + 8 = ...

9 + 3 = ... 7 + 8 = ...

Inprenten van 'rekenfeiten'

De term memoriseren verwijst naar het sluitstuk van het leerproces waarbij het erop aankomt dat de leerlingen alle optellingen en aftrekkingen tot 20 als 'rekenfeit' inprenten. Dit stadium wordt niet altijd voor alle opgaven bereikt. Vooral bij moeilijkere aftrekopgaven zoals 16-9, 13-7 en 15-8 zullen sommige leerlingen toch altijd nog even moeten nadenken om zich een geschikte steunsom of een efficiënte strategie voor de geest te halen.

Bijvoorbeeld, bij 16-9:
- 16-8 is 8, die wist ik al; nog eentje eraf is 7
- Eerst 6 eraf is 10, dan nog 3 eraf is 9
- 16-10 is 6, dat is een 'makkie'; naar dan heb je er eentje te veel afgehaald, dus 7

Ook komt het voor dat de nadruk in het leerproces al in een vroeg stadium op het memoriseren heeft gelegen, en dat sommige leerlingen niet voldoende gelegenheid hebben gehad om vertrouwd te raken met efficiënte strategieën. Sommige opgaven weten ze dan veelal direct uit het hoofd, terwijl ze bij de overige opgaven steevast via tellen tot een oplossing komen. Om te voorkomen dat het zo ver komt, verdient het aanbeveling om ook in de fase van het memoriseren toch af en toe nog even na te vragen hoe je een opgave waarvan je het antwoord 'even kwijt bent', snel kunt uitrekenen. In een notendop kunnen dan nog enkele geschikte strategieën naar voren komen.

Memoriseren tot 20

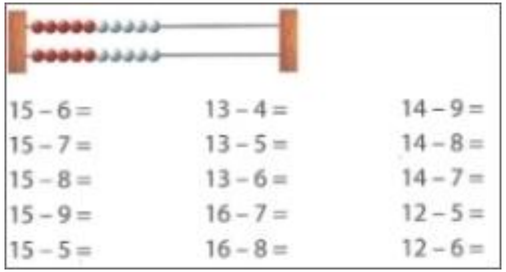
- Inprenten van 'rekenfeiten'
- Gevarieerde tempo-oefeningen
- Analogie rekenen tot 20 en tot 100 (8+6, 18+6, 28+6)

Gevarieerde tempo-oefeningen

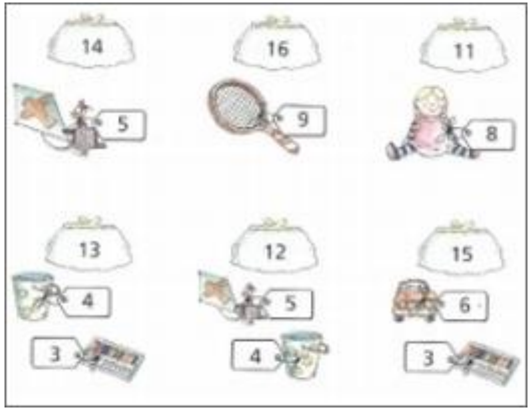
Meer in het algemeen is het in deze fase (veelal 2e helft groep 4) van belang dat er twee à drie keer per week kort wordt geoefend, zo'n 10 minuten per keer. Daarbij kunnen allerlei gevarieerde tempo-oefeningen gedaan worden die ervoor zorgen dat bij het memoriseren steeds verdere vooruitgang wordt geboekt.

Bijvoorbeeld:

- Rijtjes opgaven met hetzelfde begingetal (eventueel nog met een afbeelding van een rekenrek erboven).



- Computeroefeningen waarbij een leerling steeds maar enkele seconden de tijd heeft om het antwoord in te toetsen.
- Tempo-oefeningen waarbij een leerling zoveel mogelijk sommen uit bijvoorbeeld tien rijtjes van vijf opgaven moet zien te maken.
- Opgaven in een betaalcontext zodat de strategie van het aanvullen wordt uitgelokt.



- Oefeningen aan de hand van somkaartjes waarop een opgave staat afgebeeld. Bijvoorbeeld: de leerkracht laat achter elkaar in hoog tempo een aantal kaartjes zien en vraagt steeds een leerling het antwoord te noemen. Opgaven waarbij dat nog betrekkelijk lang duurt, worden op een apart stapeltje gelegd. Deze opgaven komen regelmatig even terug, waarbij af en toe nog even wordt stilgestaan bij efficiënte oplossingsstrategieën.

Memoriseren tot 20

- Inprenten van 'rekenfeiten'
- Gevarieerde tempo-oefeningen
- Analogie rekenen tot 20 en tot 100 (8+6, 18+6, 28+6)

▪ Analogie rekenen tot 20 en tot 100 (8+6, 18+6, 28+6)

Tegelijk met deze laatste fase van het leerproces bij het optellen en aftrekken tot 20, ergens in de tweede helft van groep 4, komt gewoonlijk ook het optellen en aftrekken tot 100 intensief aan de orde. Op een zeker moment wordt de aandacht daarbij meestal ook gevestigd op de analogie tussen opgaven over de 10 (zoals 8+7 en 13-6), en opgaven die 'over het tienvoud' gaan (zoals 28+7 en 43-6). Daarbij kan naar voren komen dat je opgaven zoals 14-7, 24-7 en 34-7 volgens dezelfde strategie kunt oplossen.

1 Maak de erafsommen.

14 – 7 =	13 – 5 =
24 – 7 =	23 – 5 =
34 – 7 =	43 – 5 =
54 – 7 =	63 – 5 =
74 – 7 =	83 – 5 =

12 – 9 =	15 – 8 =
22 – 9 =	35 – 8 =
32 – 9 =	65 – 8 =
52 – 9 =	85 – 8 =
82 – 9 =	95 – 8 =

Met behulp van het honderd kralensnoer of ander structuurmateriaal kan deze analogie goed worden onderbouwd. Het doorzien van de analogie draagt er ook weer toe bij dat leerlingen het optellen en aftrekken tot 100 niet als iets heel nieuws ervaren, maar als iets waarbij datgene dat je al weet van het rekenen tot 20, goed van pas komt.

Memoriseren tot 20

Verwijzing naar activiteiten

Tempo-oefening: twee verschillende kleuren pennen

Deze oefening is bedoeld om het automatiseren en memoriseren van opgaven te stimuleren.

* Iedere leerling heeft een blauwe en een rode pen (of twee pennen van andere verschillende kleuren) en een werkblad met bijvoorbeeld zes rijtjes van vijf optel- en aftreksommen tot 20.

Op uw seintje beginnen de leerlingen aan de sommen met de rode pen. Na (bijvoorbeeld) twee minuten stoppen ze en gaan ze met de blauwe pen verder. Kijk de sommen gezamenlijk na en laat de leerling met rood/blauw het aantal goede antwoorden noteren.

Deze oefening kunt u in een periode van twee weken enkele keren herhalen.

* Om meer informatie te krijgen over welke sommen de leerlingen nog moeilijk vinden, kunt u de oefening variëren, door eerst twee minuten de tijd te geven om antwoorden op sommen in te vullen die de leerling zo al weet. Sommen die ze nog niet weten slaan ze even over en vullen ze later met de andere kleur in.

U krijgt zo niet alleen zicht op de mate van automatisering, maar ook op de vorderingen die de leerlingen in de loop van de tijd maken. Tot slot kunt u zicht krijgen op welke sommen de leerlingen wel of niet geautomatiseerd hebben, zeker als u ze eerst laat zoeken naar sommen die ze meteen weten (variatie).

Optellen en aftrekken tot 100

Groep 3

Groep 4

Groep 5

Groep 6

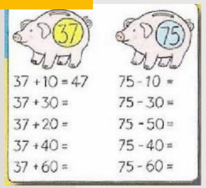
Optellen en aftrekken tot 10

Optellen en aftrekken tot 20

Optellen en aftrekken boven de 100

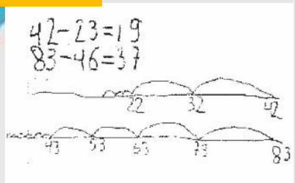
Verkenning getalgebied tot 100

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, ...; 94, 84, 74, ...)

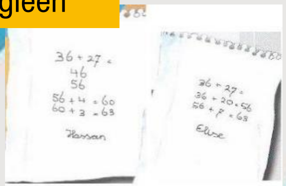


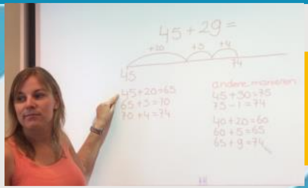
Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)



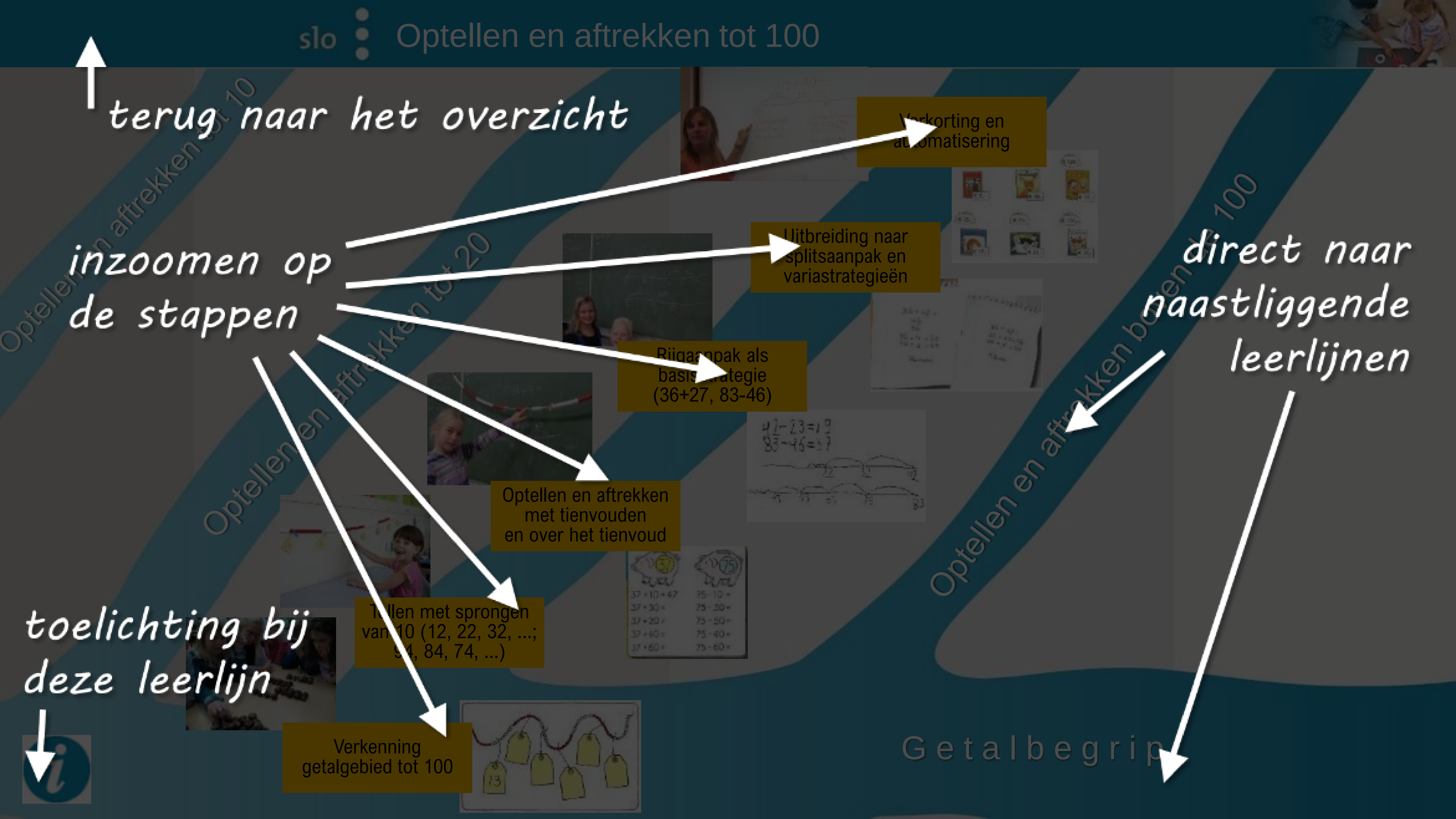
Uitbreiding naar splitsaanpak en variastrategieën





Verkorting en automatisering

Getalbegrip



slo
Optellen en aftrekken tot 100
terug naar het overzicht
Optellen en aftrekken tot 10
Optellen en aftrekken tot 20
Optellen en aftrekken boven de 100
inzoomen op de stappen
direct naar naastliggende leerlijnen
Verkorting en automatisering
Uitbreiding naar splitsaanpak en variastrategieën
Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)
Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud
Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, ...; 94, 84, 74, ...)
Verkenning getalgebied tot 100
toelichting bij deze leerlijn
Getalbegrip

Optellen en aftrekken tot 100

Typering van de leerlijn

Deze leerlijn vindt haar oorsprong in de verkenning van het getallengebied tot 20 en in de kennis van het optellen en aftrekken tot 10. De verkenning van het getallengebied tot 20 vindt gewoonlijk in de tweede helft van groep 3 plaats. In de laatste maanden van groep 3 en de eerste maanden van groep 4 wordt vervolgens het optellen en aftrekken tot 20 verkend. De nadruk ligt daarbij op het optellen en aftrekken over de 10 (6+8, 9+5; 12-4, 17-9).

Veelal wordt het rekenrek (of ander structuurmateriaal zoals eierdozen) als centraal hulpmiddel gebruikt, waarbij optellen en aftrekken apart worden behandeld. Via allerlei gevarieerde activiteiten raken de leerlingen steeds verder vertrouwd met efficiënte strategieën op het rekenrek om de opgaven uit te rekenen.

Geleidelijk aan vindt vervolgens een overgang plaats van handelingen op het rek naar 'voorgestelde handelingen' waarbij het rek nog slechts op afstand aanwezig is. Uiteindelijk mondt het leerproces uit in volledige automatisering en memorisering van alle opgaven tot 20. Voor sommige leerlingen wordt dit doel eind groep 4 bereikt, maar voor andere komt het pas in de loop van groep 5 of 6 binnen bereik.

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, …; 94, 84, 74, …)

- Spaarpot en 100-kralensnoer als hulpmiddel
- Voorspellen wat het nieuwe aantal wordt
- Verband met steeds een groepje van 10 erbij of eraf

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, …; 94, 84, 74, …)

In de vorige stap hebben de leerlingen zich onder meer georiënteerd op het uitspreken en noteren van getallen tot 100, en op het verder tellen en terugtellen. De klassikale getallenlijn met de speciale positie van de tienvouden op die lijn heeft daarbij als ondersteuning gefungeerd. Verder hebben ze ervaring opgedaan met het tellen van grote hoeveelheden tot 100. Ze zijn zich bewust geworden dat het indelen van zulke hoeveelheden in groepjes van 5 of 10 een handige telstrategie kan zijn.

In deze leerstap is het belangrijk dat aan de orde komt het tellen met sprongen van 10 vanaf een willekeurig getal. Bijvoorbeeld: **12**, 22, 32, ...; **94**, 84, 74, ... Met het oog op het latere rekenen met tienvouden (46+20, 75-30) is dit een essentiële vaardigheid. Belangrijk is vooral dat dit meer wordt dan een puur technische vaardigheid en dat de leerlingen de relatie van de 'sprong van 10' doorzien met het feit dat er steeds een groepje van 10 kralen, euro's of eieren bijkomt of afgaat.

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, …; 94, 84, 74, …)

- Spaarpot en 100-kralensnoer als hulpmiddel
- Voorspellen wat het nieuwe aantal wordt
- Verband met steeds een groepje van 10 erbij of eraf

Spaarpot en 100-kralensnoer als hulpmiddel

Als de leerlingen vertrouwd zijn met de telrij tot 100 en met het handig tellen van grote hoeveelheden, vindt veelal een eerste verkenning van het tellen met sprongen van 10 plaats aan de hand van het klassikale 100 kralensnoer.

In het voorafgaande is het tellen en zelf aangeven van aantallen kralen als 43, 69 en 82 al geoefend. Nu wordt een activiteit gedaan waarbij er in eerste instantie bijvoorbeeld 21 kralen op het snoer staan aangegeven en waarbij de leerkracht of een leerling steeds een groepje van 10 kralen toevoegt. De leerlingen bepalen steeds het nieuwe aantal kralen en noteren dit voor zichzelf op een blaadje.

Dat er steeds een groepje van 10 is toegevoegd, kan met een knijper op de lijn worden aangegeven (zie foto). Hetzelfde gebeurt wat later voor de situatie waarbij bijvoorbeeld 85 kralen het startpunt zijn en waarbij steeds een groepje van 10 kralen wordt weggehaald.

Zo komt een eerste bewustwording tot stand van het akoestische patroon: 'een-en-twintig, een-en-dertig, een-en-veertig, ...'.

Een wat moeilijkere variant van deze oefening kan worden gedaan aan de hand van een spaarpot met namaakgeld. In de spaarpot wordt bijvoorbeeld 94 euro gedaan, daarna haalt de leerkracht er steeds een briefje van 10 uit. Door de spaarpot te openen, kan het antwoord gecontroleerd worden, en kan nog eens vastgesteld worden dat bijvoorbeeld 'vier-en-zeventig euro' overeenkomt met 7 briefjes van 10 en nog 4 losse euro's. Ter afwisseling kan deze oefening ook heel goed met een digitale portemonnee op het digibord worden gedaan.

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, …; 94, 84, 74, …)

- Spaarpot en 100-kralensnoer als hulpmiddel
- Voorspellen wat het nieuwe aantal wordt
- Verband met steeds een groepje van 10 erbij of eraf

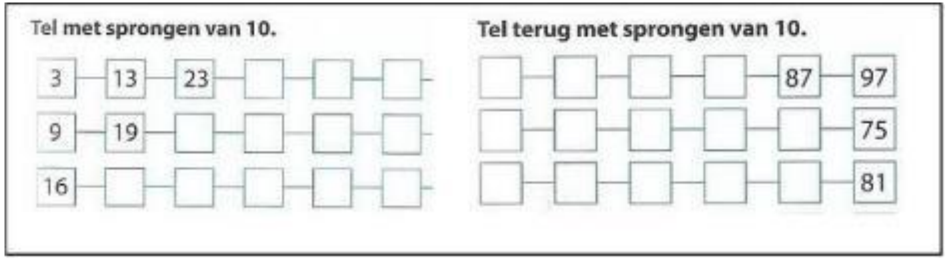
Voorspellen wat het nieuwe aantal wordt

Een stapje verder in de richting van het optellen en aftrekken met tienvouden (dat bij de volgende leerstap aan de orde komt) betreft een oefening waarbij aantallen kralen, euro's of eieren niet meer daadwerkelijk worden toegevoegd of weggehaald, maar waarbij de leerlingen moeten voorspellen wat het nieuwe aantal wordt als er bijvoorbeeld 20 euro in de spaarpot zou worden toegevoegd.

Belangrijk is hier dat de leerlingen ruim gelegenheid krijgen om hun antwoord te beargumenteren, en te 'bewijzen' waarom het nieuwe aantal bijvoorbeeld wel 53 moet zijn. Ter controle kan het betreffende aantal euro's daadwerkelijk toegevoegd worden zodat de juistheid van de argumentatie aan het licht komt.

Verband met steeds een groepje van 10 erbij of eraf

Het is niet alleen belangrijk dat de leerlingen het akoestische patroon van bijvoorbeeld **23**, 33, 43, ... en **97**, 87, 77, ... goed kennen, maar ook dat ze het verband van dit patroon doorzien met het feit dat er steeds een groepje van 10 bijkomt resp. vanaf gaat. Dit verband kan bewust gemaakt worden via de oefeningen rond het 100 kralensnoer en de spaarpot zoals beschreven bij het eerste didactische aandachtspunt van deze leerstap. Zo wordt een concrete basis gelegd voor de schriftelijke opgaven die in het verlengde van mondelinge oefeningen veelal worden gedaan.



Bron: Wereld in Getallen, deel 4A

Door eerst de beschreven interactieve activiteiten te doen, wordt voorkomen dat kennis van het patroon niet meer dan een oppervlakkig weetje wordt dat je als leerling ook weer makkelijk vergeet. Bovendien bestaat daardoor de mogelijkheid om een stap terug te doen in het geval een leerling in de war raakt en als patroon bijvoorbeeld noteert: 23, 34, 45, ... Door terug te gaan naar de situatie van kralensnoer of portemonnee kan de leerkracht de leerling nogmaals bewust maken van het feit dat er een groepje van 10 bijkomt en dat het nieuwe aantal dus 'dertig en drie', dus 33 moet zijn.

Tellen met sprongen van 10 (12, 22, 32, ...; 94, 84, 74, ...)

Verwijzing naar activiteiten

Tellen met sprongen van 10

Doe regelmatig oefeningen vanuit een context zoals het kralensnoer (steeds 10 erbij/eraf) en 'de portemonnee' (steeds 10 euro erbij/eraf).

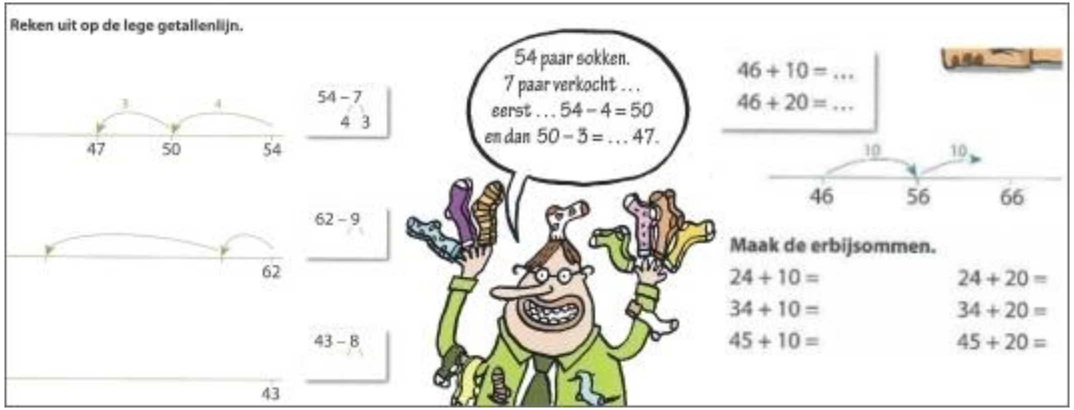
Leg de leerlingen daarbij als 'klap op de vuurpijl' ook af en toe opgaven voor waarbij ze moeten 'voorspellen' hoeveel kralen het zijn (of hoeveel geld het is) als er bijvoorbeeld in één keer 30 kralen of euro's worden toegevoegd resp. weggehaald.

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

- Relatie met het tellen met sprongen van 10
- 100-kralensnoer als ondersteuning
- Introductie van lege getallenlijn als beschrijvingsmiddel

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

Na de voorafgaande leerstappen rond het getallengebied tot 100 en het tellen met sprongen van 10, is dit de eerste belangrijke leerstap bij het leren optellen en aftrekken tot 100.
Het gaat om opgaven waarbij een tienvoud wordt toegevoegd of weggehaald (34+10, 47+30; 56-20, 93-40) en opgaven 'over het tienvoud' (36+7, 68+5; 51-4, 83-6).



Naarmate de leerlingen beter vertrouwd raken met dergelijke opgaven, wordt via deze leerstap de weg steeds meer geëffend voor de introductie van de rijgaanpak op de lege getallenlijn als basisstrategie voor het rekenen met willekeurige getallen tot 100 bij de volgende leerstap.

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

- Relatie met het tellen met sprongen van 10
- 100-kralensnoer als ondersteuning
- Introductie van lege getallenlijn als beschrijvingsmiddel

Relatie met het tellen met sprongen van 10

In het voorgaande hebben de leerlingen het tellen met sprongen van 10 onder de knie gekregen, waarbij hulpmiddelen als het 100 kralensnoer en de (digitale) spaarpot werden gebruikt om het verband duidelijk te maken met het idee van 'steeds een groepje van 10 erbij of eraf'.

Belangrijk is nu dat ze zich bewust worden dat je deze vaardigheid van het tellen met sprongen van 10 kunt inzetten om optel- en aftrekopgaven met tienvouden op te lossen.
Bijvoorbeeld: 45+20 uitrekenen door er eerst 10 bij te doen (55), en daarna nog eens 10 (65).
En: 76-30 uitrekenen door 3 keer een sprong van 10 terug te tellen: 10 eraf is 66, nog eens 10 eraf is 56, en nog eens 10 eraf is 46.

Naderhand zullen de leerlingen steeds beter in de gaten krijgen dat het ook op een kortere manier kan door bijvoorbeeld 76-30 uit te rekenen via een sprong van 30 in één keer: van 76 naar 46; of door 76 te splitsen: 70-30 is 40, met die 6 er nog bij is 46.

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

- Relatie met het tellen met sprongen van 10
- 100-kralensnoer als ondersteuning
- Introductie van lege getallenlijn als beschrijvingsmiddel

▪ 100-kralensnoer als ondersteuning

Het 100 kralensnoer kan gebruikt worden om opgaven zoals 45+20 en 76-30 uit te rekenen, maar als het tellen met sprongen van 10 goed wordt beheerst, is dat in principe niet meer nodig. Wel kan het nuttig zijn om de juistheid van een gevonden oplossing af en toe nog eens te verifiëren op het kralensnoer.
Bijvoorbeeld: nagaan dat 56-20 inderdaad 36 is door van de 56 afgebakende kralen op het snoer er twee keer een groepje van 10 af te halen.

Daarnaast kan het snoer een belangrijke functie hebben bij opgaven over het tienvoud om de sprong naar het tienvoud te verduidelijken. Bijvoorbeeld: 36+7 uitrekenen door te redeneren: 36+4 is 40; en nog 3 erbij is 43. In eerste instantie zullen veel leerlingen geneigd zijn om zo'n opgave tellend uit te rekenen (36, 37, 38, ...). Maar met behulp van het snoer kunnen ze zich nader bewust worden dat de sprong via het tienvoud een efficiëntere manier is.

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

- Relatie met het tellen met sprongen van 10
- 100-kralensnoer als ondersteuning
- Introductie van lege getallenlijn als beschrijvingsmiddel

Introductie van lege getallenlijn als beschrijvingsmiddel

In dit stadium wordt gewoonlijk de lege getallenlijn geïntroduceerd als een schematische weergave van de handelingen op het kralensnoer. De leerlingen worden zich bewust dat wat je via het verschuiven van kralen op het snoer doet, op de lege getallenlijn weergegeven kan worden met sprongen langs de lijn.

Maar de getallenlijn kan ook worden gebruikt om opgaven uit te rekenen en om overzicht te houden over de verschillende handelingen die daarbij worden uitgevoerd. Daarmee wordt tevens de introductie van de rijgaanpak als basisstrategie voor het optellen en aftrekken van willekeurige getallen bij de volgende leerstap voorbereid.

Optellen en aftrekken met tienvouden en over het tienvoud

Verwijzing naar activiteiten

Introductie lege getallenlijn

* Introduceer de lege getallenlijn als een schematische weergave van het 100-kralensnoer en maak de leerlingen bewust van de samenhang tussen de handelingen bij het kralensnoer en de handelingen op de lege getallenlijn.

'Wat je met sprongen op de lege getallenlijn doet, doe je met de kralen op het snoer'

Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

- Lege getallenlijn als centraal model ter ondersteuning van het denken
- Overgang naar het in rekentaal en uit het hoofd uitvoeren van handelingen
- Ruimte voor verschillende niveaus van oplossen

Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

Met de kennis die de leerlingen bij de vorige leerstap hebben opgedaan rond het rekenen met tienvouden en over het tienvoud, leren ze nu de rijgaanpak gebruiken als basisstrategie voor het optellen en aftrekken van willekeurige getallen tot 100. Deze aanpak sluit nauw aan bij het werken met het 100-kralensnoer en komt erop neer dat het eerste getal in een opgave als geheel wordt opgevat en dat het tweede getal er in gedeeltes wordt bijgedaan of afgehaald.

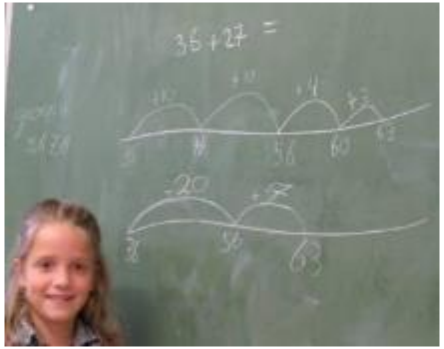
Bij een opgave als 36+27 betekent dit dat er bij 36 eerst 10 en nog eens 10 wordt opgeteld (of in één keer 20), en daarna nog 7 via bijvoorbeeld 4 en nog 3.
Bij deze aanpak wordt in eerste instantie de lege getallenlijn gebruikt als ondersteuning bij het uitvoeren van de verschillende handelingen. Maar al gauw zijn er leerlingen die deze aanpak ook uit het hoofd gaan gebruiken. Om de overgang naar dit mentale handelen te stimuleren, wordt hier vaak het noteren van tussenstappen in rekentaal geïntroduceerd.

Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

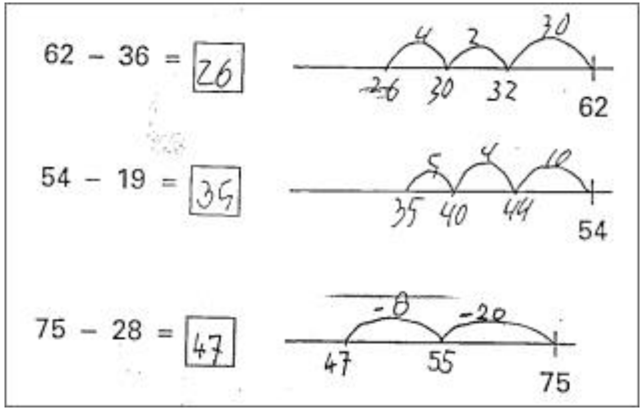
- Lege getallenlijn als centraal model ter ondersteuning van het denken
- Overgang naar het in rekentaal en uit het hoofd uitvoeren van handelingen
- Ruimte voor verschillende niveaus van oplossen

▪ Lege getallenlijn als centraal model ter ondersteuning van het denken

Het gebruik van de lege getallenlijn maakt het mogelijk om de handelingen waarmee een opgave wordt opgelost, stapsgewijs uit te voeren en op een verder lege lijn weer te geven. Daardoor ontstaat ook een goed overzicht over deze handelingen. De lege getallenlijn is een flexibel model. De leerling kan het naar z'n hand zetten door al naar gelang de eigen voorkeur grotere of kleinere sprongen te maken. Bijvoorbeeld, in het geval van 36+27:
eerst twee sprongen van 10 en daarna nog een sprong van 4 en van 3, of wel eerst een sprong van 20 en daarna nog één van 7.



Het op het bord weergeven van door leerlingen gehanteerde strategieën en het laten verwoorden van daarbij uitgevoerde handelingen, vormt een belangrijke activiteit om regelmatig met de hele groep te doen. Niet alleen is dit waardevol omdat leerlingen zich zodoende beter bewust worden van de opeenvolging van deze handelingen. Maar ook is het zo mogelijk om verschillende aanpakken te vergelijken en met elkaar in verband te brengen. Daardoor kan het perspectief op verkorting en niveauverhoging zich steeds verder openen.



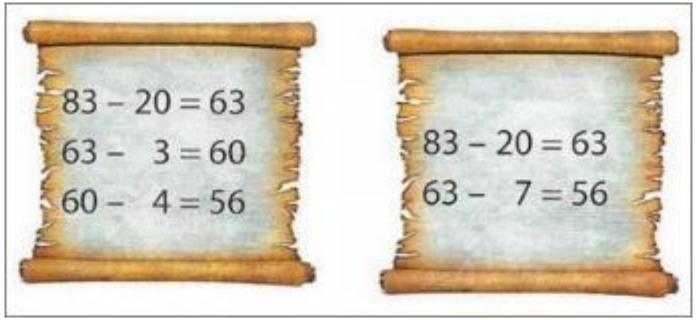
Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

- Lege getallenlijn als centraal model ter ondersteuning van het denken
- Overgang naar het in rekentaal en uit het hoofd uitvoeren van handelingen
- Ruimte voor verschillende niveaus van oplossen

Overgang naar het in rekentaal en uit het hoofd uitvoeren van handelingen

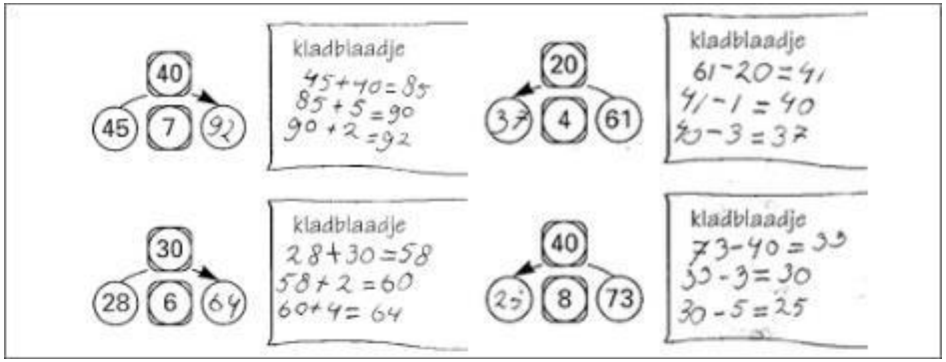
Naarmate leerlingen de rijgaanpak op de lege getallenlijn efficiënter uitvoeren, zijn zij steeds meer geneigd om opgaven direct uit het hoofd uit te rekenen. Voor sommige leerlingen is dit echter nog een hele stap. Om de overgang naar dit zuiver mentale handelen te vergemakkelijken, kan daarom als volgende stap in de leerlijn het noteren van tussenstappen in rekentaal worden geïntroduceerd. Daarbij worden de handelingen van de lege getallenlijn niet meer daadwerkelijk uitgevoerd, maar via het noteren van tussenstappen in rekentaal.

Afhankelijk van de mate van verkorting kan het aantal tussenstappen verschillend zijn. Voor de duidelijkheid worden deze tussenstappen veelal onder elkaar genoteerd.
Bijvoorbeeld, in het geval van 83-27:



(Notaties afkomstig uit: De Wereld in Getallen, deel 4b)

Sommige leerlingen zullen dit noteren van tussenstappen niet nodig hebben; zij kunnen volstaan met het direct uit het hoofd uitrekenen van opgaven. Maar vooral bij het aftrekken kan het veel leerlingen steun geven om gedurende enige tijd hun handelingen in rekentaal te noteren.

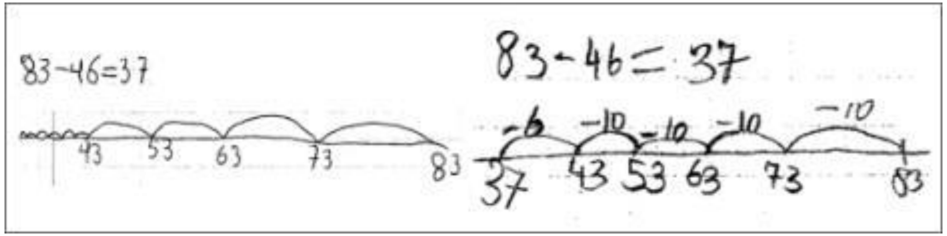


Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

- Lege getallenlijn als centraal model ter ondersteuning van het denken
- Overgang naar het in rekentaal en uit het hoofd uitvoeren van handelingen
- Ruimte voor verschillende niveaus van oplossen

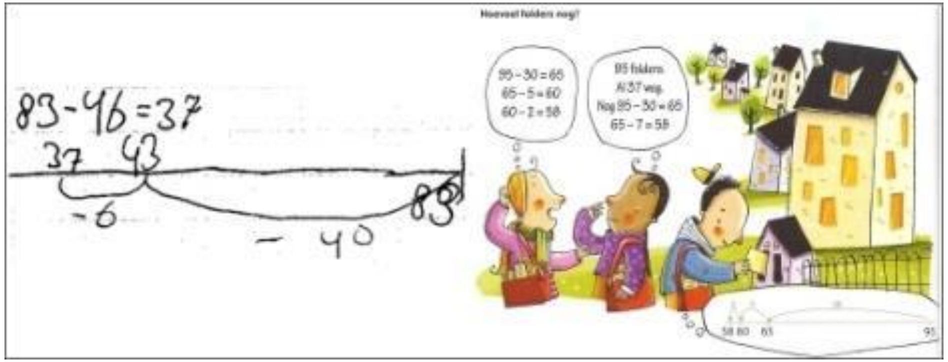
Ruimte voor verschillende niveaus van oplossen

De meest basale variant van de rijgaanpak op de lege getallenlijn is die waarbij alleen met sprongen van 10 en van 1 wordt gewerkt.
In het geval van 83-46:



Vooral met wat complexere getallen wordt dit al gauw omslachtig.

Minder basale varianten zijn mogelijk als sprongen van 10 of van 1 worden samengevoegd tot grotere sprongen.
Bijvoorbeeld:



Door met een zekere regelmaat dergelijke verschillen in mate van verkorting te bespreken, kan verdere niveauverhoging worden gestimuleerd. Hetzelfde geldt voor het vervolg, als een deel van de leerlingen al helemaal uit het hoofd werkt, en een ander deel hun berekening nog op de lege getallenlijn uitvoert of via het noteren van tussenstappen in rekentaal.

Verder zijn er vaak ook leerlingen die in sommige gevallen voor een ander type strategie kiezen, zoals de splitsstrategie in het geval van optellen (36+27 via 30+20 en 6+7). Op zich is dit natuurlijk ook goed. Maar het verdient aanbeveling om de aandacht niet te sterk op deze strategie te vestigen omdat deze bij het aftrekken soms tot veel fouten aanleiding geeft.

Rijgaanpak als basisstrategie (36+27, 83-46)

Verwijzing naar activiteiten

Geld in de portemonnee

* Leg de leerlingen verschillende situaties voor en laat ze die met behulp van de lege getallenlijn uitrekenen. Begin met een voorbeeld dat nog niet zo heel ingewikkeld hoeft te zijn, zoals:

- Er zit 34 euro in de portemonnee, en je krijgt er 23 bij. Hoeveel heb je nu in de portemonnee?

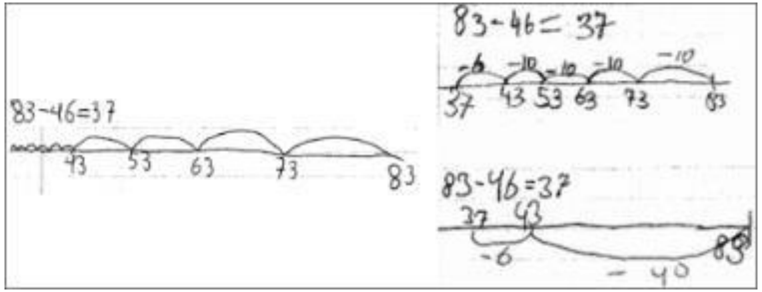
Laat de leerlingen eerst verwoorden om welke som het hier eigenlijk gaat (34+23). Vervolgens zetten ze een streepje op de getallenlijn bij wijze van begingetal en voegen het tweede getal er in twee stappen aan toe: eerst de tienen, dan de enen.

* Een volgende opgave kan gaan om optellen of aftrekken met over het tiental, zoals:

- Je hebt 67 voetbalplaatjes en kreeg er 8 bij. Hoeveel voetbalplaatjes heb je nu?
- Je hebt 83 plaatjes van superdieren. Daarvan geef er 7 aan je vriendje, want die heb je dubbel. Hoeveel plaatjes houd je over?

Focus bij het uitrekenen van deze opgaven op 'splitsen bij de 10': eerst 3 erbij, dan is het 70 en dan nog 5 erbij: 75.

Eindig de opgaven met de moeilijkste soort: 83-46. Leerlingen kunnen die meer of minder verkort oplossen (zie voorbeelden hieronder).

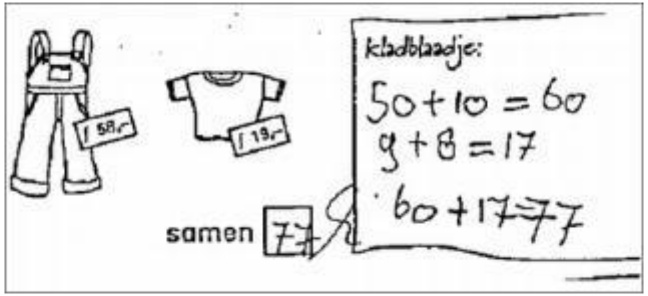


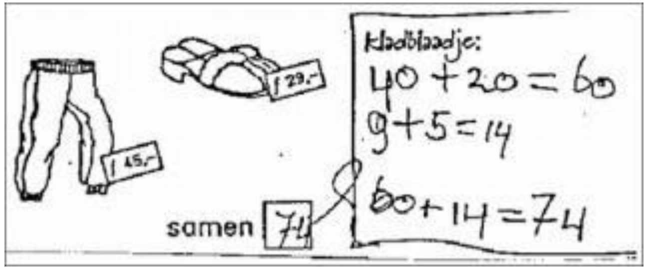
Uitbreiding naar splitsaanpak en variastrategieën

- Onderbouwing met geld, getallenlijn en andere modellen
- Gevaar van (te) grote variëteit in aanpakken
- Anticiperen op het optellen en aftrekken tot 1000

Uitbreiding naar splitsaanpak en variastrategieën

Als de leerlingen goed vertrouwd zijn met de rijgaanpak als basisstrategie, vindt gewoonlijk een uitbreiding plaats naar andere typen strategieën. Eén daarvan is de splitsstrategie die vooral bij optellen door veel leerlingen uit zichzelf al wordt gebruikt en die erop neerkomt dat beide getallen in een opgave decimaal gesplitst worden. Zie de voorbeelden hieronder.





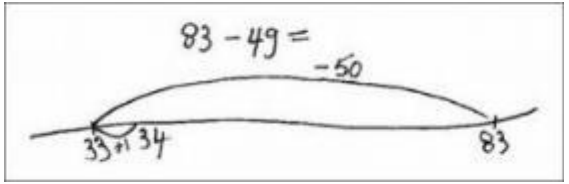
Een strategie die bij het aftrekken belangrijk is, is die van het aanvullen (bijvoorbeeld: 83-78 uitrekenen via 78+2=80, 80+3=83, antwoord dus 2+3=5). Net als het compenseren (bijvoorbeeld: 36+29 uitrekenen via 36+30-1) en het omvormen (bijvoorbeeld: 48+37 uitrekenen via 50+35), is deze strategie vooral geschikt als de getallen in een opgave zich er echt toe lenen.

Door in het onderwijs van tijd tot tijd aandacht aan dergelijke strategieën te besteden, wordt bereikt dat de leerlingen opgaven tot 100 (en daarboven) steeds flexibeler en efficiënter gaan oplossen. Daarmee wordt de afrondende leerstap van deze leerlijn voorbereid.

Onderbouwing met geld, getallenlijn en andere modellen

Belangrijk is dat de leerlingen inzicht in strategieën verwerven, zoals de rijgaanpak, splitsstrategie, aanvullen, compenseren en omvormen. Het moeten geen onbegrepen 'maniertjes' blijven die snel door elkaar gehaald worden.

(Digitaal) geld biedt de mogelijkheid om de splitsstrategie te onderbouwen. In de winkelcontext (je koopt iets van 46 euro en iets van 38 euro) kan dit gebruikt worden om redeneringen te concretiseren zoals: je splitst beide bedragen in aantallen tientjes en losse euro'; je doet eerst de tientjes bij elkaar (40+30 is 70), daarna de losse euro's (6+8 is 14), en tenslotte voeg je beide subtotalen samen (70+14 is 84). Evenzo kan de aanvulstrategie verduidelijkt worden vanuit een geldsituatie (je hebt 83 euro en je koopt iets van 49 euro), eventueel met ondersteuning van de getallenlijn.



Dat laatste model kan ook uitstekend ingezet worden om de compensatiestrategie te onderbouwen, met name om te verhelderen dat wat er te veel is opgeteld op afgetrokken, naderhand 'gecompenseerd' moet worden via de omgekeerde bewerking.

Gevaar van (te) grote variëteit in aanpakken

Het is belangrijk dat de splitsaanpak en variastrategieën in het onderwijs als aanvulling op de basisstrategie van het rijgen aan bod komen, en niet ter vervanging daarvan.

Eerst dienen de leerlingen de rijgstrategie dus goed onder de knie te hebben, voordat uitgebreid wordt naar andere strategieën. Is dat niet het geval, dan bestaat de kans dat de opgebouwde kennis op losse schroeven komt te staan doordat verschillende strategieën door elkaar gehaald worden. Daarom wordt er soms voor gepleit om in het onderwijs nog maar één strategie, zoals de rijgstrategie of de splitsstrategie, aan de orde te stellen. Het gevaar bestaat dan echter dat leerlingen die wél goed en flexibel met verschillende strategieën overweg kunnen, tekort wordt gedaan. Het is aan te bevelen om wel degelijk verschillende typen strategieën aan de orde te stellen, maar dit met een zekere terughoudendheid te doen, zodat met name voor de zwakkere leerlingen duidelijk blijft dat de rijgstrategie de basis vormt die eerst goed beheerst moet worden voordat andere strategieën in gebruik worden genomen.

Anticiperen op het optellen en aftrekken tot 1000

In deze fase van het leerproces (eind groep 4, begin groep 5) zijn er veelal ook verkennende activiteiten rond het getalgebied tot 1000 en, in het verlengde daarvan, het optellen en aftrekken tot 1000. Beide leerprocessen lopen dan parallel aan elkaar waarbij het rekenen tot 100 steeds meer in een afrondende fase komt terwijl het rekenen tot 1000 zich in een oriënterende fase bevindt.

Op zich is dit geen probleem. Integendeel, de kennis die de leerlingen binnen het getallengebied tot 100 hebben opgedaan (begrip van getallen, kennis van modellen en strategieën, inzicht in eigenschappen, ...) dienen ze zoveel mogelijk in te zetten binnen het getalgebied tot 1000.

Vandaar dat binnen dat laatste gebied veelal ook een vergelijkbare opbouw wordt gevolgd waarbij verkenning van de getallen tot 1000 als zodanig wordt gevolgd door introductie van de rijgaanpak als basisstrategie. Maar voor leerlingen die binnen het getalgebied tot 100 nog niet zo ver gevorderd zijn, verdient het aanbeveling om goed onderscheid tussen beide gebieden te maken en de betreffende leerlingen gerust te stellen dat ze binnen het gebied tot 1000 niet meteen ook alles direct uit het hoofd hoeven te doen.

Uitbreiding naar splitsaanpak en variastrategieën

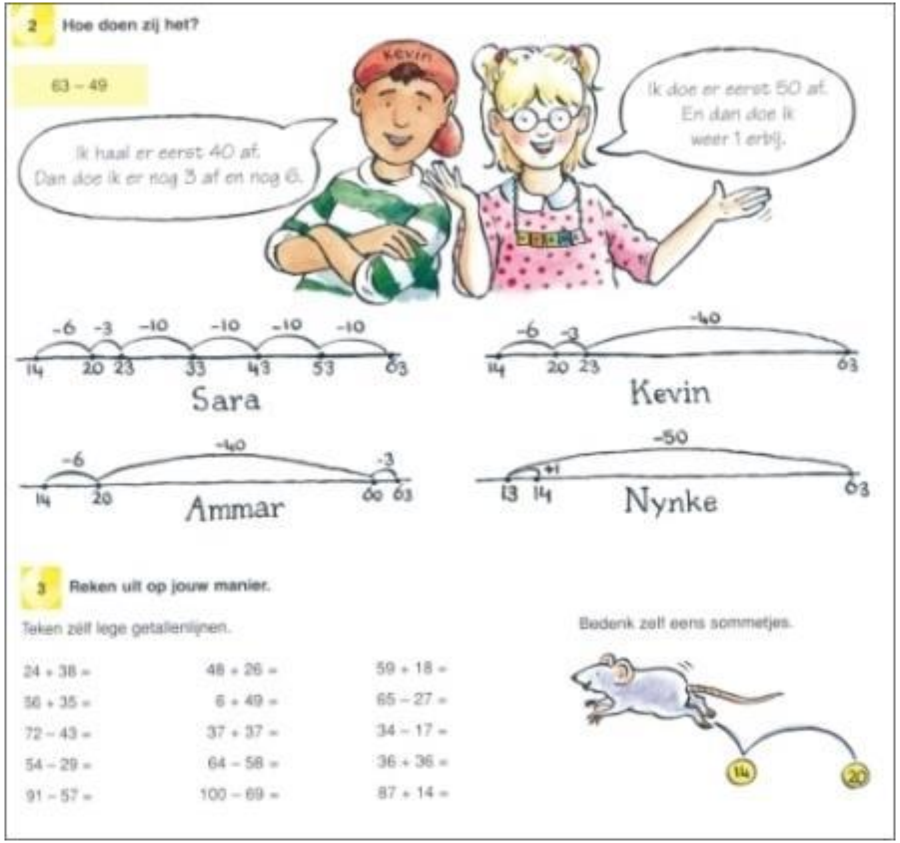
Verwijzing naar activiteiten

Notities op papier

* Leg de leerlingen een som voor en geef ze de gelegenheid om die op de eigen manier uit te rekenen. Laat twee leerlingen de som op het digibord uitrekenen en de andere kinderen op een blaadje. Stimuleer de leerlingen om de oplossing op een overzichtelijke manier te noteren.

Bespreek vervolgens de verschillende oplossingsmanieren (zie voorbeeld hiernaast). De notities op het papier maken het gesprek makkelijker.

Rekenmethodes bieden diverse oefeningen waarin leerlingen de opdracht krijgen een opgave uit te rekenen en erop te reflecteren.



Bron: Pluspunt, groep 4

Verkorting en automatisering

- Steeds meer direct uit het hoofd leren optellen en aftrekken
- Bewust wording van de 'valkuilen' van splits- en variastrategieën
- Al naar gelang de opgave voor een geschikte aanpak leren kiezen

Verkorting en automatisering

Als de leerlingen in het voorafgaande de voornaamste oplossingsstrategieën voor het optellen en aftrekken tot 100 hebben leren kennen en tevens hebben geleerd hoe ze tussenstappen in rekentaal kunnen noteren, is het leerproces al een eind gevorderd. Dat wil echter niet zeggen dat het dan klaar is.

Bij de afrondende leerstap die nu aan de orde is, leren ze om steeds sneller en efficiënter tot een oplossing te komen, om al naar gelang de opgave voor een passende strategie te kiezen en om deze steeds 'automatischer' uit te voeren. Daartoe vindt veelal een serie gerichte oefenactiviteiten plaats waarin diverse oefenvormen aan bod komen (zoals de tabelopgaven in de afbeelding hieronder) en waarbij van tijd tot tijd gerichte instructies plaatsvinden bedoeld om strategieën op het bord te laten noteren en verwoorden, verdere verkortingen te bespreken, eventuele foute redeneringen te ontmaskeren, enz.

b Neem over en vul in.

+ 27	
10	
23	
27	
45	
94	

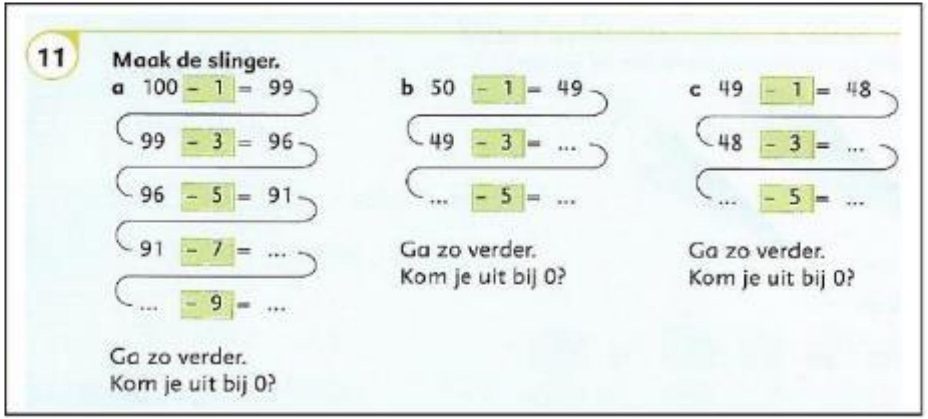
– 27	
100	
29	
87	
44	
111	

(Opgave afkomstig uit Pluspunt, deel 5A)

Deze activiteiten moeten ertoe leiden dat de kennis van het optellen en aftrekken tot 100 in de loop van groep 5 steeds verder wordt geautomatiseerd, en dat deze kennis bij het optellen en aftrekken tot 1000 wordt ingezet om bijvoorbeeld de analogie van opgaven als 246+38 en 46+38, en 172-58 en 72-58 te leren doorzien.

Steeds meer direct uit het hoofd leren optellen en aftrekken

Het is van grote waarde dat leerlingen leren om allerlei opgaven steeds efficiënter direct uit het hoofd uit te rekenen. Daartoe kan het nuttig zijn om regelmatig mogelijkheden voor verdere verkorting van strategieën te bespreken, voor het steeds beknopter leren noteren van tussenstappen en voor het al naar gelang de opgave kiezen van een passende strategie. Tevens is het aan te bevelen om de nodige variatie in oefenvormen aan te brengen waarbij ook puzzelachtige opgaven zoals hieronder een rol kunnen spelen.


11 Maak de slinger.

a 100 − 1 = 99
99 − 3 = 96
96 − 5 = 91
91 − 7 = ...
... − 9 = ...
Ga zo verder.
Kom je uit bij 0?

b 50 − 1 = 49
49 − 3 = ...
... − 5 = ...
Ga zo verder.
Kom je uit bij 0?

c 49 − 1 = 48
48 − 3 = ...
... − 5 = ...
Ga zo verder.
Kom je uit bij 0?

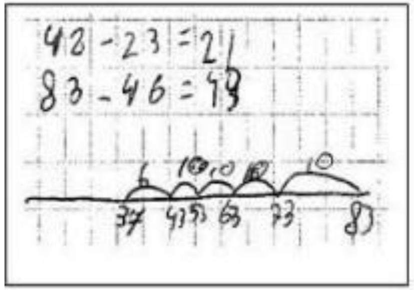
Bron: Alles Telt, deel 5A

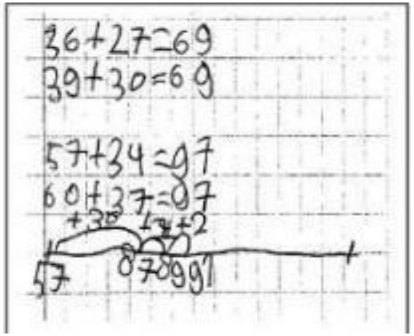
Aan de andere kant dient ervoor gewaakt te worden om de overgang naar het direct uit het hoofd rekenen al te rigoureus te laten verlopen.

Sommige leerlingen hebben uit zichzelf namelijk de neiging om dit zonder meer bij alle voorkomende opgaven te willen doen terwijl ze daar nog niet helemaal aan toe zijn. In die zin is het van belang in de begeleiding van leerlingen een goede balans tussen enerzijds stimuleren en anderzijds afremmen aan te houden.

Bewust wording van de 'valkuilen' van splits- en variastrategieën

Het komt regelmatig voor dat leerlingen terugvallen op verkeerd begrepen of onjuist toegepaste strategieën. Zo wordt de splitsstrategie bij het aftrekken soms onjuist gebruikt doordat steeds 'groot van klein' wordt afgehaald (voorbeeld links). Evenzo wordt de strategie van het omvormen bij het optellen soms verkeerd gehanteerd doordat bij beide getallen iets wordt opgeteld om aan een rond getal te komen (voorbeeld rechts).





Een mogelijkheid om dergelijke foutieve aanpakken bij te sturen, is terug te grijpen op de basisstrategie van de rijgaanpak op de lege getallenlijn die veelal wel goed begrepen wordt. Daarmee is echter nog niet boven tafel gekomen wat er bij de gehanteerde aanpakken nu precies fout is gegaan. Om hier meer duidelijkheid over te krijgen, kan het nuttig zijn om de opgave te concretiseren in een betaalsituatie of een meetsituatie, en deze na te spelen. Zo kan duidelijk worden dat als je € 83 hebt en je betaalt iets van € 46, je nooit € 43 kunt overhouden.

Verkorting en automatisering

- Steeds meer direct uit het hoofd leren optellen en aftrekken
- Bewust wording van de 'valkuilen' van splits- en variastrategieën
- Al naar gelang de opgave voor een geschikte aanpak leren kiezen

Al naar gelang de opgave voor een geschikte aanpak leren kiezen

Naarmate het leerproces vordert, gaan steeds meer leerlingen een zekere variëteit aan strategieën gebruiken. Het is daarbij belangrijk dat ze zich steeds meer gaan realiseren wanneer een bepaalde strategie bij uitstek in aanmerking komt. Is er bijvoorbeeld sprake van bijna ronde getallen (56+39, 83-49), dan is de compensatiestrategie heel geschikt. En liggen de getallen in een aftrekopgave dicht bij elkaar (83-78, 52-49), dan komt het aanvullen in aanmerking.

Om te belichten wanneer een bepaald type strategie sterk voor de hand ligt, kan het nuttig zijn om enkele keren een specifieke context aan de orde te stellen. Bijvoorbeeld: een leeftijdencontext om de aanvulstrategie bij het vergelijken van leeftijden (zie de opgave hieronder) onder de aandacht te brengen.

Om te bevorderen dat leerlingen steeds alerter worden op kenmerken van getallen waardoor een bepaald type strategie handig is, verdient het verder aanbeveling om een verzameling kale opgaven op kaartjes aan te leggen waarmee af en toe een rekendictee wordt gegeven. Bijvoorbeeld met telkens tien sterk wisselende opgaven zoals: 30+45, 60-58, 40-7, 92-89, 100-75, enz. Na afloop kunnen de kaartjes dan gesorteerd worden op strategieën die bij uitstek in aanmerking komen, zoals het aanvullen bij 60-58 en 92-89.

Verkorting en automatisering

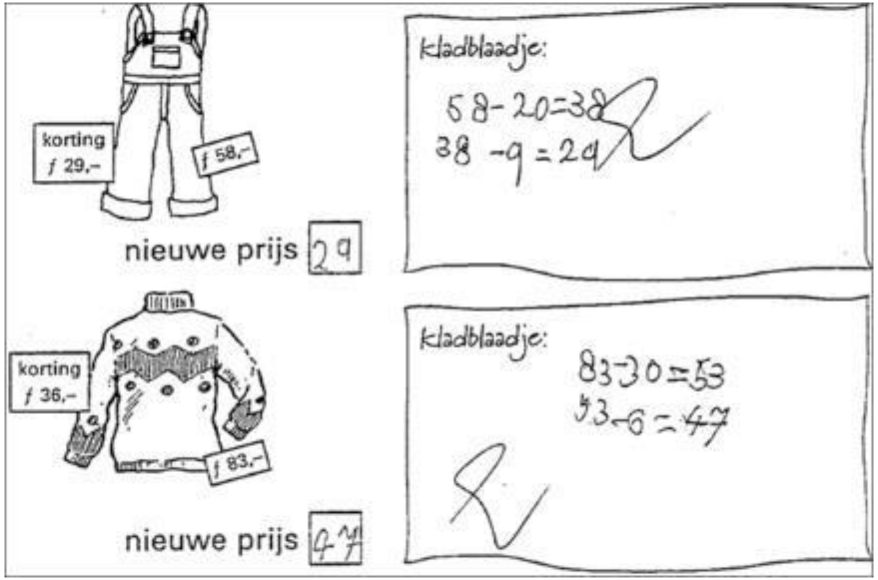
Verwijzing naar activiteiten

Leren werken met het kladblaadje

* Maak de leerlingen vertrouwd met het kladblaadje als een hulpmiddel om de overgang van het werken op de lege getallenlijn naar het helemaal uit het hoofd werken makkelijker te maken.

Op het kladblaadje (of kladbord) noteren ze de stappen die ze tijdens het oplossingsproces uitvoeren, in rekentaal. Zoals in het voorbeeld hiernaast bij de opgave 36+27. In eerste instantie kunnen ze deze stappen vrij uitgebreid noteren, naderhand kan dit steeds verder verkort worden.

* Introductie van het kladblaadje kan gebeuren via een activiteit waarbij een leerling met gebaren in de lucht, ondersteund met een toelichting, aangeeft hoe hij/zij een opgave op de lege getallenlijn heeft opgelost, terwijl enkele andere leerlingen de betreffende stappen in rekentaal op het bord noteren. Het is aan te bevelen om de rekenstappen op het kladblaadje onder elkaar te laten noteren, zodat geen 'breiwerk' ontstaat.



Oplossingswijzen op het kladblaadje in twee tussenstappen (rijgaanpak)

Groep 4

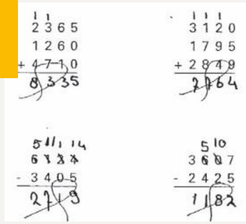
Groep 5

Groep 6

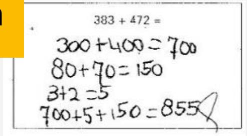
Optellen en aftrekken tot 20

Optellen en aftrekken tot 100

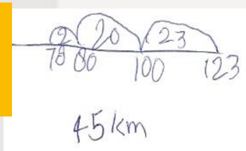
Cijferend optellen en aftrekken



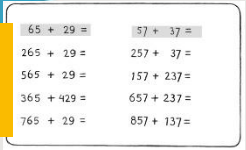
Kolomsgewijs optellen en aftrekken



Optellen en aftrekken over het honderdvoud

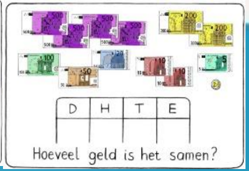


Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden



Verkenning getalgebied tot 1000

Getallen boven de 1000



Getalbegrip

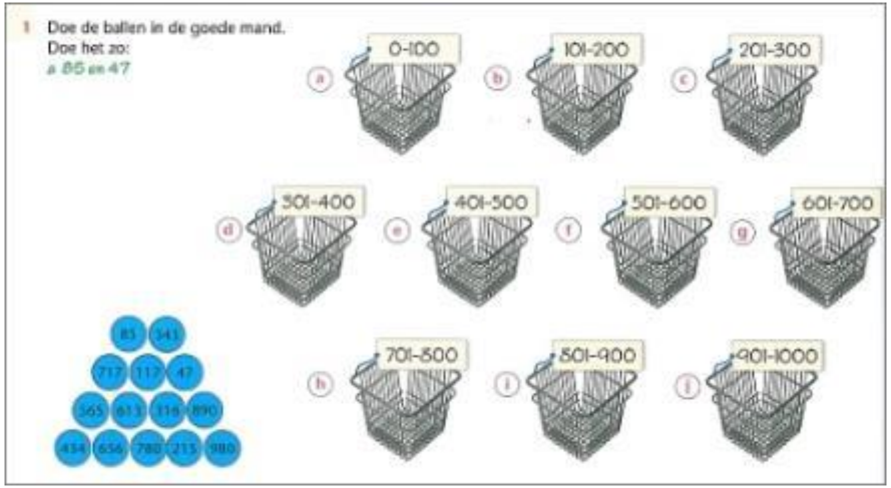
Optellen en aftrekken boven de 100
terug naar het overzicht
direct naar naastliggende leerlijnen
Optellen en aftrekken tot 20
Optellen en aftrekken tot 20
Cijferen optellen en aftrekken
Optellen en aftrekken kolomsgewijs
Optellen en aftrekken over het honderdvoud
Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden
Verkenning getalgebied tot 1000
Getallen boven de 1000
inzoomen op de stappen
toelichting bij deze leerlijn
Getalbegrip

Optellen en aftrekken boven de 100

Typering van de leerlijn

Leren optellen en aftrekken is een langlopend leerproces dat begint met de verkenning van getallen tot 10 en 20 in de eerste groepen van de basisschool en eindigt met het optellen en aftrekken van getallen boven de 100 in de loop van groep 5 en 6.

In groep 4 is de leerlijn Optellen en aftrekken tot 100 een heel eind gevorderd, maar deze lijn moet in groep 5 veelal nog worden afgerond. Bovendien blijft zij van groot belang voor de rest van de basisschoolperiode. In groep 4 zijn de meest perspectiefrijke strategieën geleerd, waarvan de rijgstrategie veelal als de meest basale wordt gezien. In groep 5 en 6 kan deze rijgstrategie, al dan niet met ondersteuning van de lege getallenlijn of een kladblaadje, ook bij het optellen en aftrekken boven de 100 worden ingezet. Daarnaast wordt een andere fundamentele strategie – die van het splitsen – steeds meer van belang.

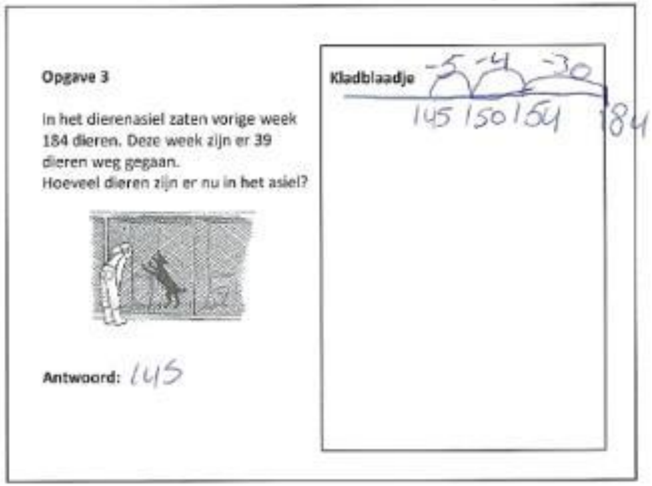


Bron: Pluspunt, lesboek groep 5

Optellen en aftrekken boven de 100

Typering van de leerlijn (2)

De leerlijn Optellen en aftrekken boven de 100 start, net als andere leerlijnen, met het verkennen van getallen in verschillende contexten en betekenissen. Ongeveer halverwege groep 5 mondt dit uit in het met inzicht leren oplossen van optel- en aftrekopgaven tot 1000 tussen twee honderdvouden (opgaven zoals 165+29 en 184-39). Het rekenen naar analogie met rekenen tot 100 staat daarbii centraal.


Opgave 3

In het dierenasiel zaten vorige week 184 dieren. Deze week zijn er 39 dieren weg gegaan.
Hoeveel dieren zijn er nu in het asiel?

Antwoord: 145

Kladblaadje

-5 -4 -30

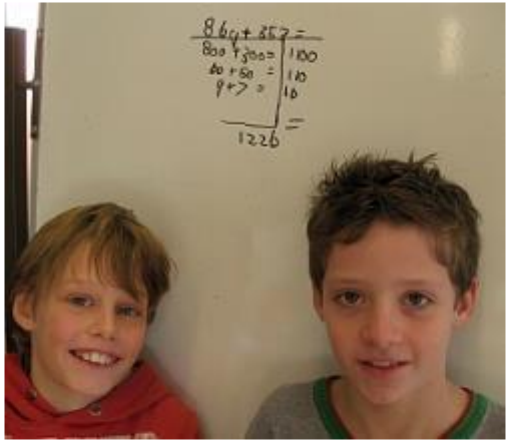
145 150 154 184

Met het rekenen tussen twee honderdvouden wordt impliciet ook het rekenen tot 100 en tot 20 geoefend. Immers, als leerlingen een opgave als 165+29 uitrekenen zijn ze ook bezig met 65+29 (en 5+9).
In het verlengde van het rekenen tussen twee honderdvouden start vervolgens het optellen en even later het aftrekken over het honderdvoud (opgaven zoals 165+79 en 165-87). De rijgstrategie die de leerlingen al kennen, wordt nu gebruikt om zulke opgaven efficiënt te leren uitrekenen. In eerste instantie wordt ter ondersteuning veelal de lege getallenlijn gebruikt, maar al gauw leren de leerlingen hun handelingen ook in rekentaal te noteren (het 'kladblaadje').

Voorbeeld van een oplossing via de rijgaanpak met een hulpnotatie in rekentaal (opgave 250-65)

Typering van de leerlijn (3)

In het laatste deel van groep 5 wordt vervolgens uitgebreid naar de categorie moeilijkste opgaven, waarbij ook honderdtallen worden opgeteld of afgetrokken. Bijvoorbeeld: 165+279 en 565-287. Daarbij vindt een overgang plaats naar het splitsend rekenen, waarbij beide getallen worden opgesplitst in honderdtallen, tientallen en eenheden. In groep 6 gaat dit veelal over in het cijferend rekenen. De meeste methoden bieden aan het eind van groep 5 het kolomsgewijs optellen en aftrekken aan. Dit is op te vatten als een ultieme, gestileerde vorm van hoofdrekenen, waarbij de getallen hun waarde behouden. Dit in tegenstelling tot het cijferen, waarbij met cijfers in plaats van getallen wordt gerekend.



Voorbeeld van een oplossing via de kolomsgewijze aanpak (opgave 869+357)

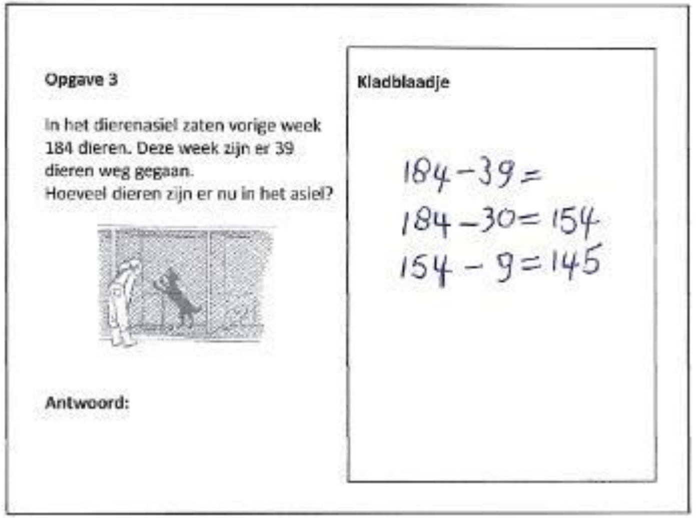
Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden

- Rijgstrategie als uitrekenmanier; redeneren op basis van analogie
- Overgang naar het direct uit het hoofd rekenen
- Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen

Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden

Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden is een logisch vervolg op het verkennen van getallen boven de 100 en van de decimale structuur van getallen. In de vorige leerstap hebben de leerlingen herhaaldelijk kunnen ervaren dat er bij het tellen van hoeveelheden tot 1000 eigenlijk niet zoveel verandert ten opzichte van getallen onder de 100. Het enige dat verschilt is dat er een honderdvoud bij komt.

Bij het optellen en aftrekken tot 1000 borduren we op deze kennis voort, door de leerlingen eerst opgaven zonder overschrijding van het honderdtal voor te leggen. Het gaat dan om opgaven zoals 345+23, 128+57, 467-23, 184-39. De manier waarop leerlingen die opgaven kunnen uitrekenen verschilt niet wezenlijk van het optellen en aftrekken onder de 100. De rijgstrategie, al dan niet met ondersteuning van de lege getallenlijn of een kladblaadje, is ook hier de meest basale strategie.



Opgave 3

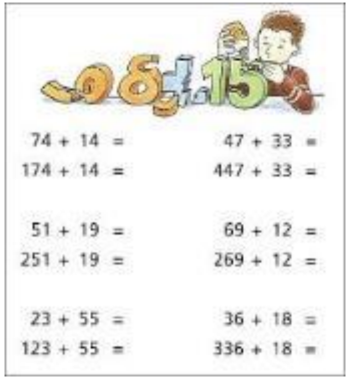
In het dierenasiel zaten vorige week 184 dieren. Deze week zijn er 39 dieren weg gegaan.
Hoeveel dieren zijn er nu in het asiel?

Antwoord:

Kladblaadje

184 − 39 =
184 − 30 = 154
154 − 9 = 145

Het rekenen naar analogie staat dus centraal bij dergelijke opgaven. Voor wat betreft het aftrekken kan verder, net als bij het rekenen tot 100, speciale aandacht worden besteed aan de aanvulstrategie.



74 + 14 =	47 + 33 =
174 + 14 =	447 + 33 =
51 + 19 =	69 + 12 =
251 + 19 =	269 + 12 =
23 + 55 =	36 + 18 =
123 + 55 =	336 + 18 =

Bron: Wis en Reken, wisboek 5A

Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden

- Rijgstrategie als uitrekenmanier; redeneren op basis van analogie
- Overgang naar het direct uit het hoofd rekenen
- Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen

Rijgstrategie als uitrekenmanier; redeneren op basis van analogie

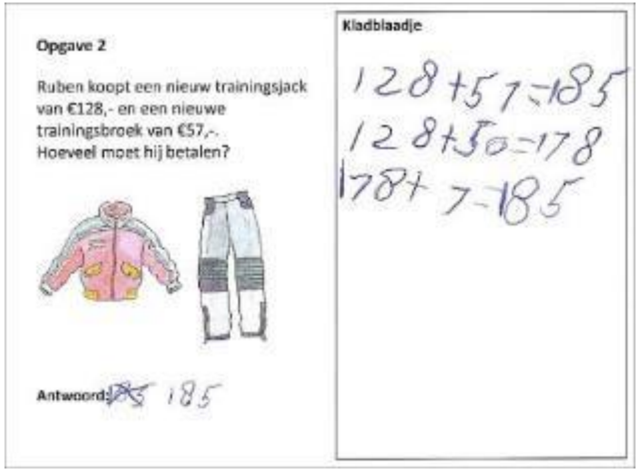
Bij het uitrekenen van opgaven tussen twee honderdvouden kunnen de leerlingen gebruikmaken van dezelfde basale strategie als bij het rekenen tot 100: de rijgstrategie, ondersteund met de lege getallenlijn of een hulpnotatie in rekentaal (het 'kladblaadje').


Opgave 2

Ruben koopt een nieuw trainingsjack van €128,- en een nieuwe trainingsbroek van €57,-. Hoeveel moet hij betalen?

Kladblaadje

In groep 4 hebben ze deze strategie leren kennen en gebruiken, en voor veel leerlingen ligt het voor de hand om deze ook bij opgaven tussen twee honderdvouden te gebruiken.


Opgave 2

Ruben koopt een nieuw trainingsjack van €128,- en een nieuwe trainingsbroek van €57,-. Hoeveel moet hij betalen?

Antwoord: 185

Kladblaadje

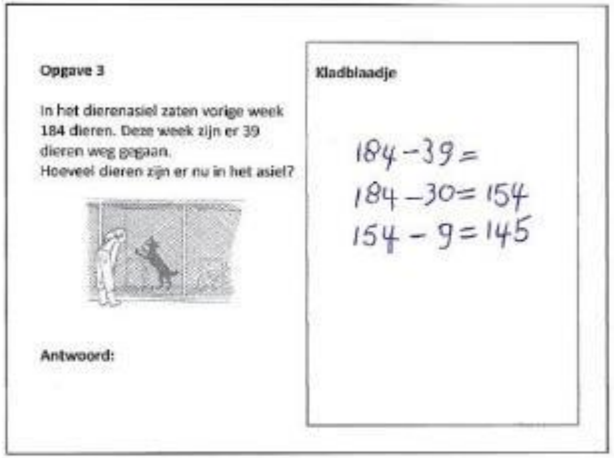
Veelal wordt de verkenning van opgaven tussen twee honderdvouden begonnen met enkele contextproblemen waarbij de leerlingen zich oriënteren op geschikte oplossingsstrategieën. Als ze zich nader bewust zijn geworden van de mogelijkheid om de rijgstrategie in zulke situaties te gebruiken, wordt gericht ingezoomd op het redeneren op basis van analogie. Bijvoorbeeld: De leerlingen rekenen eerst een som onder de 100 uit, zoals 36+27. Ze noteren het antwoord en rekenen meteen daarop volgend de som 236+27 uit. De sommen en berekeningen komen onder elkaar te staan (zie foto).

Wat is het verschil? De leerlingen kunnen uiteraard terugdenken aan de activiteiten waarbij sommen zijn gelegd met geld en er tientjes aan toegevoegd dan wel weggehaald zijn. Door dit een paar keer ook met andere honderdtallen te doen, zoomt de leerkracht in op het rekenen naar analogie onder de 100.

Overgang naar het direct uit het hoofd rekenen

Net als bij het rekenen tot 100 kan het denken van de leerlingen bij het oplossen van opgaven tussen twee honderdvouden met behulp van de rijgstrategie op verschillende manieren worden ondersteund. De meest basale ondersteuning is die van de lege getallenlijn. Zijn ze daarmee tot op zekere hoogte vertrouwd (bij sommige leerlingen gebeurt dit heel vlot), dan kan de overgang naar een vorm van ondersteuning plaatsvinden waarbij de eigen denkstappen in rekentaal worden genoteerd. Hierbij beschrijft de leerling z'n stappen in rekentaal die veelal onder elkaar worden opgeschreven (ook wel aangeduid als het 'kladblaadje'). In eerste instantie worden alle stappen genoteerd, maar geleidelijk aan kan dit verkort worden tot bijvoorbeeld alleen de eerste stap of alleen nog een tussenantwoord.

Aldus wordt de weg naar het direct uit het hoofd rekenen (het uiteindelijke doel) steeds verder geplaveid.

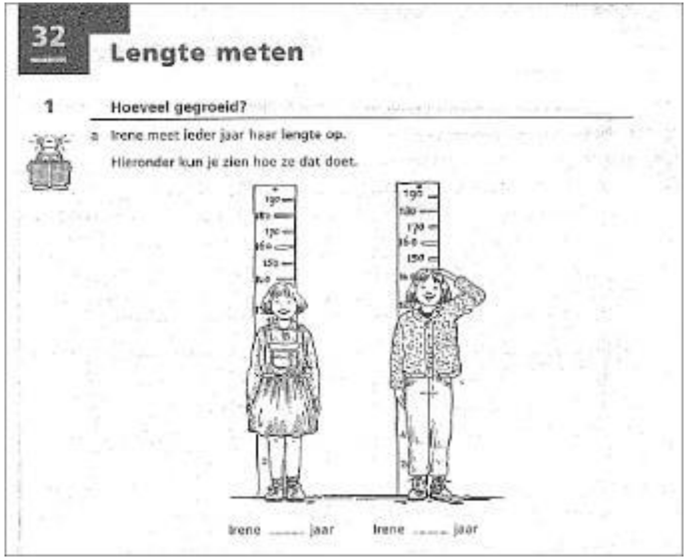


Het door een leerling laten verwoorden van een gehanteerde strategie kan ook hier vaak een mooie opstap vormen naar het leren noteren van een berekening in rekentaal. Door enkele keren zulke berekeningen naast elkaar op het bord te noteren, kan duidelijk worden dat het 'kladblaadje' in verschillende graden van verkorting kan worden gebruikt.

Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden

- Rijgstrategie als uitrekenmanier; redeneren op basis van analogie
- Overgang naar het direct uit het hoofd rekenen
- Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen

Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen


32 **Lengte meten**

1 **Hoeveel gegroeid?**

a Irene meet ieder jaar haar lengte op.
Hieronder kun je zien hoe ze dat doet.

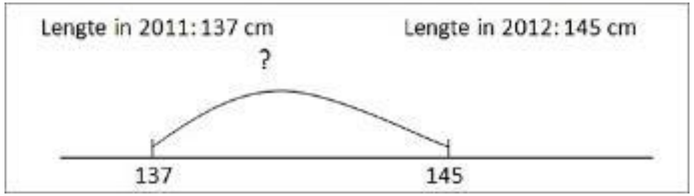
Irene ...... jaar Irene ...... jaar

Bron: Wis en Reken, werkboek 5A.

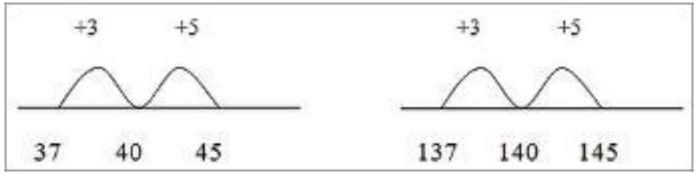
Bij het optellen en aftrekken tot 100 hebben de leerlingen naast de rijgstrategie ook andere strategieën geleerd, zoals de splitsstrategie en de aanvulstrategie. In deze stap gaat de aandacht met name naar die laatste strategie uit. De meetcontext kan als startpunt dienen om de leerlingen op het spoor te zetten van het gebruikmaken van de aanvulstrategie bij getallen die dichtbij elkaar liggen.

De leerkracht vraagt bijvoorbeeld aan twee leerlingen hoe lang ze zijn, noteert de lengtes op het bord en laat die op de getallenlijn plaatsen. De volgende vraag is: hoeveel is de ene leerling langer (of korter) dan de andere? Of met andere woorden: wat is het verschil in lengte tussen de twee leerlingen? Ook kan de lengte van een denkbeeldige leerling worden gekozen die haar lengte in twee verschillende jaren wil vergelijken. Hoeveel is ze gegroeid? Door dit nadrukkelijk op de meetlat of de getallenlijn te laten zien, ligt het voor de hand om door te rekenen vanaf de kortste lengte naar de langste, of andersom.

Bijvoorbeeld:



Ook hier kan weer duidelijk worden dat de manier van oplossen eigenlijk niet verschilt met die bij het rekenen tot 100. Daar zou je er eerst 3 bij doen en dan nog 5, of er eerst 5 af doen en dan nog 3, verschil 8.

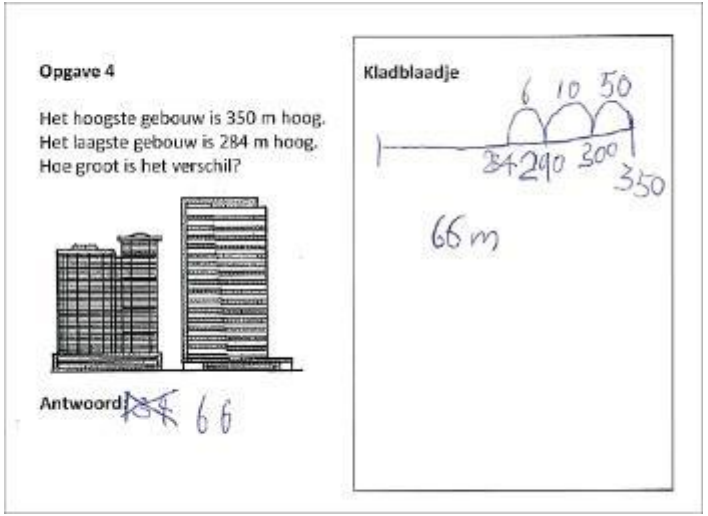


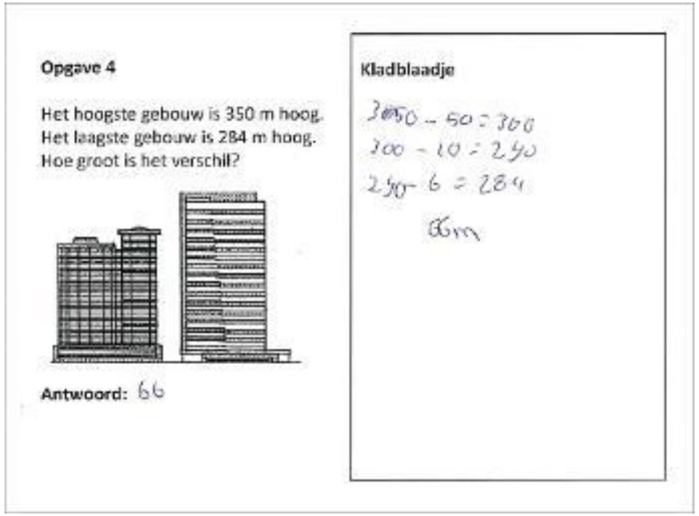
Optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden

- Rijgstrategie als uitrekenmanier; redeneren op basis van analogie
- Overgang naar het direct uit het hoofd rekenen
- Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen

Van lengtes vergelijken naar verschil bepalen (2)

Naderhand kan worden uitgebreid naar contexten waarin het gebruik van de aanvulstrategie eveneens voor de hand ligt.
Bijvoorbeeld: bepalen van het verschil in hoogte tussen twee gebouwen. In eerste instantie kunnen de leerlingen de aanvulstrategie uitvoeren met behulp van de lege getallenlijn of het kladblaadje – naderhand kan dit steeds meer direct uit het hoofd gebeuren.





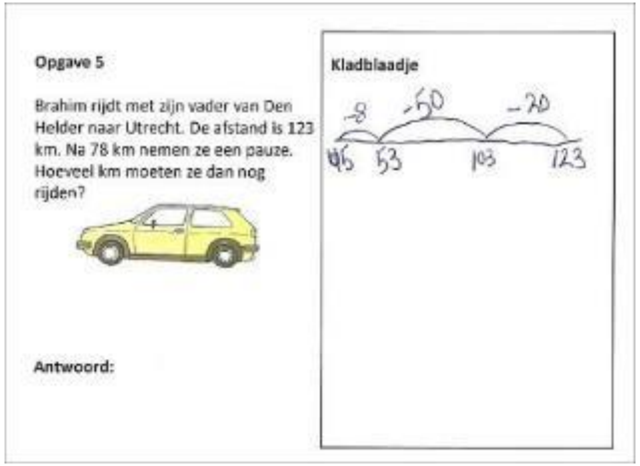
Optellen en aftrekken over het honderdvoud

- Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting
- Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud
- Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Optellen en aftrekken over het honderdvoud

Op het moment dat het optellen en aftrekken tussen twee honderdvouden al een eindje gevorderd is (ongeveer halverwege groep 5), volgt de verkenning van optel- en aftrekopgaven over het honderdvoud. De nadruk ligt daarbij op opgaven van het type 168+57, 123-78. Dit zijn opgaven waarbij het honderdvoud wordt overschreden maar waarbij nog geen honderdtal wordt toegevoegd of weggehaald. Het is gewoonlijk de moeilijkste categorie opgaven boven de 100 die de leerlingen al hoofdrekenend leren oplossen.

Net als bij de opgaven tussen twee honderdvouden kan de rijgaanpak met ondersteuning van de lege getallenlijn als basisstrategie gebruikt worden. Daarmee blijft de manier van rekenen herkenbaar voor de leerling. Maar al gauw zullen veel leerlingen deze aanpak gebruiken met ondersteuning van het kladblaadje (stappen in rekentaal noteren). Om het oplossingsproces te stroomlijnen, verdient het aanbeveling in de berekening eerst het tienvoud erbij te laten doen dan wel eraf te laten halen. Dit voorkomt dat er lastige splitsingen van het op te tellen of af te trekken getal (zoals 78 splitsen in 23 en nog …?) moeten plaatsvinden.

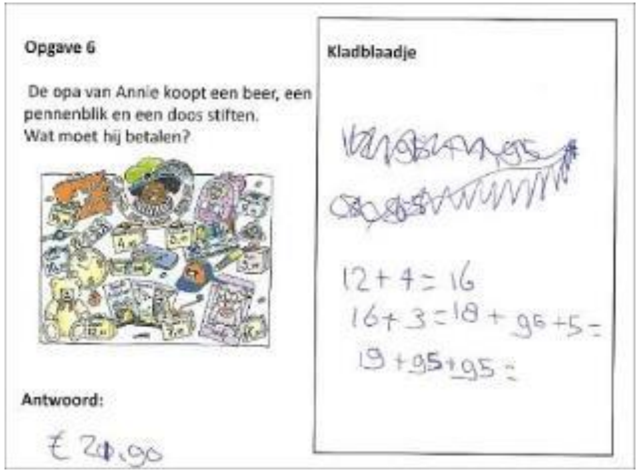

Opgave 5

Brahim rijdt met zijn vader van Den Helder naar Utrecht. De afstand is 123 km. Na 78 km nemen ze een pauze. Hoeveel km moeten ze dan nog rijden?

Antwoord:

Kladblaadje

-8 -50 -20
45 53 103 123


Opgave 6

De opa van Annie koopt een beer, een pennenblik en een doos stiften. Wat moet hij betalen?

Antwoord:

€ 20,90

Kladblaadje

12+4=16
16+3=18+95+5=
19+95+95=

Optellen en aftrekken over het honderdvoud (2)

Om het leren oplossen van dit soort opgaven soepel te laten verlopen, wordt verder meestal specifieke aandacht besteed aan de overschrijding van het honderdvoud. Dit kan gebeuren door gericht een aantal keren te oefenen met eenvoudigere opgaven zoals 98+7, 203-9, 184+30 en 327-50. Ook open opgaven ('laat maar zien wat je kunt') waarbij de leerlingen zelf bepalen welk getal ze erbij doen dan wel eraf halen, kunnen nuttig zijn.

Naarmate de rijgaanpak beter wordt beheerst, zullen de leerlingen ook andere strategieën steeds meer gaan gebruiken. Dit geldt bijvoorbeeld voor de splitsstrategie die ze al kennen uit het gebied van het rekenen tot 100 en die vooral bij het optellen boven de 100 voor de hand ligt. Daarnaast kunnen de leerlingen in aftreksituaties waarbij de getallen niet al te ver van elkaar liggen, de aanvulstrategie weer toepassen.

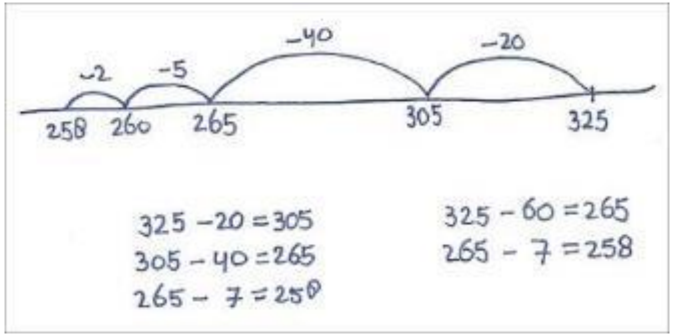
Optellen en aftrekken over het honderdvoud

- Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting
- Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud
- Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting

Ook bij de verkenning van opgaven over het honderdvoud ligt het vertrekpunt veelal in enkele contextproblemen.
Bijvoorbeeld: Iemand koopt een jas van €178,- en een sjaal van €45,-.
En: Op een nieuwe computer van €325,- krijg je 67 euro korting.

Voor veel leerlingen ligt het voor de hand om de vertrouwde rijgstrategie in te zetten. Daarbij zullen sommigen de lege getallenlijn als ondersteuning gebruiken, anderen zullen een berekening in rekentaal (het kladblaadje) maken. Tot op zekere hoogte kunnen ze daarbij hun eigen weg volgen. Maar net als bij het rekenen tot 100 is het voor veel leerlingen het meest overzichtelijk om eerst het tienvoud erbij te doen of eraf te halen. In eerste instantie kan dat het beste in twee of meer stappen via het honderdvoud gebeuren. In het geval van 325-67: eerst tot het honderdvoud via 325-20, daarna de sprong over het honderdvoud via 305-40. Tenslotte kan het getal kleiner dan 10 er in één of twee stappen vanaf worden gehaald.



Optellen en aftrekken over het honderdvoud

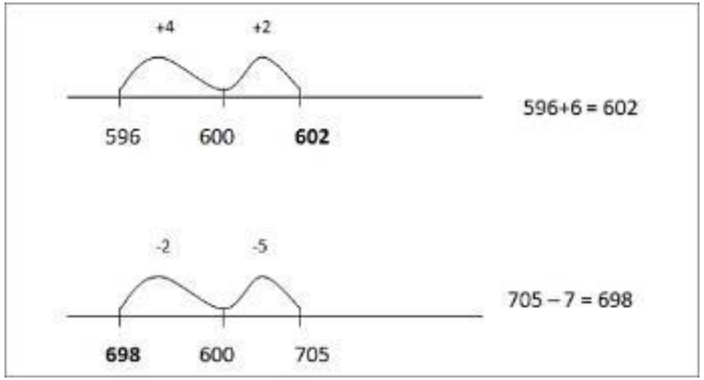
- Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting
- Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud
- Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud

Voor de verdere ontwikkeling van het hoofdrekenen is het van grote waarde dat de leerlingen opgaven rond het honderdvoud vlot leren oplossen. Dit betreft in grote lijnen twee typen, namelijk opgaven waarbij een getal kleiner dan 10 wordt opgeteld of afgetrokken (596+6, 705-7); en opgaven waarbij een tienvoud wordt opgeteld of afgetrokken (576+40, 725-40).

Optellen en aftrekken over het honderdvoud met een getal kleiner dan 10 (bijv. 596+6, 705-7)

Hierbij krijgen de leerlingen opgaven voorgelegd waarbij het antwoord het honderdvoud overschrijdt, bijvoorbeeld 596+6, 798+7, 705-7, 206-8. Met de lege getallenlijn als ondersteuning, waarbij het honderdtal het ankerpunt is, kunnen de leerlingen zulke opgaven in eerste instantie oplossen:



Kennis van de telrij, met name over het volgende of vorige honderdtal, is hier heel belangrijk. Vooral bij het aftrekken kan dat voor sommige leerlingen een lastige stap zijn. Ook het oproepen van een context zoals geld kan ondersteunend werken.

Bijvoorbeeld: je hebt 705 euro op je rekening staan, je koopt iets van 7 euro. Eerst kan er 5 euro afgehaald worden, daarna moet 'een honderdje stuk gemaakt worden' zodat er nog 6 hele honderdjes oftewel 600 overblijft; 100-2 is 98, dus de uitkomst is 698.

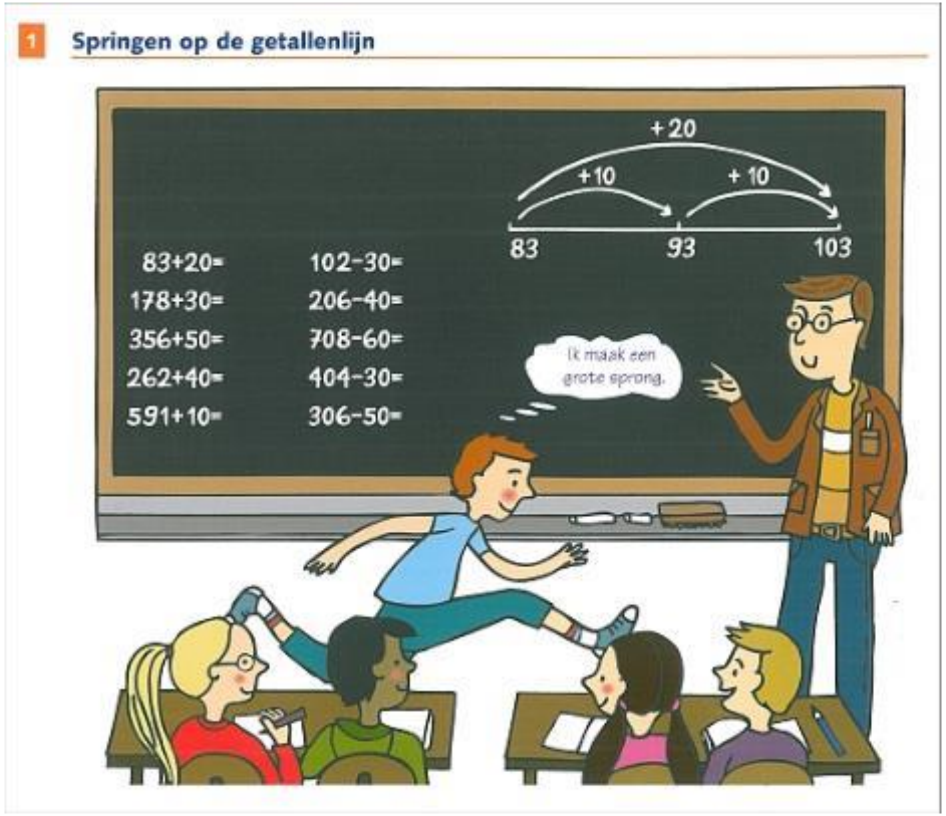
Optellen en aftrekken over het honderdvoud met tientallen (bijv. 596+10, 453+90; 705-10, 653-80)

Ook het vlot kunnen toevoegen of weghalen van tientallen is van belang. Dit kan aanvankelijk eveneens vanaf een getal rond het honderdvoud gebeuren, dus bijvoorbeeld 596+10, 798+10, 804-10, 206-10. De leerkracht kan daar ook teruggrijpen op het leggen van bedragen met geld. Er kan steeds een tientje worden toegevoegd en ingezoomd op de vraag waar er wat verandert. Het inwisselen van de tientjes voor een honderdje vestigt de aandacht op de overschrijding van het honderdtal.

Optellen en aftrekken over het honderdvoud

- Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting
- Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud
- Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud (2)



Bron: Rekenrijk, leerlingenboek 5B

In activiteiten als 'laat zien wat je durft' leren de leerlingen gebruikmaken van en vertrouwen op wat ze al weten. Ze krijgen opgaven als 353+90 voorgelegd en kiezen wat ze in één keer durven toe te voegen. In dit geval kan dat bijvoorbeeld 40 euro zijn (393). Daarna een sprongetje van 10 (403) om de lastige sprong over het honderdtal te kunnen maken. Vervolgens kan de leerling nog een sprong van bijvoorbeeld 40 toevoegen. Antwoord: 443.

Voor het aftrekken kan dit bijvoorbeeld met betrekking tot de opgave 653-80 eerst 653-50 zijn (603), vervolgens 603-10 (593) en tot slot nog 593-20. Antwoord: 573. Bij de stap 603-10 is van belang de leerling even de tijd te geven om na te denken over de vraag wat het vorige tiental is.

Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Splitsen

Naarmate de leerlingen verder vertrouwd raken met de basisstrategie van het rijgen, zullen ze ook andere strategieën steeds meer gaan gebruiken. Dat geldt met name voor het splitsen, een strategie die ze bij het rekenen tot 100 al hebben leren kennen. Vooral bij het optellen ligt deze strategie vaak voor de hand. Zie de twee voorbeelden hieronder (waarbij het tweede voorbeeld eigenlijk een combinatie van rijgen en splitsen is). Het regelgewijs leren noteren van de verschillende stappen is dan belangrijk, bijvoorbeeld als volgt:

547+85=	547+85=
40+80=120	540+80=620
7+5=12	620+7=627
500+120+12=**632**	627+5=**632**

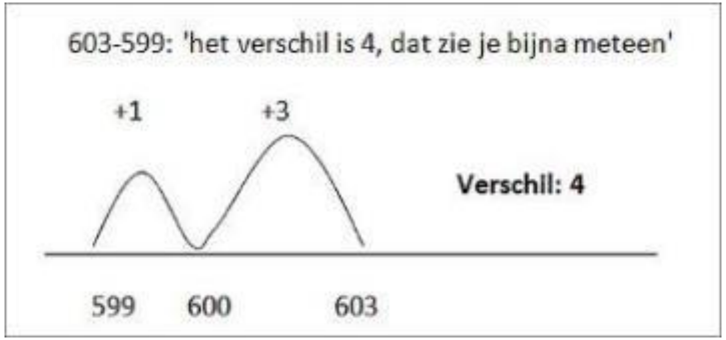
Bij het aftrekken is de splitsstrategie natuurlijk ook mogelijk, bijvoorbeeld als in het geval van 325-67 eerst 320-60 wordt gedaan. Wel is het belangrijk dat de leerlingen bij het gebruik van deze strategie niet in de bekende fout vervallen van 'altijd het kleinste van het grootste getal afhalen'.

In de loop van groep 5 vindt een geleidelijke overgang plaats als er ook honderdtallen worden opgeteld dan wel afgetrokken. Bijvoorbeeld: 547+385, 325-167. Daarbij komt de nadruk steeds meer op het gebruik van de splitsstrategie te liggen. Dit met het oog op het kolomsgewijs rekenen en cijferend rekenen, waarvoor het splitsende rekenen de basis vormt en waarmee doorgaans eind groep 5 wordt gestart.

Aanvullen

Bij het aftrekken is verder de aanvulstrategie een voor de hand liggende aanpak. Dat geldt zeker voor het geval van twee getallen die dicht bij elkaar liggen zoals 603-599. Het gebruik van de rijgstrategie en de splitsstrategie kan dan gemakkelijk tot fouten leiden, terwijl de aanvulstrategie bijna automatisch het antwoord laat zien.

Een voorbeeld:

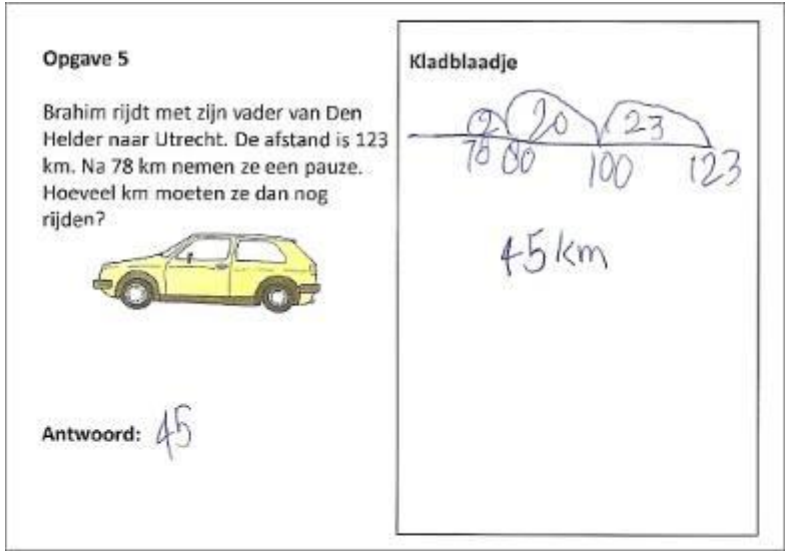


Optellen en aftrekken over het honderdvoud

- Rijgen als basisstrategie, verschillende graden van verkorting
- Speciale aandacht voor het overschrijden van het honderdvoud
- Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen

Uitbreiding naar andere strategieën: splitsen en aanvullen (2)

Ook in het geval van contextopgaven ligt de aanvulstrategie vaak voor de hand. Hoewel er regelmatig activiteiten zijn geweest waarin de aanvulstrategie is onderbouwd (bijvoorbeeld vergelijken van lengtes in verschillende jaren of tussen leerlingen, wegen van verschil in gewicht van fruit met en zonder schil, of van producten met en zonder verpakking) zien niet alle kinderen direct dat dit ook in een kale aftrekopgave toegepast kan worden. In de les moet die link dus nog gelegd worden.


Opgave 5

Brahim rijdt met zijn vader van Den Helder naar Utrecht. De afstand is 123 km. Na 78 km nemen ze een pauze. Hoeveel km moeten ze dan nog rijden?

Antwoord: 45

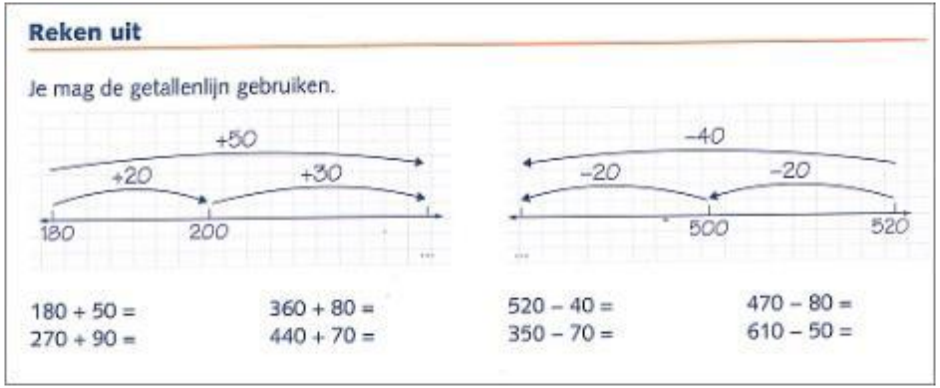
Kladblaadje

2 20 23

78 80 100 123

45 km

Naast het gebruik van de genoemde strategieën in complexere situaties, blijft het oefenen van meer basale opgaven van groot belang. In veel methoden worden zulke opgaven veelal in korte oefenactiviteiten aangeboden.


Reken uit

Je mag de getallenlijn gebruiken.

180 + 50 =	360 + 80 =	520 – 40 =	470 – 80 =
270 + 90 =	440 + 70 =	350 – 70 =	610 – 50 =

Bron: Rekenrijk, leerlingenboek 5a

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

Tot nu toe hebben de leerlingen alle optel- en aftrekopgaven via een hoofdrekenstrategie leren oplossen. De rijgstrategie en later ook de splitsstrategie stonden daarbij centraal. Goed kunnen hoofdrekenen blijft een belangrijke en waardevolle vaardigheid. Naarmate echter de getallen in de opgaven groter en complexer worden, doet zich de behoefte aan een vaste procedure steeds meer gelden. Dit doet zich vooral voor in situaties met twee getallen van drie of meer cijfers.

Om in deze behoefte te voorzien wordt in de meeste methoden tegen het einde van groep 5 of bij het begin van groep 6 de procedure van het kolomsgewijs rekenen geïntroduceerd. Deze kan gezien worden als een specifieke vorm van splitsen waarbij volgens een vaste werkwijze eerst de honderdtallen bij elkaar opgeteld dan wel van elkaar afgetrokken worden, dan de tientallen en tenslotte de eenheden. De subtotalen die zo ontstaan (in het voorbeeld hieronder 1100, 110 en 16) worden vervolgens hoofdrekenend bij elkaar opgeteld dan wel van elkaar afgetrokken.

Meestal wordt eerst het kolomsgewijs optellen geïntroduceerd, en als de leerlingen daar voldoende vertrouwd mee zijn het kolomsgewijs aftrekken. Bij deze laatste werkwijze doet zich het probleem voor dat er soms een groter getal van een kleiner getal afgetrokken moet worden. Bijvoorbeeld: 20-60. Er wordt gewoonlijk speciale aandacht aan dit probleem besteed waarbij duidelijk wordt gemaakt dat de uitkomst opgevat kan worden als een tekort. Dus: 20-60 is 40 tekort, ook wel genoteerd als -40. Na verloop van tijd wordt de kolomsgewijze procedure veelal verkort waarbij alleen nog de subtotalen worden genoteerd.

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Kolomsgewijs optellen en aftrekken (2)

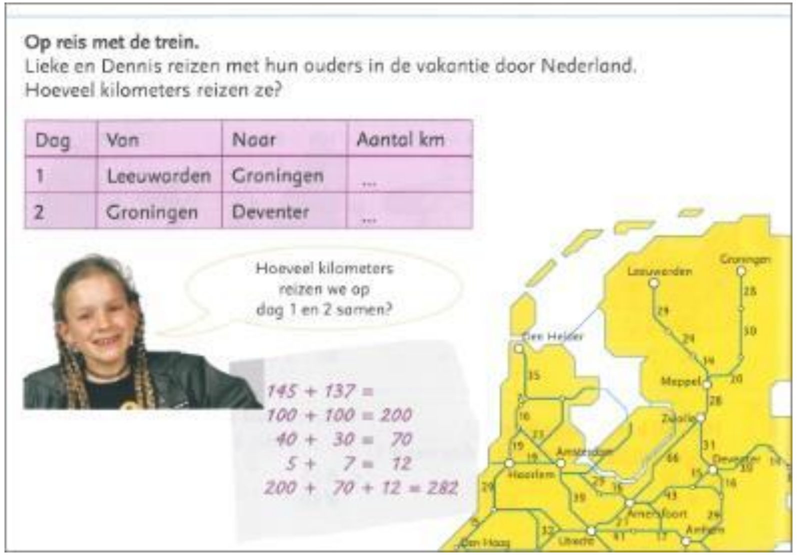
Kolomsgewijs rekenen is het sluitstuk van het hoofdrekenen tot 1000 en is op te vatten als een vorm van gestileerd hoofdrekenen op papier. Deze vorm van rekenen maakt de overgang naar cijferend rekenen makkelijker. In sommige methoden wordt het kolomsgewijs rekenen niet behandeld en wordt direct overgestapt naar het cijferend rekenen.

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden

De splitsstrategie kennen de leerlingen gewoonlijk al van het rekenen tot 100 en tot 1000. Veelal wordt deze strategie op verschillende manieren gebruikt. Naarmate de getallen in een opgave complexer worden, ontstaat er meer behoefte aan een vaste werkwijze. Zo'n werkwijze is de kolomsgewijze aanpak waarbij:
Systematisch eerst de honderdtallen bij elkaar worden opgeteld dan wel van elkaar worden afgetrokken, dan de tientallen en tenslotte de eenheden; Een daarmee overeenkomende, vaste notatiewijze wordt gebruikt om de berekening te ondersteunen.


Op reis met de trein.
Lieke en Dennis reizen met hun ouders in de vakantie door Nederland.
Hoeveel kilometers reizen ze?

Dag	Van	Naar	Aantal km
1	Leeuwarden	Groningen	...
2	Groningen	Deventer	...

Bron: Alles Telt, lesboek 5B.

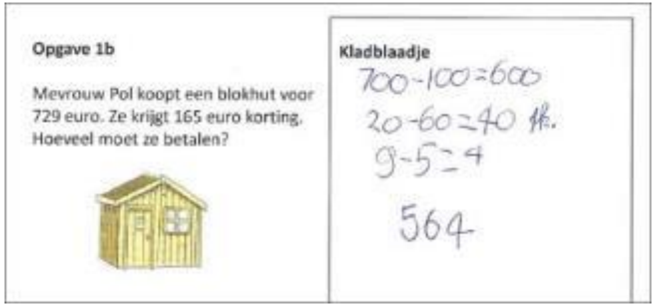
Bij deze notatiewijze worden de verschillende stappen van het optellen dan wel aftrekken van honderdtallen, tientallen en eenheden regelgewijs weergegeven. Het optellen van de verkregen subtotalen (inclusief het aftrekken van een mogelijk 'tekort') gebeurt vervolgens uit het hoofd.


Opgave 4b

De moeder van Fatma koopt een nieuwe computer van 869 euro en een radio-cd speler van 357 euro. Hoeveel moet zij betalen?

Antwoord: 1226 euro

Kladblaadje
869+357=
800+300=1100
60+50=110
9+7=16
1226


Opgave 1b

Mevrouw Pol koopt een blokhut voor 729 euro. Ze krijgt 165 euro korting. Hoeveel moet ze betalen?

Kladblaadje
700-100=600
20-60=40 tk.
9-5=4
564

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

▪ Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden (2)

Doorgaans wordt het kolomsgewijs optellen het eerst geïntroduceerd. Pas als de leerlingen daar enigszins vertrouwd mee zijn geraakt, volgt het kolomsgewijs aftrekken. Bij sommige methoden worden de op te tellen of af te trekken getallen in eerste instantie nog naast elkaar geschreven zoals de leerlingen gewend zijn uit de vorige leerstappen. Bij andere methoden worden de getallen bij de introductie van het kolomsgewijs rekenen van meet af aan onder elkaar genoteerd. Soms wordt bij het kolomsgewijs aftrekken expliciet de term 'tekort' gebruikt (zie het voorbeeld hieronder), soms wordt het minteken gebruikt om een tekort aan te duiden.

Bron: Alles Telt, lesboek 5B

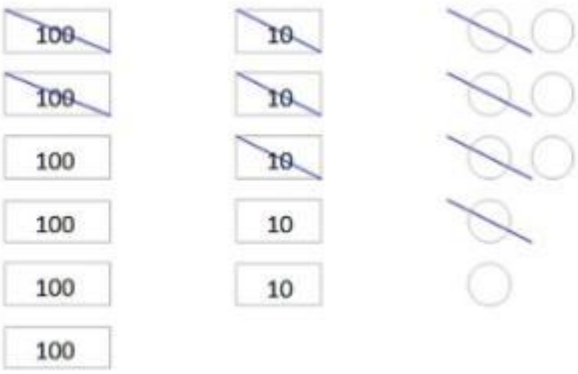
Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Aftrekken met tekorten

Om het inzicht in de werkwijze van het kolomsgewijze rekenen te versterken kan gebruikt worden gemaakt van geld. De handelingen van het samenvoegen (dan wel van elkaar afhalen) van honderdtallen, tientallen en eenheden kunnen hiermee mooi geïllustreerd worden. Bijvoorbeeld, in het geval van een opgave als 658-234: De leerlingen leggen het begingetal neer, of maken een gestileerde tekening. Bij iedere stap strepen ze het aantal honderdjes, tientjes of lossen weg dat eraf moet. Ze noteren op een kladblaadje wat er over blijft:

658 – 234 = 400
50 – 30 = 20
8 – 4 = 4
400+20+4=424



Speciale aandacht kan worden besteed aan het rekenen met tekorten, dus in het geval dat het af te trekken aantal tientallen of lossen te groot is om dit er direct af te kunnen halen. De ervaring leert dat leerlingen het principe van een tekort dat er naderhand nog vanaf gehaald moet worden, vrij snel oppakken. Het woord 'tekort' gebruiken ze echter niet spontaan. Ook hier is het maken van een gestileerde tekening weer belangrijk, om duidelijk te maken wat er gebeurt.
Een voorbeeld:

428 – 137 =
400 – 100 = 300
20 – 30 = 10 tekort (– 10)
8 – 7 = 1
300– 10 + 1 = 291.

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Aftrekken met tekorten (2)

Door de af te trekken honderdtallen, tientallen, e.d. weg te strepen, is meteen duidelijk dat er bij de tientjes niets overblijft. Er moeten er nog 10 af, en die kunnen van de honderdjes worden afgetrokken. Uiteraard kan een en ander ook uitstekend op het digibord verduidelijkt worden aan de hand van een afbeelding van geld.

Bij de verkenning van het kolomsgewijs aftrekken wordt ter ondersteuning soms in het rekenboek het begingetal met geld aangegeven (zie hieronder).

Bron: Wereld in Getallen, groep 6.

Kolomsgewijs optellen en aftrekken

- Naar een vaste procedure: honderdtallen, tientallen, eenheden
- Aftrekken met tekorten
- Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

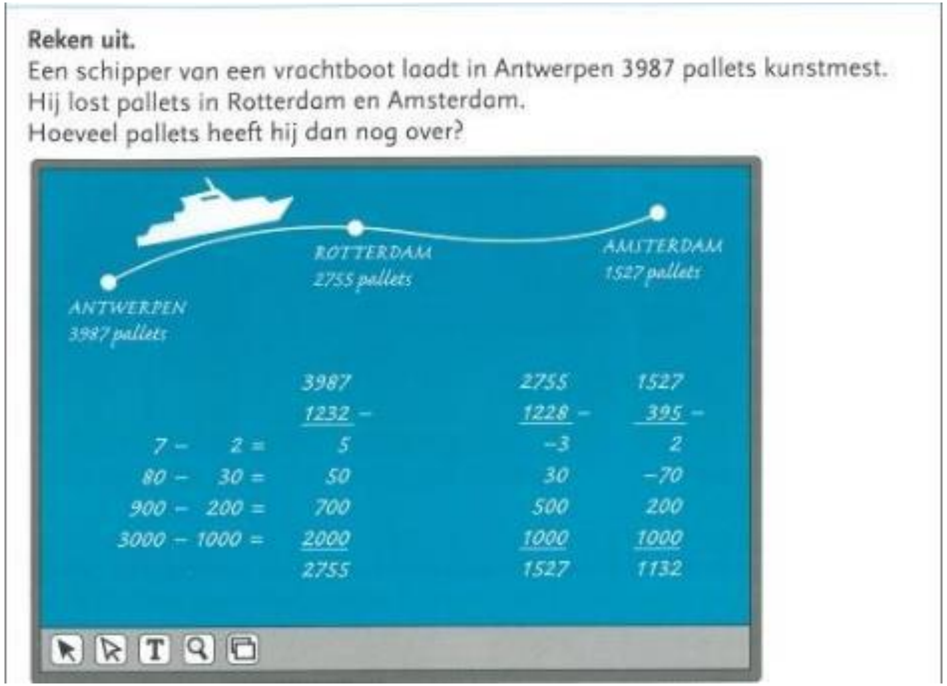
▪ Meest verkorte vorm van kolomsgewijs optellen en aftrekken

Als de leerlingen een aantal keren hebben geoefend met de kolomsgewijze procedure, kan de notatiewijze verkort worden. Veelal gebeurt dit eerst voor het optellen, en wat later bij het aftrekken.

456	652
372 +	349 -
700	300
120	10
8	- 7 (tekort)
828	303

Sommige leerlingen zijn er uit zichzelf al toe overgegaan om de uitgevoerde stappen niet meer volledig te noteren. Ze schrijven dan alleen de (deel-)antwoorden op. Uiteindelijk leidt dit tot de – meest verkorte – notatie zoals hiernaast.

Uit het voorbeeld blijkt dat het hoofdrekenen bij het uitvoeren van de kolomsgewijze procedure van belang blijft. De subtotalen worden immers uit het hoofd samengevoegd. Bovendien moet er in het geval van aftrekken rekening mee worden gehouden dat bijvoorbeeld een tienvoud moet worden opgeteld (+10) maar het aantal lossen afgetrokken (-7).


Reken uit.
Een schipper van een vrachtboot laadt in Antwerpen 3987 pallets kunstmest.
Hij lost pallets in Rotterdam en Amsterdam.
Hoeveel pallets heeft hij dan nog over?

Bron: Alles Telt, Lesboek 6B

Cijferend optellen en aftrekken

In de meeste rekenmethodes komt na het kolomsgewijs rekenen het cijferen als standaardprocedure aan bod. Cijferend rekenen is het eindpunt van de leerlijn optellen en aftrekken. Cijferen kent een langlopende traditie en wordt ook na de schoolperiode wel toegepast. Deze strategie is sneller en efficiënter dan de kolomsgewijze procedure, maar is ook minder inzichtelijk. Om te voorkomen dat cijferen een onbegrepen trucje blijft, is van belang dat het de leerlingen duidelijk wordt wat de twee procedures met elkaar te maken hebben.

Bron: Pluspunt, lesboek groep 6.

Een overeenkomst is dat de getallen bij beide typen procedures onder elkaar staan. Vervolgens wordt bij het cijferen met cijfers gewerkt in plaats van met getallen. In plaats van over 40 gaat het over 4 (tientallen), in plaats van over 600 hebben we het over 6 (honderdtallen), enz. Bovendien wordt bij het cijferen begonnen met de eenheden, daarna volgen de tientallen, enz. Er wordt dus van rechts naar links gewerkt, terwijl de volgorde bij het kolomsgewijs rekenen van links naar rechts is (eerst de honderdtallen, dan de tientallen, enz.).

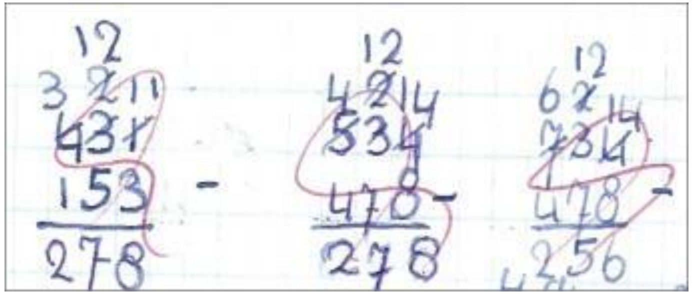
Het is van belang dat de leerlingen bewust worden van deze overeenkomsten en verschillen.

Cijferend optellen en aftrekken

- Het inwisselprincipe en plaatswaarde
- Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken
- Schattend of precies rekenen?

Cijferend optellen en aftrekken (2)

Net als bij het kolomsgewijs rekenen, ondervinden de leerlingen bij het cijferen meestal meer problemen bij aftrekken dan bij optellen, zeker als er sprake is van overschrijding van een tiental of aantal lossen. Voor sommige leerlingen kan het kolomsgewijs rekenen gezien worden als een aanvaardbaar eindniveau.



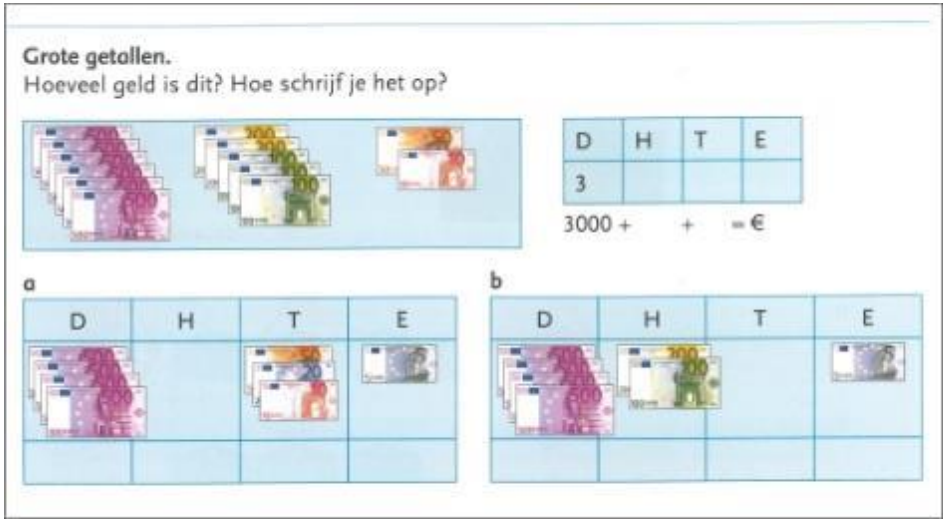
Cijferend optellen en aftrekken

- Het inwisselprincipe en plaatswaarde
- Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken
- Schattend of precies rekenen?

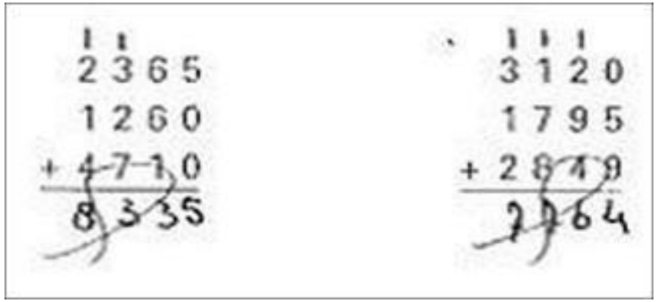
Het inwisselprincipe en plaatswaarde

In het voorafgaande zijn de leerlingen bij het oplossen van optel- en aftrekopgaven steeds meer gaan redeneren in termen van honderdtallen, tientallen en lossen (eenheden). Daarmee is de decimale structuur der getallen steeds meer centraal komen te staan. De waarde van de getallen bleef bij het kolomsgewijs rekenen nog behouden, maar bij het cijferen verandert dat. Daar wordt immers met cijfers gewerkt en wordt dus het begrip plaatswaarde gebruikt.

De leerlingen dienen zich steeds meer bewust te worden dat de 6 in bijvoorbeeld 1263 staat voor 6 tientallen terwijl de 6 in 1623 staat voor 6 honderdtallen. Om dit te verduidelijken worden de leerlingen in de meeste methoden vertrouwd gemaakt met het positieschema als een speciale manier om getallen weer te geven.



Om de leerlingen voor te bereiden op het werken met dergelijke positieschema's verdient het aanbeveling dit op een zorgvuldige manier te introduceren. Dit kan bijvoorbeeld door uit te gaan van het tellen van een hoeveelheid geld en het noteren van het bedrag, bijvoorbeeld 473 euro. De leerkracht noteert het startgetal op de getallenlijn en voegt vervolgens steeds een tientje toe, terwijl de leerlingen meetellen.



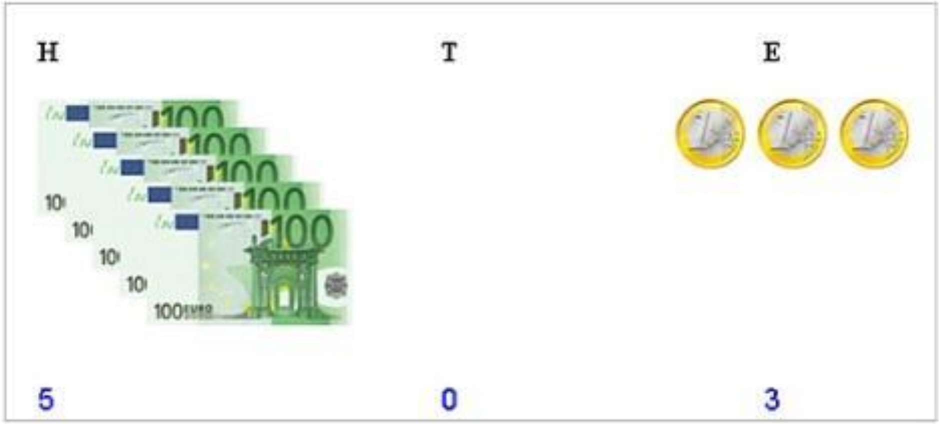
Bron:

Alles Telt,

lesboek 6A

Het inwisselprincipe en plaatswaarde (2)

Door het positieschema een aantal keren te oefenen, wordt nog eens duidelijk dat er bij het toevoegen van tientallen alleen iets bij de tientjes verandert, tot het moment dat er 10 tientjes liggen. Wat moet je dan doen? Het inwisselen van 10 tientjes voor 1 honderdje kan hier nog eens naar voren komen.
Het benoemen van de aantallen honderdjes, tientjes en losse euromunten laten weer automatisch de schrijfwijze van het getal zien (zie hieronder).



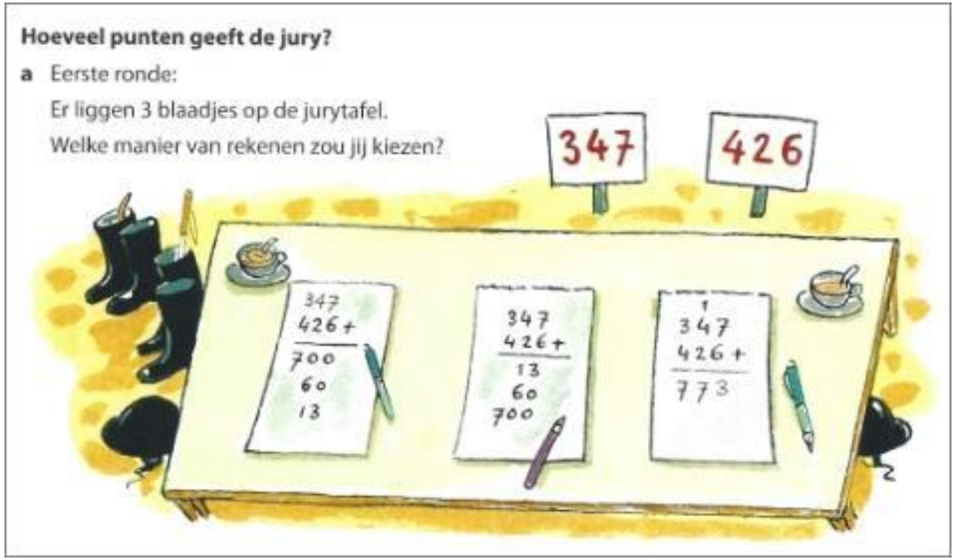
Bovendien kan de betekenis van de nul in een getal nader bewust gemaakt worden: de 0 staat (in dit geval) voor 0 tientallen, en het gaat dus om het getal ‘vijf honderd drie’.

Op een vergelijkbare manier kunnen getallen boven de 1000 aan de orde worden gesteld waarbij vanuit het inwisselen de nul wederom speciale aandacht kan krijgen.

Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken

Deze leerstap begint met de introductie van het cijferend optellen en het vergelijken daarvan met het kolomsgewijs optellen. Bij kolomsgewijs rekenen behouden de getallen hun waarde en lijkt de procedure veel op wat de leerlingen eerder al hebben geleerd bij splitsend optellen en aftrekken. Bij cijferen rekenen we met cijfers in plaats van met getallen. Ook beginnen we rechts (met de eenheden) in plaats van links (bij de honderdtallen). De cijferprocedure is niet een procedure die door de leerlingen spontaan wordt bedacht – deze moet door de leerkracht echt als een nieuwe werkwijze worden geïntroduceerd en uitgelegd. Daarbij kan aangesloten worden bij de al bekende kolomsgewijze procedure. Tijdens de les kan deze manier vergeleken worden met de 'nieuwe' cijferprocedure. Soms wordt ervoor gekozen om de zwakkere leerlingen zelf te laten bepalen of ze de kolomsgewijze aanpak dan wel de cijferprocedure gebruiken.

De cijferprocedure kan nu verder verkend en ingeoefend worden als een werkwijze die nóg sneller is dan die van het kolomsgewijze rekenen. Op zich is het beginnen aan de rechterkant (en dus bij de eenheden) niet zo moeilijk te begrijpen. Maar dan komt het moment waarop het inwisselen (c.q. onthouden) actueel wordt: in het voorbeeld hiernaast is dat bij '7+6 is 13'. De 13 wordt nu opgevat als 1 tientje en 7 eenheden, en de 7 eenheden worden in het antwoord genoteerd terwijl het tientje naar de kolom van de tientallen verhuist. Vervolgens worden de tientallen op een vergelijkbare manier behandeld: 4+2+1 is 7 tientallen (hier hoeft niet ingewisseld te worden), noteren op de antwoordregel. En tenslotte worden de honderdtallen op dezelfde manier samengenomen: 3+4 is 7 honderdtallen, het antwoord wordt dus 773.



Bron: Wereld in Getallen, Rekenboek 6A.

Cijferend optellen en aftrekken

- Het inwisselprincipe en plaatswaarde
- Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken
- Schattend of precies rekenen?

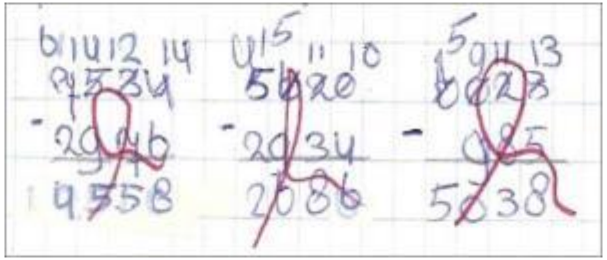
Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken (2)

Bron: Pluspunt, lesboek groep 6.

Bij de introductie van het cijferend aftrekken kan de relatie met het cijferend optellen worden gelegd, of met de kolomsgewijze procedure. Belangrijk is het dan dat er een goede instructie wordt gegeven over het 'terug-inwisselen' oftewel 'lenen'.

Bijvoorbeeld: om de aftrekking 6-7 mogelijk te maken, wordt 1 honderdtal uit de kolom van de honderdtallen gehaald en ingewisseld voor 10 tientallen, zodat de som 16-7 wordt verkregen, enz.

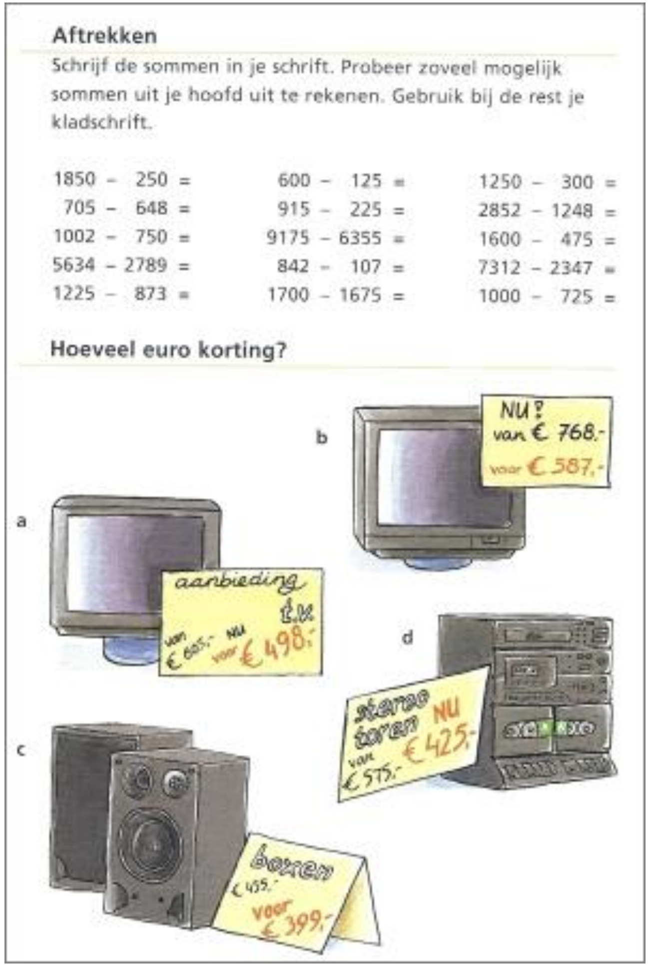
Als de leerlingen de principes doorzien waarop het cijferen berust, kunnen de getallen ook al gauw groter dan 1000 worden gemaakt. Het maakt immers voor de procedure niet veel verschil of het om getallen onder of boven de 1000 gaat.



Schattend of precies rekenen?

Hoewel de leerlingen in deze leerstap cijferend leren rekenen, is het niet de bedoeling dat vanaf dit moment alle opgaven cijferend worden opgelost. In tegendeel, de leerling heeft diverse hoofdrekenstrategieën tot z'n beschikking en cijferen is daar als extra optie bij gekomen.

Een opbrengst van de relatief grote investering in getalbegrip zou moeten zijn dat de leerlingen een zekere getalgevoeligheid hebben ontwikkeld. Daardoor zouden ze in staat moeten zijn kritisch te kijken naar opgaven om afhankelijk van de context en afhankelijk van de getallen een geschikte rekenstrategie te kiezen.



Aftrekken

Schrijf de sommen in je schrift. Probeer zoveel mogelijk sommen uit je hoofd uit te rekenen. Gebruik bij de rest je kladschrift.

1850 − 250 =	600 − 125 =	1250 − 300 =
705 − 648 =	915 − 225 =	2852 − 1248 =
1002 − 750 =	9175 − 6355 =	1600 − 475 =
5634 − 2789 =	842 − 107 =	7312 − 2347 =
1225 − 873 =	1700 − 1675 =	1000 − 725 =

Hoeveel euro korting?

Bron: Wis en Reken, Wisboek 6B

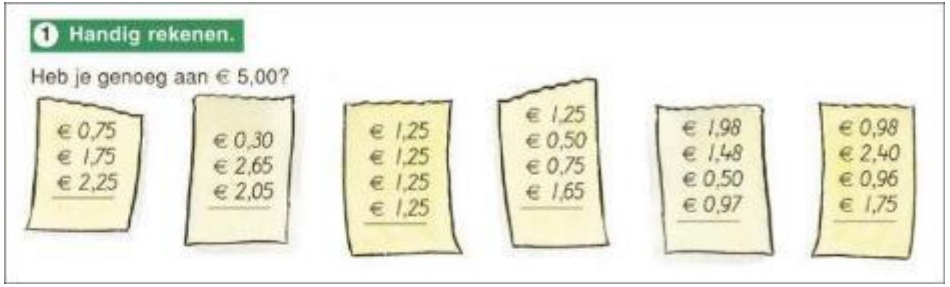
Cijferend optellen en aftrekken

- Het inwisselprincipe en plaatswaarde
- Introductie van de standaardprocedures voor optellen en aftrekken
- Schattend of precies rekenen?

Schattend of precies rekenen? (2)

Hoofdrekenstrategieën zoals rijgen, splitsen en aanvullen zijn net als de cijferprocedures van blijvende waarde, zeker ook met het oog op het gebruik daarvan naderhand bij breuken, procenten en kommagetallen. Denk bijvoorbeeld aan het staartdelen (1854:16, 2417:19) waarbij kennis van het cijferend aftrekken van grote waarde is. En denk aan procentenopgaven zoals 35% van €640,- waarbij de leerlingen, gebruikmakend van 10% als ankerpunt, eerst 3x64=€192,- en vervolgens 192+32 dienen uit te rekenen.

Een exact antwoord is echter niet altijd nodig. Soms zal *precies rekenen* noodzakelijk zijn, maar soms is ook *schatten* voldoende. Een onderdeel van het onderwijs is de leerlingen te leren wanneer *precies rekenen* van belang is en wanneer *schattend rekenen*. Hieronder een voorbeeld waarin het goed kunnen schatten van belang is.

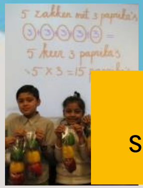


Bron: Wereld in Getallen, Rekenboek 6B

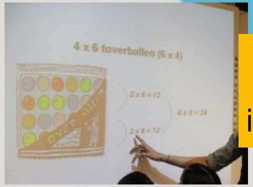
Tafels van vermenigvuldiging

Getalbegrip

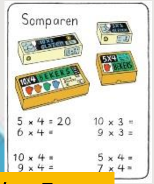
Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking



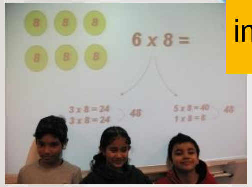
Verkenning van strategieën en taal



Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën



Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren



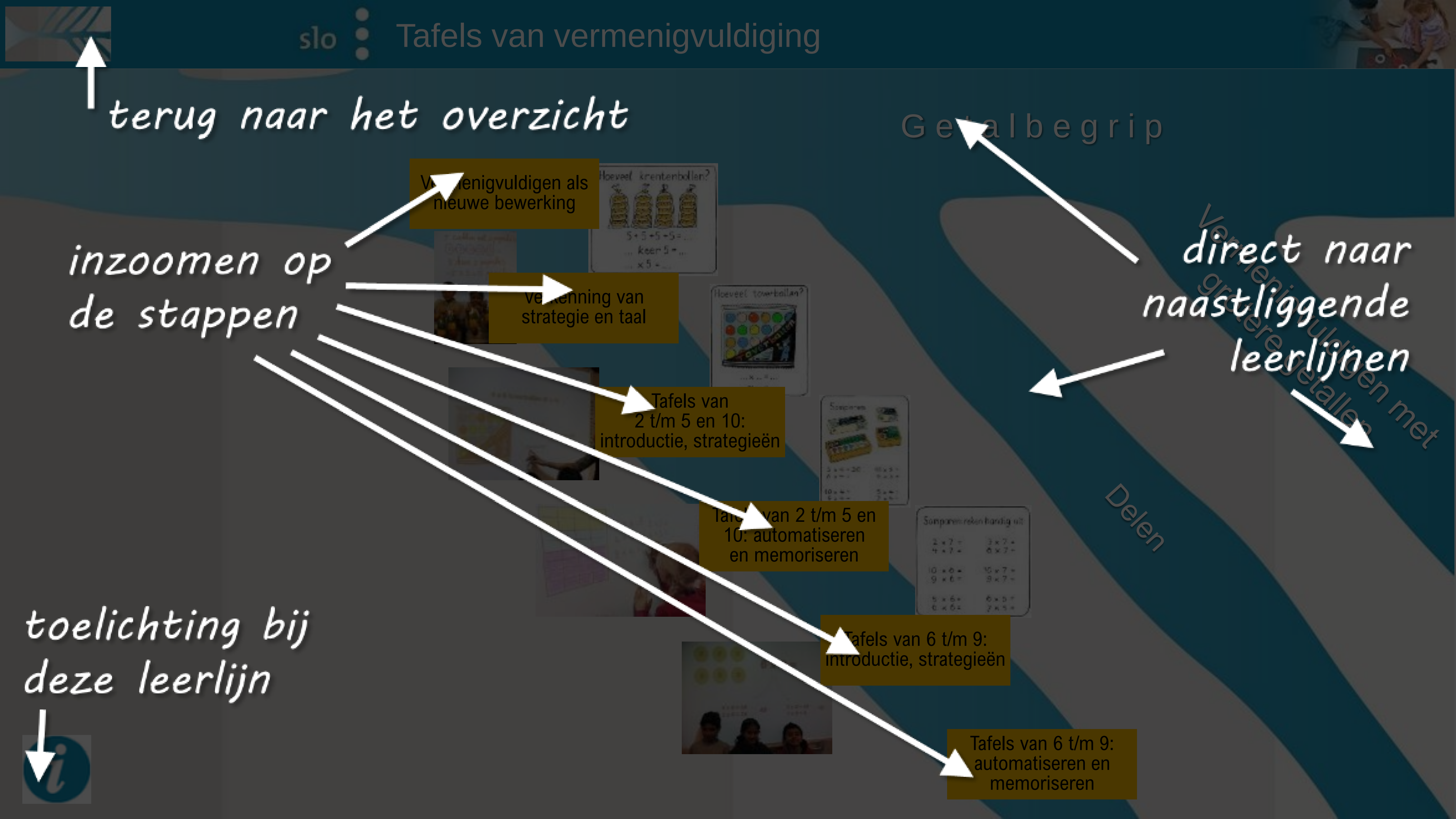
Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

Vermenigvuldigen met grotere getallen

Delen

Groep 3 Groep 4 Groep 5 ep 6



slo
Tafels van vermenigvuldiging
terug naar het overzicht
Getalbegrip
Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking
Hoeveel krentenbollen?
Verkenning van strategie en taal
Hoeveel toverballen?
inzoomen op de stappen
direct naar naastliggende leerlijnen
Vermenigvuldigen met grotere getallen
Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën
Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren
Somparen reken handig uit
Delen
Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën
Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren
toelichting bij deze leerlijn

Tafels van vermenigvuldiging

Typering van de leerlijn

Naast optellen en aftrekken tot 100 en 1000 is vermenigvuldigen een belangrijke leerlijn in het basisonderwijs. De leerlijn start rond het begin van groep 4, met het verkennen van informele vermenigvuldig-situaties en eindigt in groep 6 met vermenigvuldigingen met meercijferige getallen. Deze leerlijnbeschrijving eindigt met de start van vermenigvuldigingen boven de 10x, zoals 14x4.

Een belangrijk aandachtspunt bij vermenigvuldigen is het leren van de vermenigvuldigtaal. De leerlingen krijgen verschillende situaties voorgelegd die ze eerst in woorden beschrijven en vertalen naar een keersom.

Om ervoor te zorgen dat de leerling begrijpt dat het bij een keersom in feite om een (herhaalde) optelling gaat is van belang de situatie zelf en de som een tijd lang naast elkaar aan bod te laten komen. In een brede fase van begripsvorming, doorgaans in de eerste helft van groep 4, wordt hier uitvoerig bij stil gestaan.

Vanaf de tweede helft van groep 4 tot en met groep 5, komen de tafelrijen van de tafels van 2 t/m 10 aan de orde. Daarbij komt de zogenaamde reconstructiedidactiek goed tot uiting. Kort gezegd betekent dit, dat leerlingen antwoorden van sommen kunnen achterhalen, via opgaven waarvan ze het antwoord al weten. Veel leerlingen kennen bijvoorbeeld de dubbelsommen (2x3, 2x5, 2x6, …) en de '10x' sommen (10x6, 10x8, …). De antwoorden op die opgaven kunnen als ankerpunt fungeren voor opgaven waarvan de leerling het antwoord niet weet.

Tafels van vermenigvuldiging

Typering van de leerlijn (2)

Aan de hand van strategieën als omkeren, verdubbelen, 1x meer, 1x minder reconstrueert de leerling het antwoord op bijvoorbeeld 5x4 (via 4x5), 6x3 (via 2x3x3) of 9x8 (via 10x8-1x8).

Om deze strategieën met inzicht te kunnen toepassen is van belang, dat voldoende aandacht is besteed aan modellen die aan de strategie ten grondslag liggen. In de tafeldidactiek zijn het rechthoekmodel en het groepjesmodel de belangrijkste modellen en in mindere mate het lijnmodel.

In de eerste helft van groep 4 wordt doorgaans veel aandacht besteed aan deze modellen, zonder dat ze worden gekoppeld aan tafelrijen. Later, in groep 4 en 5 vindt de koppeling aan tafelrijen wel plaats en worden de modellen ingezet als middel om betekenis te geven aan de strategieën.

Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking

Activiteiten die in groep 3 worden gebruikt in het kader van verkenning van getallen tot 100, kunnen als opstart voor het vermenigvuldigen dienen. Zo kunnen leerlingen bijvoorbeeld een grote hoeveelheid knikkers in groepjes van 5 of van 10 neerleggen en deze vervolgens bij elkaar optellen. Een klein stapje verder is het benoemen van deze hoeveelheden als '8 groepjes van 5' of '4 groepjes van 10'. Later in de leerlijn wordt dit vertaald naar 8 keer een groepje van 5, ofwel 8 x 5.

Verschillende modellen liggen aan vermenigvuldigen ten grondslag. De belangrijkste zijn het rechthoekmodel en het groepjesmodel.

Het kan gaan om verschillende situaties waarin rijtjes of groepjes een rol spelen, bijvoorbeeld 6 rijtjes van 4 stickers, 3 zakjes met 8 chocolaatjes, 8 rijtjes met 6 dakpannen.
Bij het vinden van het antwoord leren de leerlingen dat ze gebruik kunnen maken van handige strategieën, zoals herhaald optellen, verdubbelen, een rijtje meer en een rijtje minder. De nadruk ligt op het beschrijven van een situatie door middel van een som, of het vertalen van een som naar een situatie.

Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking

- Van vermenigvuldigsituaties naar vermenigvuldigtaal
- 4x5 als 'verzamelnaam' voor 4 groepjes van 5, 4 rijen van vijf, enz.
- Relatie met herhaald optellen

Van vermenigvuldigsituaties naar vermenigvuldigtaal

Bij vermenigvuldigen speelt het leren kennen van de vermenigvuldigtaal een belangrijke rol. Het vertalen van een situatie als 4 zakjes met 6 koeken naar 4 x 6 is voor leerlingen niet vanzelfsprekend. Het is daarom van belang hier regelmatig aandacht aan te besteden.

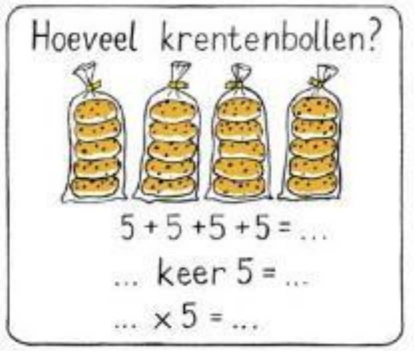
De vermenigvuldigtaal begint met het verkennen en benoemen van verschillende situaties als 'zoveel groepjes van zoveel' en later 'x keer een rijtje van y', zonder dat het keerteken al aan bod komt of een antwoord wordt verwacht. Zowel het rechthoekmodel als het groepjesmodel komen hierbij naar voren. Ook het lijnmodel komt hier naar voren, doorgaans in de context van verschillende meetsituaties, bijvoorbeeld bij 6 stukken touw van 2 meter.

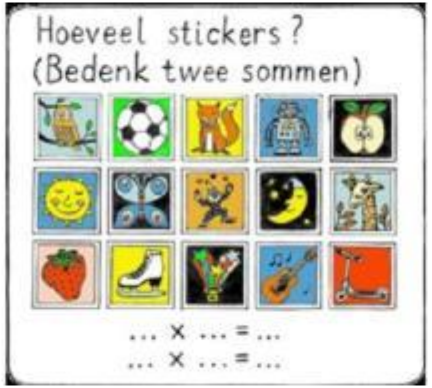
Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking

- Van vermenigvuldigsituaties naar vermenigvuldigtaal
- 4x5 als 'verzamelnaam' voor 4 groepjes van 5, 4 rijen van vijf, enz.
- Relatie met herhaald optellen

4x5 als 'verzamelnaam' voor 4 groepjes van 5, 4 rijen van vijf, enz.

Na een uitvoerige verkenning van vermenigvuldigsituaties en het beschrijven daarvan als 'zoveel groepjes of rijtjes van zoveel', wordt het keerteken als 'verzamelnaam' hiervoor geïntroduceerd.





Leerlingen krijgen diverse situaties of plaatjes voorgelegd, die ze moeten beschrijven met een vermenigvuldigsom.

Vaak komt het beschrijven van een situatie in woorden, de vertaling naar een herhaalde optelling en de beschrijving in een keersom een periode naast elkaar aan bod, zodat de leerling de koppeling kan blijven leggen.

Relatie met herhaald optellen

Een vermenigvuldigsituatie kan met een lange optelsom worden beschreven, bijvoorbeeld 4+4+4+4+4+4 (ballen), maar ook met een keersom 6x4 (ballen). Door regelmatig een situatie te beschrijven in vermenigvuldigtaal en tegelijkertijd de situatie te blijven 'zien', blijft de taal betekenisvol voor leerlingen.

In het vorige onderdeel hebben de leerlingen kennis gemaakt met het keerteken. Bij het oplossen van de keersom is van belang, dat de leerling het verband met de herhaalde optelling blijft zien. Daarmee wordt de basis gelegd voor andere belangrijke strategieën als verdubbelen, 1x meer en 1x minder.

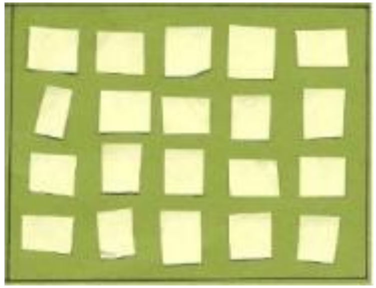
Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking

Verwijzing naar activiteiten

Situatie benoemen en noteren

* In het onderdeel verkennen van getallen tot 100, eind groep 3, tellen de leerlingen hoeveelheden tot 100. Daarbij maken ze meer of minder handige groepjes. Veelal leidt het tellen al snel tot het maken van groepjes van vijf of tien. Deze verkenning biedt tevens een mooie voorbereiding op vermenigvuldigen met 5 of 10.

De suggestie met het stickervel (leerlijn optellen en aftrekken tot 20) biedt tevens een mooi startpunt voor het benoemen van een gestructureerde hoeveelheid als rijtjes of als groepjes. Op het bord staat een stickervel met in totaal 20 stickers in 4 rijen van 5. De stickers zijn bijvoorbeeld post it-blaadjes of magneetrondjes zodat ze makkelijk kunnen worden toegevoegd en weggehaald.



De leerlingen benoemen de structuur als '4 rijtjes van 5 stikkers' of '5 rijtjes van 4 stikkers.' Vraag ze tevens de situatie te noteren. Dit kan als 4+4+4+4+4, of 44444, maar ook als 5+5+5+5 of 5555.
Later wordt dit 5x4 respectievelijk 4x5.
Herhaal dit met andere situaties zoals:

- 4 pakjes met 10 zakdoekjes;
- 7 rijtjes met 8 puzzelstukjes;
- 5 groepjes van 4 kinderen;
- 8 dozen met 3 magnums;
- 6 pakjes met 5 voetbalplaatjes

* Als het voorgaande een aantal keren is gedaan introduceert u de vermenigvuldigtaal: 4 groepjes (rijtjes, stukjes, sprongen) van 5 kun je noteren als 5+5+5+5, maar noemen we ook wel 4 keer 5 en noteren we als 4x5.
Leg de leerlingen vervolgens verschillende vermenigvuldig-structuren voor en laat ze deze benoemen en noteren. 3 rijtjes van 5 wordt bijvoorbeeld 3x5 of 5x3, etc.

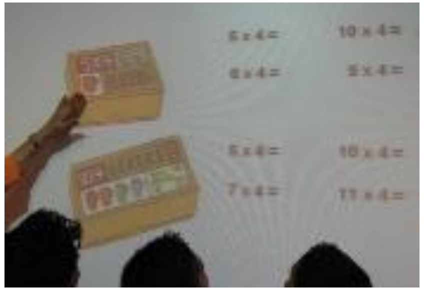
Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking

Verwijzing naar activiteiten (2)

Leren gebruiken van 5x en 10x als 'ankerpuntsommen'

* Bij de introductie van een nieuwe tafel zoals de tafel van 6 of de tafel van 8, verdient het aanbeveling om de leerlingen zo goed mogelijk bewust te maken van het feit dat 5x en 10x eigenlijk heel makkelijke sommen zijn; en dat je deze kennis kunt gebruiken om moeilijkere sommen zoals 6x, 7x en 9x uit te rekenen.

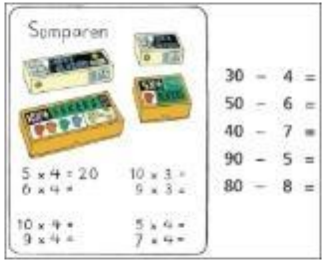
Om deze mogelijkheid helder te krijgen, kunt u in de klas 'modelverpakkingen' gebruiken (of afbeeldingen daarvan op het digibord) die u van tijd tot tijd gericht inzet.



Gericht oefenen van samenhangende optel- en aftrekopgaven

* Het vlot kunnen uitrekenen van optel- en aftrekopgaven over het tienvoud én van aftrekopgaven waarbij van het tienvoud wordt afgetrokken, is van grote waarde voor het verkort kunnen uitrekenen van tafelopgaven.

Bijvoorbeeld: als je 6x7 via 5x7 wilt uitrekenen, moet je 35+7 vlot kunnen uitrekenen. En: als je 9x8 via 10x8 wilt uitrekenen, dan moet je 80-8 als een makkelijk sommetje ervaren. Daarom is het aan te raden om de genoemde somtypen regelmatig te oefenen in korte, 'felle' oefenactiviteiten.



Verkenning van strategieën en taal

- Van telbare naar niet telbare situaties
- Herhaald optellen, verdubbelen en 'omkeren' als basale strategieën
- Groepjesmodel, getallenlijn en rechthoekmodel als ondersteuning

Verkenning van strategieën en taal

In de vorige leerstap (Vermenigvuldigen als nieuwe bewerking) kregen de leerlingen verschillende vermenigvuldigsituaties voorgelegd en hebben ze die leren beschrijven in vermenigvuldigtaal. Het vertalen van de situatie naar 'zoveel rijtjes of groepjes van zoveel' naar 'zoveel keer zoveel' kreeg daarbij veel aandacht. Het sluitstuk van de periode van begripsvorming was de kennismaking met het keerteken als beschrijvingsmiddel van een vermenigvuldigsituatie. Om ervoor te zorgen dat een keersom betekenis blijft houden is van belang, dat de leerling regelmatig de opdracht krijgt een vermenigvuldiging terug te vertalen naar een situatie.

In de gegeven voorbeelden bij de vorige stap was steeds het antwoord van ondergeschikt belang. In deze tweede leerstap krijgt het achterhalen van het antwoord aan de hand van strategieën meer aandacht. De onderbouwing van strategieën als herhaald optellen, omkeren en verdubbelen staan daarbij centraal. In de volgende leerstap (Tafels van 2 t/m 5 en 10; introductie, strategieën) komt daar de 1x-meer/1x-minder strategie bij.

Uit recente voorbeelden van klasse-situaties waarin leerlingen de tafelrijen kregen aangeboden, blijkt dat het benoemen van de strategieën ('je hebt de omkeerstrategie gebruikt', 'halveren', ...) behulpzaam is bij het communiceren over de oplossingswijze. Het gaat dan ook om vermenigvuldigtaal, maar nu in het kader van het gebruiken van een specifieke taal om te kunnen praten over strategieën. Noteren van strategieën op het bord, of op stroken op de muur, kan leerlingen helpen vertrouwd te raken met deze manier van communiceren.

Verkenning van strategieën en taal

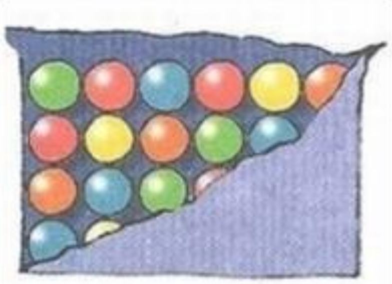
- Van telbare naar niet telbare situaties
- Herhaald optellen, verdubbelen en 'omkeren' als basale strategieën
- Groepjesmodel, getallenlijn en rechthoekmodel als ondersteuning

Van telbare naar niet telbare situaties

In de begripsvormingsfase zijn het rechthoekmodel en het groepjesmodel belangrijke ondersteunende modellen, onder andere om te verklaren dat het bij vermenigvuldigen eigenlijk om herhaald optellen gaat. Er kleven echter ook nadelen aan deze modellen.

Een nadeel van het rechthoekmodel is, dat het de leerlingen de mogelijkheid biedt één voor één tellend tot een antwoord te komen. Om dat te voorkomen is nodig om ook andere situaties die niet één voor één telbaar zijn naar voren te laten komen. Dat kan aan de hand van een rechthoeksituatie waarvan niet alles zichtbaar is, of door gebruik te maken van het groepjesmodel (bijvoorbeeld 5 dozen met 4 blikken soep). Van de dozen met blikken is alleen de bovenste doos geopend. De leerling moet nu verder rekenen met sprongen van vier. Ook hier ligt de herhaalde optelling voor de hand.

Hoeveel blikken soep?


Hoeveel toverballen?

Bij deze opengescheurde zak met toverballen kan de leerling redeneren dat er 4 rijtjes zijn met 6 toverballen per rijtje. Het antwoord kan vervolgens worden uitgezocht via 6+6+6+6, of 4+4+4+4+4+4.

Een nadeel van het groepjesmodel is dat niet iedere strategie ermee kan worden verklaard. Zo kan de omkeerstrategie wel met het rechthoekmodel inzichtelijk worden gemaakt (4 rijtjes met 5 stikkers is in feite hetzelfde als 5 rijtjes met 4 stikkers), maar niet met het groepjesmodel. 4 zakjes met 5 koeken is wat anders dan 5 zakjes met 4 koeken.

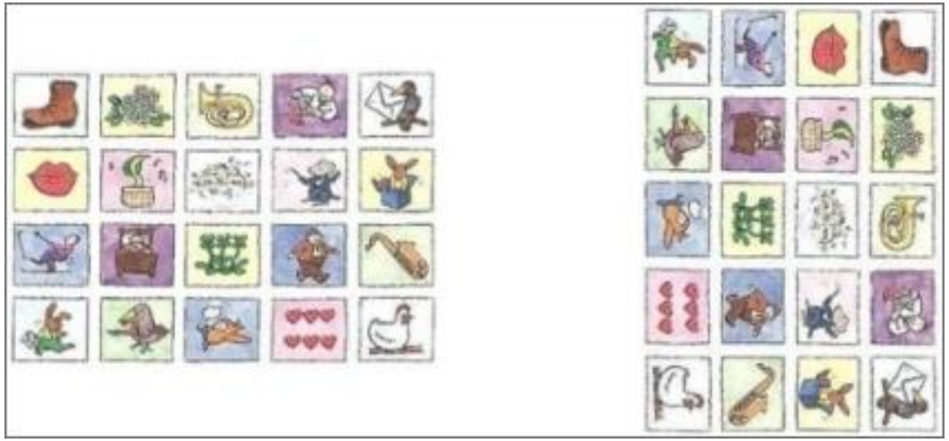
Verkenning van strategieën en taal

- Van telbare naar niet telbare situaties
- Herhaald optellen, verdubbelen en 'omkeren' als basale strategieën
- Groepjesmodel, getallenlijn en rechthoekmodel als ondersteuning

Herhaald optellen, verdubbelen en 'omkeren' als basale strategieën

In vorige onderdelen is toegelicht dat herhaald optellen de meest basale strategie is om een vermenigvuldigsituatie op te lossen. Het is goed ons te realiseren dat het maken van een optelling, met name een optelling over het tienvoud, niet voor alle leerlingen vlot zal verlopen. Immers, op het moment dat de opstart wordt gemaakt met strategiegebruik voor vermenigvuldigsituaties, zijn de leerlingen ook nog volop bezig met het automatiseren en memoriseren van optel- en aftrekopgaven tot 20. Het is dus van belang om ook de leerlijnen rekenen tot 20 en rekenen tot 100 te bekijken.

Als de leerling al enkele vermenigvuldigsommen kent, biedt de omkeerstrategie een snelle manier om ook het antwoord op andere sommen te achterhalen, zonder dat die geautomatiseerd hoeven te zijn. Het rechthoekmodel (bijvoorbeeld 4 rijtjes van 5 stikkers), maakt goed inzichtelijk waarom je een vermenigvuldigopgave mag omkeren. Een kwartslag draaien van het stikkervel levert immers een andere vermenigvuldiging op, maar het stikkervel blijft hetzelfde.



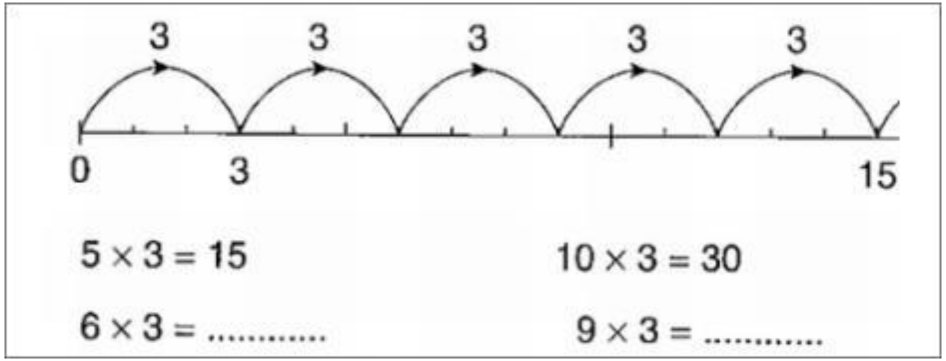
Opgaven waarbij de leerling twee sommen moet bedenken bij een rechthoeksituatie doen een beroep op de kennis over de omkeerstrategie.

Naast omkeren is verdubbelen een basale vermenigvuldigstrategie. Ook voor deze strategie geldt, dat de te maken optelling niet voor alle leerlingen eenvoudig zal zijn.
Om uit te rekenen hoeveel 8 pakken stiften kosten in het voorbeeld hiernaast, moet de leerling wel de optelling 12+12 kunnen maken. Als de leerling die opgave nog gedeeltelijk tellend oplost, zal de verdubbelstrategie niet als handig worden ervaren.

Groepjesmodel, getallenlijn en rechthoekmodel als ondersteuning

Bij het verklaren van strategieën in het vorige onderdeel, komen de diverse modellen al naar voren. Met name het rechthoekmodel en het groepjesmodel zijn aan de orde gekomen. Het rechthoekmodel is een goed model om de omkeerstrategie te verklaren, het groepjesmodel is daarvoor niet geschikt, maar wel voor andere strategieën, zoals 1x meer en 1x minder.

Daarvoor is ook het lijnmodel bruikbaar, waaraan is te zien, dat er steeds een sprongetje van – in dit geval – 3 bijkomt:

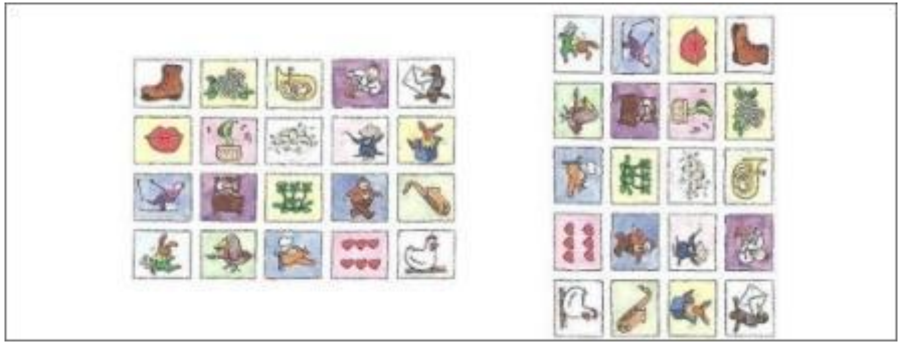


Het lijnmodel laat verder zien, dat 6x3 één sprongetje van 3 meer is dan 5x3 en 9x3 één sprongetje van 3 minder dan 10x3. Ook de andere modellen laten dat zien (bijv. 1 rijtje of zakje meer of minder).

Verkenning van strategieën en taal

Verwijzing naar activiteiten

Strategieën aan de hand van modellen



* Laat de leerlingen een stikkervel zien zoals het voorbeeld hierboven en vraag ze twee vermenigvuldigsommen te bedenken die bij deze structuur passen. Voor de hand ligt 5x4 (5 rijtjes van 4) en 4x5 (4 rijtjes van 5). Maak de leerlingen ervan bewust dat ze nu eigenlijk de omkeerstrategie hebben gebruikt door het stikkervel om te draaien: 4 rijtjes van 5, 4x5 5 rijtjes van 4, 5 x4.

Benoem deze manier ook als de omkeerstrategie of als 'omkeren'.

* Laat de leerlingen vervolgens uitzoeken hoeveel stikkers het zijn. Dat kan door herhaald optellen (5+5+5+5 respectievelijk 4+4+4+4+4). Hier zal hoogstwaarschijnlijk blijken dat 4x5 makkelijker is uit te rekenen dan 5x4. Maak de leerlingen ervan bewust waarom dat zo is.

* Doe vervolgens hetzelfde met niet of gedeeltelijk telbare situaties, zoals met toverballen of blikken soep.
Laat de leerlingen de vermenigvuldigstructuur afmaken: 4 rijtjes van 6: 4x6.
In het geval van de blikken soep is de omkeerstrategie niet van toepassing, maar kunnen de leerlingen wel herhaald optellen met sprongen van 4. Het gaat om 5 dozen met 4 blikken, dus 5x4.

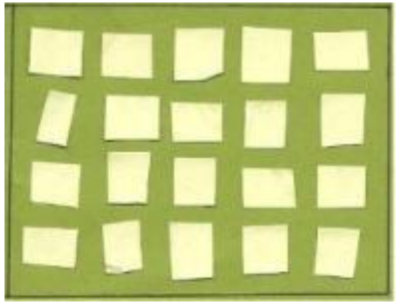
Verkenning van strategieën en taal

Verwijzing naar activiteiten (2)

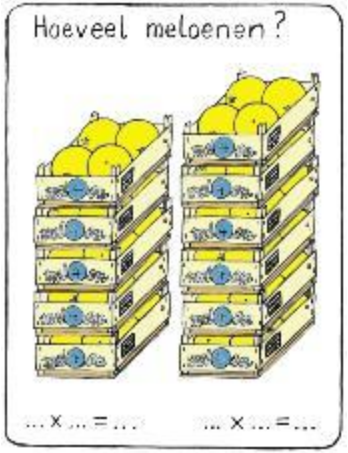
Strategieën aan de hand van modellen (2)

* Een andere handige strategie is verdubbelen. Leg de leerlingen bijvoorbeeld de situatie hiernaast voor en vraag hoeveel 2 pakken stiften kosten. Dit leidt tot de som 2x3=6. Vraag vervolgens naar 4 pakken stiften (4x3) en 8 pakken stiften (8x3). Benoem ook deze strategie als verdubbelen, zodat de leerlingen vertrouwd raken met de vermenigvuldigtaal.

*De 1 keer meer, 1 keer minder strategie is een andere belangrijke strategie. Neem de situatie met de post-itblaadjes (of een stikkervel) weer als uitgangspunt. Haal vervolgens steeds 1 of meerdere rijtjes van 5 weg. Om te weten hoeveel er nog over zijn, kunnen de kinderen tellen met sprongen van 5 (herhaald optellen), verdubbelen of uitgaan van voorgaande antwoorden en een rijtje eraf halen.



* Als vervolg hierop kunnen de kratten met vier meloenen per krat dienen. In de eerste stapel zitten 5x4 meloenen. In de tweede stapel is 1 kratje meer (6x4), dus 1x4 meer. Doe dit eventueel concreet met materiaal in de klas.



Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën

- Per tafel inventarisatie van al bekende sommen ('weetsommen')
- Tafels van 2, 5 en 10: nadruk op tafelrij en 'omkeren' (8x2 via 2x8)
- Tafels van 3 en 4: nadruk op verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt

Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën

Na een uitvoerige verkenning van vermenigvuldigen in verschillende situaties en de introductie van het keerteken, komen de eerste tafelrijen aan bod. Als eerste betreft het de tafels van 10, 2 en 5. Met name de antwoorden op de sommen uit de tafels van 10 en 2 zijn voor veel leerlingen al bekend.

Aan de hand van de tafel van 10 kunnen de leerlingen het principe van het opzeggen van een tafelrij vanaf 1x tot en met 10x leren. De tafel van 2 heeft sterke linken met verdubbelen als strategie. Ook daarvan is bekend dat veel leerlingen hier een natuurlijke voorkeur voor hebben ('6 en 6 is 12, oh: dus 2x6=12').

Om de tafels betekenisvol te laten blijven, is aan te bevelen iedere tafel te koppelen aan een bekende situatie. Bijvoorbeeld schoenparen bij de tafel van 2,

vingers bij de tafel van 5 en briefjes van 10 euro bij de tafel van 10.

Vanuit de tafels van 2, 5 en 10 komen de tafels van 3 en 4 aan de orde, waarbij de leerlingen via strategieën als herhaald optellen, omkeren en verdubbelen achter de antwoorden kunnen komen. De antwoorden uit de eerdere tafels werken nu als ankerpunten, waar de leerling op kan voortborduren.

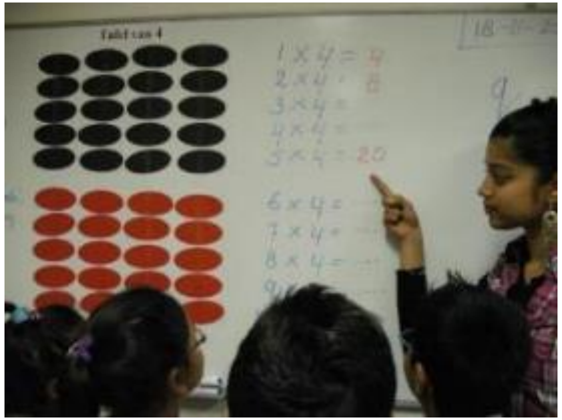
Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën

- Per tafel inventarisatie van al bekende sommen ('weetsommen')
- Tafels van 2, 5 en 10: nadruk op tafelrij en 'omkeren' (8x2 via 2x8)
- Tafels van 3 en 4: nadruk op verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt

▪ Per tafel inventarisatie van al bekende sommen ('weetsommen')

De leerlingen hebben kennis gemaakt met vermenigvuldigsommen, waarbij het steeds een beschrijving van een situatie met een som betrof of andersom, een terugvertaling van een som naar een situatie. Er zijn nog geen complete tafelrijen aan bod geweest. Met een inventarisatie van ‘weetsommen’ van de tafels van 2 tot en met 5 en 10 wordt hiermee een start gemaakt.

Het kan een hele eye-opener voor leerlingen zijn, als blijkt dat ze van een tafel eigenlijk al veel antwoorden weten. Zeker de antwoorden op de tafel van 10 zullen vaak wel bekend zijn, maar ook de tafel van 11 is eenvoudig te leren en levert voor de leerlingen een gemakkelijke succeservaring op. Het verdient daarom aanbeveling om te beginnen met de tafel van 10, gevolgd door de tafels van 2 en 5.
Van daaruit kunnen antwoorden op de tafels van 3 en 4 worden ingevuld, die eenvoudig te achterhalen zijn via omkeren of verdubbelen.



Tafels van 2, 5 en 10: nadruk op tafelrij en 'omkeren' (8x2 via 2x8)

In het vorige onderdeel hebben de leerlingen kennis gemaakt met de tafels van 2 t/m 5 en 10. Per tafel is geïnventariseerd wat al bekende sommen zijn ('weetsommen'). Met name de tafel van 10 zal veel weetsommen bevatten.

In het vervolg komen de tafels van 2, 5 en 10 nogmaals aan de orde, waarbij de nadruk meer komt te liggen op strategiegebruik als ondersteuning wanneer een antwoord op een som niet bekend is. Het verdient aanbeveling om hierbij gebruik te maken van de eerder genoemde modellen (rechthoek- of groepjesmodel), zodat het geen abstracte aangelegenheid wordt, waarbij alleen maar antwoorden op sommen moeten worden gevonden.

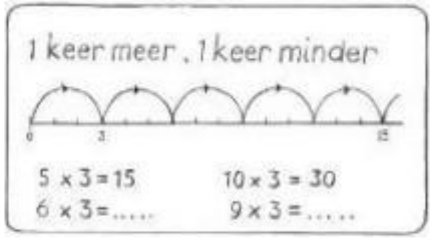
De hele tafelrij wordt op het bord gezet en van antwoorden voorzien. Dat kan, door bij 1x te beginnen en er steeds 10 bij op te tellen (respectievelijk 2 of 5). Het verdient aanbeveling om dit ook nog even te laten zien, bijvoorbeeld door bij de tafel van 10 steeds een tientje toe te voegen.

De tafel van 2 vertoont sterke verwantschap met het dubbelen (tweelingsommen). Veel leerlingen kennen dubbelen tot 20 uit het hoofd. Met dat gegeven als uitgangspunt kunnen aan de hand van de omkeerstrategie de antwoorden op de tafel van 2 snel worden gevonden. Ook hierbij is het belangrijk om het even te laten zien, bijvoorbeeld aan de hand van een stikkervel.

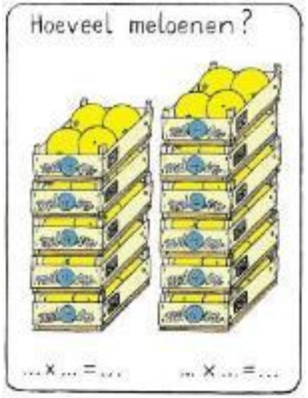
Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën

- Per tafel inventarisatie van al bekende sommen ('weetsommen')
- Tafels van 2, 5 en 10: nadruk op tafelrij en 'omkeren' (8x2 via 2x8)
- Tafels van 3 en 4: nadruk op verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt

Tafels van 3 en 4: nadruk op verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt



Op het moment dat wordt begonnen met begripsvorming voor vermenigvuldigen, wordt ook nog volop gewerkt aan getalbegrip tot 100 en optellen en aftrekken tot 20. Dit betekent dat strategieën die doorgaans als 'handig' worden benoemd, zoals verdubbelen, 1 keer meer of 1 keer minder, door de leerlingen niet per se als makkelijk hoeven te worden ervaren.



Om efficiënt gebruik te kunnen maken van strategieën als 1x meer en 1x minder, is allereerst belangrijk dat de leerlingen de 5x- en 10x-sommen steeds meer als makkelijke sommen gaan ervaren waarvan ze het antwoord ofwel direct weten, ofwel snel kunnen bepalen. Van daaruit kan er 1x aan worden toegevoegd, zoals op de afbeelding hiernaast. In het voorbeeld is goed te zien, dat 6x4 (zes kisten met 4 meloenen) één kist meer is (1x4 meer) dan 5x4. Hoeveel meloenen er in vijf kisten zitten is een makkelijke som. Van daaruit is het aantal meloenen in zes kisten snel uitgerekend (20+4).

Tafels van 2 t/m 5 en 10: introductie, strategieën

Verwijzing naar activiteiten

Bekende situaties als uitgangspunt

* Zorg ervoor dat er ten minste tien voorbeelden van eenzelfde voorwerp bij de hand zijn, waar er meestal twee van zijn (bijv. schoenen, sokken of handschoenen).

Leg de voorwerpen per twee tegelijk op tafel en laat de leerlingen mee tellen in sprongen van 2: 2 (sokken), 4 (sokken), 6 (sokken), etc. Ga ook eens door na de 10, weten de leerlingen het dan ook?

Leg vervolgens bijvoorbeeld 5 paar sokken neer en vraag de leerlingen in een keersom te vertellen hoeveel sokken er liggen. Laat de som noteren. Begin vervolgens bij het begin en laat de leerling steeds noteren wat er ligt. Uiteindelijk staat de hele tafelrij van 2 met antwoord onder elkaar op papier.

Laat de leerlingen tot slot de hele tafelrij nog eens opnoemen aan de hand van wat op papier staat. Sluit af, door de sokken (of andere voorwerpen) in een ‘tafelzakje’ te doen. Zet op het zakje 'tafel van 2'.

* Dezelfde lijn is mogelijk met de tafel van 5 en 10. Begin met de tafel van 10; die zal voor de meeste leerlingen waarschijnlijk niet zo moeilijk zijn, ook vanuit de verkenning van getallen tot 100. Leg steeds een briefje van 10 (of een pakje met tien zakdoekjes) op tafel en laat de leerling de bijbehorende som noemen, noteren en beantwoorden.

Probeer bij de tafel van 10 vervolgens meteen of de leerling het antwoord op een willekeurige tafelsom uit deze tafelrij weet.

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

- Steeds automatischer uitrekenen van opgaven uit deze tafels
- Steeds verdere uitbreiding van netwerk aan 'steunsommen'
- Uit het hoofd leren (memoriseren) als sluitstuk van leerproces

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

In deze fase gaat het om het steeds sneller uitrekenen van opgaven uit de tafels van 2 t/m 5 en 10. Daarbij wordt een onderscheid gemaakt tussen automatiseren en memoriseren.

- Een opgave is geautomatiseerd als de leerling het antwoord binnen 10 seconden weet. Daarbij kan hij nog gebruikmaken van een strategie of nog even denken aan een steunsom als tussenstap, maar dat gaat wel steeds sneller.
- Een opgave is gememoriseerd als het antwoord direct, dat wil zeggen binnen 2 seconden, wordt gegeven.

Het uiteindelijke doel is, dat de leerlingen zoveel mogelijk opgaven gememoriseerd hebben, maar als opgaven geautomatiseerd zijn kan dat ook een aanvaardbaar eindstation zijn. Hoe dan ook heeft de leerling door de opbouw van de leerlijn de beschikking over een breed arsenaal aan strategieën, waardoor hij altijd achter het antwoord kan komen.

Er zijn diverse speelse oefeningen die gericht zijn op memoriseren. Belangrijk is dat (ook bekende) tafels regelmatig terugkomen in 'even oefen'-momenten aan het begin van de les, of op een willekeurig moment op de dag.

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

- Steeds automatischer uitrekenen van opgaven uit deze tafels
- Steeds verdere uitbreiding van netwerk aan 'steunsommen'
- Uit het hoofd leren (memoriseren) als sluitstuk van leerproces

Steeds automatischer uitrekenen van opgaven uit deze tafels

Na de periode waarin de vermenigvuldigsommen tafelsgewijs regelmatig aan bod zijn geweest, volgt een automatiseringsfase. De tafels komen nu niet meer per tafel aan de orde, maar door elkaar. De leerling kan nog wel gebruik maken van strategieën als hij het antwoord niet meteen weet.
De aard van de opgaven in deze fase sturen in de richting van 'handig rekenen', onder andere doordat in de volgorde van sommen vaak een bepaalde strategie besloten ligt (zie plaatje).

Reken handig uit

3 x 3 =	2 x 4 =
6 x 3 =	4 x 4 =
10 x 3 =	8 x 4 =
9 x 3 =	10 x 4 =
3 x 9 =	9 x 4 =

In deze fase kan de leerling nog wel even een tussenstap maken, maar het is de bedoeling dat hij steeds sneller tot het juiste antwoord komt.

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

- Steeds automatischer uitrekenen van opgaven uit deze tafels
- Steeds verdere uitbreiding van netwerk aan 'steunsommen'
- Uit het hoofd leren (memoriseren) als sluitstuk van leerproces

Steeds verdere uitbreiding van netwerk aan 'steunsommen' (al bekende sommen)

Naarmate er meer tafels de revue zijn gepasseerd en de leerling meer sommen heeft geautomatiseerd dan wel gememoriseerd, breidt het netwerk aan steunsommen zich steeds verder uit. De leerling kan gebruikmaken van deze steunsommen om de antwoorden van opgaven die hij niet meteen weet uit te zoeken. Oefeningen met somparen spelen hierop in.

Andersom kan de leerling ook zelf op zoek gaan naar een steunsom, als hij een opgave niet weet. Oefeningen waarbij moeilijke van makkelijke sommen worden onderscheiden kunnen hiervoor als opstap dienen. Bijvoorbeeld: stel een leerling weet wel het antwoord op de sommen 2x5, 5x3 en 4x4, maar niet op 5x4. De bekende sommen kunnen nu als ankerpunt worden gebruikt, waarna met bijvoorbeeld de strategie 1x4 meer, het antwoord wordt berekend (16+4=20).

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

- Steeds automatischer uitrekenen van opgaven uit deze tafels
- Steeds verdere uitbreiding van netwerk aan 'steunsommen'
- Uit het hoofd leren (memoriseren) als sluitstuk van leerproces

Uit het hoofd leren (memoriseren) als sluitstuk van leerproces

Als sluitstuk van het proces van het leren van de tafels leren de leerlingen de tafels uit het hoofd. In feite gaat het bij memoriseren om het gedachteloos weten van een antwoord, waar op zich weinig begrip aan te pas komt.

Het gebruikmaken van meerdere zintuigen kan de leerlingen helpen bij het memoriseren van de tafels. Denk bijvoorbeeld aan het zingen van een liedje, het maken van een beweging, het gebruikmaken van vaste ritmes, het noteren. Door de zorgvuldige opbouw van de tafels, van situaties, via strategieën en automatiseren naar memoriseren, kan de leerling altijd terugvallen op een breed arsenaal aan strategieën, als hij het antwoord niet onmiddellijk kan produceren.

Tafels van 2 t/m 5 en 10: automatiseren en memoriseren

Verwijzing naar activiteiten

Tafelrij in tempo-oefeningen

* Na een introductie van de tafelrij is het de bedoeling dat de leerlingen steeds sneller tot een antwoord komen. In de vorm van tempo-oefeningen die regelmatig aan bod komen, komt dit aspect naar voren.

* Een mooie schriftelijke variant is door de leerlingen een rode en blauwe pen te geven. Op het digibord tikt de klok mee, terwijl de leerlingen twee minuten de tijd krijgen om zo veel mogelijk sommen te maken. Na de twee minuten maken ze de pagina af met een rode pen. Zo krijgt u een beeld van de mate van automatisering en/of memorisering van de tafelrijen.

Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

- Bewustmaking van al bekende sommen
- Centrale strategieën: verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt
- Verwoorden en in rekentaal beschrijven van strategieën

Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

Na de tafels van 2 tot en met 5 en de tafel van 10 krijgen de leerlingen in deze leerstap de overige tafels onder de 10 aangeboden. Tegelijkertijd gaat de automatiserings- en memoriseringsfase van de tafels van 2 t/m 5 en 10 nog een tijd door.

Bij de introductie van de tafels van 6 t/m 9 kan de leerkracht voortborduren op eerder door de leerlingen opgedane kennis bij de lagere tafels. Strategieën als omkeren, verdubbelen, 1x meer en 1x minder kunnen nu volop worden ingezet bij het achterhalen van de antwoorden op de nieuwe tafelrijen (zie voorbeeld hieronder met een volledige reconstructie van de tafel van 6, waarbij omkeren de centrale strategie is).

1 x 6 een weetje
2 x 6 'semi-weetje', via 6x2
3 x 6 'semi-weetje', via 6x3
4 x 6 'semi-weetje', via 6x4
5 x 6 'semi-weetje', via 6x5
6 x 6 verdubbelen of via (5 x 6) + 6, één keer meer
7 x 6 via (6 x 6) + 6, één keer meer
8 x 6 verdubbelen (4x6=24, dan is 8x6 twee keer zo veel)
9 x 6 (10x6) – 6, één keer minder
10 x 6 een weetje

Door de tafels eerst te verkennen kan de leerling ervaren, dat hij een flink aantal antwoorden al weet vanuit de eerdere tafels. Met name de omkeerstrategie levert al een flink aantal antwoorden op tafelsommen op. Van daaruit kunnen ook de andere antwoorden gemakkelijk worden gevonden. Wel is het goed er rekening mee te houden dat optellen en aftrekken over het tiental niet voor alle leerlingen eenvoudig zal zijn. Het toepassen van de 1x meer of 1x minder strategie zal daardoor niet door iedereen als handig worden ervaren.

Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

- Bewustmaking van al bekende sommen
- Centrale strategieën: verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt
- Verwoorden en in rekentaal beschrijven van strategieën

Bewustmaking van al bekende sommen (zoals bij de tafel van 6: 1x6, 2x6, 5x6 en 10x6)

In de eerste fase van bewustwording van al bekende sommen uit de tafels van 6 tot en met 9, staat de omkeerstrategie centraal. Immers, door sommen uit de lagere tafels om te keren, is meteen het antwoord op de nieuwe tafel bekend.
Met name de antwoorden op sommen tot en met 5x en 10 keer kunnen via omkeren worden achterhaald. Het verdient aanbeveling om de leerlingen eerst even te herinneren aan het feit dat omkeren mag, bijvoorbeeld aan de hand van een stikkervel.

Ook is het aanbevelenswaardig om deze tafels, net als de tafels van 2 tot en met 5 en 10, te koppelen aan een betekenisvolle context. Denk bijvoorbeeld aan de dobbelsteen-6 voor de tafel van 6 (of een vlinder met 6 poten), de dagen van de week op een kalenderblad voor de tafel van 7, een tafel met 8 personen (of een spin met 8 poten) en speelkaarten voor de tafel van 9.

Een tentoonstelling in de klas in de vorm van 'tafelzakjes' is een speelse vorm om de leerlingen steeds even te herinneren aan een voorbeeld bij een tafel.

Tafelzakjes, Marnixschool Katwijk

Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

- Bewustmaking van al bekende sommen
- Centrale strategieën: verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt
- Verwoorden en in rekentaal beschrijven van strategieën

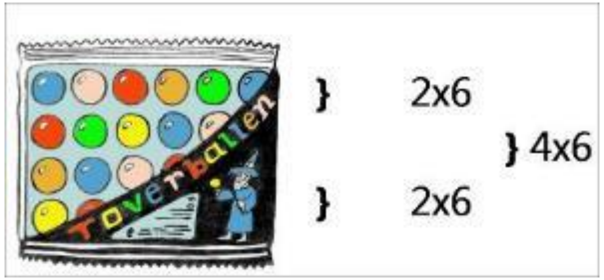
▪ Centrale strategieën: verdubbelen en 5x / 10x als steunpunt

Als de antwoorden op de lagere tafels via de omkeerstrategie zijn gevonden, komen de strategieën verdubbelen en 5x/10x als steunpunt meer centraal te staan.

Via de lagere opgaven kunnen nu immers ook de andere antwoorden gemakkelijk worden achterhaald,
Bijvoorbeeld:

- 6x7 via 5x7 (omkeren) en nog 7,
- 9x8 via 10x8-8 (1x minder),
- 8x8 via 2x4x8 (verdubbelen).

Het verdient aanbeveling om hier modellen ter ondersteuning bij te gebruiken, zoals bijvoorbeeld het lijnmodel of het rechthoekmodel.



Verwoorden en in rekentaal beschrijven van strategieën

Het verwoorden en in rekentaal beschrijven van strategieën is in iedere fase van deze leerlijn belangrijk. In de loop van de leerlijn raken de leerlingen steeds meer vertrouwd met het benoemen van een gebruikte strategie in vermenigvuldigtaal.

De rol van de leerkracht is hierbij cruciaal. Als een leerling bijvoorbeeld op de vraag hoeveel 6x8 is antwoordt met: 'Vijf keer acht is veertig. En dan acht erbij: 48.', kan de leerkracht de strategie benoemen met 'je hebt dus 1x meer gedaan'.
Een extra toevoeging is de strategie op het bord te noteren. Door deze termen van meet af aan te koppelen aan de strategie die een leerling gebruikt, wordt het ook voor de leerlingen vanzelfsprekend om in vermenigvuldigtaal te communiceren.

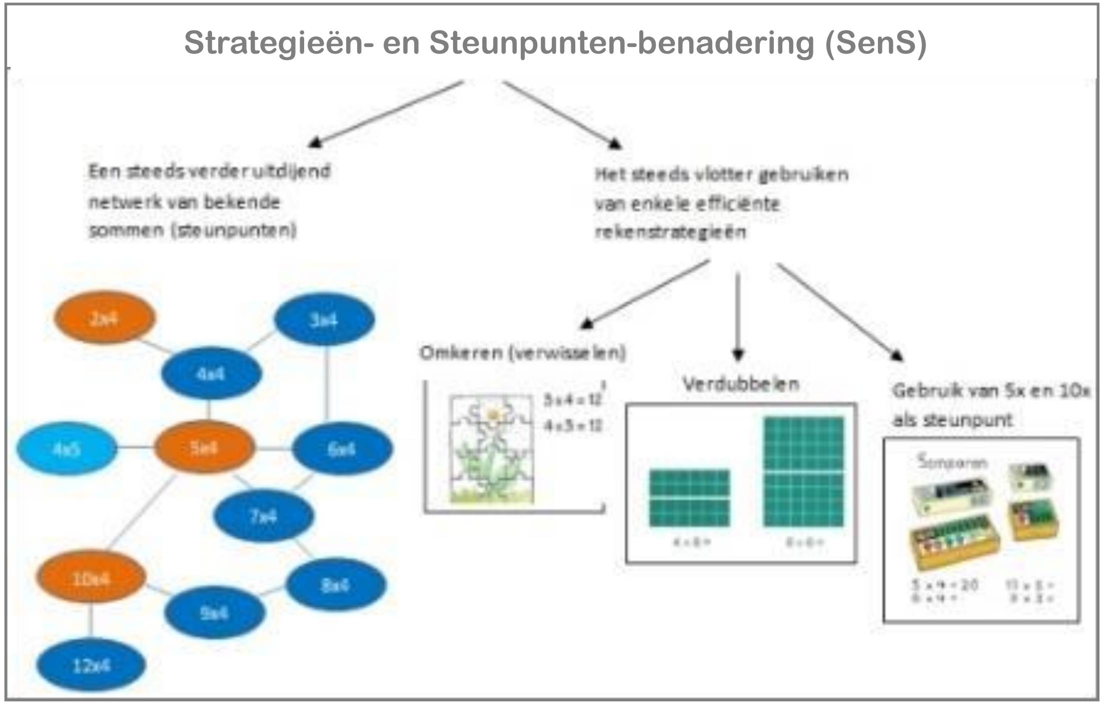
Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën

Verwijzing naar activiteiten

Gebruikmaken van wat je al weet en van 5x en 10x als 'ankerpuntsommen'

* Bij de introductie van een nieuwe tafel zoals de tafel van 6 of 8, verdient het aanbeveling om de leerlingen er zo goed mogelijk van bewust te maken dat 5x en 10x eigenlijk makkelijke sommen zijn. En dat je deze kennis kunt gebruiken om moeilijkere sommen zoals 6x, 7x en 9x uit te rekenen.
Om deze mogelijkheid helder te krijgen, kunt u in de klas 'modelverpakkingen' gebruiken (of afbeeldingen daarvan op het digibord) die u van tijd tot tijd gericht inzet.

Volg hierbij de SenS-benadering:
de 'Strategieën- en Steunpunten'-benadering
(zie hiernaast).



Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Relatie met rekenen tot 100: 9x7 via 70-7, 9x8 via 80-8, e.d.
- Uitbreiding naar opgaven boven de 10x (zoals 14x4)

Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

Net als bij de tafels van 2 tot en met 5 en 10 volgt voor de tafels van 6 tot en met 9 een automatiserings- en een memoriseringsfase. De leerlingen leren de antwoorden uit de tafels eerst via handig rekenen en steunsommen en daarna steeds sneller uit het hoofd. Via mondelinge of schriftelijke tempo-oefeningen komen de tafels regelmatig langs en krijgen de leerlingen de kans de sommen uit het hoofd te leren. Het is geen probleem als dit niet voor alle opgaven lukt.

Door de opbouw van de leerlijn hebben de leerlingen diverse strategieën ter beschikking waarmee ze altijd achter het antwoord kunnen komen. Met name in de automatiseringsfase is van belang er rekening mee te houden dat bij het toepassen van strategieën als 1x meer of 1x minder de leerlijn rekenen tot 100 parten kan spelen. Een opgave als 80-8 is niet voor alle leerlingen eenvoudig.

Tot slot van deze beschrijving van de leerlijn vermenigvuldigen wordt een begin gemaakt met het maken van vermenigvuldigingen boven de 10x. In aansluiting op de didactiek bij de tafels, ligt ook hier de nadruk op het met inzicht toepassen van strategieën. Met name de splitsstrategie krijgt aandacht (14x4 via 10x4 en nog 4x4). Leerlingen worden ervan bewust gemaakt, dat het niet nodig is de hele tafel van begin af aan op te zeggen, maar dat ze gebruik kunnen maken van bestaande kennis. Om dit inzichtelijk te maken wordt eerst weer gebruik gemaakt van een model of situatie ter ondersteuning.

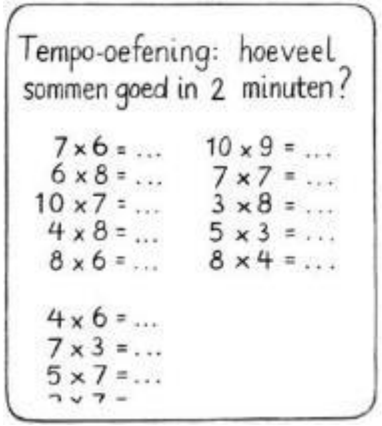
Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Relatie met rekenen tot 100: 9x7 via 70-7, 9x8 via 80-8, e.d.
- Uitbreiding naar opgaven boven de 10x (zoals 14x4)

Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren

Net als bij de tafels van 2 tot en met 5 en 10 kunnen ook bij de hogere tafels verschillende zintuigen worden ingezet om het memoriseren te bevorderen. Dat kan bijvoorbeeld door het zingen van liedjes, het noteren van de springrij (alleen de antwoorden), het maken van patronen op een honderdveld en via mondelinge of schriftelijke tempo-oefeningen.

Bij schriftelijke tempo-oefeningen kan het erg stimulerend werken als de leerling de tijd die hij nodig heeft om de opgaven af te krijgen (eventueel in een grafiek) noteert. Door dezelfde opgaven regelmatig terug te laten komen en steeds de tijd te noteren, krijgt de leerling zicht op de eigen vorderingen.



Het oefenen van de tafels tot en met 10 blijft nog lang een punt van aandacht in de basisschool. Doorgaans is het de bedoeling dat de meeste opgaven eind groep 5 gememoriseerd of op z'n minst geautomatiseerd zijn, maar gedurende heel groep 6 komen er regelmatig oefeningen terug om de tafelkennis te onderhouden.

Relatie met rekenen tot 100: 9x7 via 70-7, 9x8 via 80-8, e.d.

Een opgave als 9x8 uitrekenen via 10x8 min 1x8 levert de som 80-8 op. Voor de minder sterke rekenaars kan dit een lastige opgave zijn. Het is dus van belang om bij het aanbieden van activiteiten rekening te houden met de aanverwante leerlijnen.

Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

- Tempo-oefeningen om memoriseren te stimuleren
- Relatie met rekenen tot 100: 9x7 via 70-7, 9x8 via 80-8, e.d.
- Uitbreiding naar opgaven boven de 10x (zoals 14x4)

Uitbreiding naar opgaven boven de 10x (zoals 14x4)

In voorgaande onderdelen is incidenteel wel eens een vermenigvuldiging boven de 10x gemaakt, maar niet structureel. In het vervolg van de leerlijn komen de vermenigvuldigingen boven de 10x wel structureel aan bod. Dat kan door te beginnen op een punt waar de leerling wel vertrouwd mee is, dus met opgaven onder de 10 keer.

Als voorbeeld nemen we pakjes met 4 smileys. Door steeds een pakje toe te voegen, ontstaat de hele tafelrij nog een keer, maar bovendien stoppen we nu niet bij 10x, maar gaan door tot bijvoorbeeld 14x4. De leerlingen verwoorden dat er steeds 4 bij komt, dus de antwoorden zijn respectievelijk 44, 48, 52 en 56.

Om te voorkomen dat de leerlingen blijven hangen in het van voren af aan opzeggen van de hele tafelrij, is van belang hen bewust te maken dat ze ook bij 10 pakjes hadden kunnen beginnen. Daarvan is het antwoord bekend, dus kunnen we ook vanaf dat punt verder redeneren. Dat kan door er steeds 4 bij op te tellen, maar ook door het tweede deel op te vatten als 'nog 4x4, dus 16'. Het antwoord is dus 40+16 = 56.

Van belang is, dat dit soort situaties meerdere keren wordt getekend/geschematiseerd en benoemd.

Bij opgaven boven de 10x zullen er grote verschillen tussen leerlingen zijn. Sommige leerlingen zullen nog lang blijven 'hangen' in het herhaald optellen, andere begrijpen al snel dat het via 10x en nog 'zoveel' keer kan.

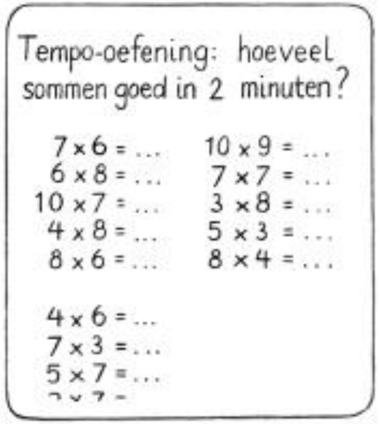
Tafels van 6 t/m 9: automatiseren en memoriseren

Verwijzing naar activiteiten

Gericht oefenen van met vermenigvuldigen samenhangende optel- en aftrekopgaven

* Voor deze stap geldt hetzelfde als voor de automatisering en memorisering van de tafels van 2 t/m 5 en 10, hoewel de leerlingen vaker een strategie zullen toepassen. Grijp daar af en toe nog eens op terug.

Geef de kinderen vervolgens weer een blauwe en rode pen en krijg zo een beeld van de mate van automatisering van deze tafelrijen.



* Het vlot kunnen uitrekenen van optel- en aftrekopgaven over het tienvoud én van aftrekopgaven waarbij van het tienvoud wordt afgetrokken, is van grote waarde voor het verkort kunnen uitrekenen van tafelopgaven. Bijvoorbeeld: als je 6x7 via 5x7 wilt uitrekenen, moet je 35+7 vlot kunnen uitrekenen. En: als je 9x8 via 10x8 wilt uitrekenen, dan moet je 80-8 als een makkelijk sommetje ervaren. Daarom is het aan te raden om de genoemde somtypen regelmatig te oefenen in korte, 'felle' oefenactiviteiten.

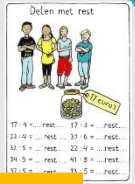
30	–	4	=
50	–	6	=
40	–	7	=
90	–	5	=
80	–	8	=

Getalbegrip

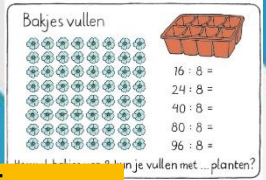
Tafels van vermenigvuldiging

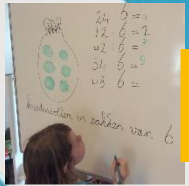
Vermenigvuldigen met grotere getallen

Informele deelsituaties

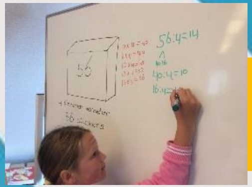


Deelsituaties: Strategieën en formele taal





Introductie en automatisering deeltafels



Uitbreiding naar grotere deelopgaven

Groep 4

Groep 5

Groep 6


slo
Delen
terug naar het overzicht
Getalbegrip
inzoomen op de stappen
direct naar naastliggende leerlijnen
Informele deelsituaties
Deelsituaties: Strategieën en formele taal
Introductie en automatisering deeltafels
Uitbreiding naar grotere deelopgaven
Tafels van vermenigvuldiging
Vermenigvuldigen met grotere getallen
4 kinderen verdelen 56 stickers.
Hoeveel stickers krijgt ieder?
toelichting bij deze leerlijn

Delen

Typering van de leerlijn

Delen is de vierde en laatste hoofdbewerking die in het basisonderwijs wordt geïntroduceerd. Dat gebeurt doorgaans in de tweede helft van groep 4 of de eerste helft van groep 5, als de kennis van het vermenigvuldigen al een eind gevorderd is.
Er worden verschillende typen deelsituaties verkend waarvan de voornaamste zijn: het opdelen (in gelijke groepen verdelen van een hoeveelheid) en het verdelen (eerlijk verdelen van een hoeveelheid over een aantal personen).
In eerste instantie zijn dit doorgaans situaties waarbij het 'mooi uitkomt' en waarbij dus nog geen sprake is van een rest.

Er vindt een brede verkenning van oplossingsstrategieën plaats waarbij de aandacht uitgaat naar strategieën als:

- Tellen met sprongen
  (in opgave a hiernaast: 3, 6, 9, 12, 15, 18; dus antwoord 6)
- Verdubbelen
  (in opgave a hiernaast: 3, 6; 12, 24; dus antwoord 6)
- 'Op-vermenigvuldigen'
  (in opgave a: 5x3 is 15; 1x3 is 3; samen 18, dus antwoord 6)
- Gebruik van de inverse-relatie
  (in opgave a: 6x3 is 18, dat weet ik al; dus antwoord 6)

Delen

Typering van de leerlijn (2)

Na verloop van tijd, meestal in de eerste helft van groep 5, wordt ook de formele deeltaal geïntroduceerd, waarbij situaties als '20 ballen in netjes van 4 doen' en '20 snoepjes verdelen met z'n vieren' worden vertaald naar 20:4=..

Bron: Wereld in Getallen, rekenboek 5A.

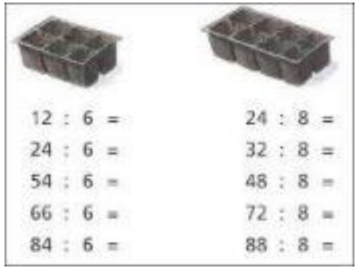
Enige tijd later wordt het delen met rest geïntroduceerd, uitgaande van situaties als '45 eieren in doosjes van 6, hoeveel doosjes kun je vullen?'.

Dezelfde strategieën als bij het delen zonder rest zijn nu mogelijk. In eerst instantie zullen veel leerlingen allerlei vormen van op-vermenigvuldigen gebruiken. Bijvoorbeeld: 5x6 is 30 (5 volle doosjes); 6x6 is 36, 7x6 is 42 (7 volle doosjes), nog 3 eieren over. Maar ook wordt de geautomatiseerde kennis van de tafels van vermenigvuldiging steeds meer ingezet.

Delen

Typering van de leerlijn (3)

In de tweede helft van groep 5 komt het accent meer op het automatiseren en memoriseren van alle opgaven uit de deeltafels te liggen. De leerlingen worden nu geacht de antwoorden op de deelopgaven steeds meer direct uit het hoofd te leren. De kennis van de verschillende strategieën werkt daarbij ondersteunend.



Bron: Wis en Reken, Wisboek 2, gr. 5.

Parallel aan dit automatiseringsproces vindt gewoonlijk een eerste verkenning van grotere deelopgaven plaats zoals in het voorbeeld hiernaast.

Het op-vermenigvuldigen kan hier weer volop als strategie worden ingezet, terwijl ook het splitsen (56 splitsen in 40 en 16) onder de aandacht komt. Naarmate de getallen groter worden, wordt in de loop van groep 6 voor dergelijke opgaven een vaste procedure met een vast notatieschema (het 'happenschema') verkend. De leerlijn gaat dan over in die van het kolomsgewijs delen. In sommige methoden wordt rechtstreeks overgestapt naar de traditionele staartdeling.

Daarnaast krijgt de leerlijn in groep 6 een voortzetting binnen de leerlijn Breuken. Daar vormt het eerlijk verdelen (bijvoorbeeld: 6 pannenkoeken verdelen met z'n vieren) een belangrijke ingang voor de begripsvorming en taalontwikkeling. Later wordt de kennis van het delen volop toegepast bij het werken met de breuk als operator (bijv. 2/5 deel van 60 euro is ..).

Informele deelsituaties

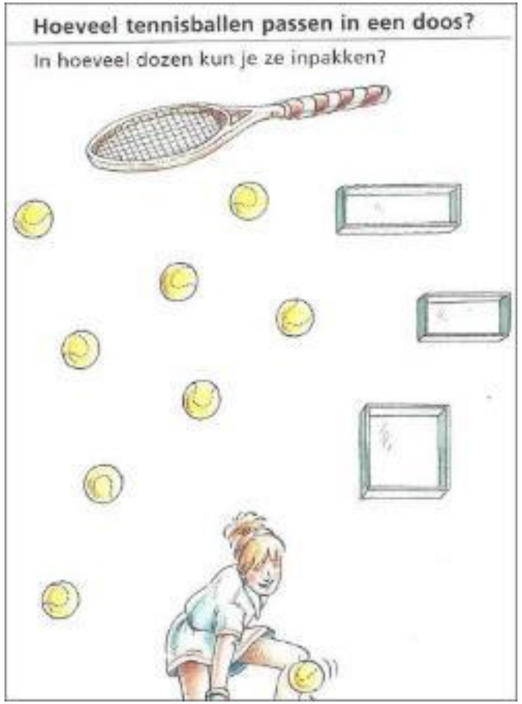
- Verkenning verschillende typen deelsituaties
- Situaties concretiseren en naspelen
- Aandacht voor de inverse-relatie met vermenigvuldigen

Informele deelsituaties

Het delen heeft als bewerking een lange informele voorgeschiedenis die feitelijk al begint in groep 1/2 en die doorloopt tot in groep 4. Daarbij vinden verkenningen plaats van het in gelijke groepjes verdelen van een hoeveelheid. De leerlingen ervaren dat het soms mooi uitkomt (8 'dropjes' met z'n tweeën verdelen), en soms niet (9 'dropjes' met z'n tweeën). Naarmate ze verder in groep 3 komen, worden ze zich nader bewust van allerlei getalrelaties die in het verdelen besloten liggen.

Bijvoorbeeld:

- Je kunt 8 tennisballen in 4 dozen van 2 'inpakken'
- Je kunt ze ook in 2 dozen van 4 inpakken
- Je kunt ze in 2 dozen van 3 inpakken, en dan heb je er nog 2 over



Bron: Wis en Reken, wisboek gr. 3.

In het verlengde van al zulke activiteiten vindt meestal eind groep 4 en begin groep 5 een systematische verkenning van het delen als 'nieuwe' bewerking plaats. Deze verkenning loopt parallel aan het automatiseringsproces rond de tafels van vermenigvuldiging.

Twee typen situaties komen aan de orde: opdeelsituaties waarbij een aantal objecten in gelijke groepjes wordt opgedeeld, en verdeelsituaties waarbij een hoeveelheid objecten eerlijk over een aantal personen wordt verdeeld.

Bron: Opdeelsituatie uit Wereld in Getallen, Rekenboek 4b.

Informele deelsituaties

- Verkenning verschillende typen deelsituaties
- Situaties concretiseren en naspelen
- Aandacht voor de inverse-relatie met vermenigvuldigen

Informele deelsituaties (2)

Om zulke situaties beter inleefbaar te maken, worden ze in eerste instantie veelal nagespeeld aan de hand van concreet materiaal zoals blokjes of fiches. Mede op basis daarvan worden de leerlingen zich bewust dat de uitgevoerde handelingen het 'omgekeerde' zijn van wat bij vermenigvuldigen gebeurt: terwijl bij het vermenigvuldigen het totaal bepaald wordt als bijvoorbeeld sprake is van 6 groepjes van 4, wordt bij het delen vastgesteld hoeveel groepjes van 4 je uit een totaal van 24 kunt halen.

Bron: Verdeelsituatie uit Alles Telt, Leerlingenboek 5A.

Verkenning verschillende typen deelsituaties

Het eerlijk verdelen van een hoeveelheid (verdelen) en het in gelijke groepjes verdelen daarvan (opdelen) zijn activiteiten die de leerlingen in groep 4 uit het voorafgaande al enigszins kennen. Bij de eigenlijke aanvang van de leerlijn worden deze uitgebreid voor het voetlicht gehaald waarbij de aandacht vooral op het getalsmatige aspect van een situatie wordt gericht: Hoeveel krijgt ieder? Hoeveel zakjes kun je vullen? Blijft er misschien nog wat over? Laat eens zien waarom dat zo is?

Door zulke situaties als vertrekpunt te nemen en door ze in eerste instantie te laten naspelen, kan worden bereikt dat de leerlingen steeds meer een idee krijgen wat voor handelingen je in zulke situaties uitvoert om tot een oplossing te komen (zie ook het tweede didactische aandachtspunt bij deze leerstap).

Daarbij kunnen ook situaties aan bod komen waarin het 'niet mooi uitkomt' zoals hieronder.

Door een aantal keren zulke situaties ten tonele te voeren, wordt een concrete basis gelegd voor de verkenning van verschillende soorten deelstrategieën, de introductie van de formele deeltaal en het restbegrip.

Situaties concretiseren en naspelen

Het naspelen van een situatie als '24 viooltjes in dozen van 4 doen' kan in principe heel goed klassikaal gebeuren, bijvoorbeeld op de instructietafel. Alle leerlingen zien dan wat er gebeurt en hoeveel 'dozen' er kunnen worden gevuld. Maar het kan ook in kleine groepjes leerlingen gebeuren waarbij de resultaten naderhand gezamenlijk worden besproken.

Op basis van zulke ervaringen kunnen vervolgens 'papieren' situaties aan bod komen waarbij de leerlingen individueel een oplossing proberen te achterhalen. Het is dan in principe nog mogelijk om met concreet materiaal te werken, maar het is ook mogelijk om de betreffende handelingen 'symbolisch' uit te voeren door de objecten als rondjes op het werkblad weer te geven. Het naspelen gebeurt dan in feite op papier of in gedachten.

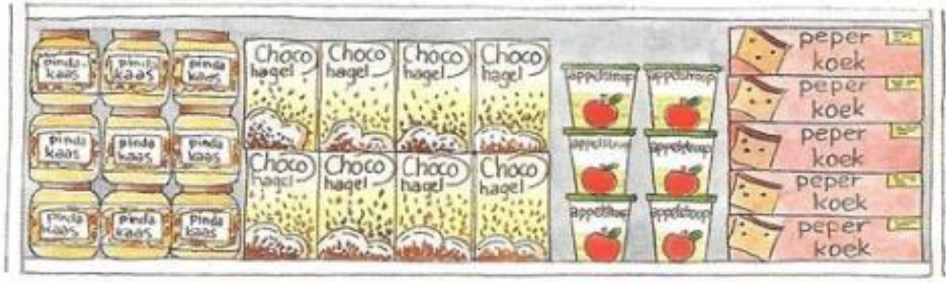
Informele deelsituaties

- Verkenning verschillende typen deelsituaties
- Situaties concretiseren en naspelen
- Aandacht voor de inverse-relatie met vermenigvuldigen

Aandacht voor de inverse-relatie met vermenigvuldigen

In eerste instantie zullen veel leerlingen de handelingen die ze bij het verdelen en opdelen uitvoeren, als betrekkelijk nieuw ervaren. Maar al gauw zullen sommige leerlingen zich bewust worden, dat deze verwant zijn aan wat je bij het vermenigvuldigen doet. Het zijn in feite 'omgekeerde' handelingen: kijk je bij het delen hoeveel groepjes van 4 (ballen, sinaasappels, kastanjes, …) je uit een gegeven hoeveelheid van 20 kunt halen, bij het vermenigvuldigen volg je de omgekeerde weg door na te gaan hoeveel het totaal is in een situatie als '6 groepjes van 4 (ballen, ….)'.

Het is belangrijk om de leerlingen bewust te maken van deze inverse-relatie. Een mogelijkheid om dit te stimuleren is om samen met de leerlingen een reeks opgaven op te bouwen waarbij eerst enkele vermenigvuldigingen moeten worden uitgerekend, en daarna de corresponderende delingen.
Dat kan bijvoorbeeld in de context van de supermarkt waarin je allerlei soorten broodbeleg in groepjes (rijen) van 5, 6, 8 of 9 ziet staan. Stel dat er 2 rijen met bussen appelstroop achter elkaar staan, hoeveel bussen zijn dat in totaal? En als het er 4 zijn? En 5? En vervolgens het omgekeerde: stel dat je weet dat er in totaal 30 bussen appelstroop staan, hoeveel rijen zijn dat dan? En als er 36 bussen staan, hoeveel rijen zijn het dan? Enz.



Deelsituaties: Strategieën en formele taal

- Verschillende vormen van 'op-vermenigvuldigen' als basisstrategie
- Introductie van de deeltaal
- Verkenning van het begrip 'rest'

Deelsituaties: Strategieën en formele taal

Binnen de leerlijn Delen wordt veelal eerst enige tijd gewerkt met informele deelsituaties zonder dat de formele rekentaal al is geïntroduceerd (zie de eerste leerstap). De opgaven zijn dan nog in informele taal gesteld, zoals bij het voorbeeld links. Dit geeft leerlingen gelegenheid om zich in eerste instantie te oriënteren op handige en minder handige oplossingsstrategieën zoals herhaald optellen, verdubbelen en op-vermenigvuldigen.

Enige tijd later wordt dan de formele deeltaal geïntroduceerd. Een situatie als 'je doet 35 dobbelstenen in doosjes van 5, hoeveel doosjes kun je vullen?' wordt 'vertaald' naar 35 : 5 = ..

Spoedig worden ook verdeelsituaties (35 kastanjes verdelen over 5 kinderen) op deze manier beschreven. De leerlingen leren hierbij om de strategieën in te zetten die in eerste instantie aan de hand van informele situaties verkend zijn.

Zodoende ontstaat een samenhangend geheel aan kennis van situaties, strategieën en bijbehorende formele taal.

Bron: Pluspunt, lesboek groep 5.

Deelsituaties: Strategieën en formele taal (2)

Als de leerlingen enigszins vertrouwd zijn geraakt met de formele deeltaal, wordt veelal uitgebreid naar situaties waarbij het niet mooi uitkomt, oftewel niet-opgaande delingen. Daarmee wordt het restbegrip geïntroduceerd dat bij het delen een belangrijke rol speelt. Door het optreden van een rest wordt het gebruik van strategieën ook lastiger: je moet niet alleen bepalen hoeveel groepjes van een zekere grootte er uit een hoeveelheid gehaald kunnen worden, maar ook hoeveel objecten er dan nog over zijn.

Verdeel de kinderen over de teams.

team van 6 kinderen

aantal kinderen:	teams:	rest:	som:
20			20 : 6 = rest
38			38 : 6 = rest
45			45 : 6 = rest
51			51 : 6 = rest
59			59 : 6 = rest

Bron:

Wereld in Getallen, rekenboek 5b.

Verschillende vormen van 'op-vermenigvuldigen' als basisstrategie

De meest elementaire deelstrategie is die van het herhaald optellen, al dan niet ondersteund door het tekenen van de corresponderende groepjes objecten. Daarnaast zijn er efficiëntere strategieën zoals die van het verdubbelen, het 'op-vermenigvuldigen' en het gebruik van de inverse-relatie. Het op-vermenigvuldigen biedt de mogelijkheid van een soort basisstrategie die redelijk efficiënt is en die op verschillende manieren uitgevoerd kan worden.

Bijvoorbeeld: via 5x4 en nog 1x4 (20+4 is 24; dus antwoord 6), maar ook via 3x4 en nog 3x4 (12+12 is 24; antwoord 6). Het is aan te bevelen om deze strategie nadrukkelijk onder de aandacht te brengen.

Naarmate de corresponderende vermenigvuldigingen steeds meer zijn geautomatiseerd, kan het op-vermenigvuldigen overgaan in het direct gebruiken van geautomatiseerde tafelkennis: 24:4 is 6, want 6x4 is 24.

Introductie van de deeltaal

Net als bij de andere bewerkingen (erbij, eraf, keer) zijn er bij het delen informele termen waarmee de leerlingen al enigszins vertrouwd zijn voordat de formele deeltaal wordt geïntroduceerd. Bijvoorbeeld: 'eerlijk verdelen', 'alle eieren in doosjes (van 6) doen', enz.

Het is belangrijk dat introductie van de formele taal zorgvuldig gebeurt en dat er een hechte verbinding tot stand komt tussen situatie, het verwoorden daarvan en de beschrijving met deeltaal.

Daarom verdient het aanbeveling om deze 'vertaling' een aantal keren tijdens de instructie tot stand te brengen. Dit bevordert dat de leerlingen zich naderhand, als de kale sommen steeds meer de boventoon gaan voeren, zich iets bij deze sommen kunnen voorstellen en dat ze de strategieën blijven gebruiken die ze eerder bij de informele deelsituaties hebben leren gebruiken.

Een andere manier om dit te bevorderen is om rijtjes kale opgaven vooraf te laten gaan door enkele contextopgaven (zie het voorbeeld hieronder).

Hoeveel kost het per stuk?

a 5 stuks voor 25 cent
b 3 ballen voor € 12

Maak de sommen.

a 12 : 3 =	b 15 : 5 =	c 80 : 8 =
16 : 4 =	32 : 8 =	72 : 8 =
28 : 7 =	25 : 5 =	16 : 2 =
40 : 10 =	54 : 9 =	42 : 6 =
20 : 5 =	56 : 8 =	18 : 3 =

Verkenning van het begrip 'rest'

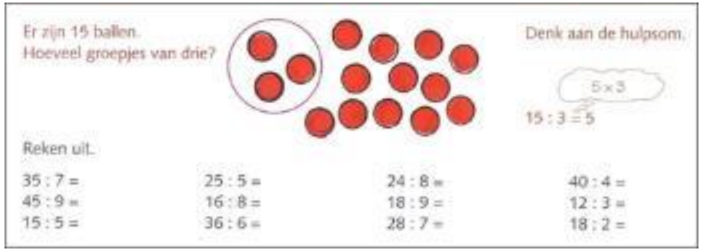
Situaties waarin het niet mooi uitkomt, oftewel niet-opgaande delingen, worden in de methoden doorgaans verkend nadat de deeltaal al is geïntroduceerd. Voor de leerlingen brengt dit een extra begripsmatige complicatie met zich mee. Het kan zelfs zijn dat ze daardoor onzeker worden over een geschikte oplossingswijze. Zo kan een leerling denken dat in de opgave over de eieren in doosjes van 6 misschien een vergissing is gemaakt en dat het '54 eieren in doosjes van 6' had moeten zijn. Dan past het wel precies.

Ook gebeurt het regelmatig dat leerlingen bij de verkenning van dergelijke situaties terugvallen op zeer elementaire strategieën zoals 'sprongen van 6'. Het verdient dan ook aanbeveling om de leerlingen enkele keren goed over dergelijke situaties te laten nadenken en het verband tussen het 'over blijven' van objecten en de notatie als rest grondig te leggen.

Introductie en automatisering deeltafels

In de loop van groep 5 krijgt het automatiseringsproces rond de deeltafels z'n beslag, waarbij de nadruk steeds meer op rijtjes 'kale' opgaven komt te liggen. Het leerproces rond de overeenkomstige vermenigvuldigtafels is dan al een eind gevorderd, zodat de leerlingen deze kennis bij het delen steeds efficiënter kunnen inzetten. Aanvankelijk zijn de opgaven vaak nog licht verbonden met een context, zie voorbeeld hiernaast. Ook ligt de nadruk in eerste instantie soms op rijtjes die betrekking hebben op dezelfde deeltafel.

Bron: *Wis en Reken, wisboek 5b.*



Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5A.

Kenmerkend is tenslotte de vaak grote variatie aan oefenvormen. Het zijn niet alleen rijtjes opgaven aan de hand waarvan wordt geoefend, maar ook opgaven in tabelvorm, in de vorm van 'stipsommen' en puzzelachtige opgaven rond deelbaarheid.

Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5B.

Geleidelijk aan worden de opgaven ook steeds meer door elkaar aangeboden, waarbij aan de hand van een voorbeeldopgave soms nog eens wordt verduidelijkt hoe de corresponderende vermenigvuldiging als 'hulpsom' kan worden gebruikt. Verder ligt de nadruk in eerste instantie doorgaans op het automatiseren van opgaven zonder rest, later volgen ook de opgaven met rest.

Bron: Wereld in Getallen, rekenboek 5b

Introductie en automatisering deeltafels

- Gebruik van contexten als 'denksteun'
- Toepassen van geautomatiseerde kennis van vermenigvuldigtafels
- Gevarieerde oefenvormen en notatieschema's

Introductie en automatisering deeltafels

- Gebruik van contexten als 'denksteun'
- Toepassen van geautomatiseerde kennis van vermenigvuldigtafels
- Gevarieerde oefenvormen en notatieschema's

Gebruik van contexten als 'denksteun'

Binnen de leerlijn zijn contexten in eerste instantie gebruikt om de leerlingen vertrouwd te maken met wat delen als bewerking inhoudt, alsmede om ze geschikte oplossingsstrategieën te laten ontwikkelen.

Naderhand, als het automatiseringsproces steeds verder van de grond komt, vervullen diezelfde contexten nog een kleine maar toch belangrijke rol. Vaak worden rijtjes kale opgaven namelijk ingeleid met een verwijzing naar zo'n context. Bijvoorbeeld hieronder: een inleidende opgave in de context van kratten vullen, daarna twee rijtjes kale opgaven. Dit kan de leerlingen juist dat ruggensteuntje geven dat ze nodig hebben om de opgaven efficiënt op te lossen.

Hoeveel kratten kun je vullen?

flessen		
24	12 : 4 =	18 : 2 =
32	27 : 3 =	24 : 8 =
56	45 : 9 =	12 : 6 =
64	60 : 10 =	20 : 4 =
80	42 : 7 =	36 : 9 =
	15 : 3 =	30 : 5 =

Ter inleiding van een oefening kan het ook nuttig zijn om de leerlingen bij een eerste kale opgave zelf een passend verhaaltje te laten bedenken.

Een rijtje sommen. Bedenk bij de eerste som een verhaaltje.
Reken ze daarna allemaal uit.

18 : 6 = 3
30 : 6 = 5
34 : 6 = 5R4
40 : 6 = 6R4
48 : 6 = 8

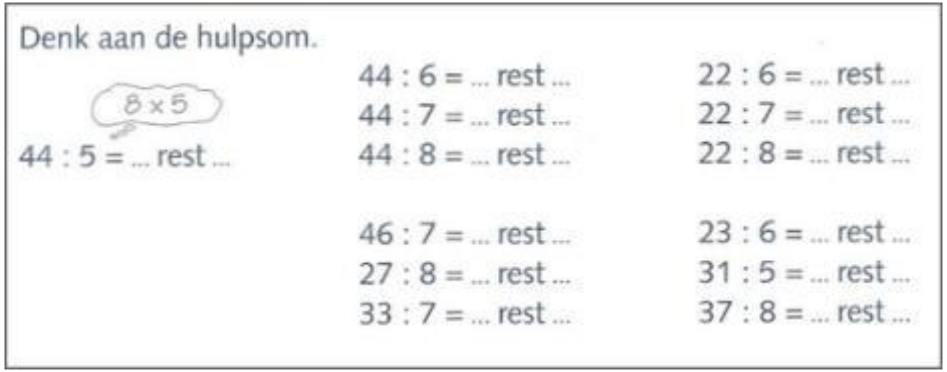
ik heb 18 euro
en ik verdeel het
in zessen dan krijg
-en wij alle drie zes
euro

Introductie en automatisering deeltafels

- Gebruik van contexten als 'denksteun'
- Toepassen van geautomatiseerde kennis van vermenigvuldigtafels
- Gevarieerde oefenvormen en notatieschema's

Toepassen van geautomatiseerde kennis van vermenigvuldigtafels

Automatiseren bij het delen brengt een vergelijkbaar leerproces met zich mee als bij de andere bewerkingen. Het is vooral een kwestie van het steeds 'automatischer' uitrekenen van opgaven, gebruikmakend van verkorte strategieën zoals op-vermenigvuldigen en de inverse-relatie. Regelmatige oefening, mondeling zowel als schriftelijk, alsmede het gebruik van allerlei gevarieerde oefenvormen, kunnen daarbij belangrijk zijn.


Denk aan de hulpsom.

8 x 5

44 : 5 = ... rest ...

44 : 6 = ... rest ...
44 : 7 = ... rest ...
44 : 8 = ... rest ...

22 : 6 = ... rest ...
22 : 7 = ... rest ...
22 : 8 = ... rest ...

46 : 7 = ... rest ...
27 : 8 = ... rest ...
33 : 7 = ... rest ...

23 : 6 = ... rest ...
31 : 5 = ... rest ...
37 : 8 = ... rest ...

Het uiteindelijke doel is dat alle opgaven gememoriseerd zijn, dat wil zeggen van buiten zijn geleerd.

Vooral bij de opgaven met rest zullen veel leerlingen echter altijd nog wel een strategie blijven gebruiken. Zolang dit het gebruik van de inverse-relatie betreft, is daar niet veel bezwaar tegen.

Introductie en automatisering deeltafels

- Gebruik van contexten als 'denksteun'
- Toepassen van geautomatiseerde kennis van vermenigvuldigtafels
- Gevarieerde oefenvormen en notatieschema's

Gevarieerde oefenvormen en notatieschema's

Het is belangrijk om het automatiseringsproces levendig en gevarieerd te houden. Alleen maar oefenen met rijtjes kale sommen wordt al gauw saai voor veel leerlingen. Daarom worden in de methoden regelmatig andere oefenvormen en notatieschema's gebruikt. Niet alleen maakt dit het oefenen afwisselender, maar ook kan het een meerwaarde hebben. Zo moeten de leerlingen bij de opgave hieronder zelf bepalen 'welke doos ze kiezen', en dus door welk getal ze gaan delen om het mooi uit te laten komen. Daarbij kunnen ze ook ontdekken dat er één getal is waarbij beide dozen gekozen kunnen worden, c.q. dat je zowel door 8 als 9 kunt delen.

Deze oefenvorm is ook eenvoudig op het bord uit te voeren met andere getallen, bijvoorbeeld dozen waar resp. 4, 6 of 8 flessen in passen.

Een meer puzzelachtige oefenvorm is die van de tabel zoals hieronder weergegeven. Hier gaat het feitelijk om vermenigvuldigen, maar doordat soms een begingetal ontbreekt, zijn de leerlingen impliciet ook met delen bezig. Zulke tabelopgaven zijn eveneens eenvoudig door de leerkracht zelf te maken en ze lenen zich ook uitstekend om af en toe eens klassikaal te doen.

Vul in.

a

×	...	2	...
...	...	14	...
4	32	...	...
3	...	...	15

b

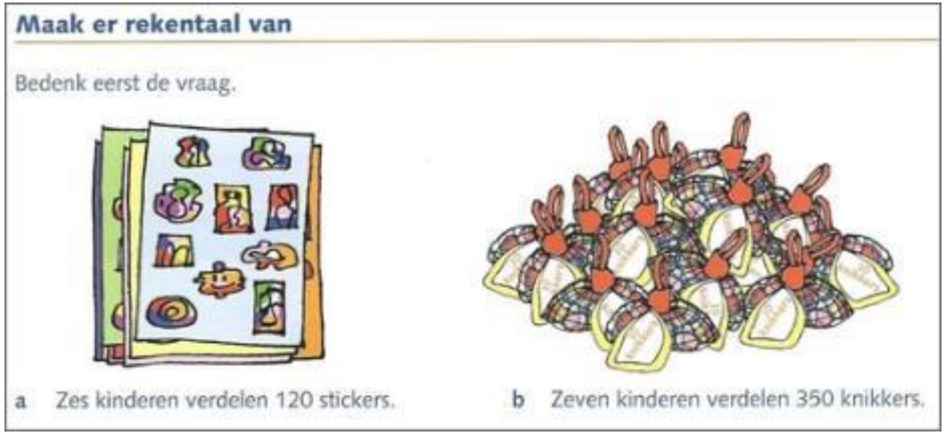
×	4	...	9
...	40	...	...
6	...	42	...
...	...	...	27

Uitbreiding naar grotere deelopgaven

- Van automatiseren naar memoriseren
- Parallelle verkenning van grotere deelopgaven
- Aandacht voor deelbaarheid

Uitbreiding naar grotere deelopgaven

In het laatste deel van de leerlijn, eind groep 5 en begin groep 6, zijn er naast elkaar twee 'stromen' activiteiten die elkaar wederzijds versterken. Enerzijds betreft dit activiteiten gericht op het voltooien van het automatiseringsproces rond de deeltafels. Anderzijds zijn er activiteiten waarbij grotere deelopgaven verkend worden.



Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5b

Reken uit in één minuut

72 : 9 =	56 : 8 =
49 : 7 =	48 : 6 =
72 : 8 =	54 : 9 =
54 : 6 =	42 : 7 =
36 : 6 =	27 : 9 =
56 : 7 =	32 : 8 =
48 : 8 =	63 : 7 =
45 : 9 =	45 : 5 =

Wat betreft de eerste stroom komt het accent nu steeds meer op het memoriseren te liggen: het van buiten leren van alle deelopgaven binnen het tafelgebied. Daartoe zijn doorgaans regelmatig tempo-oefeningen opgenomen waarbij de leerlingen bijvoorbeeld 16 sommen in één minuut moeten maken.

Bij de activiteiten rond grotere deelopgaven vormen contexten het uitgangspunt. Veelal betreft het opgaven waarbij het deeltal rond is (120:4, 200:5) of waarbij makkelijk een tienvoud is af te splitsen (72:6, 84:4). De leerlingen verkennen hier strategieën zoals op-vermenigvuldigen (in het geval van 72:6: 10x6=60, 11x6=66; 12x6=72, dus antwoord 12) en splitsen (60:6=10; 12:6=2; 10+2=12).

Bron: Alles Telt, Leerlingenboek 6a

Uitbreiding naar grotere deelopgaven (2)

In samenhang met deze twee 'stromen' van activiteiten vinden veelal informele onderzoekjes naar deelbaarheid plaats. Hierbij zoeken de leerlingen bijvoorbeeld uit welke van een aantal gegeven getallen je zowel door 4 als door 6 kunt delen. Ook zijn er opgaven waarbij eerst door 3 en daarna door 6 gedeeld moet worden, zodat de leerlingen ervaren dat de uitkomst steeds twee keer zo klein is.

Hoeveel kratjes kun je vullen?

	kratje van 3:	kratje van 6:
30 flessen		
60 flessen		
120 flessen		
300 flessen		
600 flessen		

Bron:

Wereld in Getallen, Rekenboek 5b.

Uitbreiding naar grotere deelopgaven

- Van automatiseren naar memoriseren
- Parallelle verkenning van grotere deelopgaven
- Aandacht voor deelbaarheid

Van automatiseren naar memoriseren

Het uiteindelijke doel van het leerproces rond de deeltafels is dat de leerlingen alle opgaven hebben gememoriseerd, dat wil zeggen direct uit het hoofd weten. Maar er is veelal een 'grijs' overgangsgebied

waarbij sommige opgaven wel zijn gememoriseerd terwijl andere nog via de inverse-relatie of een andere verkorte strategie worden uitgerekend. Ook kan een leerling afwisselend verschillende typen strategieën gebruiken.

Om het direct uit het hoofd leren te stimuleren, verdient het aanbeveling om regelmatig tempo-oefeningen te laten doen waarbij de leerlingen bijvoorbeeld 4 min. de tijd krijgen om van zes rijtjes zoveel mogelijk sommen te maken.

Ze mogen daarbij zelf kiezen welke sommen ze het eerst maken. Ter afsluiting kan dan worden besproken welke sommen een leerling nog niet zo snel weet en hoe je het antwoord bij zulke sommen snel kunt achterhalen.

Maak de sommen.

27 : 3 =	54 : 9 =	30 : 5 =
20 : 5 =	40 : 8 =	18 : 2 =
48 : 8 =	18 : 3 =	12 : 3 =
35 : 7 =	24 : 8 =	27 : 3 =
72 : 8 =	36 : 9 =	70 : 10 =
49 : 7 =	60 : 10 =	39 : 3 =
81 : 9 =	64 : 8 =	48 : 4 =
56 : 7 =	54 : 9 =	75 : 5 =
42 : 6 =	28 : 4 =	90 : 6 =
60 : 6 =	45 : 5 =	96 : 8 =

▪ Parallelle verkenning van grotere deelopgaven

Parallel aan het memoriseren van de deeltafels vindt gewoonlijk een verkenning van grotere deelopgaven plaats. Meestal ligt het vertrekpunt in een situatie met ronde getallen, zoals in het voorbeeld hieronder (in totaal 270 stickers verdelen met 9 kinderen). De aandacht gaat in eerste instantie uit naar strategieën waarbij via 10x wordt geredeneerd.

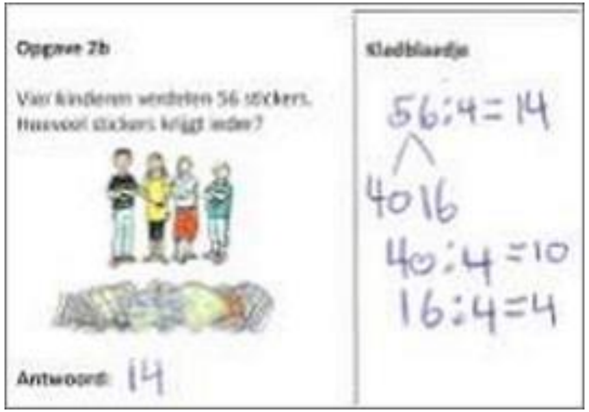
Bijvoorbeeld: ieder 10 stickers is 90; 20 stickers is 180; en 30 stickers is 270; conclusie: ieder 30 stickers.

Maar sommige leerlingen zijn zich gewoonlijk al bewust dat je ook via de 'kleine som' kunt redeneren: 27:9 is 3; dus 270:9 is 30. Doorgaans volgen er dan ook al gauw kale opgaven waarbij vergelijkbare redeneringen worden gehanteerd.

240 : 6 = 40
400 : 8 = 50
600 : 5 = 120
630 : 9 = 70
1000 : 4 = 250

Om het gevaar van 'goochelen met nullen' te vermijden, is het aan te bevelen regelmatig de relatie van het toevoegen van een nul met '10 keer zo groot' te leggen. Bijvoorbeeld, bij 1000:4: 100:4 is 25 (want 4x25 is 100); 1000 is 10 keer zoveel als 100, dus 1000:4 is 250 (10x zoveel als 25).

Naast situaties met ronde getallen worden ook situaties verkend zoals hiernaast. Het werken met 'happen' van 10 keer ligt hier voor de hand als een efficiënte oplossingsstrategie.

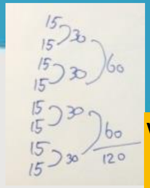


Aandacht voor deelbaarheid

Onderzoekjes naar deelbaarheid vormen in groep 5 en 6 meestal een vast ingrediënt van het programma. Het gaat dan nog niet zozeer om 'kenmerken van deelbaarheid' zoals die in groep 7 en 8 aan bod komen, maar om onderzoekjes waarbij de leerlingen proberen te achterhalen welke van een aantal gegeven getallen deelbaar is door 7; welke van een aantal gegeven getallen je zowel door 2, 4 als 6 kunt delen; hoe je snel kunt zien of een getal deelbaar is door 5 of door 10; enz.

Een ander type onderzoekje richt zich op het nader onderzoeken van de rest bij het delen. Uitgangspunt vormen bijvoorbeeld geldsituaties en meetsituaties. Het ligt het voor de hand om de rest in zulke situaties niet als 'rest' te interpreteren, maar om deze om te zetten in een aantal centen of centimeters. Bijvoorbeeld: 4 pizza's kosten 18 euro, dan kost 1 pizza 4 euro en 50 cent. En: 1 meter drop delen met z'n vieren, dan krijgt ieder een stuk van 25 centimeter.

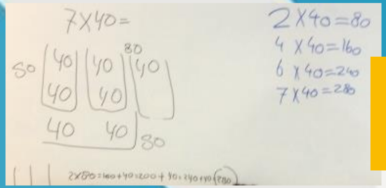
Getalbegrip



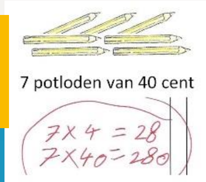

8 rijen van 15 stickers

Vermenigvuldigsituaties en –strategieën met grotere getallen

7 kaartjes van 14 euro

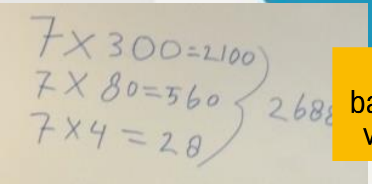


Bewustmaking en toepassing van de tienregel

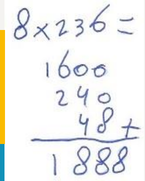

7 potloden van 40 cent

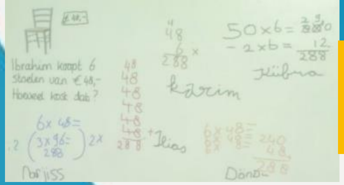
Tafels van vermenigvuldiging

Delen

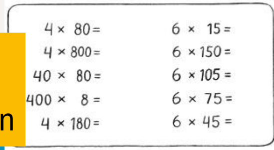


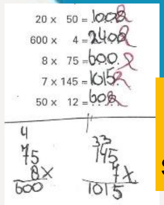
Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)





Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën





Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

Groep 4

Groep 5

terug naar het overzicht

Getalbegrip

inzoomen op de stappen

Vermenigvuldigsituaties en –strategieën met grotere getallen

8 rijen van 15 stickers

7 kaartjes van 14 euro

Bewustmaking en toepassing van de tienregel

7 potloden van 40 cent

Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

Tafels van vermenigvuldiging

Vermenigvuldigen met grotere getallen

toelichting bij deze leerlijn

direct naar naastliggende leerlijnen

Groep 4

Groep 5

Vermenigvuldigen met grotere getallen

Typering van de leerlijn

Deze leerlijn begint gewoonlijk ongeveer halverwege groep 5, als het leerproces rond de tafels van vermenigvuldiging al een eind gevorderd is, en loopt door tot in de tweede helft van groep 6. De leerlijn mondt uit in het efficiënt kunnen uitrekenen van opgaven van het type 6x48, 20x25 en 7x356 waarbij al naar gelang de situatie gekozen wordt voor een standaardprocedure (kolomsgewijs rekenen of cijferen) dan wel voor een hoofdrekenstrategie. In groep 7 (soms al in groep 6) krijgt deze leerlijn een vervolg bij de leerlijn rond het vermenigvuldigen van twee meercijferige getallen (type 24x35, 16x382) en later bij de leerlijn rond kommagetallen (8x2,3; 3,5x2,4; enz.).

In eerste instantie worden veelal situaties verkend waarbij één van beide getallen groter is dan 10. voorbeelden hierbij zijn: 7 balen van 13 kg oude kleding, een terras met 24 rijen van 8 tegels, 4 toegangskaartjes van €76,-, enz.

De leerlingen oriënteren zich hierbij op verschillende soorten strategieën zoals:

- Herhaald optellen (13+13+13+…);
- Verdubbelen (13+13=26; 26+26=52; …);
- Splitsen (7x10=70; 7x3=21; 70+21=91).

Bron:

Wereld in Getallen, rekenboek 5B

Vermenigvuldigen met grotere getallen

Typering van de leerlijn (2)

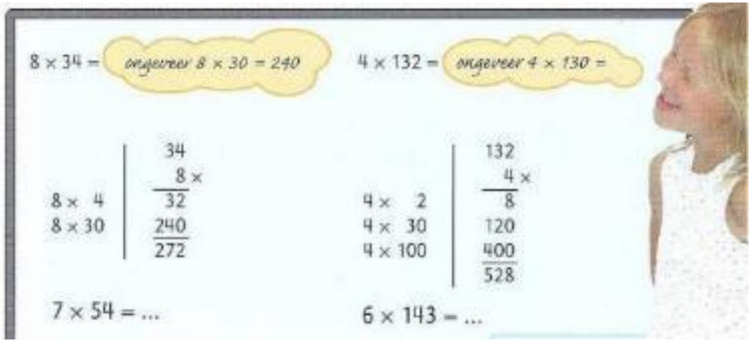
Al vrij snel wordt de aandacht steeds meer gevestigd op de splitsstrategie als een efficiënte, altijd bruikbare aanpak. Bij deze strategie speelt het vermenigvuldigen met een factor 10 een centrale rol in de zin van: 4x70 is 10 keer zoveel als 4x7 (28), dus 280.

Om het inzichtelijk gebruik van deze tienregel te bevorderen, is het van belang deze te onderbouwen en expliciet te maken, bijvoorbeeld aan de hand van geld. Aansluitend wordt de tienregel toegepast in situaties met ronde getallen (6x50, 400x8, 20x25).

In het verlengde daarvan komt de splitsstrategie steeds meer centraal te staan. Deze groeit uit tot een vaste, kolomsgewijze procedure. In eerste instantie wordt meestal 'van groot naar klein' gewerkt (eerst de honderdtallen, dan de tientallen, dan de eenheden); naderhand, als overgang naar het cijferen, 'van klein naar groot'.

Ook is er aandacht voor het schatten van uitkomsten. Dit is niet alleen van belang in verband met het controleren van de orde van grootte van uitkomsten, maar ook omdat het schattend rekenen naderhand steeds meer tot een op zichzelf belangrijke leerlijn uitgroeit.

Bron: Alles Telt, leerlingenboek 5B



Bron: Pluspunt, lesboek groep 6

Vermenigvuldigen met grotere getallen

Typering van de leerlijn (3)

Parallel hieraan blijft het hoofdrekenen van belang. Er wordt veelal gerichte aandacht besteed aan handige strategieën zoals die van het ‘nullen rijgen’ (60x150 via 6x15 met twee nullen erachter), het compenseren (6x49 via 6x50 min 6x1) en het halveren en verdubbelen (8x75 via 4x150 en 2x300).
Ook hier is het onderbouwen van dergelijke strategieën via geld en via het rechthoekmodel weer een waardevolle activiteit.

1 a Reken uit. Doe het handig.

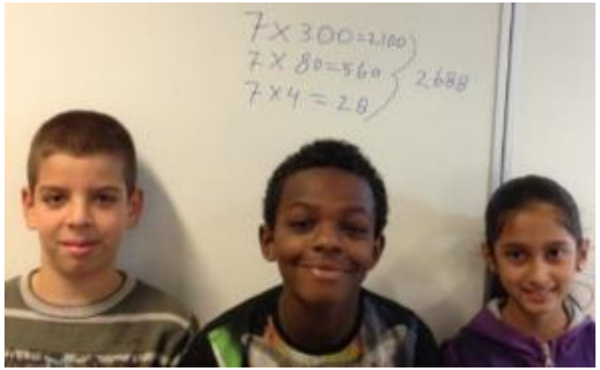
×	2	20	3	30
2				
5				
20				
22				

b Reken uit. Doe het handig.

×	4	40	5	50
20				
30				
40				
43				

Bron: Pluspunt, lesboek groep 6

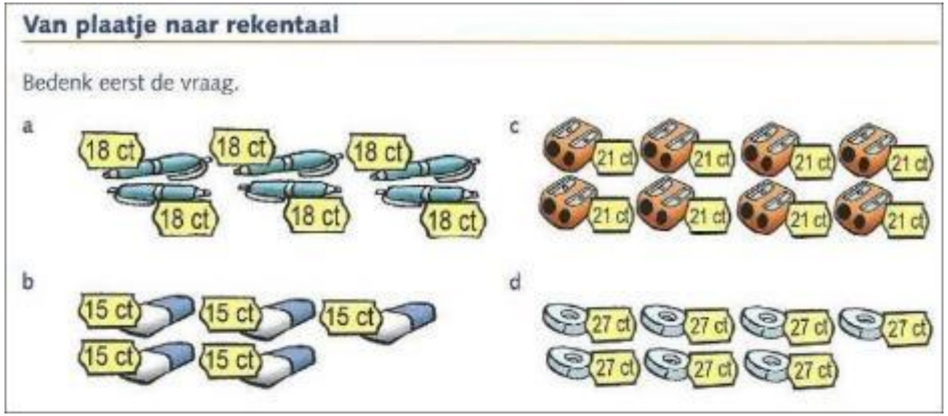
In de tweede helft van groep 6 wordt als een verdere verkorting van de kolomsgewijze procedure gewoonlijk de cijferprocedure voor het vermenigvuldigen van een ééncijferig met een meercijferig getal geïntroduceerd en ingeoefend. Het uiteindelijke doel van deze leerlijn is het efficiënt en met een zekere flexibiliteit kunnen toepassen van de verworven kennis in situaties waarbij de leerling al naar gelang de eigen voorkeur en de getallen in kwestie voor een standaardprocedure dan wel voor een hoofdrekenstrategie kan kiezen.



Vermenigvuldigsituaties en –strategieën met grotere getallen

Tot eind groep 5 gaat de aandacht voor wat betreft het vermenigvuldigen veelal sterk uit naar het leerproces rond de tafels, in het bijzonder naar het automatiseren van de hogere tafels (6 t/m 9). Parallel daaraan komen in de tweede helft van groep 5 gewoonlijk vermenigvuldigsituaties met getallen groter dan 10 aan bod. Bij de verkenning daarvan komen verschillende aspecten van zulke situaties aan de orde:

- het 'vertalen' van een situatie naar een passende som;
- het bedenken van een geschikte oplossingsstrategie;
- het inzetten van de binnen andere leerlijnen verworven kennis, met name die rond het optellen en aftrekken tot 1000 en die rond de tafels.



Bron: Rekenrijk, leerlingenboek 5a

Primaire doel van deze eerste leerstap is dat er een brede oriëntatie op geschikte vermenigvuldigstrategieën plaatsvindt en dat de leerlingen leren om hun reeds verworven kennis zo goed mogelijk in te zetten.

Vermenigvuldigsituaties en –strategieën met grotere getallen

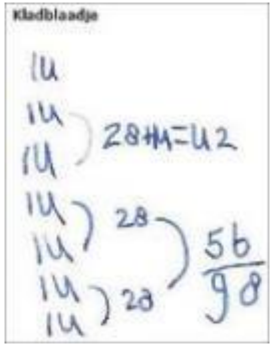
- Vertrekpunt in gevarieerde probleemsituaties
- Brede oriëntatie op handige en minder handige strategieën
- Voortbouwen op kennis van eigenschappen en strategieën uit het tafelgebied

▪ Vertrekpunt in gevarieerde probleemsituaties

Uit het gebied van de tafels kennen de leerlingen natuurlijk al verschillende soorten vermenigvuldigsituaties, zoals groepjessituaties, rechthoeksituaties, verhoudingssituaties en lijnsituaties. Met het oog op de begripsvorming en om verschillende soorten strategieën uit te lokken, is het belangrijk dat dergelijke situaties bij het verkennen van situaties met grotere getallen weer terugkomen.

Bijvoorbeeld:

- 8 zakken met 48 knikkers;
- 7 kaartjes van 14 euro;
- een pleintje met 24 rijen van 9 tegels;
- 5 keer een afstand van 34 km rijden.



Bron: Alles Telt, leerlingenboek 5B

Het is niet vanzelfsprekend dat de leerlingen in dergelijke situaties zonder meer een vermenigvuldigstructuur herkennen. Daarom is het belangrijk om dit ‘vertalen’ van de situatie naar de som enkele keren gericht aan de orde te stellen. Daardoor komt ook een hechtere verbinding tot stand met de leerlijn rond de tafels.

Vermenigvuldigsituaties en –strategieën met grotere getallen

- Vertrekpunt in gevarieerde probleemsituaties
- Brede oriëntatie op handige en minder handige strategieën
- Voortbouwen op kennis van eigenschappen en strategieën uit het tafelgebied

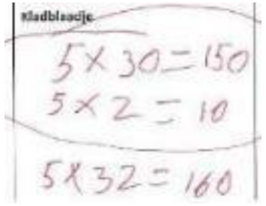
Brede oriëntatie op handige en minder handige strategieën

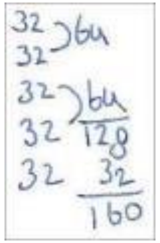
De meest voor de hand liggende maar ook omslachtige strategie is die van het herhaald optellen. In het geval van de containeropgave hieronder: 32+32=64 kg; 64+32=96 kg; enz. Maar allerlei vormen van verdubbelen (een strategie die ook al bekend is uit het tafelgebied) worden door veel leerlingen hier ook al gauw gebruikt.

Bron: Wereld in Getallen, rekenboek 5B

Bijvoorbeeld:

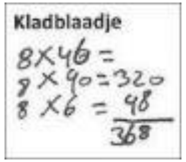
- 32+32=64 kg;
  64+64=128 kg;
  128+32=160 kg;
- 32+32=64 kg;
  32+32+32=96 kg;
  96+64=160 kg.





Bij het verkennen van dit soort strategieën speelt natuurlijk ook de vaardigheid in het optellen tot 1000 een rol – het kan zijn dat een leerling een opgave als 128+64 nog lastig vindt en bij voorkeur via de rijgaanpak op de lege getallenlijn uitrekent.

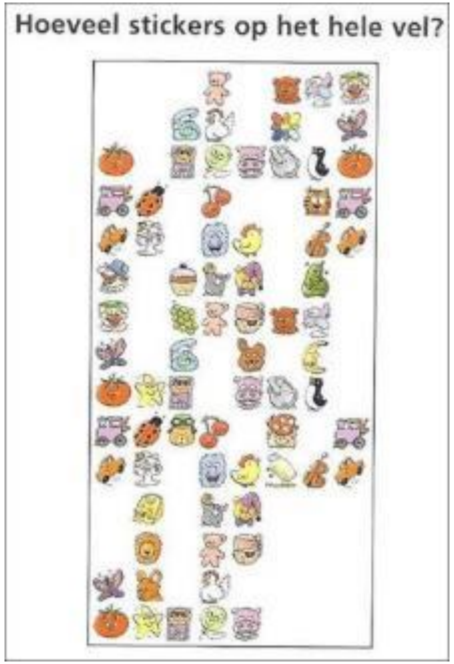
Naast het herhaald optellen ligt ook de splitsstrategie voor de hand. In het geval van de containeropgave: 5x30=150; 5x2=10; 150+10=160. De strategie komt erop neer dat het vermenigvuldigtal wordt gesplitst in een tienvoud en een aantal eenheden en dat die apart worden vermenigvuldigd. Zie ook het voorbeeld Shirtjes kopen hieronder.



In eerste instantie krijgen de leerlingen gelegenheid om hun eigen strategie te volgen; naderhand, als de tienregel nader bewustgemaakt is (zie tweede leerstap), komt de nadruk meer en meer op het gebruik van de splitsstrategie te liggen.

Voortbouwen op kennis van eigenschappen en strategieën uit het tafelgebied

Bij het aanleren van de tafels zijn de leerlingen al enigszins vertrouwd geraakt met twee belangrijke eigenschappen van het vermenigvuldigen, namelijk die van het verdelen (bijvoorbeeld: je kunt 7x8 uitrekenen via 5x8 en nog 2x8) en die van het verwisselen (je kunt 8x2 uitrekenen via 2x8). Daarnaast hebben ze een aantal strategieën leren kennen (verdubbelen, omkeren, gebruik van 5x en 10x als steunpunt) die hen in staat stellen om tafelopgaven steeds vlotter en 'automatischer' uit te rekenen.



Bron: Wis en Reken, wisboek 5B

In de laatste fase van het leerproces rond de tafels, als het accent steeds meer op het memoriseren ligt, raakt deze kennis van eigenschappen en strategieën wat meer op de achtergrond. Daarom wordt deze bij de verkenning van het vermenigvuldigen met grotere getallen weer opgefrist en uitgebouwd. Zo kan naar voren komen dat een opgave als 15x8 handig uitgerekend kan worden via 8x15 (15 rijen van 8 stickers zijn er immers evenveel als 8 rijen van 15 stickers). Evenzo kunnen al bekende strategieën zoals die van het verdubbelen onder de aandacht komen, terwijl de splitsstrategie (14x8 via 10x8 en 5x8) eveneens voor de hand ligt. Deze laatste strategie kan in een afbeelding op het digibord ook mooi aanschouwelijk worden gemaakt.

Bewustmaking en toepassing van de tienregel

- 'Nulletje erachter' als ervaringsgegeven uit het tafelgebied
- Onderbouwing met behulp van geld of ander materiaal
- Toepassing van de tienregel bij het vermenigvuldigen met ronde getallen

Bewustmaking en toepassing van de tienregel

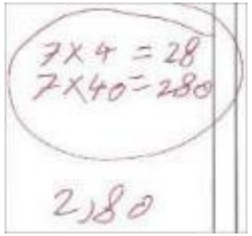
De tienregel is een belangrijke wetmatigheid (regel) die kenmerkend is voor ons decimale getallenstelsel en die inhoudt dat er een nul achter een getal komt als je dat getal met 10 vermenigvuldigt. Bijvoorbeeld: 10x15 is 150, 10x24 is 240; 6x70 is 10 keer zoveel als 6x7, dus 420; enz.

Bron: Pluspunt, lesboek groep 5

Bij de verkenning van het vermenigvuldigen met grotere getallen worden de leerlingen veelal vrij snel met deze regel vertrouwd gemaakt, waarbij wordt voortgeborduurd op eerdere ervaringen binnen het tafelgebied (10x6 is 60; 10x9 is 90; enz.).

De aandacht gaat dan met name uit naar het aannemelijk maken van deze regel aan de hand van een groepjessituatie of geldsituatie: 7x40 is 10 keer zoveel als 7x4, en dat is 28; 7x40 is dus 280.

Later wordt soms ook een positieschema gebruikt om duidelijk te maken dat bij vermenigvuldigen met 10 de eenheden tientallen worden, de tientallen honderdtallen, enz. De regel wordt in eerste instantie toegepast bij het uitrekenen van opgaven met ronde getallen (7x80, 20x40, …). Maar al gauw wordt deze ook ingezet bij het leren gebruiken van de splitsstrategie (7x84 via 7x80 en 7x4; zie derde leerstap).



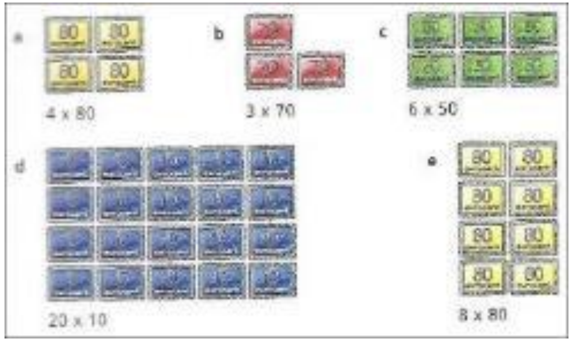
Bewustmaking en toepassing van de tienregel

- 'Nulletje erachter' als ervaringsgegeven uit het tafelgebied
- Onderbouwing met behulp van geld of ander materiaal
- Toepassing van de tienregel bij het vermenigvuldigen met ronde getallen

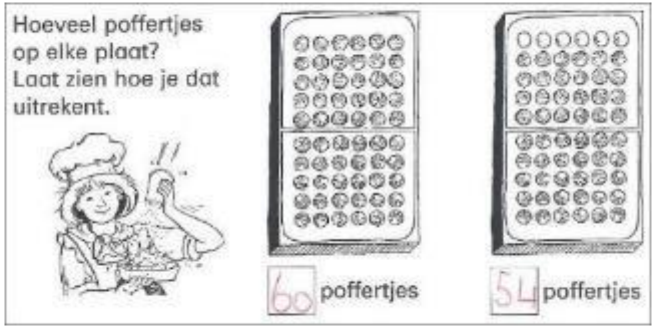
'Nulletje erachter' als ervaringsgegeven uit het tafelgebied

Binnen het gebied van de tafels zijn er bij elke tafel wel opgaven die de leerlingen al vrijwel direct 'weten', zoals 1x, 2x en 10x. De kennis van 10x wordt gewoonlijk benut om andere opgaven vlot te leren uitrekenen, zoals 5x (de helft van 10x) en 9x (1x minder dan 10x). Al met al geeft dit de 'tiensommen' al snel de status van makkelijke sommen waar je nauwelijks nog bij hoeft na te denken.

Dat wil echter niet zeggen dat ze dit 'nulletje erachter zetten' ook bij opgaven met getallen groter dan 10 zonder meer gebruiken. Bijvoorbeeld: 10x12 en 10x15 is toch weer een ander verhaal; en hoe je 6x40 of 7x80 handig uitrekent, is ook niet zonder meer duidelijk. Daarom dient de tienregel gaandeweg uit te groeien van een impliciet ervaringsgegeven naar een goed begrepen regel. Bij de verkenning van het vermenigvuldigen met grotere getallen wordt daartoe een eerste stap gezet. Naderhand dient de regel nader geëxpliciteerd en doordacht te worden bij de leerlijn rond het vermenigvuldigen van twee meercijferige getallen en rond het vermenigvuldigen van kommagetallen.



Bron: Wis en Reken, wisboek 6A



Bewustmaking en toepassing van de tienregel

- 'Nulletje erachter' als ervaringsgegeven uit het tafelgebied
- Onderbouwing met behulp van geld of ander materiaal
- Toepassing van de tienregel bij het vermenigvuldigen met ronde getallen

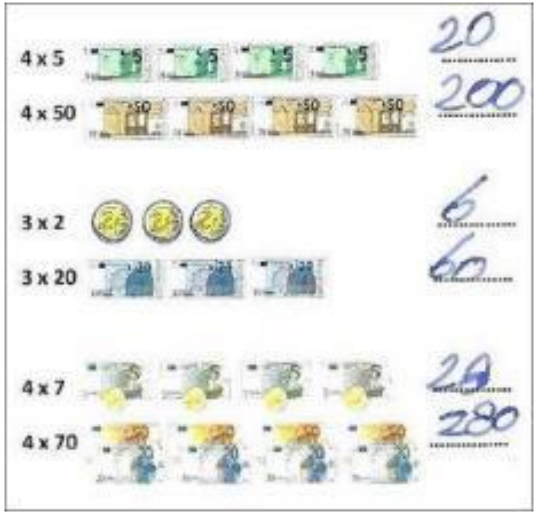
Onderbouwing met behulp van geld of ander materiaal

Op een elementair niveau kan de tienregel worden onderbouwd met behulp van namaakgeld of een digitale variant daarvan, uitgaande van een opgave als '4x30 euro'. Deze kan gevisualiseerd worden met behulp van 4 rijen van 3 tientjes (zie afbeelding).

4 x 30 euro =
4 x 3 = 12 tientjes
12 x 10 =
10 x 12 = 120 euro

10	10	10
10	10	10
10	10	10
10	10	10

Samen met de leerlingen kan vastgesteld worden dat de opgave handig uitgerekend kan worden door te redeneren: het zijn 4 rijen van 3 tientjes, dus 4x3 is 12 tientjes; elk tientje staat voor 10 euro, dus het totaal is 12x10 oftewel 10x12 is 120 euro.



Dezelfde redenering kan vervolgens in verwante situaties worden gevolgd zoals met geld (voorbeeld links), postzegels of afstanden (voorbeeld rechts).

Aldus kan de tienregel steeds meer uitgroeien tot een goed begrepen regel (wetmatigheid).

Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5a

Bewustmaking en toepassing van de tienregel

- 'Nulletje erachter' als ervaringsgegeven uit het tafelgebied
- Onderbouwing met behulp van geld of ander materiaal
- Toepassing van de tienregel bij het vermenigvuldigen met ronde getallen

▪ Toepassing van de tienregel bij het vermenigvuldigen met ronde getallen

Als de leerlingen enig inzicht in het waaróm achter de tienregel hebben verworven, is de stap naar het toepassen van deze regel in contextopgaven en bij kale opgaven gewoonlijk niet zo groot. Al gauw krijgen ze dan ook rijtjes met gevarieerde opgaven met ronde getallen voorgeschoteld waarin ze de regel kunnen toepassen. Soms worden zulke opgaven in tabelvorm gegeven, waarbij de relatie van een tafelsom (7x4) en de bijbehorende 'grote' tafelsom (7x40) naar voren kan komen.

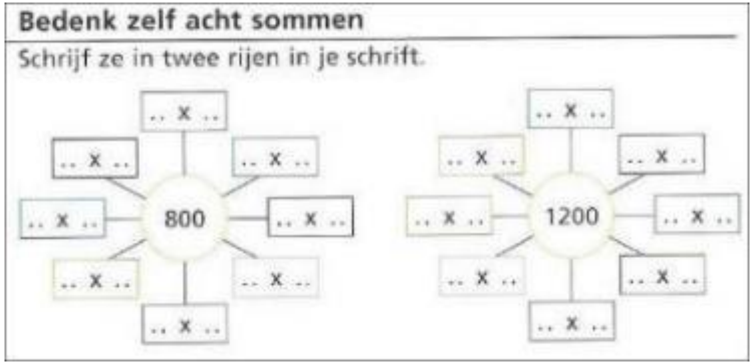
x	4	40	5	50	90
3					
7					
9					

x	8	9	80	60	7
4					
6					
8					

Bron: Wereld in Getallen, rekenboek 5B

Ook zijn er soms open opgaven waarbij de leerlingen bij één centraal getal zelf een aantal vermenigvuldigopgaven moeten bedenken.

Bron: Wis en Reken, wisboek 6B



Al naar gelang de eigen voorkeur kunnen ze daarbij kiezen voor eenvoudigere of moeilijkere opgaven.

Reken de sommen uit

Bedenk een handige manier.

7 x 40 =	50 x 12 =
4 x 120 =	200 x 7 =
20 x 25 =	30 x 25 =
150 x 4 =	20 x 35 =
20 x 50 =	40 x 25 =

Uiteindelijk is het de bedoeling dat de leerlingen vlot en efficiënt allerlei opgaven met ronde getallen direct uit het hoofd kunnen uitrekenen. Belangrijk is om dergelijke opgaven van tijd tot tijd te bespreken en de leerlingen te laten verwoorden hoe ze hebben geredeneerd.

Bijvoorbeeld, bij 50x12:

- 5x12=60; 50x12 is 10 keer zoveel, dus 600;
- 50x10=500; 50x2=100; 500+100=600;
- 100x12=1200; 1200:2=600.

Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

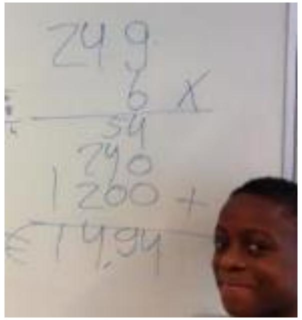
- Onderbouwing met behulp van geld of rechthoekmodel
- Onderhouden en oefenen van tafelkennis
- Kolomsgewijze procedure als sluitstuk; aandacht voor schatten

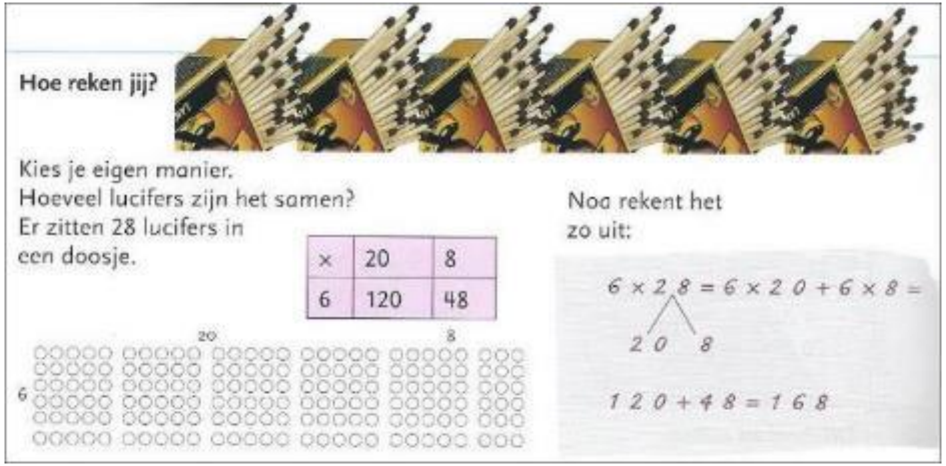
Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

Uit de brede verkenning van situaties en strategieën (zie de eerste leerstap van deze leerlijn) komt de splitsstrategie meestal spoedig naar voren als een efficiënte, altijd bruikbare oplossingswijze voor het vermenigvuldigen van een ééncijferig met een meercijferig getal. De term splitsen verwijst hier naar het feit dat het tweede getal in de opgave decimaal gesplitst wordt. In eerste instantie worden gewoonlijk opgaven van het type 6x28 onder de loep genomen, later wordt uitgebreid naar opgaven van het type 6x248.

Net als bij de bewustmaking van de tienregel die voorafgaat aan deze leerstap (zie tweede leerstap), is het weer belangrijk aandacht te besteden aan de onderbouwing van deze strategie met behulp van geld of het rechthoekmodel (zie het voorbeeld hiernaast).

In de loop van groep 6 groeit de splitsstrategie steeds meer uit tot een vaste kolomsgewijze procedure die volgens een vast notatieschema wordt uitgevoerd. Daarbij komt meestal ook het schatten aan de orde als een manier om beter greep te houden op de orde van grootte van uitkomsten.





Bron: Alles Telt, leerlingenboek 5B

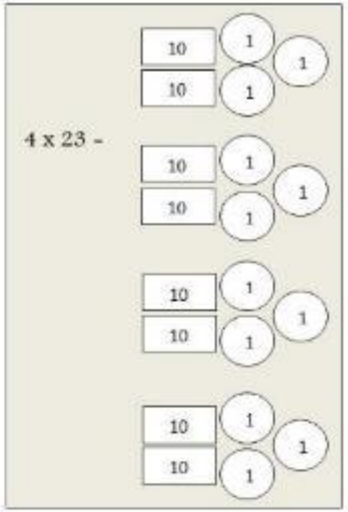
Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

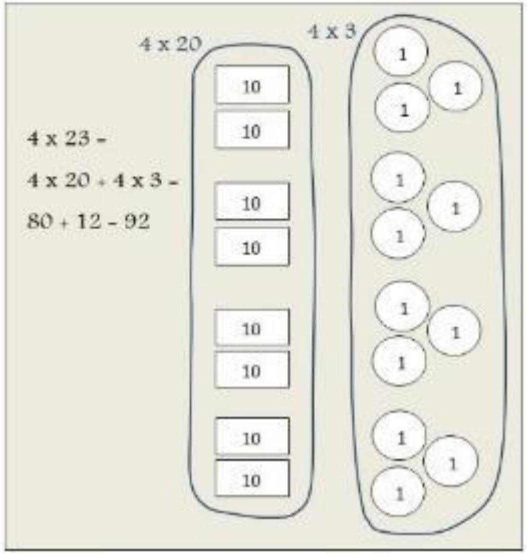
- Onderbouwing met behulp van geld of rechthoekmodel
- Onderhouden en oefenen van tafelkennis
- Kolomsgewijze procedure als sluitstuk; aandacht voor schatten

▪ Onderbouwing met behulp van geld of rechthoekmodel

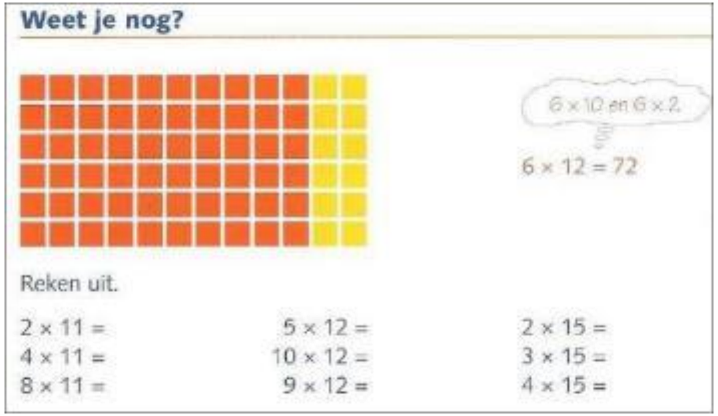
Om het inzicht in de splitsstrategie te versterken, verdient het aanbeveling deze te onderbouwen met behulp van geld. Dat kan met namaakgeld dat op het bord wordt geplakt of met een digitale variant daarvan. Uitgangspunt kan een situatie zijn zoals: 'Je koopt 4 kaartjes van 23 euro, hoeveel gaat dat bij elkaar kosten?'.
Op het bord kan deze situatie gevisualiseerd worden met 4 groepjes van 23 euro (zie afbeelding links). Als een leerling de suggestie doet om de opgave uit te rekenen via 4x20 en 4x3, kunt u dit op het bord voorstellen door de bedragen daadwerkelijk te splitsen in 2 tientjes en nog 3 euro's, en door een rondje om alle briefjes van 10 en alle losse euro's te tekenen (afbeelding rechts). Vervolgens kunt u de berekening afmaken: 4x20 is 80, 4x3 is 12; samen 92.

Op een enigszins vergelijkbare manier kan het rechthoekmodel worden gebruikt om de splitsstrategie te onderbouwen. Soms wordt dit model ter ondersteuning van het denken naast een reeks opgaven afgebeeld.





Bron: Rekenrijk, leerlingenboek 5a



Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

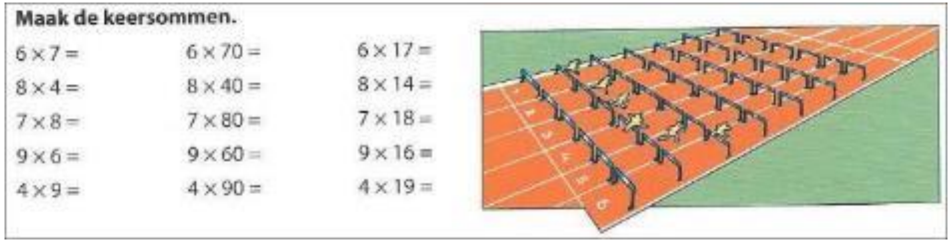
- Onderbouwing met behulp van geld of rechthoekmodel
- Onderhouden en oefenen van tafelkennis
- Kolomsgewijze procedure als sluitstuk; aandacht voor schatten

Onderhouden en oefenen van tafelkennis

Tegen het einde van groep 5 (of begin groep 6), als de splitsstrategie wordt geïntroduceerd, is het automatiseringsproces rond de tafels van vermenigvuldiging veelal nog gaande. Bij sommige leerlingen is dit proces al grotendeels afgerond, maar bij anderen nog niet. In dat laatste geval kan dit een belemmering zijn voor het vlot leren gebruiken van de splitsstrategie. Immers, als 6x7 nog als een lastige opgave wordt ervaren, dan zal een leerling bij 6x47 of 6x74 via de splitsstrategie ook niet makkelijk uit de voeten kunnen.

Zeker voor een deel van de leerlingen is het daarom van belang om, parallel aan de introductie van de splitsstrategie, blijvende aandacht te besteden aan het onderhouden en oefenen van de tafelkennis. De nadruk kan daarbij liggen op de categorie moeilijkste sommen zoals 6x7, 8x6, 7x8 en 9x7. Bij zulke opgaven kan nog eens worden besproken welke 'hulpsom' je handig kunt gebruiken als je een antwoord niet meteen weet. In het geval van 6x7 kan dat 5x7 zijn (35, nog 7 erbij), maar ook 3x7 (het dubbele).

Aan de andere kant draagt het leren gebruiken van de splitsstrategie ook weer bij aan het onderhouden van de tafelkennis. Om dit te bevorderen, worden soms ook rijtjes aangeboden waarbij de samenhang centraal staat tussen tafelsommen (6x7), de corresponderende 'grote tafelsommen' (6x70) en verwante 'splitssommen' (6x17).


Maak de keersommen.

6 × 7 =	6 × 70 =	6 × 17 =
8 × 4 =	8 × 40 =	8 × 14 =
7 × 8 =	7 × 80 =	7 × 18 =
9 × 6 =	9 × 60 =	9 × 16 =
4 × 9 =	4 × 90 =	4 × 19 =

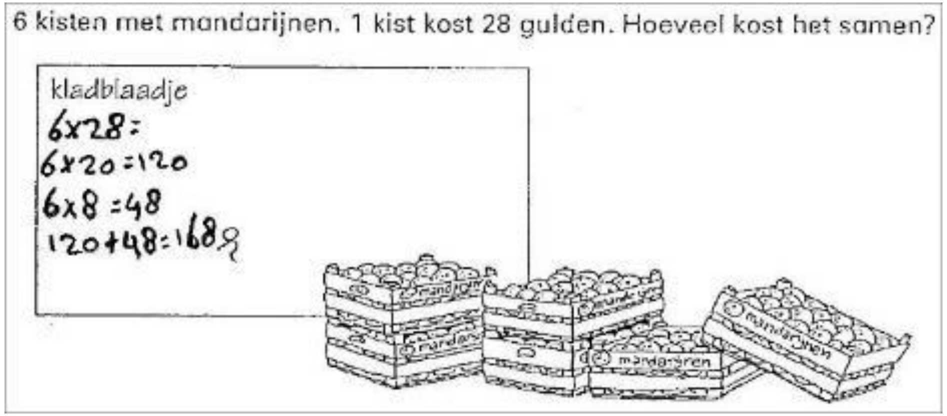
Bron: Wereld in Getallen, Rekenboek 5B

Splitsstrategie als basisstrategie (6x248 via 6x200, 6x40 en 6x8)

- Onderbouwing met behulp van geld of rechthoekmodel
- Onderhouden en oefenen van tafelkennis
- Kolomsgewijze procedure als sluitstuk; aandacht voor schatten

Kolomsgewijze procedure als sluitstuk; aandacht voor schatten

Bij de eerste verkenning van de splitsstrategie wordt de wijze waarop de leerlingen hun berekening noteren, veelal min of meer opengelaten. Dit leidt gewoonlijk tot een aantal licht verschillende notatiewijzen. Ook het aantal genoteerde tussenstappen kan variëren.


6 kisten met mandarijnen. 1 kist kost 28 gulden. Hoeveel kost het samen?

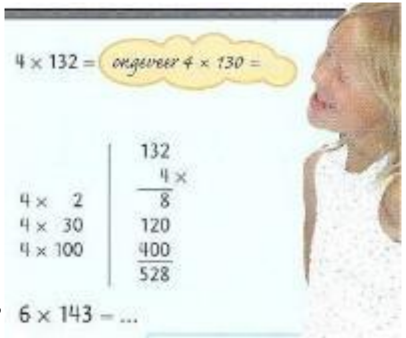
kladblaadje
6x28=
6x20=120
6x8=48
120+48=168


6 kisten met mandarijnen. 1 kist kost 28 gulden. Hoeveel kost het samen?

kladblaadje 6x28
6x20=120
6x8=48
168

Naarmate de getallen groter worden (met name als het tweede getal boven de 100 komt), wordt de behoefte groter aan een vast notatieschema en een daarmee corresponderende vaste werkwijze. Daarom wordt in de loop van groep 6 doorgaans de kolomsgewijze procedure geïntroduceerd. Aanvankelijk wordt daarbij 'van groot naar klein' gewerkt (eerst de honderdtallen, dan de tientallen en tenslotte de eenheden), naderhand 'van klein naar groot'; dit laatste met het oog op de overgang naar de cijferprocedure die veelal in de tweede helft van groep 6 plaatsvindt (zie vijfde leerstap).

Er zijn overigens ook methoden waarin de kolomsgewijze procedure niet wordt behandeld en waarin vanuit het hoofdrekenen direct de overgang naar het cijferen wordt gemaakt. Bij dit alles komt meestal ook het schatten van uitkomsten aan de orde, in eerste instantie vooral als een waardevol hulpmiddel om deze uitkomsten qua orde van grootte te controleren. Naderhand groeit schattend rekenen echter uit tot een op zichzelf staande leerlijn waarbij de leerlingen steeds verder vertrouwd raken met het gebruik van diverse schatstrategieën.



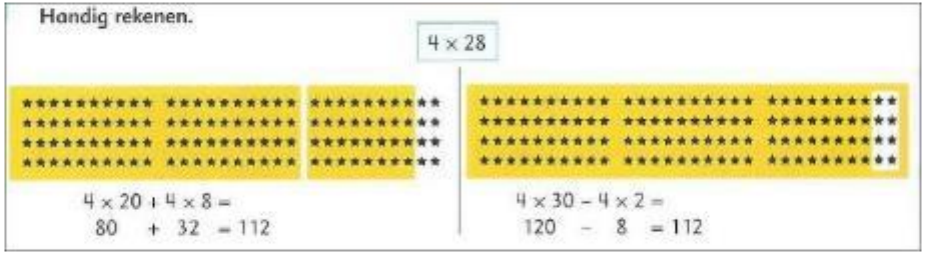
Bron: Alles Telt, leerlingenboek 6B

Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

- Gerichte aandacht voor strategieën zoals 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen
- Regelmatige interactieve oefenactiviteiten
- Toepassen bij het delen van de kennis van handig vermenigvuldigen

Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

Vanaf een zeker moment, meestal in de eerste helft van groep 6, gaat er in het onderwijs veel aandacht uit naar het verkennen en inoefenen van de splitsstrategie, waarbij een overgang naar de kolomsgewijze procedure plaatsvindt (zie derde leerstap). Dat wil niet zeggen dat het gebruik van hoofdrekenstrategieën vanaf dat moment niet meer van belang is. Integendeel, doorgaans is er blijvende en systematische aandacht voor zulke strategieën. Vooral het 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen komen aan bod. Dit is niet alleen belangrijk omdat hoofdrekenvaardigheid op zichzelf een essentieel onderwijsdoel blijft, maar ook omdat dit voor andere domeinen zoals het rekenen met geld en met kommagetallen van grote waarde is.

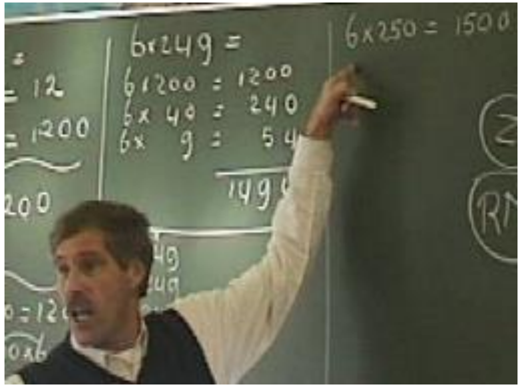


Bron: Alles Telt, Leerlingenboek 6A

Belangrijk daarbij is dat er een zekere balans is in het onderwijs, in die zin dat de splitsstrategie steeds meer de status van een altijd bruikbare basisstrategie krijgt terwijl de leerlingen daarnaast tot op zekere hoogte vertrouwd raken met verschillende hoofdrekenstrategieën. Bij dit laatste is het weer van belang dat de leerlingen enig inzicht in deze strategieën verwerven en dat er dus aandacht is voor het onderbouwen daarvan via bijvoorbeeld het groepjesmodel en het rechthoekmodel.

Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5b

Tenslotte is het van waarde dat er ruimte in het onderwijs is voor korte, interactieve oefenactiviteiten en voor het toepassen van de kennis met betrekking tot het handig vermenigvuldigen bij het delen.



Vermenigvuldigen met grotere getallen

Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

- Gerichte aandacht voor strategieën zoals 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen
- Regelmatige interactieve oefenactiviteiten
- Toepassen bij het delen van de kennis van handig vermenigvuldigen

▪ Gerichte aandacht voor strategieën zoals 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen

Reken uit.

5 × 15 =	6 × 80 =	900 = 9 × ...	3500 = 500 × ...
5 × 150 =	6 × 800 =	360 = 9 × ...	9000 = 1000 × ...
5 × 105 =	60 × 80 =	210 = 7 × ...	3600 = 400 × ...
5 × 75 =	600 × 8 =	540 = 6 × ...	2700 = 3 × ...
5 × 45 =	6 × 108 =	630 = 7 × ...	4500 = 5 × ...

Bron: Wereld in Getallen, Rekenboek 6A

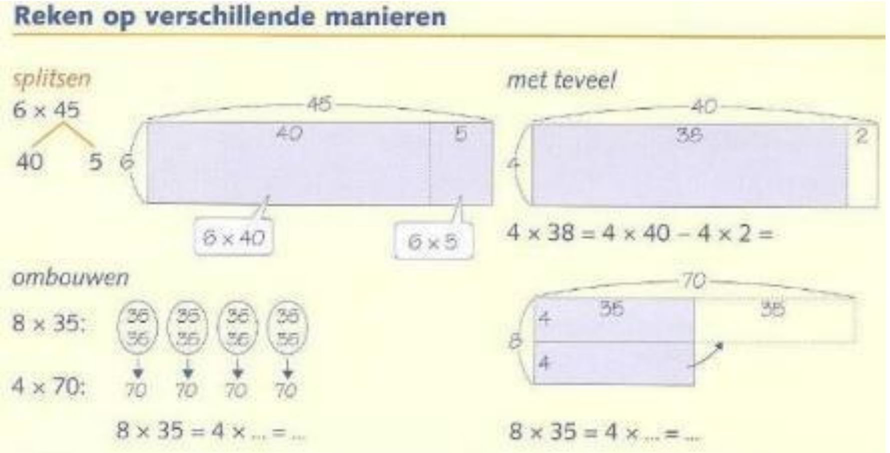
Parallel aan het steeds verder inoefenen van de splitsstrategie worden gewoonlijk drie typen hoofdrekenstrategieën aan de orde gesteld. Kort gezegd komen deze neer op:

- nullen rijgen (20x50 via gebruik van de tienregel: 2x5 is 10; 2x50 is 100; 20x50 is 1000);
- compenseren (6x249 via 6x250 min 6x1);
- halveren-verdubbelen (8x75 via 4x150 en 2x300).

Bij alle drie deze typen gaat het om strategieën die specifiek in bepaalde situaties bruikbaar zijn. Voor wat betreft het eerstgenoemde type zijn dit vooral opgaven met ronde getallen (20x50, 12x40, 250x6). Het compenseren is vooral handig in het geval van bijna ronde getallen, inclusief geldsituaties zoals bij 4x€2,95. En halveren-verdubbelen is met name handig in situaties waarbij het ene getal makkelijk verdubbeld en het andere makkelijk gehalveerd kan worden.

Net als bij de tienregel (tweede leerstap) is het aan te bevelen om aandacht aan de onderbouwing van deze strategieën te besteden, zodat de leerlingen het nodige inzicht verwerven.

Daarnaast is het belangrijk dat er een zekere balans is in het onderwijs waarbij de leerlingen de splitsstrategie steeds meer als een altijd bruikbare basisstrategie gaan zien terwijl ze daarnaast al naar gelang de eigen voorkeur en de situatie hoofdrekenstrategieën leren gebruiken. Het kan hierbij helpen als de verschillende strategieën ook namen krijgen die voor de leerlingen duidelijk herkenbaar zijn (zoals 'met teveel' en 'ombouwen' in de methode Rekenrijk).

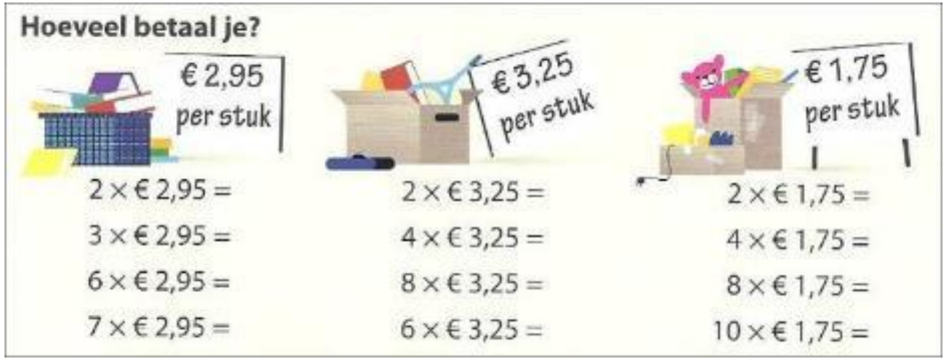


Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 6a

Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

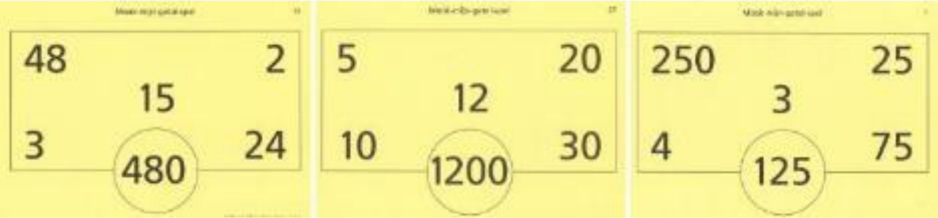
- Gerichte aandacht voor strategieën zoals 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen
- Regelmatige interactieve oefenactiviteiten
- Toepassen bij het delen van de kennis van handig vermenigvuldigen

▪ Regelmatige interactieve oefenactiviteiten

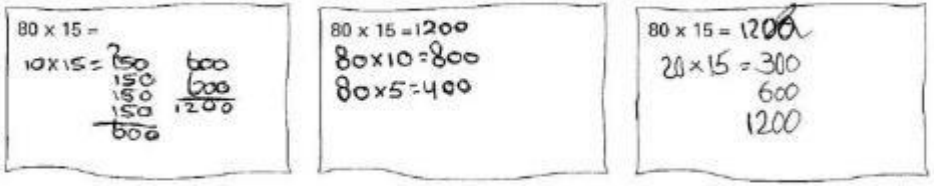

Hoeveel betaal je?

€ 2,95 per stuk	€ 3,25 per stuk	€ 1,75 per stuk
2 × € 2,95 =	2 × € 3,25 =	2 × € 1,75 =
3 × € 2,95 =	4 × € 3,25 =	4 × € 1,75 =
6 × € 2,95 =	8 × € 3,25 =	8 × € 1,75 =
7 × € 2,95 =	6 × € 3,25 =	10 × € 1,75 =

Als de verschillende vermenigvuldigstrategieën eenmaal zijn verkend, is het zaak deze regelmatig aan de orde te laten komen via korte, interactieve activiteiten. Dat kan aan de hand van één of twee rijtjes opgaven uit de methode, maar ook via rijtjes bordopgaven of meer open opdrachten waarbij de leerlingen bij een getal als 240 of 600 zelf passende vermenigvuldigingen bedenken.



Ook zijn er allerlei spelactiviteiten mogelijk, zoals het 24-spel of het spel ‘Maak mijn getal’ (afkomstig uit de methode Wis en Reken). Bij dat laatste spel dient het getal in de cirkel via optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen 'gemaakt' te worden met behulp van de getallen in de rechthoek, waarbij elk getal slechts één keer gebruikt mag worden. Belangrijk daarbij is dat de activiteiten interactief zijn, dat wil zeggen dat er veel ruimte is voor onderlinge uitwisseling van strategieën, voor het verwoorden daarvan en voor het samen van gedachten wisselen over de juistheid of mate van handigheid van een strategie.



Blijvende aandacht voor handige hoofdrekenstrategieën

- Gerichte aandacht voor strategieën zoals 'nullen rijgen', compenseren en halveren-verdubbelen
- Regelmatige interactieve oefenactiviteiten
- Toepassen bij het delen van de kennis van handig vermenigvuldigen

Toepassen bij het delen van de kennis van handig vermenigvuldigen

Op een elementair niveau zijn de leerlingen zich al eerder bewust geworden van de mogelijkheid om hun kennis van het vermenigvuldigen toe te passen bij het delen (42:6=7 want 7x6=42; zie leerlijn Delen). Maar ook op een hoger niveau zijn daar veel mogelijkheden voor. Dat betreft met name situaties waarbij de leerlingen grotere delingen verkennen en zich bewust worden dat je de strategie van het 'op-vermenigvuldigen' kunt gebruiken.

Bijvoorbeeld, in het geval van '56 stickers verdelen over 4 kinderen': 10x4 is 40; 4x4=16; uitkomst dus 14 stickers. Of, op een wat basaler niveau: 11x4=44, 12x4=48, 13x4=52, 14x4=56, dus antwoord 14. Bij de verkenning van dergelijke situaties is het aan te bevelen de leerlingen bewust te maken van deze strategie van het op-vermenigvuldigen.

Naderhand kan dit overgaan in het gebruik van een vergelijkbare vorm van splitsen als bij het vermenigvuldigen: 56:4= ..; 40:4=10; 16:4=4; uitkomst 14.

Verder kunnen de leerlingen hun vermenigvuldigkennis toepassen bij het delen met ronde getallen. Vanuit een context als die van tegelpleintjes kunnen ze nader bewust worden gemaakt van het feit dat je een opgave als 300:6 of 1800:30 makkelijk via de corresponderende vermenigvuldiging kunt uitrekenen. Immers, 50x6 is 300, dus 300:6 is 50. Een manier om dit te stimuleren kan zijn om rijtjes vermenigvuldig- en deelopgaven met ronde getallen naast elkaar aan de orde te laten komen.

Bron:

Pluspunt, Lesboek groep 6

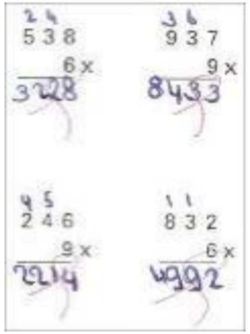
Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

- Overgang van kolomsgewijze procedure naar cijferprocedure
- Aandacht voor schatten en globaal controleren van uitkomsten
- Flexibel rekenen als einddoel

Bron: Wereld in Getallen, Rekenboek 7A

De cijferprocedure voor het vermenigvuldigen van een ééncijferig met een meercijferig getal vormt in een bepaald opzicht een sluitstuk van deze leerlijn. Die procedure wordt gewoonlijk in de loop van groep 6 of groep 7 als een verdere verkorting van de kolomsgewijze procedure geïntroduceerd en ingeoefend. Bij deze overgang is het belangrijk aandacht te besteden aan de overeenkomsten en verschillen tussen beide soorten procedures. Beide kunnen worden opgevat als een vorm van splitsen. Maar bij de kolomsgewijze aanpak wordt vooral aanvankelijk ‘van groot naar klein’ gewerkt, terwijl bij het cijferen ‘van klein naar groot’ wordt gewerkt.



Bovendien wordt bij deze laatste procedure niet met getalwaarden gewerkt (6x538 via 6x8, 6x30 en 6x500) maar met cijfers oftewel positiewaarden (6x538 via 6x8 is 48, 8 opschrijven 4 onthouden; 6x3 is 18 plus 4 is 22, 2 opschrijven 2 onthouden; enz.). Hierbij is het belangrijk om ook aandacht aan het schatten van uitkomsten te besteden. In het geval van 6x538: 6x500 is 3000, 6x38 is ruim 200, dus bij elkaar moet de uitkomst ruim 3200 zijn.

In een ander opzicht vormt de cijferprocedure echter niet hét sluitstuk van de leerlijn. Voornaamste doel is immers dat de leerlingen met een zekere flexibiliteit vermenigvuldigopgaven leren oplossen, al naar gelang de situatie en de eigen voorkeur kiezend voor een standaardprocedure (kolomsgewijs of cijferend) of een hoofdrekenstrategie. Daarom is het belangrijk de leerlingen regelmatig gevarieerde opgaven voor te leggen en te bespreken wat voor strategieën daarbij zoal in aanmerking komen.

Overgang van kolomsgewijze procedure naar cijferprocedure

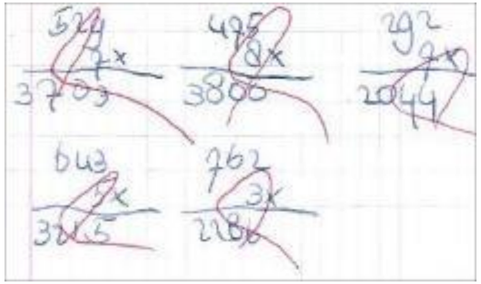
Bij de introductie van de cijferprocedure is het belangrijk dat de leerlingen het redeneren met cijfers goed oppakken en zich iets leren voorstellen bij de handelingen van het 'zoveel opschrijven, zoveel onthouden'. Veelal wordt de betekenis van deze handelingen via gerichte instructie door de leerkracht uit de doeken gedaan, waarbij de relatie met de handelingen van het kolomsgewijs rekenen wordt gelegd.

Bron: Alles Telt, Leerlingenboek 7A

Eerst wordt bij een opgave als 8x34 nog eens vastgesteld hoe je via de kolomsgewijze procedure tewerk kunt gaan. Daarna wordt gedemonstreerd hoe dit via de cijferaanpak kan, waarbij de getallen in een positieschema staan genoteerd en waarbij nog eens wordt vastgesteld dat 34 uit 4 lossen (eenheden) en 3 tientallen bestaat.

'Nu doen we eerst 8 keer 4 is 32 eenheden; dat zijn 2 eenheden (dat schrijf ik op) en nog 3 tientallen, die zet ik in de kolom van de tientallen (idem). Dan 8x3 is 24 tientallen plus die 3 tientallen is 27 tientallen; dat zijn 7 tientallen en 2 honderdtallen. (…)''

Op een vergelijkbare manier kan uitleg worden gegeven over het geval van een ééncijferig maal een driecijferig getal zoals bij 7x529. In eerste instantie worden de te onthouden cijfers als geheugensteuntje boven de betreffende kolom in de berekening genoteerd, naderhand kan dit achterwege blijven. Om het inzicht goed van de grond te krijgen, kan in eerste instantie ook van een geldsituatie worden uitgegaan (8 schoolboeken van 34 euro). De begrippen lossen, tientallen en honderdtallen kunnen daarmee een concretere inhoud krijgen. De handelingen van het 'zoveel opschrijven, zoveel onthouden' zijn de leerlingen natuurlijk al enigszins bekend van het cijferend optellen, en daarom kan ook hiermee een relatie worden gelegd. Om tot een goede beheersing van de cijferprocedure te komen, is het belangrijk dat de leerlingen hier regelmatig en intensief mee oefenen.



Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

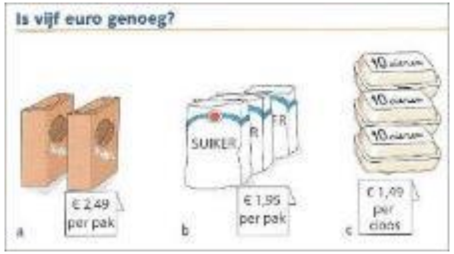
- Overgang van kolomsgewijze procedure naar cijferprocedure
- Aandacht voor schatten en globaal controleren van uitkomsten
- Flexibel rekenen als einddoel

▪ Aandacht voor schatten en globaal controleren van uitkomsten

Het rekenen dat in de lagere leerjaren centraal staat, is bijna uitsluitend precies rekenen. De leerlingen worden immers geacht precies te kunnen uitrekenen hoeveel 6x7 en 82-35 is, en niet hoeveel de uitkomst ongeveer is. Naarmate de getallen groter en complexer worden, ontstaat echter meer behoefte om ook een schatting van uitkomsten te maken. Gebeurt dit vooraf, dan geeft het al enige indicatie van de orde van grootte van een uitkomst; gebeurt het achteraf, dan biedt het de mogelijkheid om zo'n uitkomst globaal te controleren. Zodoende kan een leerling beter greep op het precieze rekenwerk houden.
Omdat leerlingen uit zichzelf niet altijd zo gauw tot schatten komen, verdient het aanbeveling om hier apart aandacht aan te besteden. Vanuit een geldsituatie kan de meest elementaire schatstrategie, die van het redeneren met ronde getallen, worden verkend. Bijvoorbeeld:

4 balpennen van €0,58, dat is 4x€0,58≈4x€0,60 dus ongeveer €2,40.

Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5b



Bron: Rekenrijk, Leerlingenboek 5b

Ook zijn er vaak situaties waarin wordt gevraagd of een bepaald bedrag genoeg is om bepaalde aankopen te doen. In principe is het dan mogelijk om precies te rekenen, maar schattend rekenen gaat vaak sneller en efficiënter. Bijvoorbeeld: 5 euro is niet genoeg om 3 pakken suiker van €1,95 te kopen, want 'het is bijna 3x2 is 6 euro'. Uitbreidingen naar grotere getallen liggen voor de hand. Bijvoorbeeld: 4 dagkaarten van €34,95 kosten ongeveer 4x€35 is €140.

Bron: Wereld in Getallen, rekenboek 6B

Via dergelijke oefeningen krijgen de leerlingen steeds meer gevoel voor de orde van grootte van uitkomsten. Bovendien wordt hiermee een basis gelegd voor het schattend rekenen als aparte leerlijn (groep 7, 8).

Standaardprocedure van het cijferen, schatten, flexibel rekenen

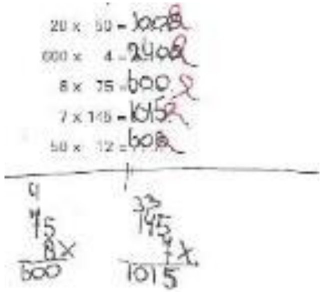
- Overgang van kolomsgewijze procedure naar cijferprocedure
- Aandacht voor schatten en globaal controleren van uitkomsten
- Flexibel rekenen als einddoel

Flexibel rekenen als einddoel

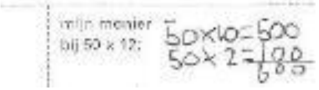
Om de leerlingen goed vertrouwd te maken met de cijferprocedure is het van belang om deze gedurende enige tijd centraal te stellen in het onderwijs. Net als eerder bij het optellen en aftrekken dient naderhand dan een zekere flexibilisering tot stand te komen waarbij de leerlingen zich bewust worden dat je al naar gelang de situatie voor een hoofdrekenstrategie, de kolomsgewijze procedure of de cijferprocedure kunt kiezen; en dat je dit mede laat afhangen van de getallen in een opgave en van de structuur van de opgave. Soms kun je immers volstaan met één vermenigvuldiging (zoals bij de appelopgave en de papieropgave hiernaast), maar soms dienen er meerdere bewerkingen uitgevoerd te worden (de krattenopgave en de tracteeropgave). Het is dan ook van grote waarde om de leerlingen van tijd tot tijd korte reeksen gevarieerde opgaven voor te leggen en ze bewust te laten nadenken over de vraag: wat voor strategie ga ik gebruiken?

Bron: Wis en Reken, wisboek 7A

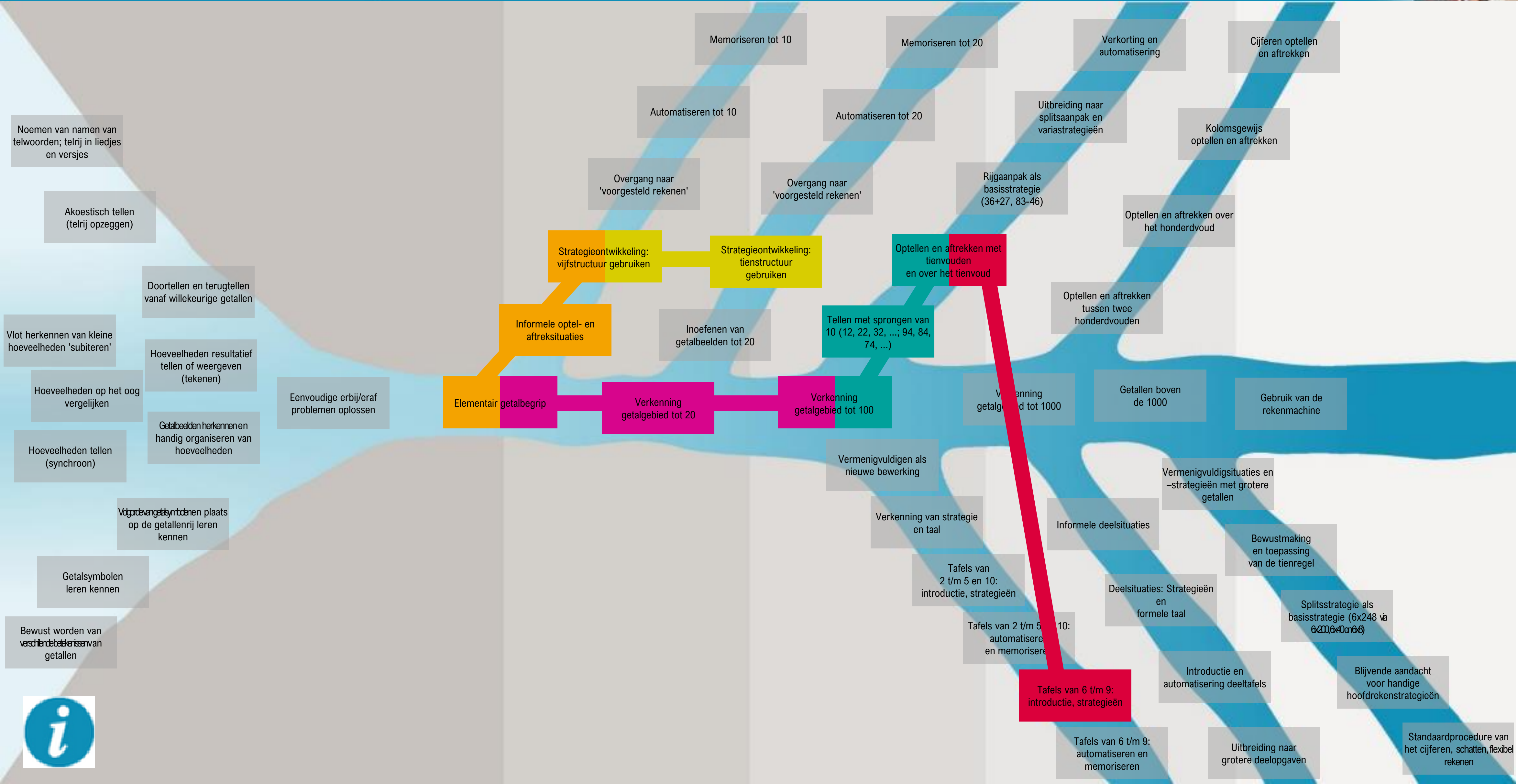
Daarbij is het dan ook nog van belang dat ze ermee vertrouwd raken passende hulpnotaties te gebruiken zoals een vast notatieschema bij het gebruik van de kolomsgewijze procedure en de cijferprocedure. Bij het gebruik van een hoofdrekenstrategie kan dit een enkele tussenstap of –antwoord zijn terwijl er, afhankelijk van de leerling, soms direct uit het hoofd gewerkt kan worden. Het is dan ook aan te bevelen om steeds ruimte voor dergelijke gevarieerde hulpnotaties te bieden.



Het gericht vragen naar de gebruikte strategie bij een bepaalde opgave zoals 50x12 hiernaast, kan waardevolle aanvullende informatie over het strategiegebruik geven.



Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang



Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

Samenhang binnen en tussen leerlijnen

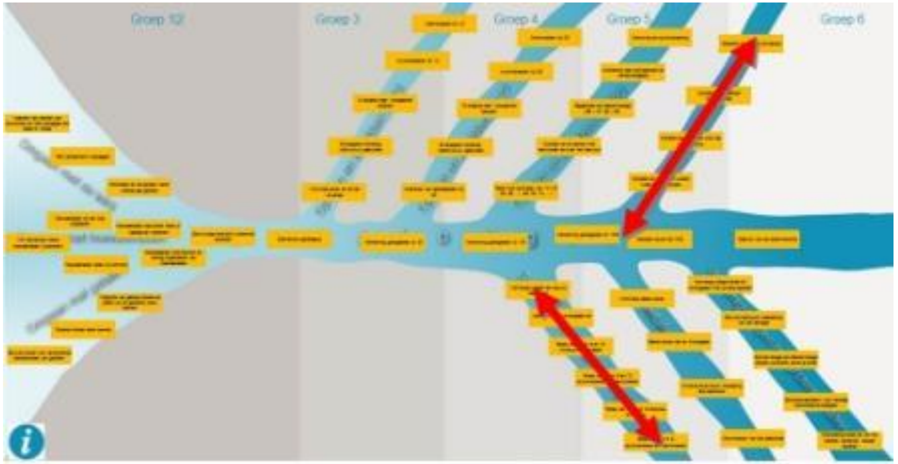
In Digilijn rekenen zijn de belangrijkste leerlijnen uit het domein getallen voor groep 3 tot en met 6 van het basisonderwijs beschreven. Naast de samenhang binnen de leerlijnen zelf zijn ook de dwarsverbanden tussen leerlijnen belangrijk.

Samenhang tussen stappen binnen een leerlijn

Er zijn verbanden tussen stappen binnen een leerlijn, waarbij iedere volgende stap logisch volgt op de voorgaande. Zie de pijlen in de afbeelding als voorbeelden.

Bij samenhang binnen een leerlijn stellen we ons de volgende vragen:

- Wat hebben voorafgaande leerstappen in de leerlijn met de huidige leerstap te maken?
- Wat is het doel van de huidige leerstap? En hoe bereidt de huidige leerstap voor op komende stappen?
- Hoe bouwt een volgende leerstap op de huidige stap voort?



Voorbeelden van samenhang tussen stappen binnen leerlijn

In de leerlijnbeschrijvingen zijn deze stappen en het verband ertussen beschreven. Om goed op de onderwijsbehoeftes van leerlingen te kunnen inspelen is van belang dat je een globaal beeld hebt van deze afzonderlijke leerlijnen.

Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

Samenhang binnen en tussen leerlijnen (2)

Samenhang tussen leerlijnen

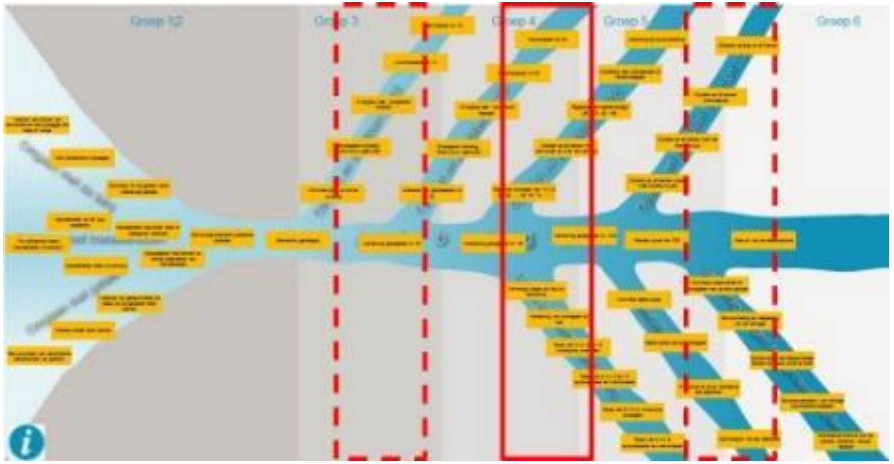
Soms kan de oorzaak van een probleem binnen de ene leerlijn liggen in het (nog) niet of onvoldoende beheersen van benodigde vaardigheden in een andere leerlijn. Het zoeken van oplossingen binnen een leerlijn zal dan niet veel effect hebben.

Naast samenhang binnen een leerlijn is er dus ook sprake van samenhang tussen leerlijnen:

A. Samenhang tussen min of meer gelijktijdig te doorlopen leerlijnen, zoals de leerlijn Optellen en aftrekken tot 100 en de leerlijn Tafels van vermenigvuldiging
B. Samenhang tussen leerlijnen die op elkaar volgen, zoals de leerlijnen Optellen en aftrekken tot 10, Optellen en aftrekken tot 20 en Optellen en aftrekken tot 100

A. Samenhang tussen min of meer gelijktijdig te doorlopen leerlijnen

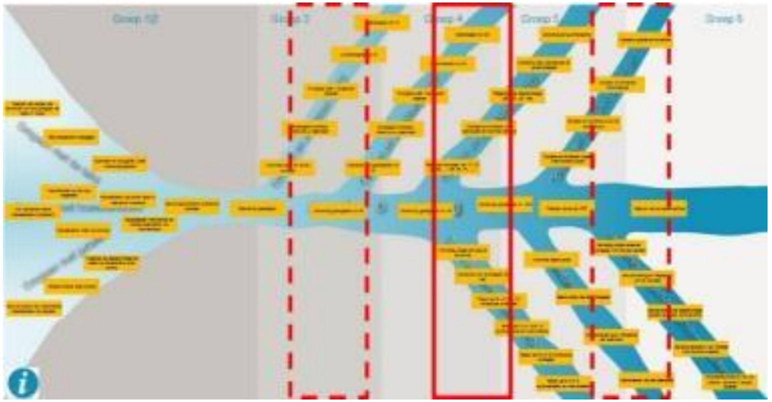
Om de samenhang tussen gelijktijdig te doorlopen leerlijnen zichtbaar te maken kun je een denkbeeldige 'rechthoek' over het overzicht leggen:



Voorbeeld van samenhang tussen stappen in leerlijnen die tegelijkertijd aan bod komen

Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

Samenhang binnen en tussen leerlijnen (3)



De rechthoek geeft een globale indruk van de onderwerpen die in een periode tegelijkertijd aan bod komen. De linkerkant van de rechthoek geeft het begin van de periode aan, de rechterkant het eind. De rechthoek kun je van links naar rechts over het overzicht schuiven, zodat verschillende 'samenhangen' zichtbaar worden.

Stel bijvoorbeeld het is eind november en je geeft les aan groep 5. Aan het overzicht is te zien, dat op dat moment de automatisering van de tafels van 2 t/m 5 ongeveer afgerond moet zijn.

Tegelijkertijd worden de tafels van 6 t/m 9 geïntroduceerd. Het gaat dan nog om de samenhang binnen een leerlijn.
Trekken we de lijn door naar boven, dan zien we dat op hetzelfde moment ook andere belangrijke leerlijnen volop aandacht krijgen. Bijv. de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 100' waarin de rijgstrategie als basisaanpak om de moeilijkste sommen op te lossen (36+27 vs. 83-46) alle aandacht krijgt. En in de leerlijn 'Optellen en aftrekken boven de 100' is een start gemaakt met de verkenning van het getalgebied tot 1000.

We stellen ons hier de volgende vragen:

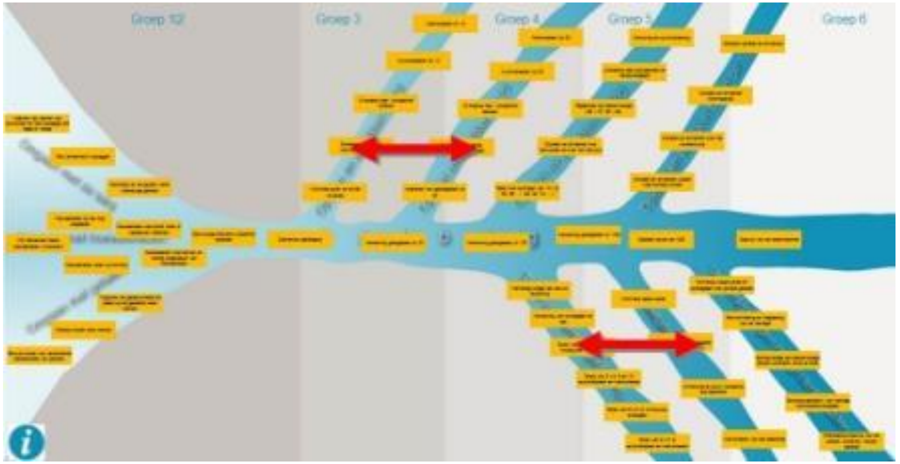
- Hoe draagt een leerstap (of leerstappen) binnen de ene leerlijn bij aan het soepel doorlopen van een leerstap (of leerstappen) binnen een andere leerlijn die min of meer op hetzelfde moment aan de orde komt?
- Hoe kunnen knelpunten binnen de ene leerlijn een gevolg zijn van het nog niet voldoende beheersen van een leerstap binnen een andere leerlijn?

Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

Samenhang binnen en tussen leerlijnen (4)

B. Samenhang tussen leerlijnen die op elkaar volgen

Naast samenhang tussen leerlijnen die ongeveer op hetzelfde moment aan de orde zijn, is er ook sprake van samenhang tussen leerlijnen die op elkaar volgen. Denk bijvoorbeeld aan samenhang tussen de leerlijnen 'Optellen en aftrekken tot 10; tot 20; tot 100 en boven de 100'. Deze samenhang leidt tot min of meer horizontale lijnen in het overzicht (zie de voorbeeldpijlen in de afbeelding).



Samenhang tussen leerlijnen die op elkaar volgen

De horizontale pijlen geven een tijdsaspect aan. Hoe verder naar rechts in het overzicht, hoe verder in de tijd. Dit maakt het mogelijk terug te kijken naar de opbouw van leerlijnen die al aan bod geweest zijn en om vooruit te kijken naar vergelijkbare stappen in toekomstige leerlijnen.

Deze horizontale lijnen laten ook zien dat de leerlijnen globaal gesproken steeds dezelfde opbouw hebben, namelijk van getalbegrip, via strategiegebruik naar formeel rekenen.

Als dit principe door leerkrachten in de opeenvolgende leerjaren goed wordt opgepakt, maakt het ook een goed inhoudelijk gesprek in een team mogelijk.

Lijnen rekenen groep 1 t/m 6 - voorbeelden van samenhang

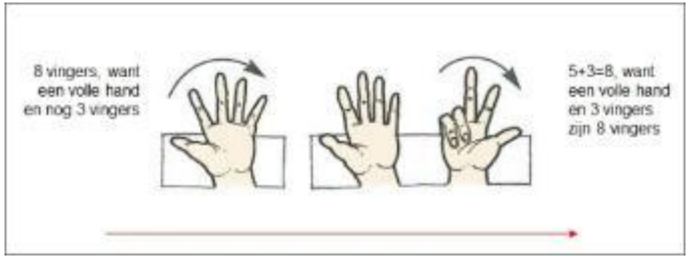
Samenhang binnen en tussen leerlijnen (5)

Samenhang kan betrekking hebben op hulpmiddelen met een zelfde structurering zoals vingerbeelden (Optellen en aftrekken tot 10), eierdozen en rekenrek (Optellen en aftrekken tot 20), en de kralenketting met 100 kralen (Optellen en aftrekken tot 100), die allen een vijf en tienstructuur hebben.
Op het moment dat het rekenrek wordt ingezet bij het rekenen tot 20, kan teruggegrepen worden op de kennis over de vijfstructuur aan de hand van vingerbeelden. Als de kralenketting, met 100 kralen en een structurering in groepjes van 10, wordt geïntroduceerd, kan teruggegrepen worden op de structuur van de eierdozen.
Ook komen modellen die in de ene leerlijn zijn onderbouwd terug in toekomstige leerlijnen. Denk bijvoorbeeld aan de lege getallenlijn die bij Optellen en aftrekken tot 100 is geïntroduceerd maar ook wordt ingezet bij het toepassen van de rijgstrategie bij het rekenen tot 1000.

Samenhang

Samenhang binnen de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 10'

- STAP Elementair getalbegrip
- STAP Informele optel- en aftreksituaties
- STAP Strategieontwikkeling: gebruik vijfstructuur



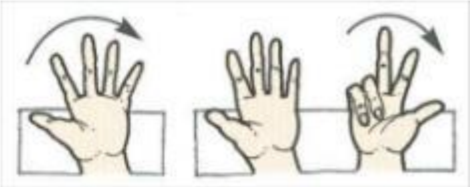
Er is eerst een basis gelegd voor getalbegrip met betrekking tot getallen tot en met 10. Het betreft verkennen van de telrij, tellen van hoeveelheden, structureren en positioneren van getallen. Met name bij het tellen van hoeveelheden en het structureren is ook al min of meer sprake van informele optel- en aftreksituaties. Immers, een leerling die 8 paaseitjes structureert in een groepje van 5 en een groepje van 3 en vervolgens zegt dat het (5), 6,7,8 is, is informeel aan het optellen. Hetzelfde geldt voor het gebruikmaken van de vingerbeelden als representatie van een situatie: vijf vingers en nog drie vingers zijn samen acht vingers. Het is overigens niet vanzelfsprekend dat leerlingen dit ook als zodanig ervaren. In de rekenles dient hier nadrukkelijk aandacht aan te worden besteed. Niet altijd wordt automatisch de link gelegd tussen de vingerbeelden en de bijbehorende som.

Het één voor één tellen van vingers wordt gevolgd door het verkennen en verwoorden van vingerbeelden, waarbij de vijf als ankerpunt fungeert. Door de gedegen verkenning kan het één voor één tellen van vingers steeds vaker vervangen worden door het gebruikmaken van vingerbeelden. Ook hier geldt dat leerlingen gestimuleerd moeten worden om het tellen los te laten en te vertrouwen op hun kennis over vingerbeelden.

Samenhang

Samenhang tussen leerlijnen die op elkaar volgen

- STAP Strategieontwikkeling: vijfstructuur gebruiken uit de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 10'
- STAP Strategieontwikkeling: tienstructuur gebruiken uit de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 20'



Bij optellen en bij aftrekken wordt veelal een hulpmiddel zoals de vingerbeelden of het rekenrek ingezet om de leerlingen een overgang naar het structurerend rekenen te laten doormaken. Bij het optellen en aftrekken tot 10 wordt daarbij vooral de vijfstructuur gebruikt, bij het optellen en aftrekken tot 20 vooral de tienstructuur. Bijvoorbeeld: '5 (volle hand), 3 erbij is 8 (volle hand en nog 3)'. Idem: '7 (op de bovenste stang), 6 erbij (op de onderste stang); dat wordt 7 en 3 is 10; en nog 3 is 13'. Zowel voor de handen als voor het rekenrek geldt dat kinderen zeker niet automatisch gebruikmaken van de structuur die in het materiaal besloten ligt. Hier moet in de les nadrukkelijk aandacht aan worden besteed.

Hebben leerlingen de overgang naar het structurerend rekenen bij het optellen en aftrekken tot 10 goed gemaakt (ondersteund door de leerkracht en door de gezamenlijke besprekingen van handige oplossingsmanieren), dan kan dit later bij het optellen en aftrekken tot 20 een positief effect hebben doordat een vergelijkbare voorspoedige ontwikkeling wordt doorgemaakt.

Samenhang

Samenhang binnen de leerlijn 'Getalbegrip'

- STAP Elementair getalbegrip
- STAP Verkenning getalgebied tot 20
- STAP Verkenning getalgebied tot 100

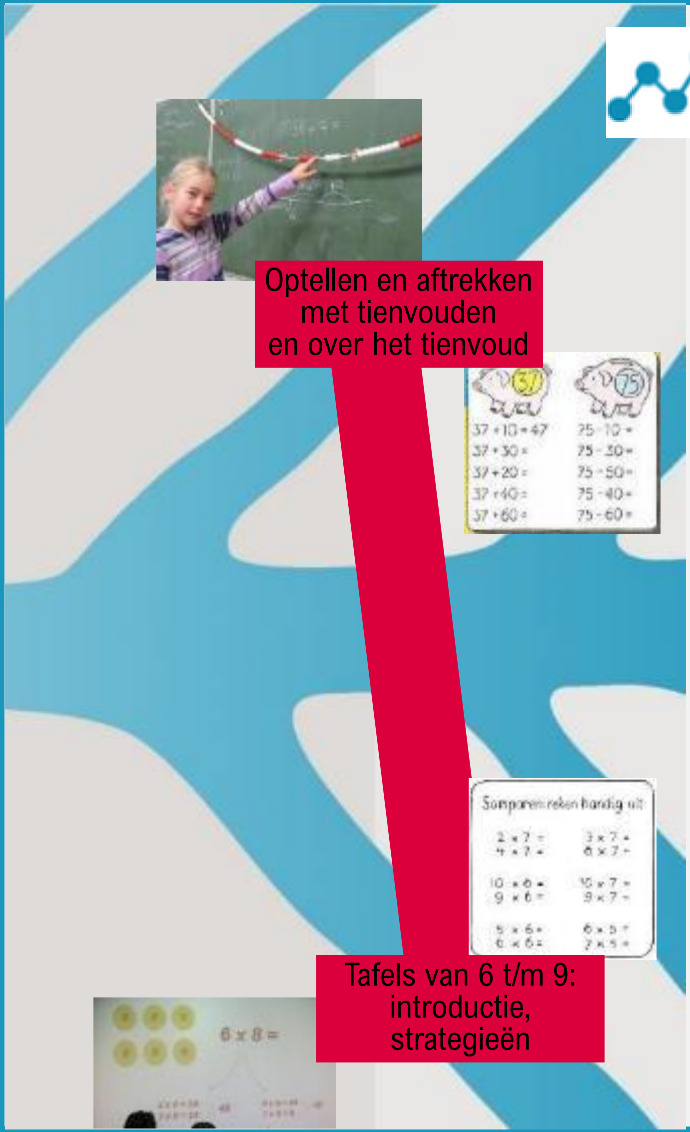
De 'leerlijn' getalbegrip is minder goed in opeenvolgende stappen te verdelen dan de andere leerlijnen. Er is veeleer sprake van een concentrische opbouw waarbij steeds dezelfde aspecten een rol spelen, maar binnen steeds een groter getallengebied. Het betreft: het verkennen van de telrij, het tellen van hoeveelheden, het structureren van hoeveelheden en positioneren van getallen. Bij elementair getalbegrip beperkt het getallengebied zich tot getallen tot 10 (met af en toe een uitstapje naar grotere getallen). Daarna breidt het getallengebied zich uit tot 20 en tot 100.

Samenhang

Samenhang binnen de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 100'

- STAP Verkenning getalgebied tot 100
- STAP Tellen met sprongen van 10
- STAP Optellen en aftrekken met tienvouden

De leerlingen oriënteren zich eerst op het uitspreken en noteren van getallen tot 100, en op het verder tellen en terugtellen. De klassikale getallenlijn met de tienvouden kan daarbij als ondersteuning dienen. Vervolgens doen ze ervaring op met het tellen van grote hoeveelheden tot 100. De telrij tot 100 komt daarbij op natuurlijke wijze naar voren. Bij het structureren van de hoeveelheden hebben ze geleerd dat het indelen van grote hoeveelheden in groepjes van 5 of 10 een handige telstrategie kan zijn.
Een belangrijke vervolgstap is het tellen met sprongen van 10 vanaf een willekeurig getal. Bijv. **12**, 22, 32, …; **94**, 84, 74, … Daarbij kan een duidelijk verband worden gelegd met het structureren van hoeveelheden uit de vorige stap. Als de leerling bijvoorbeeld een hoeveelheid knikkers heeft verdeeld in 5 groepjes van 10 en nog 7 losse knikkers, kunnen hier steeds groepjes van 10 knikkers aan worden toegevoegd. Dit is de opstap naar het tellen met sprongen van 10 op de kralenketting en het latere 'droog' tellen met sprongen van 10.
Het goed kunnen tellen met sprongen van 10 vanaf een willekeurig getal is een belangrijke vaardigheid met het oog op het latere rekenen met tienvouden (46+20, 75-30). Om te voorkomen dat het een technisch deuntje wordt, is het van belang dat de leerlingen goed doorzien dat er steeds een groepje van bijvoorbeeld 10 kralen, euro's, knikkers of eieren bijkomt of afgaat.



Samenhang

Samenhang tussen leerlijnen die min of meer tegelijkertijd aanbod komen

- STAP Optellen en aftrekken met tienvouden (34+10, 56-20) en over het tienvoud (36+7, 83-6) uit de leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 100'
- STAP Tafels van 6 t/m 9: introductie, strategieën uit de leerlijn 'Tafels van vermenigvuldiging'

De leerlijn 'Tafels van vermenigvuldiging' hangt sterk samen met de leerlijnen 'Optellen en aftrekken tot 20' en 'Optellen en aftrekken tot 100' enerzijds en met 'Delen' anderzijds. De leerlijn 'Optellen en aftrekken tot 20' is weliswaar afgerond, maar veel leerlingen hebben nog een lange periode van oefening nodig. Met name het automatiseren van sommen met tientaloverschrijding (7+8, 6+7) kost veel tijd. Als leerlingen hier nog moeite mee hebben, kan dat in de weg staan bij het toepassen van strategieën bij het leren van tafels.

Hetzelfde geldt voor het optellen en aftrekken tot 100. Begin groep 5 zijn leerlingen nog volop bezig met het vlot leren toepassen van de rijgstrategie. Het uitrekenen van een som als 28+28 kan dan veel tijd kosten. Er zullen leerlingen zijn die de tafelrij vanaf het begin opzeggen. Dit zijn wellicht ook de wat zwakkere rekenaars. Voor hen geldt dat het rekenen tot 20 ook nog veel tijd kost, doordat de sommen tot 20 niet geautomatiseerd zijn. Het is niet denkbeeldig dat die leerling op primitief telgedrag terugvalt. De 'handige' strategieën bij vermenigvuldigen worden door leerlingen in dit geval helemaal niet als handig ervaren.

Samenhang

Samenhang tussen leerlijnen die min of meer tegelijkertijd aanbod komen (2)

Aan de andere kant is het voor het leren van de deeltafels in groep 6 van belang dat de vermenigvuldigtafels redelijk worden beheerst.

- In het leerlijnoverzicht is te zien, dat in eerdere fases in de leerlijn aan de onderbouwing van deze strategieën is gewerkt. In principe moet de leerling dus begrijpen dat deze strategieën mogelijk zijn en waarom. Natuurlijk is het goed om even te checken of dit ook inderdaad zo is.
- Het toepassen van de strategieën leidt tot de sommen 7+7, 14+7, …, 35+7, 28+28 en 70-14. In de leerlijn optellen en aftrekken tot 100 is te zien dat leerlingen nog volop bezig zijn met het leren uitrekenen van met name de laatstgenoemde sommen.