

Eerste ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade

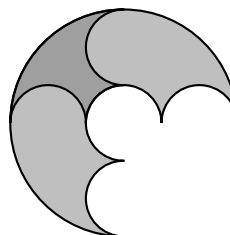
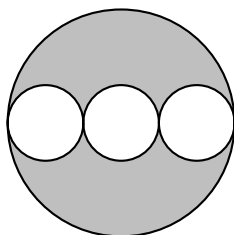


21 januari – 31 januari 2019

- Beschikbare tijd: 2 uur (120 minuten).
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een of meerdere getallen als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte en vereenvoudigde vorm zoals $\frac{11}{81}$, $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$, $\frac{1}{4}\pi + 1$ of 3^{100} .
- Je mag geen rekenmachine gebruiken, geen formulekaart; alleen pen en papier, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Na afloop van de wedstrijd lever je het antwoordformulier, dit opgavenblad en al je kladpapier in. Vanaf 1 februari zijn de opgaven en uitwerkingen te vinden op www.wiskundeolympiade.nl.
- Veel succes!

A-vragen

1. Arthur schrijft vijf verschillende positieve gehele getallen kleiner dan 10 op. Tel je twee van deze vijf getallen bij elkaar op, dan komt daar nooit 10 uit. Welk getal heeft Arthur zeker opgeschreven?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
2. Op een 2019×2019 -schaakbord heerst een besmettelijke ziekte. Elke dag zijn sommige vakjes van het schaakbord ziek en is de rest gezond. Een gezond vakje dat grenst (met een zijde) aan een ziek vakje wordt zelf de volgende dag ziek. Een ziek vakje is altijd de volgende dag weer gezond. Een gezond vakje dat eerder al een keer ziek is geweest, kan opnieuw ziek worden (als hij besmet wordt door een aangrenzend ziek vakje). Op dag 1 is alleen het middelste vakje ziek. Hoeveel vakjes zijn er ziek op dag 100?
A) 200 B) 298 C) 396 D) 9999 E) 10000
3. Uit een cirkelschijf met straal 3 knippen we drie cirkeltjes met straal 1 zoals in de figuur links. Hierdoor valt de cirkelschijf in twee stukken uit elkaar. Het onderste stuk draaien we een kwartslag en leggen we op het bovenste stuk zoals in de figuur rechts. Het gedeelte waar de twee stukken overlappen is wat donkerder gekleurd. Wat is de totale oppervlakte van deze rechter figuur (dus het licht- en donkergrijze deel samen)?
A) 4π B) $\frac{9}{2}\pi$ C) $\frac{19}{4}\pi$ D) 5π E) $\frac{21}{4}\pi$



GA VERDER OP DE ACHTERKANT

4. Er zijn 13 verschillende veelvouden van 7 die uit twee cijfers bestaan. Je wilt een zo lang mogelijke keten maken van deze veelvouden, waarbij twee veelvouden alleen naast elkaar mogen staan als het laatste cijfer van het linker veelvoud gelijk is aan het eerste cijfer van het rechter veelvoud. Je mag elk veelvoud hooguit één keer gebruiken. Zo is $21 - 14 - 49$ een toegestane keten van lengte 3.

Wat is de maximale lengte van een toegestane keten?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

5. In een tabel met twee rijen en vijf kolommen wordt elk van de tien vakjes zwart of wit gekleurd volgens deze regels:

- Twee kolommen die direct naast elkaar staan mogen nooit evenveel zwarte vakjes hebben.
- Twee 2×2 -vierkanten die elkaar in één kolom overlappen mogen nooit evenveel zwarte vakjes bevatten.

Hoeveel mogelijke kleuringen van zo'n tabel bestaan er die aan deze regels voldoen?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 20 E) 24

6. Welk van de volgende getallen is het grootste getal dat je kunt krijgen door de getallen 1, 2, 3, 4 en 5 van elkaar te scheiden door elk van de bewerkingen $+$, $-$, $:$ en \times precies een keer te gebruiken, waarbij je met haakjes mag aangeven in welke volgorde die bewerkingen moeten worden uitgevoerd? Voorbeeld: $(5 - 3) \times (4 + 1) : 2 = 5$.

- A) 21 B) $\frac{53}{2}$ C) 33 D) $\frac{69}{2}$ E) 35

7. Agatha, Isa en Nick hebben alle drie een ander soort fiets. Eén van hen heeft een elektrische fiets, één heeft een racefiets en één heeft een mountainbike. De fietsen hebben elk een andere kleur: groen, blauw of zwart. De drie eigenaren doen elk twee uitspraken, waarvan er één waar is en één onwaar is:

- Agatha zegt: "Ik heb een elektrische fiets. Isa heeft een blauwe fiets."
- Isa zegt: "Ik heb een mountainbike. Nick heeft een elektrische fiets."
- Nick zegt: "Ik heb een blauwe fiets. De racefiets is zwart."

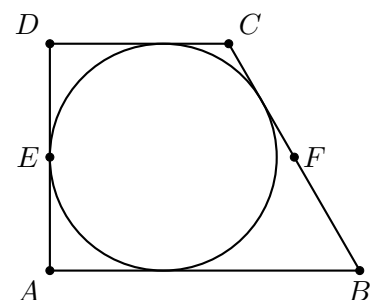
Precies een van de volgende beweringen is met zekerheid waar. Welke?

- A) Agatha heeft een groene fiets. B) Agatha heeft een mountainbike.
C) Isa heeft een groene fiets. D) Isa heeft een mountainbike.
E) Nick heeft een elektrische fiets.

8. Vierhoek $ABCD$ heeft rechte hoeken bij A en D . In de vierhoek past precies een cirkel met straal 10, die aan alle zijden van de vierhoek raakt. Zijde BC heeft lengte 24. Punt E is het midden van AD en punt F is het midden van BC .

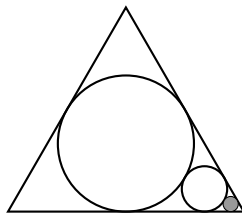
Wat is de lengte van EF ?

- A) $\frac{43}{2}$ B) $\frac{13}{2}\sqrt{11}$ C) $\frac{33}{5}\sqrt{11}$ D) 22 E) $\frac{45}{2}$



B-vragen

1. Maurits fietst elke dag naar school. Hij kan twee verschillende routes kiezen. Route B is 1,5 km langer dan route A, maar doordat hij minder stoplichten tegenkomt onderweg, is zijn gemiddelde snelheid bij route B wel 2 km/u hoger dan bij route A. Daardoor duurt zijn fietstocht via route A precies even lang als via route B.
Hoe lang duurt zijn fietstocht naar school?
2. Als we van een positief geheel getal een of meer cijfers aan het begin en/of eind weglaten en dan weer een positief geheel getal overhouden, dan noemen we dat een *fragment* van het oorspronkelijke getal. Zo zijn 2, 1, 9, 20, 19 en 201 de fragmenten van 2019.
Wat is het kleinste positieve gehele getal n met de eigenschap: er is een fragment van n zodat als je dat fragment optelt bij n zelf, de uitkomst 2019 is?
3. In een gelijkzijdige driehoek is een cirkel getekend die raakt aan de drie zijden van de driehoek. De straal van die cirkel is gelijk aan 10. Een tweede, kleinere, cirkel raakt aan de eerste cirkel en aan twee zijden van de driehoek. Een derde, nog kleinere, cirkel raakt aan de tweede cirkel en aan twee zijden van de driehoek (zie de figuur). Wat is de straal van de derde cirkel?



4. Alice heeft een aantal kaartjes. Op elk kaartje staan drie van de letters A t/m I. Voor elke twee letters die je uitkiest, is er minstens één kaartje waar die twee letters samen op staan.
Wat is het kleinste aantal kaartjes dat Alice kan hebben?