

Handreiking schoolexamen wiskunde D havo/vwo

Tweede fase

Herziening Iris van Gulik
examenprogramma's Jenneke Krüger
havo/vwo

Enschede, juli 2007

Verantwoording

© 2007 Stichting Leerplanontwikkeling (SLO), Enschede

Alle rechten voorbehouden. Mits de bron wordt vermeld is het toegestaan om zonder voorafgaande toestemming van de uitgever deze uitgave geheel of gedeeltelijk te kopiëren dan wel op andere wijze te verveelvoudigen.

Auteurs: Iris van Gulik, Jenneke Krüger

Eindredactie: Breemhaar tekst, Aly Breemhaar

Ontwerp omslag en productie: Axis media-ontwerpers, Enschede

In opdracht van: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap

De handreiking is ook te downloaden.

U vindt deze op www.slo.nl sector <vo tweede fase>

<examenprogramma's en handreikingen voor de vakken in havo-vwo vanaf 2007>

Voor verdere informatie over dit vak:

SLO, Stichting Leerplanontwikkeling

Postbus 2041, 7500 CA Enschede

Mevrouw Iris van Gulik

Telefoon (053) 4840 321

E-mail: i.vangulik@slo.nl

Mevrouw Jenneke Krüger

Telefoon (053) 4840 631

E-mail: j.kruger@slo.nl

Inhoud

Voorwoord	5
1. Wiskunde D in de nieuwe tweede fase	7
1.1 Plaats van het vak	7
1.2 Veranderingen in het examenprogramma vanaf 2007	7
1.3 Globaal geformuleerde subdomeinen	7
1.4 Examinering	7
1.5 Leermiddelen	8
1.6 Praktische opdrachten	8
1.7 ICT	8
1.8 Algebraïsche kennis, vaardigheden en inzicht	9
1.9 Nieuwe Wiskunde vanaf 2011	9
2. Het programma: De (sub)domeinen voor havo en vwo	11
2.1 Inleiding	11
2.2 De programma's havo en vwo	12
2.3 Overeenkomsten en verschillen	13
3. De eindtermen van het schoolexamen	15
3.1 Havo	15
3.2 Vwo	19
4. Toelichting op de geglobaliseerde eindtermen	23
4.1 Inleiding	23
4.2 Vaardigheden	24
4.3 Toelichting en suggesties havo	26
4.4 Toelichting en suggesties vwo	30
5. Mogelijkheden voor toetsing en weging (PTA)	37
5.1 Inrichting van het PTA	37
5.2 Overwegingen bij het opstellen van een PTA	37
5.3 Suggesties voor inrichting van en verdeling over leerjaren	39
5.4 Weging	40
6. Afstemming met andere vakken	41
6.1 Inleiding	41
6.2 Afstemming tussen wiskunde D en wiskunde B	41
6.3 Afstemming tussen wiskunde D en NLT	42
6.4 Afstemming tussen wiskunde D en andere bètavakken	43
7. Onderdelen naar keuze van de school	45
7.1 Ruimte in het programma	45
7.2 Praktische opdrachten	45
7.3 Keuzeonderwerpen	46
7.4 ICT	47
7.5 Samenwerking HO	47

8.	Vernieuwing examinering	49
8.1	Schoolexamen	49
8.2	Kwaliteitsborging schoolexamen	49
Bijlage 1	Examenprogramma wiskunde D vwo	51
Bijlage 2	Examenprogramma wiskunde D havo	57
Bijlage 3	Webadressen	61

Voorwoord

De *Handreiking voor het schoolexamen* die voor u ligt, hoort bij de vernieuwingen die met ingang van het schooljaar 2007-2008 zullen ingaan in de tweede fase van het voortgezet onderwijs. Basis voor deze vernieuwingen is de ministeriële nota *Ruimte laten en keuzes bieden in de tweede fase havo en vwo* (2003), waarvan de leidende gedachte is dat scholen meer vrijheid en keuzemogelijkheden moeten krijgen voor de invulling van hun onderwijs in de tweede fase.

Om die ruimte aan scholen te bieden zijn de examenprogramma's voor alle vakken geglobaliseerd. Dat wil zeggen dat de examenprogramma's minder eindtermen en minder detaillering van eindtermen bevatten dan voorheen het geval was. Ook zijn alle vormvoorschriften voor het schoolexamen geschrapt. Docenten zijn nu, binnen de wettelijke kaders, vrij hun schoolexamens naar eigen inzicht in te richten.

Op verzoek van OCW, biedt SLO bij dit laatste ondersteuning in de vorm van *Handreikingen* per vak. Deze handreikingen informeren docenten over de verplichtingen en mogelijkheden voor het schoolexamen vanaf het schooljaar 2007-2008 en bevatten suggesties en adviezen voor de inrichting van het schoolexamen. De suggesties en adviezen dragen uitdrukkelijk geen voorschrijvend karakter.

In hun Kortetermijnadvies (mei 2005) adviseerden de profielcommissies een profielkeuzevak wiskunde D aan te bieden aan leerlingen in het profiel N&T, op zowel havo als vwo. De minister heeft dit advies overgenomen. Daarom mogen scholen met ingang van het schooljaar 2007-2008, wiskunde D aanbieden als profielkeuzevak aan de leerlingen die wiskunde B als examenvak hebben. Wiskunde D wordt in zijn geheel afgesloten met een schoolexamen.

De voor u liggende handreiking is de handreiking die SLO in navolging van de hiervoor genoemde handreikingen, ontwikkeld heeft voor dit nieuwe vak wiskunde D. In hoofdstuk 1 van de handreiking vindt u een beschrijving van de positie van het vak in de vernieuwde tweede fase. Naast de wijzigingen die voor alle examenvakken gelden, is er voor wiskunde expliciete aandacht voor algebraïsche vaardigheden. Dit komt in een nieuwe eindterm tot uitdrukking.

In hoofdstuk 2 vindt u een overzicht van het examenprogramma op het niveau van domeinen en subdomeinen. Hoofdstuk 3 bevat het complete examenprogramma voor havo en vwo. Hoofdstuk 4 geeft een toelichting op de subdomeinen van havo en van vwo. Hoofdstuk 5 gaat in op de inrichting van het PTA. Hoofdstuk 6 besteedt aandacht aan afstemming met andere vakken, in de eerste plaats afstemming met wiskunde B, vervolgens afstemming met vakken in de N-profielen. Hoofdstuk 7 geeft mogelijkheden en ideeën voor de ruimte die scholen hebben om onderdelen toe te voegen of onderwerpen op een alternatieve wijze te toetsen. Hoofdstuk 8 ten slotte gaat in op vernieuwing van de examinering en kwaliteitsborging.

In de bijlage vindt u een overzicht van websites die van belang kunnen zijn voor het wiskundeonderwijs in de tweede fase. Speciale aandacht is er voor websites die zich richten op lesmateriaal voor wiskunde D.

Wiskunde D is een nieuw vak dat als doelstellingen heeft verdieping en verbreding voor leerlingen die wiskunde B volgen en dat gelegenheid wil bieden voor samenwerking met hogescholen en universiteiten. Het bevat voor docenten vo een aantal nieuwe componenten. Scholen die dit vak voor het eerst aanbieden, zullen er

rekening mee moeten houden dat docenten extra tijd nodig hebben om zich de inhoud en werkwijze van wiskunde D eigen te maken.

We hopen dat deze handreiking voor docenten een veelgebruikt hulpmiddel zal worden om het onderwijs op een eigen manier in te richten en schoolexamens van een uitstekende kwaliteit te maken.

Jenneke Krüger,
Coördinator Exacte vakken VO

Hetty Mulder,
Programmamanager Tweede Fase

1. Wiskunde D in de nieuwe tweede fase

1.1 Plaats van het vak

Het vak wiskunde D is een profielkeuzevak binnen de profielen N&T (Natuur & Techniek) van havo en vwo, naast informatica, biologie en NLT. De school bepaalt het aanbod van deze vakken en de leerlingen dienen één van deze vakken als profielkeuzevak te kiezen. Daarnaast kunnen zij wiskunde D als keuze-examenvak kiezen.

In de overige profielen mogen leerlingen die wiskunde B als profielvak volgen, wiskunde D als keuze-examenvak kiezen als de school dat toestaat. In de gehele vrije ruimte kunnen leerlingen domeinen uit wiskunde D kiezen (zie bijvoorbeeld paragraaf 4.3.1 en 4.4.1), ook weer mits de school dat toestaat.

De school beslist zelf of wiskunde D wel of niet wordt aangeboden. Een school kan wiskunde D ook verplicht stellen voor alle N&T-leerlingen.

1.2 Veranderingen in het examenprogramma vanaf 2007

Bij de invoering van de tweede fase vanaf 2007 is de structuur van de profielen aangepast. De deelvakstructuur is opgeheven en er heeft een hervervakking van vakken plaatsgevonden. Naast wiskunde B is er ruimte gemaakt voor het nieuwe vak wiskunde D. Dit vak is bedoeld als vak ter verdieping en verbreding van wiskunde B. Wiskunde D heeft in het havo een omvang van 320 sluis en in het vwo 440 sluis. Wiskunde D wordt alleen in een schoolexamen getoetst. Het schoolexamen dient in elk geval de subdomeinen die in het examenprogramma genoemd worden te omvatten (zie hoofdstuk 3). Daarnaast is het toegestaan onderwerpen toe te voegen.

1.3 Globaal geformuleerde subdomeinen

De meest opvallende verandering in de nieuwe examenprogramma's van alle vakken is dat subdomeinen in de plaats gekomen zijn van een gedetailleerde beschrijving van eindtermen. De subdomeinen vatten de inhoud van meerdere gedetailleerde eindtermen samen in één zin.

Hierdoor kunnen de specificaties voor het centraal examen gemakkelijker worden aangepast, zonder dat daar een wetswijziging voor nodig is. Daarnaast biedt het docenten meer keuzevrijheid bij de invulling van het examenprogramma en bij toetsen over het schoolexamen. Docenten kunnen verschillende keuzes maken in de invulling en uitvoering van onderdelen van het schoolexamen (zie ook hoofdstuk 7) en kunnen zo hun specifieke expertise kwijt.

1.4 Examinering

Zoals vermeld in paragraaf 1.2 wordt het gehele examenprogramma van wiskunde D in het schoolexamen getoetst. Er is dus voor docenten en leerlingen meer vrijheid dan in de andere wiskundeprogramma's.

Het schoolexamen heeft betrekking op de in hoofdstuk 3 beschreven globale subdomeinen. Leerlingen moeten aan de vastgestelde eindtermen voldoen. De inhoud en wijze van examinering van het schoolexamen wordt door de school vastgelegd in het Programma van Toetsing en Afsluiting (PTA; zie ook hoofdstuk 5).

1.5 Leermiddelen

Voor enkele subdomeinen zullen de bestaande leermiddelen toereikend zijn aangezien zij gebaseerd zijn op delen uit de examenprogramma's van 1998. Voor de nieuwe onderwerpen is of komt er lesmateriaal beschikbaar via de website van de vernieuwingscommissie wiskunde: <http://www.ctwo.nl>.

Daarnaast geven verschillende uitgeverijen nieuwe boeken voor wiskunde D uit. Het staat scholen of docenten uiteraard vrij om andere leermiddelen te gebruiken of te ontwikkelen (zie ook paragraaf 4.1), bijvoorbeeld in samenwerking met andere vakken of met het hoger onderwijs.

Als de school gebruik maakt van de vrijheid om vakonderdelen buiten het examenprogramma in het SE op te nemen, dan zullen daar ook bijbehorende leermiddelen bij gezocht moeten worden. De Zebrareeks is in dit verband een goed voorbeeld: <http://www.epsilon-uitgaven.nl>.

1.6 Praktische opdrachten

Praktische opdrachten kunnen ook vanaf 2007 deel uitmaken van het examenprogramma. De verplichting vervalt om voor elk examenvak ten minste één praktische opdracht in het programma op te nemen. De school krijgt meer vrijheid de organisatie van praktische opdrachten naar eigen inzicht in te richten. Dat is een prima gelegenheid om vakinhoudelijke kennis te toetsen én om aandacht te besteden aan vaardigheden die in domein A genoemd worden (zie ook paragraaf 7.2).

1.7 ICT

In meerdere subdomeinen wordt aandacht besteed aan het gebruik van ICT. Naast computergebruik (zie hoofdstuk 4 en paragraaf 7.4) is de grafische rekenmachine een krachtig en waardevol hulpmiddel, mits leerlingen er goed mee leren werken. Dat wil zeggen dat leerlingen die wiskunde D volgen, kritisch moeten kijken naar uitkomsten, gevonden antwoorden moeten kunnen verifiëren en de orde van grootte van uitkomsten moeten leren inschatten. Relatief eenvoudige vergelijkingen moeten deze leerlingen echter zonder grafische rekenmachine kunnen oplossen. Dat geldt ook voor het schetsen van grafieken. Ze moeten de grafische rekenmachine selectief gebruiken: voor exploratie en daar waar berekeningen en grafieken complexer zijn. De leerlingen moeten uitkomsten kunnen beoordelen op basis van wiskundige kennis. Kortom: de grafische rekenmachine wordt gebruikt als dienaar en partner.

In de bijlage vindt u een overzicht met websites, waarop meer informatie is te vinden over ICT in het wiskundeonderwijs in het algemeen en mogelijkheden tot gebruik in het schoolprogramma en het schoolexamen in het bijzonder.

1.8 Algebraïsche kennis, vaardigheden en inzicht

Afhankelijk van het wiskundeprogramma (havo of vwo, wiskunde A, B, C of D) wordt een verschillend niveau van algebraïsch inzicht en beheersing van vaardigheden en algebraïsche kennis verwacht. Van leerlingen die wiskunde B en D volgen, wordt een grotere mate van algebraïsch inzicht, formulevaardigheid en daarmee beheersing van algebraïsche technieken verwacht dan van een leerling die wiskunde A of C volgt. Dat lijkt vanzelfsprekend, echter wát er dan precies van die leerlingen verwacht mag worden, was in de afgelopen jaren niet altijd duidelijk. Door een aantal factoren is de kennis van algebra, de mate van algebraïsch inzicht en de daarvoor benodigde vaardigheden de laatste jaren sterk verminderd.

De commissies die de herziene programma's voor 2007 formuleerden, waren zich vanaf het begin van hun opdracht bewust van de noodzaak het gemiddelde niveau van leerlingen in alle programma's op dit gebied te verbeteren en de verschillen tussen de programma's wat de mate van algebraïsch inzicht en gewenste vaardigheden betreft, duidelijk aan te geven.

De algebraïsche vaardigheden worden daarom in de nieuwe examenprogramma's als afzonderlijk onderdeel benoemd (zie paragraaf 3.1.1 en 3.2.1). Door de grotere vrijheid van toetsvormen biedt het schoolexamen bij uitstek een kans om aan de vorming van algebraïsch inzicht en formulevaardigheid aandacht te besteden. De daarvoor noodzakelijke beheersing van technieken kan door een variatie aan werk- en toetsvormen bereikt worden.

De syllabi van de CEVO voor wiskunde A, B en C specificeren wat van leerlingen bij het centraal eindexamen verwacht wordt voor het betreffende wiskundeprogramma, toegelicht met voorbeelden. De handreikingen van de SLO voor wiskunde A, B en C geven hier een toelichting op.

Wiskunde D is een verdieping en verbreding van wiskunde B. Het beheersingsniveau van algebraïsche vaardigheden is ten minste dat van wiskunde B. Dat wil zeggen dat een leerling die wiskunde D volgt, voldoende wiskundige kennis (van concepten, procedures en wanneer die toe te passen) heeft of opgebouwd om zelfstandig meerdere stappen bij de oplossing van complexere problemen te kunnen zetten.

1.9 Nieuwe Wiskunde vanaf 2011

De commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs (cTWO) werkt aan geheel nieuwe examenprogramma's voor wiskunde. De invoering van deze nieuwe programma's is in 2011 te verwachten.

De cTWO kent de volgende taken:

- examenprogramma's voorstellen per 2011 voor wiskunde A, B, C en D van havo en vwo;
- adviseren over doorlopende leerlijnen wiskunde;
- advisering over didactische ontwikkelingen.

Het visiedocument van cTWO is te vinden op de website www.ctwo.nl.

2. Het programma: De (sub)-domeinen voor havo en vwo

2.1 Inleiding

Zoals eerder is aangegeven, heeft het programma van wiskunde D een omvang van 320 slv voor het havo en 440 slv voor het vwo. Een gedeelte van deze studielast is niet ingevuld en geeft ruimte voor onderdelen naar keuze van de school (zie ook hoofdstuk 4 en 7).

Scholen kunnen het programma op twee verschillende manieren realiseren: volgens het samenwerkingsmodel of volgens het schoolmodel. In het samenwerkingsmodel heeft samenwerking met het hoger onderwijs een structurele plaats (zie paragraaf 4.3.4 en 4.4.6. Voor scholen die dit niet kunnen realiseren (bijvoorbeeld vanwege geografisch ligging of onvoldoende faciliteiten), vormt het schoolmodel een goed alternatief. Scholen bieden in dat geval het domein Ruimte meetkunde 2 voor havo-leerlingen en de domeinen Complexe getallen en Dynamische modellen 2 voor vwo-leerlingen (zie paragraaf 3.1 en 3.2).

Wiskunde D is bedoeld voor leerlingen die overwegen om door te stromen naar een exacte opleiding waarin wiskunde een rol speelt. Aangezien scholen niet verplicht zijn wiskunde D aan te bieden, is het niet mogelijk dat een vervolgopleiding het vak als verplichting opneemt in haar toelatingseisen. Het vak kan echter voor de individuele leerling doorstroomrelevant zijn, door de verdieping en verbreding die het wiskundig biedt. De verwachting is dat leerlingen die wiskunde D hebben gevolgd minder aansluitingsproblemen zullen hebben bij exacte opleidingen.

De globale eindtermen die aan het examenprogramma ten grondslag liggen, worden beschreven in hoofdstuk 3.

2.2 De programma's havo en vwo

Hieronder treft u een overzicht aan van het programma, opgedeeld in domeinen en subdomeinen. Hoewel de bijbehorende studielast niet is voorgeschreven, geven we ter advisering toch een globale aanduiding in sluis. Docenten kunnen er echter zelf voor kiezen bepaalde domeinen alleen globaal te behandelen en andere juist meer verdiepend.

De (sub)domeinen voor havo		De (sub)domeinen voor vwo	
Domein A: Vaardigheden	A1: Algemene vaardigheden A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden A3: Wiskundige vaardigheden	Domein A: Vaardigheden	A1: Algemene vaardigheden A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden A3: Wiskundige vaardigheden
Domein B: Kansrekening en statistiek (120 sluis)	B1: Kansrekening B2: Statistiek - dataverwerking B3: Kansverdelingen B4: Profielspecifieke verdieping B5: Toepassing van statistische verwerkingsmethoden	Domein B: Kansrekening en statistiek (160 sluis)	B1: Combinatoriek B2: Kansrekening B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens B4: Kansverdelingen B5: Het toetsen van hypothesen B6: Profielspecifieke verdieping
Domein C: Toegepaste analyse 2 (80 sluis)	C1: Afgeleide functies 2 C2: Evenredigheidsverbanden C3: Exponentiële functies C4: Goniometrische functies	Domein C: Dynamische modellen 1 (80 sluis)	C1: Discrete dynamische modellen C2: Continue dynamische modellen C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen
Domein D: Ruimte-meetkunde 2 (80 sluis)	D1: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties D2: Afstanden en hoeken in concrete situaties D3: Coördinaten en vectoren	Domein D: Meetkunde (80 sluis)	D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten D4: Parametrisering D5: De ruimte D6: Toepassingen en ICT
		Domein E: Complexe getallen (40 sluis)	E1: Basisoperaties E2: Profielspecifieke verdieping
		Domein F: Dynamische modellen 2 (40 sluis)	
Domein E: Wiskunde in technologie (80 sluis)		Domein G: Wiskunde in wetenschap (80 sluis)	
Domein F: Keuzeonderwerpen (40 sluis)		Domein H: Keuzeonderwerpen (40 sluis)	

2.3 Overeenkomsten en verschillen

Het vwo heeft voor wiskunde D 120 sluis meer beschikbaar dan het havo. Dit verschil leidt in het vakinhoudelijk deel tot meer verbreding bij het vwo dan bij het havo. Bij het vwo wordt een groter aantal subdomeinen aan de orde gesteld. Ook kent het vwo-programma meer diepgang dan het havo-programma. Van vwo-leerlingen wordt meer verwacht op het gebied van formeel redeneren en bewijzen.

Zowel voor het havo als het vwo kan wiskunde D een goede voorbereiding vormen op de wiskundige denktrant die in het hoger onderwijs wordt toegepast.

In domein A "Vaardigheden" zijn er ogenschijnlijk geen verschillen tussen havo en vwo. Toch zal er binnen dit domein differentiatie tussen havo- en vwo-leerlingen moeten worden aangebracht. Verschillende vaardigheden zullen vwo-leerlingen op een hoger niveau moeten beheersen dan havo-leerlingen. Bovendien wordt in het havo-programma meer de nadruk gelegd op de technologische component en in het vwo-programma meer op bèta-onderzoek als context.

Het domein "Kansrekening en statistiek" kent een gedeeltelijke overlap tussen het havo- en het vwo-programma. Kansrekening, kansverdelingen en statistiek komen in beide programma's voor maar in het vwo-programma wordt meer wiskundige diepgang gevraagd en komt onder andere ook het toetsen van hypothesen aan bod.

Vanzelfsprekend is er een verschil tussen havo en vwo wat de invulling van de samenwerking met het hoger onderwijs betreft.

Voor het havo is dat gericht op "Wiskunde in technologie". Dit domein beoogt leerlingen zicht te geven op exacte vervolgopleidingen en beroepen. De nadruk ligt op toepassingen van de wiskunde in technologie (zie ook paragraaf 4.3.4).

Voor het vwo is de samenwerking met het hoger onderwijs gericht op "Wiskunde in wetenschap". Binnen dit domein wordt met name gekeken naar de manier waarop wiskunde binnen exacte wetenschappen functioneert, zowel wat wiskundige resultaten betreft als wat het proces van het bedrijven van wiskunde betreft (zie ook paragraaf 4.4.6)

3. De eindtermen van het schoolexamen

3.1 Havo

Het eindexamen bestaat uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Toegepaste analyse 2
Domein D	Ruimtemeetkunde 2
Domein E	Wiskunde in technologie
Domein F	Keuzeonderwerpen.

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen B en F, de subdomeinen C1 en C2 en één van de subdomeinen C3 of C4 of beide;
- één van de domeinen D of E;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest, naast de keuzeonderwerpen bedoeld bij domein F: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Hieronder wordt de inhoud van de verschillende subdomeinen globaal beschreven.

3.1.1 Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. Informatievaardigheden

De kandidaat kan doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.

2. Communiceren

De kandidaat kan adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal in het publieke domein communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.

3. Reflecteren op leren

De kandidaat kan bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.

4. Studie en beroep

De kandidaat kan toepassingen en effecten van wiskunde en natuurwetenschappen in verschillende studie- en beroepssituaties herkennen en benoemen. Daarnaast kan de kandidaat een verband leggen tussen de praktijk van deze studies en beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.

Subdomein A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden

5. Onderzoeken

De kandidaat kan een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of economische context analyseren, gebruikmakend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken.

6. Ontwerpen

De kandidaat kan een ontwerp op basis van een gesteld probleem voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren en daarbij relevante begrippen en theorie gebruiken.

7. Modelvorming

De kandidaat kan een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.

8. Redeneren

De kandidaat kan met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten van zowel inductief als deductief karakter.

9. Waarderen en oordelen

De kandidaat kan een beargumenteerd oordeel over een situatie in de natuur of een technische toepassing geven en daarin onderscheid maken tussen wetenschappelijke argumenten en persoonlijke uitgangspunten.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

10. Algebraïsche vaardigheden

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden, heeft inzicht in de bijbehorende formules en kan de bewerkingen uitvoeren.

11. Vaktaal, conventies en notaties

De kandidaat kan correcte vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties.

12. Oplossingsvaardigheden

De kandidaat kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en gevonden oplossingen controleren op wiskundige juistheid.

3.1.2 Domein B: Kansberekening en statistiek

Subdomein B1: Kansrekening

13. De kandidaat kan beschreven kansproblemen analyseren, visualiseren met behulp van een schema of diagram en kansen berekenen, zonedig met behulp van permutaties en combinaties.

Subdomein B2: Statistiek - dataverwerking

14. De kandidaat kan bij een gegeven probleemsituatie de populatie aangeven, een gegeven of gekozen steekproef op geschiktheid beoordelen, data verwerken in een geschikte tabel of diagram, samenvatten met geschikte centrum- en spreidingsmaten en een gegeven grafische representatie interpreteren.

Subdomein B3: Kansverdelingen

15. De kandidaat kan binomiale en (standaard-)normale verdelingsmodellen herkennen, binnen zo'n model berekeningen uitvoeren en de resultaten interpreteren.

Subdomein B4: Profielspecifieke verdieping

16. De kandidaat kan de stof van wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Subdomein B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden

17. De kandidaat kan statistische software gebruiken om in een gegeven probleemsituatie data te verwerken en statistische conclusies te trekken.

3.1.3 Domein C: Toegepaste analyse 2

Subdomein C1: Afgeleide functies 2

18. De kandidaat kan voor het bepalen van de afgeleide functie en de interpretatie daarvan binnen een context gebruikmaken van de som-, verschil-, product- en quotiëntregel en van de kettingregel bij enkelvoudig samengestelde functies.

Subdomein C2: Evenredigheidsverbanden

19. De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en de wetten van de schaalvergroting gebruiken.

Subdomein C3: Exponentiële functies

20. De kandidaat kan, ook in concrete toepassingen, exponentiële processen herkennen en met formules beschrijven, de grafieken van exponentiële functies tekenen in assenstelsels met lineaire of logaritmische schalen, dergelijke grafieken interpreteren, bij exponentiële groeigrafieken formules opstellen en er berekeningen aan uitvoeren, de afgeleide bepalen van exponentiële en logaritmische functies en daarmee optimaliseringsproblemen oplossen, ook met behulp van ICT.

Subdomein C4: Goniometrische functies

21. De kandidaat kan, ook in concrete toepassingen, harmonische processen herkennen en beschrijven met goniometrische functies, waaronder ook \tan , de grafieken van goniometrische functies en samenstellingen hiervan tekenen in assenstelsels met radialen op de horizontale as, dergelijke grafieken interpreteren, de stelling van Pythagoras voor lineaire combinaties van goniometrische functies gebruiken, bij grafieken van harmonische trillingen formules opstellen, er berekeningen aan uitvoeren en met behulp van differentiëren optimaliseringsproblemen oplossen, ook met behulp van ICT.

3.1.4 Domein D: Ruimte meetkunde

Subdomein D1: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties

22. De kandidaat kan van punten, lijnen en vlakken in een rechthoekig coördinatenstelsel de incidentierelaties bepalen en van lijnen en vlakken de snijpunten bepalen.

Subdomein D2: Afstanden en hoeken in concrete situaties

23. De kandidaat kan met behulp van goniometrische berekeningen, de stelling van Pythagoras en de cosinusregel afstanden en hoeken in de ruimte berekenen.

Subdomein D3: Coördinaten en vectoren

24. De kandidaat kan rekenen met coördinaten en vectoren in de ruimte, ook in een profielspecifieke context.

3.1.5 Domein E: Wiskunde in technologie

25. De onderwerpen worden door de school aan leerlingen aangeboden, komen voort uit aanbod van het hoger onderwijs en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

3.1.6 Domein F: Keuzeonderwerpen

3.2 Vwo

Het eindexamen bestaat uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Dynamische modellen 1
Domein D	Meetkunde
Domein E	Complexe getallen
Domein F	Dynamische modellen 2
Domein G	Wiskunde in wetenschap
Domein H	Keuzeonderwerpen.

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen B, C, D en H;
- domein G of de beide domeinen E en F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest, naast de keuzeonderwerpen bedoeld bij domein H: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

Hieronder wordt de inhoud van de verschillende subdomeinen globaal beschreven.

3.2.1 Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. Informatievaardigheden

De kandidaat kan doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.

2. Communiceren

De kandidaat kan adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal in het publieke domein communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.

3. Reflecteren op leren

De kandidaat kan bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.

4. Studie en beroep

De kandidaat kan toepassingen en effecten van wiskunde en natuurwetenschappen in verschillende studie- en beroepssituaties herkennen en benoemen. Daarnaast kan de kandidaat een verband leggen tussen de praktijk van deze studies en beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.

Subdomein A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden

5. Onderzoeken

De kandidaat kan een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of economische context analyseren, gebruikmakend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken.

6. Ontwerpen

De kandidaat kan een ontwerp op basis van een gesteld probleem voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren en daarbij relevante begrippen en theorie gebruiken.

7. *Modelvorming*

De kandidaat kan een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.

8. *Redeneren*

De kandidaat kan met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten van zowel inductief als deductief karakter.

9. *Waarderen en oordelen*

De kandidaat kan een beargumenteerd oordeel over een situatie in de natuur of een technische toepassing geven en daarin onderscheid maken tussen wetenschappelijke argumenten en persoonlijke uitgangspunten.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

10. *Algebraïsche vaardigheden*

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden, heeft inzicht in de bijbehorende formules en kan de bewerkingen uitvoeren.

11. *Vaktaal, conventies en notaties*

De kandidaat kan correcte vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties.

12. *Oplossingsvaardigheden*

De kandidaat kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en gevonden oplossingen controleren op wiskundige juistheid.

3.2.2 Domein B: Kansrekening en statistiek

Subdomein B1: Combinatoriek

13. De kandidaat kan combinatorische problemen oplossen waarin permutaties en combinaties worden toegepast.

Subdomein B2: Kansrekening

14. De kandidaat kan een toevalsexperiment vertalen in een kansmodel, de begrippen onafhankelijke gebeurtenis en voorwaardelijke kans hanteren, kansen berekenen met behulp van som-, complement- en productregel en van een discrete toevalsvariabele de verwachtingswaarde berekenen.

Subdomein B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens

15. De kandidaat kan, ook met behulp van ICT, waarnemingen verwerken in een tabel, data visualiseren in een passend diagram, gegevens samenvatten in geschikte centrum- en spreidingsmaten en gegeven grafische representaties interpreteren.

Subdomein B4: Kansverdelingen

16. De kandidaat kan het binomiale en het (standaard-)normale verdelingsmodel gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, grenswaarden, gemiddelden en standaardafwijkingen van discrete en continue verdelingen.

Subdomein B5: Het toetsen van hypothesen

17. De kandidaat kan nul- en alternatieve hypothesen formuleren en bijbehorende een- of tweezijdige toetsen uitvoeren bij binomiaal- of normaal verdeelde toevalsvariabelen.

Subdomein B6: Profielspecifieke verdieping

18. De kandidaat kan de stof van wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

3.2.3 Domein C: Dynamische modellen 1

Subdomein C1: Discrete dynamische modellen

19. De kandidaat kan rijen relateren aan recurrente betrekkingen, iteraties, webgrafieken en contexten en kan het gedrag ervan beschrijven in termen van stationair, convergerend of divergerend.

Subdomein C2: Continue dynamische modellen

20. De kandidaat kan in differentiaalvergelijkingen van de vorm $y' = f(y, t)$ eigenschappen van f relateren aan eigenschappen van oplossingen, zoals het al dan niet stationair zijn, monotonie en asymptotisch gedrag en in eenvoudige gevallen een oplossing expliciet bepalen.

Subdomein C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen

21. De kandidaat kan de stof uit de subdomeinen C1 en C2 gebruiken in concrete toepassingen.

3.2.4 Domein D: Meetkunde

Subdomein D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden

22. De kandidaat kan analytische methoden en algebraïsche technieken toepassen op meetkundige problemen, ook bij bewijzen.

Subdomein D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies

23. De kandidaat kan eigenschappen van aard en ligging van figuren in een vlak onderzoeken vanuit vergelijkingen en kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel vergelijkingen van figuren opstellen.

Subdomein D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten

24. De kandidaat kan op verschillende manieren vergelijking van lijnen, cirkels en kegelsneden opstellen en op grond van vergelijkingen ligging en eigenschappen van de bijbehorende figuren onderzoeken.

Subdomein D4: Parametrisering

25. De kandidaat kan een parametrisering van een figuur gebruiken om eigenschappen ervan vast te stellen en kan in geschikte gevallen een parametrisering van een figuur opstellen.

Subdomein D5: De ruimte

26. De kandidaat kan de beschrijving van punten in de ruimte met drie coördinaten gebruiken, met name bij bollen en eenvoudige omwentelingsoppervlakken.

Subdomein D6: Toepassingen en ICT

27. De kandidaat kan toepassingen van analytische meetkunde onderzoeken, ook met behulp van ICT.

3.2.5 Domein E: Complexe getallen

Subdomein E1: Basisoperaties

28. De kandidaat kan rekenen met complexe getallen, de geconjugeerde, het argument en de absolute waarde, kan de stelling van De Moivre gebruiken en kan rekenen met de formule van Euler als representatie van poolcoördinaten.

Subdomein E2: Profielspecifieke verdieping

29. De kandidaat kan de stof van subdomein E1 gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

3.2.6 Domein F: Dynamische modellen 2

30. De kandidaat kan de stof van domein C gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

3.2.7 Domein G: Wiskunde in wetenschap

31. De onderwerpen worden door de school aan leerlingen aangeboden, komen voort uit aanbod van het hoger onderwijs en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

3.2.8 Domein H: Keuzeonderwerpen

4. Toelichting op de geglobaliseerde eindtermen

4.1 Inleiding

Bij de herziening van de examenprogramma's voor 2007 is het uitdrukkelijk de bedoeling de mogelijkheden voor scholen, vaksecties en docenten te verruimen om daarmee een eigen invulling aan het schoolexamen te geven.

In onderstaande paragrafen geven we toelichtingen (o.a. ontleend aan het *Rapport Wiskunde D 2007* van cTWO - zie www.ctwo.nl) en enkele suggesties voor de uitwerking van het schoolexamen. Het is belangrijk te beseffen dat onderstaande toelichting op de eindtermen voor het schoolexamen niet bindend is. De gepresenteerde voorstellen hebben het karakter van voorbeelden, suggesties, advies - kortom: van een handreiking. Dat geldt niet alleen voor dit hoofdstuk, maar ook voor alle hierna volgende hoofdstukken.

De suggesties zijn niet uitputtend maar bedoeld als illustratie van de keuzeruimte die scholen in de tweede fase 2007 hebben. Een en ander betekent dat de school c.q. de sectie een grote rol speelt bij de invulling van het schoolexamen. Zo krijgt de school de mogelijkheid zich te profileren.

Docenten hebben bij wiskunde D meer dan bij andere wiskundeprogramma's ruimte om keuzes te maken bijvoorbeeld op de volgende aspecten:

- de specifieke inhoud van het onderwijsaanbod;
- wel of niet aansluiting bij het contextconcept model: uitgaan van een niet-wiskundige context en van daaruit de begrippen leren of beginnen met de begrippen en al of niet een niet-wiskundige toepassing laten bestuderen;
- de gehanteerde werkvormen: frontaal, groepswork, mate van zelfstandig werken;
- leermiddelen: boeken, internet, GR, computersoftware.

Naast bestaand materiaal wordt op veel plaatsen gewerkt aan nieuw materiaal ten behoeve van onderwijs in wiskunde D.

De vernieuwingscommissie wiskunde heeft een speciale website opgezet voor wiskunde D. Via www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D is naast de examenprogramma's voor wiskunde D, uitgebreid lesmateriaal te vinden bij verschillende domeinen. Ook is er een overzicht van experimenteer- en volgscholen te vinden en zijn er verwijzingen naar regionale steunpunten voor wiskunde D opgenomen (zie ook paragraaf 4.3.4 en 4.4.6). Het door de steunpunten ontwikkelde materiaal komt in de loop van dit hoofdstuk op verschillende plaatsen ter sprake.

Het ligt in de lijn der verwachting dat de hoeveelheid aangeboden lesmateriaal zal toenemen, onder andere wat de in de komende paragrafen genoemde onderwerpen betreft. Ook de activiteiten van de verschillende steunpunten zullen de komende tijd worden uitgebreid. Via de website van cTWO kunt u op de hoogte blijven van de meest actuele ontwikkelingen.

De uitgevers van schoolboeken *Getal & Ruimte*, *Moderne Wiskunde en Netwerk* brengen nieuwe boeken voor wiskunde D op de markt. Via de website van de betreffende methode (zie bijlage 3) kan de inhoud van de verschillende boeken worden

gevonden. Het is ook mogelijk met eerdere edities van deze methoden te werken, aangezien enkele domeinen van het wiskunde D-programma gebaseerd zijn op delen uit de examenprogramma's van 1998.

Mathadore werkt op het moment van schrijven van deze handreiking aan verschillende modules voor wiskunde D. Het is nog niet bekend wanneer deze modules beschikbaar zullen zijn.

Ook de oude Hawex- en Hewet-boekjes kunnen bij verschillende domeinen als inspiratiebron dienen. De boekjes zijn online door te bladeren via <http://digbijzcoll.library.uu.nl> → collecties → Publicaties van het Freudenthal Instituut.

In het wiskundelokaal van de digitale school (<http://www.digischool.nl/wi/wid.html>) is een systematisch overzicht te vinden van allerlei materiaal dat gebruikt kan worden bij wiskunde D. Het is ook mogelijk informatie te selecteren en sorteren.

Voor meer aanknopingspunten verwijzen we graag naar de bijlage waarin een uitgebreid overzicht van webadressen is opgenomen. Hier is veel direct bruikbaar lesmateriaal met achtergrondinformatie voor gebruik in de lessen te vinden. In recente wiskunde B12 CE's (zie bijvoorbeeld <http://havovwo.nl>) zijn daarnaast grote aantallen voorbeelden van verschillende toetsonderwerpen te vinden.

4.2 Vaardigheden

De vaardigheden voor wiskunde D zijn opgesteld naar aanleiding van overleg tussen de vernieuwingscommissies van de verschillende bètavakken over de invoering van de nieuwe examenprogramma's 2010 (2011). Van de binnen dit overleg vastgestelde omschrijvingen is al gebruikgemaakt voor het wiskunde D-programma van 2007. Het domein "Vaardigheden" kent drie niveaus: het profieloverstijgende niveau, het profielniveau en het vakniveau. Deze vaardigheden komen grotendeels ook aan bod in het examenprogramma voor wiskunde B maar het aantal eindtermen is in de nieuwe bètabrede opzet wat uitgebreider.

Vaardigheden op het profieloverstijgende niveau, de algemene vaardigheden (subdomein A1), komen voor in de examenprogramma's van alle vakken, zowel in het gemeenschappelijk- als in het profieldeel. Voor het aanleren en toetsen hiervan zullen dus afdelingsbreed afspraken moeten worden gemaakt.

Informatievaardigheden en Studie en beroep waren al opgenomen in het programma van 1998.

Communiceren wil zeggen dat leerlingen een wiskundig onderwerp op een voor de doelgroep begrijpelijke wijze, moeten kunnen toelichten. Dat is niet hetzelfde als een gemaakte opgave uitleggen aan medeleerlingen. Voorbeelden van mogelijkheden zijn: een spreekbeurt die voor Nederlands, Engels of een andere taal meetelt, binnen vakoverstijgende opdrachten - bijvoorbeeld praktische opdrachten of profielwerkstukken - in combinatie met natuurkunde, biologie of scheikunde het wiskundige deel toelichten.

Reflecteren, met name op het leerproces, is een onmisbaar onderdeel van het leren van wiskunde. Leerlingen moeten wel de noodzaak van reflectie ervaren, ook in de hier genoemde brede zin. Reflecteren op belangstelling en motivatie komt als het goed is, aan de orde in gesprekken met de mentor, coach of vakdocent. Reflecteren op het eigen leerproces komt meestal aan de orde als de resultaten onvoldoende zijn of aanzienlijk slechter dan verwacht. Deze vorm van reflectie is echter onmisbaar om

leerlingen zich bewust te laten worden of ze leerdoelen bereikt hebben en voor wiskunde in het bijzonder, om complexere wiskundige problemen te leren oplossen. Reflectie kan gestimuleerd worden door het stellen van gerichte vragen of door leerlingen schriftelijk te laten rapporteren. Het kost tijd om het aan te leren en zoals eerder opgemerkt, heeft het slechts dan kans van slagen als de leerling nut en noodzaak ervan inziet. Voor wat reflectie op het leerproces betreft, scheidt de docent daarvoor de condities.

Voor meer concrete suggesties verwijzen we naar paragraaf 7.2 en de handreiking van wiskunde B havo (zie www.slo.nl → sectoren → VO Tweede fase → examenprogramma's en handreikingen voor de vakken in havo-vwo vanaf 2007).

De eindtermen van de vaardigheden op het profielniveau (subdomein A2) zijn gelijklopend in de nieuwe examenprogramma's (vanaf 2010/2011) voor biologie, natuurkunde, scheikunde, het nieuwe bètavak 'Natuur, leven en technologie' (NLT) en wiskunde. Ook voor de examenprogramma's van 2007 vertonen deze vaardigheden veel overeenkomsten.

Deze wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden kunnen zowel in schriftelijke toetsen als in praktische opdrachten worden getoetst. Het is wenselijk dit af te stemmen met de collega's van de bètavakken (zie ook 6.3 en 6.4).

Vaardigheden op het vakniveau zijn kenmerkend voor het vak. Deze vaardigheden, waaronder oplossingsvaardigheden, zullen voornamelijk aan de hand van de vakinhoudelijke domeinen worden getoetst.

4.3 Toelichting en suggesties havo

4.3.1 Domein B: Kansrekening en statistiek

Het domein "Kansrekening en statistiek" streeft verbreding en verdieping na. Voor leerlingen is een kennismaking met dit domein zowel met het oog op de vervolgopleiding als op de algemene vorming relevant.

Binnen het domein kunnen de subdomeinen "Tellen en kansen", "Statistiek" en "De binomiale verdeling" uit het wiskunde A-programma volledig worden behandeld. De school kan dit domein dus realiseren door een gecombineerd aanbod van het wiskunde A-programma rond statistiek en kansrekening voor zowel wiskunde A- als wiskunde D-leerlingen. Ook is het mogelijk om havo- en vwo-leerlingen het domein "Kansrekening en statistiek" gezamenlijk te laten volgen (zie ook paragraaf 2.3). De uitgever van *Getal & Ruimte* brengt een boek op de markt dat deze mogelijkheid ondersteunt. Hoewel de hier beschreven invullingen financiële voordelen hebben bij kleine leerlingenaantallen, biedt het minder mogelijkheid voor differentiatie tussen A- en D-leerlingen en havo- en vwo-leerlingen. Onderwijskundig gezien genieten deze opties dus geen voorkeur.

Overigens kan het domein "Kansrekening en statistiek" ook interessant zijn voor leerlingen met wiskunde B, met het oog op vervolgopleidingen. Zij kunnen dit domein in de vrije ruimte kiezen als de school dat toestaat.

Suggesties:

- Ten opzichte van de stof uit wiskunde A is er vooral vraag naar verdieping. Het Zebraboekje *Experimenteren met kansen* (<http://www.epsilon-uitgaven.nl> → Zebrareeks) sluit goed aan bij deze vraag. Andere Zebraboekjes die aansluiten bij dit domein zijn:
 - *Kattenaids en Statistiek*;
 - *Schatten, hoe doe je dat?*;
 - *Verkiezingen, een web van paradoxen*;
 - *Correlatie en regressie (Getal & Ruimte)*.
- Verder kan bij profielspecifieke verdieping en toepassing van statistische verwerkingsmethoden gedacht worden aan het bewerken van data uit een technische context met statistische software, zoals Excel en SPSS.
- Een andere mogelijkheid voor profielspecifieke verdieping is meer aandacht besteden aan de uitbreiding van het begrippenapparaat (toevalsvariabele, steekproeven, meetniveau's). Voorbeelden van dergelijke profielspecifieke verdiepingdelen moeten nog worden ontwikkeld.

4.3.2 Domein C: Toegepaste analyse 2

Het domein "Toegepaste analyse 2" beoogt verdieping van het algoritmisch denken over functies en verbanden in de richting van onderzoek naar die verbanden, het leren van eenvoudige onderzoeksmethoden en het hanteren van ICT daarbij. In dit domein kan de verdieping in het experimenteren met de standaardfuncties uit het wiskunde B-programma plaatsvinden. Dit domein leent zich verder voor het verwerken van wiskunde B-stof in relevante toepassingen met het oog op het vervolgonderwijs, waarbij met name wordt gedacht aan de bètasector in het hbo.

Voor havo-leerlingen vergemakkelijkt dit domein de overgang naar vwo met wiskunde B.

Het domein wordt gedeeltelijk ingevuld met subdomeinen uit het 'oude' wiskunde B12-programma voor de havo. De onderwerpen uit wiskunde B12 die niet in wiskunde B terecht zijn gekomen, kunnen hier aan bod komen. Denk bijvoorbeeld aan goniometrische functies en exponentiële en logaritmische functies (met grondtal e). Het domein is uitgebreid met onderzoek van functies en tabellen met behulp van kennis over toenames, groeifactoren, periodiciteit en evenredigheden. Dit onderzoek geeft ook aanleiding tot de inzet van algebra bij het verklaren van gevonden patronen. Daarmee worden algebraïsche vaardigheden verder ontwikkeld. Daarnaast wordt ICT als hulpmiddel ingezet.

In de door cTWO aangeboden lesstof zit een zekere overlap met wiskunde B, met name wat subdomein C1 (wiskunde D) en H1 (wiskunde B) betreft. Maar de ontwikkelde lesstof gaat wel wat dieper dan bij wiskunde B. Ook wordt meer dan bij wiskunde B een beroep gedaan op de inzet van ICT-hulpmiddelen (zie suggesties). Wat de overlappende onderwerpen betreft, kan de docent de keuze maken om direct de diepte in te gaan met de lesstof voor wiskunde D of eerst bij wiskunde B de lesstof meer oppervlakkig te behandelen en de wiskunde D-leerling later de verdieping zelf te laten doormaken. Een aanzienlijk deel van de lesstof is wel een uitbreiding van wiskunde B.

Op www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D is een uitgebreide domeinbeschrijving van "Toegepaste analyse 2" te vinden. Bij de subdomeinbeschrijvingen wordt vermeld of het een verdieping en/of een uitbreiding ten opzichte van wiskunde B betreft. Elke leerling moet van dit domein ten minste drie van de vier subdomeinen bestudeerd hebben (zie hoofdstuk 3).

Suggesties:

- Op de website van cTWO is lesmateriaal (met bijbehorende studiewijzers en docentenhandreikingen) beschikbaar bij dit domein. Aan de orde komen de onderwerpen 'differentiëren', 'goniometrie', 'exponentiële en logaritmische functies' en 'machten en evenredigheden' (dit laatste onderwerp is geheel nieuw ten opzichte van het 'oude' B12-programma).
- Voor de geschrapte onderdelen uit het 'oude' B12-programma (zie ook de handreiking wiskunde B havo) kunnen 'oude' schoolboeken en eindexamens worden gebruikt (bij de laatstgenoemde met name ook wat toepassingen betreft).
- Bij dit domein kan leerlingen de mogelijkheid worden geboden niet alleen met de grafische rekenmachine te werken, maar ook met andere ICT-hulpmiddelen. Hierdoor kunnen ze routinematig werk efficiënter uitvoeren en de analysecapaciteit vergroten. Goede softwarematige hulpmiddelen zijn VU-grafiek, TI-Interactive (binnenkort uitgebreider onder de naam Nspire), EXCEL en MAPLE.

4.3.3 Domein D: Ruimte meetkunde 2

Voor scholen die niet kiezen voor samenwerking met het hoger onderwijs, is als alternatief het schoolmodel opgesteld (zie ook paragraaf 2.1). In dit model komt in plaats van "Wiskunde in technologie" het domein "Ruimte meetkunde 2" aan bod. Het domein "Ruimte meetkunde 2" vormt een vervolg op de ruimte meetkunde binnen wiskunde B. De onderdelen 'onderlinge ligging van punten, lijnen en vlakken in

concrete situaties' en 'afstanden en hoeken in concrete situaties' uit het 'oude' wiskunde B12-programma hebben in wiskunde B geen plaats gekregen en komen nu aan de orde in wiskunde D.

Daarnaast komen in wiskunde D uitbreidingen aan bod uit de analytische meetkunde. Rekenen met coördinaten en vectoren in de ruimte is als onderwerp toegevoegd.

Suggesties:

- Voor de onderwerpen uit het 'oude' wiskunde B12-programma is voldoende materiaal uit de periode 1998 - 2007 voorhanden.
- Bronnen voor de analytische meetkunde zijn juist ruimschoots te vinden in schoolboeken en examens van de programma's van voor 1998. Zie bijvoorbeeld de digitaal beschikbare Hawexboekjes (<http://digbijzcoll.library.uu.nl> → collecties → Publicaties van het Freudenthal Instituut).
- Het onderwerp vectoren kan goed afgestemd worden met natuurkunde.

4.3.4 Domein E: Wiskunde in technologie

Scholen kunnen ervoor kiezen om voor 80 slv samenwerking met het hoger onderwijs een structurele plaats te geven in het examenprogramma. Het domein "Wiskunde in technologie" is nieuw. Het oorspronkelijke uitgangspunt wordt als volgt beschreven in het *Rapport Wiskunde D 2007*:

"Het beoogt leerlingen zicht te geven op toepassingen van wiskunde in de (exacte) vervolgopleiding en beroep. Het is een praktijkgericht domein dat zicht geeft op de processen waarin het toepassen van wiskunde een rol speelt. Wiskunde in technologie wordt vormgegeven in nauwe samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs. Een dergelijke samenwerking bevordert de doorlopende leerlijn van vo naar hbo en komt niet alleen de kwaliteit en actualiteit van de inhoud ten goede, maar heeft ook een positief effect op de doorstroming."

De onderwerpen die de school aan leerlingen kunnen aanbieden, komen voort uit het aanbod van ontwikkeld materiaal door het hoger onderwijs. Naast samenwerking met hbo-instellingen wordt ook samenwerking met het bedrijfsleven aanbevolen (zie bijvoorbeeld <http://www.jet-net.nl>). Enkele suggesties die in het rapport worden gedaan, zijn:

- een masterclass rond een voor de doelgroep relevant onderwerp in samenwerking met de hbo-instelling ontwikkelen en/of uitvoeren;
- een onderzoeksopdracht laten uitvoeren die gericht is op de beroepspraktijk of deel uitmaakt van het programma van een vervolgopleiding;
- door hogescholen aangeboden modules verwerken die zich lenen voor afstandsonderwijs.

Met het oog hierop zijn binnen hogescholen steunpunten wiskunde D ingesteld. Op het moment van schrijven van deze handreiking zijn er steunpunten in de regio's Amsterdam (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam>), Zuid-Nederland (<http://www.win.tue.nl/wiskunded/>), Leeuwarden (<http://www.fi.uu.nl/ctwo/links>), Den Haag (<http://www.fi.uu.nl/ctwo/links>), Utrecht, Nijmegen en Twente. De steunpunten ontwikkelen lesmateriaal en organiseren scholingsbijeenkomsten voor docenten. Op de genoemde websites is hier gedetailleerdere informatie over te vinden of worden contactpersonen genoemd (zie ook www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D → overzicht experimenteerscholen, volgscholen en regionale steunpunten).

Als u als school kiest voor samenwerking met een instelling voor hoger onderwijs, bent u niet verplicht u aan te melden bij één van de steunpunten. U kunt zelf het materiaal selecteren uit het aanbod van de verschillende ho-instellingen. U kunt dat doen door zelf contact te leggen met de instellingen, maar u kunt ook modules downloaden via internet.

In de toekomst zal het aantal steunpunten zich wellicht nog uitbreiden (ondanks het feit dat er steeds minder wiskunde op het hbo aan bod komt). Een actuele stand van zaken is te vinden op www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D.

4.3.5 Domein F: Keuzeonderwerpen

In het examenprogramma is 40 sluis gereserveerd voor een of meerdere keuzeonderwerpen. Dit geeft scholen, docenten en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling aan wiskunde D te geven. De onderwerpen kunnen ter verdieping aansluiten bij de vaste domeinen maar kunnen ook voor verbreding zorgen vanuit nieuwe en actuele perspectieven, ook in andere exacte vakken. De onderwerpen kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

In paragraaf 7.3 geven we enkele globale gegevens om het domein "Keuzeonderwerp" vorm te geven. In deze paragraaf zullen we een aantal specifieke voorbeelden geven met verwijzingen naar beschikbaar lesmateriaal. Natuurlijk zijn er veel meer voorbeelden denkbaar en is er ook meer dan alleen het aangegeven lesmateriaal beschikbaar.

Een veel gebruikte invulling voor de keuzeruimte van het vwo zijn de Zebraboekjes van Epsilon uitgaven (<http://www.epsilon-uitgaven.nl> → Zebrareeks). Enkele van deze boekjes zijn, eventueel na enige aanpassing, ook geschikt voor het havo, bijvoorbeeld:

- *Perspectief, hoe moet je dat zien?*;
- *Grafen in de praktijk*;
- *Schuiven met auto's, munten en bollen*;
- *Babylonische Wiskunde*.

Ter verbreding en verdieping van het domein "Kansrekening en statistiek" worden in paragraaf 4.3.1 nog een aantal boekjes genoemd.

Andere onderwerpen waaraan u kunt denken voor een keuzeonderwerp, zijn:

- vectormeetkunde in de ruimte (zie bijvoorbeeld *Netwerk*);
- priemgetallen en codering;
- complexe getallen (zie ook paragraaf 4.4.4);
- projectiemethoden en cartografie;
- logica (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam> → werkgroepen → Wiskunde D voor havo);
- statica (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam> → werkgroepen → Wiskunde D voor havo);
- besliskunde (<http://www.win.tue.nl/wiskunded> → vakken → beslissen);
- optimaliseren (zie bijvoorbeeld *Getal & Ruimte*);
- modules uit het nieuwe vak 'Natuur, leven, technologie' (zie paragraaf 6.3).

4.4 Toelichting en suggesties vwo

4.4.1 Domein B: Kansrekening en statistiek

Het domein "Kansrekening en statistiek" streeft verbreding en verdieping na. Bovendien blijkt het een belangrijke wens van universitaire vervolgoopleidingen als geneeskunde en van technische hogescholen dat vwo-leerlingen hierover in hun schoolopleiding kennis hebben opgedaan

Binnen het domein kunnen de subdomeinen "Tellen en kansen", "Statistiek" en "De binomiale verdeling" uit het wiskunde A-programma volledig worden behandeld. De school kan dit domein dus realiseren door een gecombineerd aanbod van het wiskunde A-programma rond statistiek en kansrekening voor zowel wiskunde A- als wiskunde D-leerlingen. Ook is het mogelijk om havo- en vwo-leerlingen het domein "Kansrekening en statistiek" gezamenlijk te laten volgen (zie ook paragraaf 2.3). Bij Getal & Ruimte verschijnt een boek dat deze mogelijkheid ondersteunt. Hoewel deze invullingen financiële voordelen hebben bij kleine leerlingenaantallen, bieden ze minder mogelijkheden voor differentiatie tussen A- en D-leerlingen en havo- en vwo-leerlingen. Onderwijskundig gezien genieten deze opties dus geen voorkeur.

Overigens kan het domein "Kansrekening en statistiek" ook interessant zijn voor leerlingen met wiskunde B, met het oog op vervolgoopleidingen. Zij kunnen dit domein in de vrije ruimte kiezen als de school dat toestaat.

Suggesties:

- Ten opzichte van de stof uit wiskunde A is er vooral vraag naar verdieping. Het Zebraboekje *Experimenteren met kansen* (<http://www.epsilon-uitgaven.nl> → Zebrareeks) sluit goed aan bij deze vraag. Andere Zebraboekjes die aansluiten bij dit domein zijn:
 - *Kattenaids en Statistiek*;
 - *Poisson, de Pruisen en de Lotto*;
 - *Schatten, hoe doe je dat?*;
 - *Verkiezingen, een web van paradoxen*;
 - *Correlatie en regressie (Getal & Ruimte)*.
- Bij profielspecifieke verdieping kan hetgeen geleerd is in het wiskunde B-programma gebruikt worden bij kansrekening en statistiek in wiskunde D. Met behulp van differentiaal- en integraalrekening kunnen bijvoorbeeld kansdichtheden en verwachtingswaarden worden bepaald. Verder valt te denken aan meer theoretische achtergronden van kansmodellen of een onderwerp als wachttijden. Ook het opstellen en gebruiken van kansmodellen in actuele toepassingen uit de geneeskunde en techniek behoort tot de mogelijkheden. Voorbeelden van dergelijke profielspecifieke verdiepingdelen moeten nog worden ontwikkeld.
- Ook de regionale steunpunten bieden profielspecifiek verdiepend lesmateriaal aan. Het steunpunt uit de regio Amsterdam biedt ter verdieping lesmateriaal aan over kansrekening met integraalrekening en kansrekening en oppervlakte (zie (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam>)). Het steunpunt uit de regio Zuid-Nederland heeft lesmateriaal ontwikkeld over Bayesiaanse statistiek (waarin onder andere de stafzaak tegen Lucia de B. aan bod komt). Het lesmateriaal is te vinden op: www.win.tue.nl/wiskunded → bestanden → publieke bestanden → materiaal 3e bijeenkomst scholingsreeks wiskunde D.

4.4.2 Domein C: Dynamische modellen 1

Modelleren in de natuurwetenschappelijke betekenis heeft betrekking op een proces waarin een cyclus van stappen onderscheiden kan worden. In het examenprogramma voor wiskunde D heeft eindterm 7 in het bètabrede domein A2 betrekking op de activiteit Modelleren.

Dynamische modellen (domein C en eventueel F) heeft betrekking op een onderdeel van de modelleercyclus: minimaal het leren analyseren en eventueel oplossen van differentiaalvergelijkingen (als wiskundig model van dynamische systemen) en die kennis gebruiken om modellen beter te begrijpen.

Subdomein C1 heeft betrekking op discrete dynamische modellen, vergelijkbaar met wat in domein Hb van het 'oude' vwo B12-programma staat, maar uiteraard minder gedetailleerd. De leerling moet rijen kunnen relateren aan een aantal zaken, waaronder webgrafieken en contexten en moet het gedrag van een bepaalde rij kunnen beschrijven als stationair, convergerend of divergerend. Deze eindterm schrijft bijvoorbeeld niet voor dat de leerling zelf vergelijkingen opstelt, zelf webgrafieken tekent of met limieten kan werken. *Relateren en beschrijven* zijn de hier gevraagde activiteiten. Meer mag natuurlijk wel; de docent bepaalt de inhoud van het aangeboden programma.

Subdomein C2 heeft betrekking op continue dynamische modellen, vergelijkbaar met domein Cb van vwo B12. De leerling moet niet alleen in differentiaalvergelijkingen eigenschappen van de functie kunnen *relateren* aan eigenschappen van de oplossing maar ook in eenvoudige gevallen die *oplossing zelf kunnen bepalen*. Vergeleken met het oude domein Cb wordt hier niet geëist dat een leerling een richtingsveld kan gebruiken om een grafisch beeld te krijgen, een differentiaalvergelijking kan opstellen of de eigenschappen van een oplossing in termen van het gemodelleerde proces kan interpreteren.

Toepassingen voor continue modellen komen aan de orde in subdomein C3. Leerlingen moeten de in C1 en C2 genoemde technieken kunnen gebruiken in concrete toepassingen. Dat hoeft geen toepassing buiten het gebied van de wiskunde te zijn, maar het mag wel.

In het keuzedomein F wordt een profielspecifieke verdieping genoemd. Te denken valt aan disciplines als natuurkunde, scheikunde, biologie of een interdisciplinair onderwerp zoals in het nieuwe bètavak 'Natuur, leven en technologie' aangeboden wordt (zie paragraaf 6.3). Een wiskundig onderwerp mag trouwens ook volgens deze eindterm, dus u kunt ervoor kiezen om het hele onderwerp strikt wiskundig te houden. Docenten kunnen bij dit onderwerp uitgaan van wiskundige begrippen en pas in een later stadium toepassingen laten zien. Het is ook mogelijk om te starten met het bredere begrip modelleren en een bepaalde context, bijvoorbeeld een epidemie, om van daaruit dynamische modellen en de verschillende wiskundige begrippen een plaats te geven. In beide gevallen kunnen docenten gebruikmaken van verschillende hulpmiddelen: pen-en-papier, GR, internet, modellersoftware, lespakketjes, etc.

Suggesties:

- De website van cTWO biedt een document met suggesties voor invulling van dit domein. In het document lijken de globale eindtermen gespecificeerd te worden, zoals in een syllabus voor een Centraal Eindexamen, met voorbeelden en met een uitgewerkte suggestie voor het keuzedomein F. Maar het zijn uiteraard geen

bindende voorschriften maar adviezen van commissieleden gebaseerd op hun gedachten over uitwerking van de globale eindtermen. Als basis voor dit onderwerp worden enkele hoofdstukken uit lesmethodes en andere boeken genoemd.

- Op de website van cTWO is ook een link te vinden naar lesmateriaal dat in Vlaanderen ontwikkeld is (zie www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D → domeinen van wiskunde D → Dynamische Modellen vwo). Dit heeft betrekking op subdomein C1: Discrete dynamische modellen. Het is ontwikkeld ten behoeve van het Vlaamse onderwijs en maakt gebruik van een leerlingentekst, GR en Excel. Er komen meer begrippen aan de orde dan in de eindterm van subdomein C1 worden genoemd. Leerlingen worden aangemoedigd te onderzoeken en verklaren.
- Op een site van TU Eindhoven staat materiaal voor een praktische opdracht over continue dynamische modellen, subdomein C2 uit het examenprogramma (zie www.win.tue.nl/~jessers/aansluiting/profielwerkstukwiskmodellen.htm).
- *Moderne Wiskunde* heeft in VWO wiskunde D deel 1 een hoofdstuk over Modelleren en een hoofdstuk over Rijen opgenomen. Het hoofdstuk over modelleren maakt gebruik van VU-Stat en Powersim. Het begint met een inleiding over modelleren en behandelt daarna onder andere mathematiseren en recursieve betrekkingen.
- Er wordt gewerkt aan een E-klas Discrete dynamische systemen door de werkgroep Dynamische modellen, Amsterdam. Deze opzet gaat uit van het door cTWO genoemde materiaal (zie <http://www.wiskunded.nl/amsterdam/dynamischmodellen.htm>).
- Wat subdomein C3 betreft, zijn er tal van natuurkundige, biologische en economische onderwerpen die te maken hebben met veranderingen in de tijd en die in een aantal gevallen ook voor vwo-leerlingen te begrijpen zijn. Het boekje *Chaos en Orde* (Epsilon, Zebra reeks, deel 16) geeft een inleiding op chaostheorie. Over chaostheorie geeft Epsilon nog een boekje uit: *Chaostheorie*, geschreven voor een wat breder publiek met meer achtergrondinformatie. Populatiodynamica is een biologisch onderwerp waarin differentiaalvergelijkingen functioneel zijn. Zie ook *De wiskundige kat, de biologische muis en de jacht op inzicht* (Heesterbeek, Diekmann en Metz, Epsilon, Utrecht, 2004). De verbinding met natuurkunde ligt voor de hand.

4.4.3 Domein D: Meetkunde

Analytische meetkunde is lang weggeweest in de bovenbouw van het vwo. Een herinvoering is volgens cTWO wenselijk voor leerlingen die op academisch niveau verder gaan in science of techniek. Leerlingen leren dat zowel in de wiskunde zelf als in toepassingen ervan aan problemen met een meetkundig karakter vooral met analytische technieken gewerkt wordt. Gebruik van algebraïsche vaardigheden is cruciaal bij dit vakgebied.

In het domein "Meetkunde" wordt begonnen met de analytische aanpak van meetkunde, waarbij ook coördinaten in drie dimensies aan de orde komen. Punten, lijnen en vlakken worden gealgebraïseerd. Vervolgens wordt aansluiting gezocht met het meetkundeprogramma uit wiskunde B door invulling met kegelsneden. Ook onderwerpen uit het 'oude' wiskunde B12-programma die niet meer in het wiskunde B-programma voorkomen, komen aan bod.

Zowel inzicht in als ervaring met de analytische methode is essentieel in het gebruik van wiskunde in een meetkundige context. Het is tevens een belangrijk toepassings- en trainingsgebied voor algebra en algebraïsch modelleren, zoals het aanbrengen van een coördinatenstelsel, het kiezen van onbekenden en het opstellen van vergelijkingen.

Daarnaast kunnen toepassingen van analytische methoden onderzocht worden met behulp van ICT.

Op www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D is een uitgebreide domeinbeschrijving van de analytische meetkunde te vinden. Daarin komen onder andere de te veronderstellen voorkennis, een gedetailleerde inhoudelijke beschrijving van de subdomeinen, de te beheersen (algebraïsche) technieken en de omvang en plaatsing in het programma aan bod.

Overladenheid dreigt bij dit domein vanwege het grote aantal subdomeinen. Dat is een gevaar voor de te bereiken diepgang. De aandacht over de verschillende subdomeinen moet op een goede manier worden verdeeld. Docenten kunnen ervoor kiezen bepaalde subdomeinen alleen globaal te behandelen en anderen juist meer verdiepend.

Suggesties:

- Op de website van cTWO wordt bij dit domein verschillend lesmateriaal aangeboden voor verschillende klassen. Via www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D is dit materiaal te vinden. Het lesmateriaal wordt vooraf gegaan door een korte omschrijving, waarin bijvoorbeeld ook aan de orde komt in welke mate ICT een rol speelt. Ter inspiratie is er op de website een overdruk van *Inleiding tot de analytische meetkunde* van C.J. Alders uit 1965 te downloaden. Verder zijn er in de nieuwsbrief van cTWO van april 2007 verslagen te vinden van experimenten op het gebied van analytische meetkunde.
- De TU Delft is op het moment van schrijven van deze handreiking bezig met het ontwikkelen van een module analytische meetkunde (zie <http://www.wiskundedsteun.nl> en <http://www.win.tue.nl/wiskunded>).
- Voor het onderzoeken van toepassingen van analytische methoden kan gebruik worden gemaakt van ICT. Mogelijke programma's zijn Geogebra (www.geogebra.org), Geocadabra (zie <http://www.geocadabra.nl>) en Cabri (voor informatie over Cabri zie <http://www.pandd.demon.nl/cabri.htm>).
- In tijdschriften is recent het een en ander verschenen over analytische meetkunde. In *Euclides* 82(2) is een artikel verschenen getiteld " 'Oude' meetkunde en vwo-wiskunde D ". Dit artikel gaat over constructieproblemen die aanleiding geven tot analytische meetkunde. In 'oude' meetkunde worden aanknopingspunten gevonden voor behandeling in het huidige meetkundeonderwijs. De auteur heeft ook een website waarin verschillende onderwerpen uit de analytische meetkunde aan bod komen: <http://www.pandd.demon.nl/anamee.htm>. Het juni- en septembernummer (2007) van *de Nieuwe Wiskrant* vormen een speciale wiskunde D-editie. Er worden ook enkele artikelen aan analytische meetkunde gewijd. De auteurs gaan met name in op ervaringen uit de schoolpraktijk. De artikelen zijn online te raadplegen via: <http://www.fi.uu.nl/wiskrant>.

4.4.4 Domein E: Complexe getallen

Voor scholen die niet kiezen voor samenwerking met een universiteit, is als alternatief het schoolmodel opgesteld (zie ook paragraaf 2.1). In dit model komen in plaats van "Wiskunde in wetenschap" de domeinen "Complexe getallen" en "Dynamische modellen 2" (zie paragraaf 4.4.5) aan bod.

De vervolgoopleidingen hebben gepleit voor de keuze van "Complexe getallen". Universiteiten hebben verschillend lesmateriaal op dit gebied ontwikkeld. Op de website van cTWO wordt dit lesmateriaal aangeboden. Ook is er uitgebreid lesmateriaal van verschillende scholen te vinden.

Naast het lesmateriaal is er op de website een presentatie te vinden met achtergrondinformatie voor docenten die met het beschikbare experimenteermateriaal over complexe getallen willen gaan werken.

cTWO benadrukt dat het aanbeveling verdient om complexe getallen ook in een meetkundige context te behandelen. Onder andere het lesmateriaal dat is ontwikkeld door de TU Eindhoven, geeft gehoor aan deze wens: <http://www.win.tue.nl/wiskunded>.

4.4.5 Domein F: Dynamische modellen 2

Op de site van cTWO staat in het voorstel voor een gedetailleerd programma een voorbeeld van een profielspecifieke verdieping die zuiver wiskundig is (Tweede orde differentiaalvergelijkingen).

'Profiel specifiek' hoeft zich niet te beperken tot wiskunde, een verdieping vanuit een van de andere profielvakken (zie ook paragraaf 6.3) kan uiteraard ook. Bijvoorbeeld een uitgave als *"De wiskundige kat, de biologische muis en de jacht op inzicht"* (Heesterbeek, Diekmann en Metz, Epsilon, Utrecht, 2004), bevat vele aanknopingspunten uit de biologie. Ook natuurkunde geeft veel onderwerpen die geschikt zijn voor dit domein. Denk bijvoorbeeld aan oscillatoren, resonantie, Kepler III voor cirkelbanen (zie www.math.rug.nl/~broer/pdf/kepler.pdf). Zie bijvoorbeeld ook *"Wiskunde in Werking deel 3"* (Gee de, Epsilon, Utrecht, 2005) voor ideeën.

4.4.6 Domein G: Wiskunde in wetenschap

Scholen kunnen ervoor kiezen om voor 80 slv samenwerking met het hoger onderwijs een structurele plaats te geven in het examenprogramma. Het domein "Wiskunde in wetenschap" is nieuw. Het oorspronkelijke uitgangspunt wordt als volgt beschreven in het *Rapport Wiskunde D 2007*:

"Het beoogt leerlingen zicht te geven op wiskunde als wetenschap en op de manier waarop wiskunde binnen exacte wetenschappen functioneert. Het gaat hierbij niet alleen om de wiskundige resultaten, maar ook om het proces van het bedrijven van wetenschap. Wiskunde in wetenschap wordt vormgegeven in nauwe samenwerking met universiteiten. Een dergelijke samenwerking bevordert de doorlopende leerlijn van vo naar ho en komt niet alleen de kwaliteit en actualiteit van de inhoud ten goede, maar heeft ook een positief effect op de doorstroming."

De onderwerpen die de school aan leerlingen kan aanbieden, komen voort uit het aanbod van ontwikkeld materiaal door het hoger onderwijs. Naast samenwerking met universiteiten wordt ook samenwerking met onderzoeksinstituten uit het bedrijfsleven aanbevolen (zie bijvoorbeeld <http://www.jet-net.nl>). Enkele suggesties uit het rapport:

- een masterclass rond een uitdagend en voor de doelgroep relevant onderwerp die in samenwerking met de wo-instelling wordt ontwikkeld en/of uitgevoerd;
- een onderzoeksopdracht die onderzoeksmatige vaardigheden vraagt en gericht is op een wetenschappelijke denkmethode;
- door universiteiten aangeboden modules die zich lenen voor afstandsonderwijs.

Met het oog hierop zijn binnen universiteiten steunpunten wiskunde D ingesteld. Op het moment van schrijven van deze handreiking zijn er steunpunten in de regio's Amsterdam (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam>), Utrecht en Groningen en is er een steunpunt van de technische universiteiten Delft, Eindhoven en Twente en de Radboud Universiteit (<http://www.wiskundedsteun.nl>).

De steunpunten ontwikkelen lesmateriaal en organiseren scholingsbijeenkomsten voor docenten. Op de genoemde websites is hier gedetailleerdere informatie over te vinden of worden contactpersonen genoemd (zie ook www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D → overzicht experimenteerscholen, volgscholen en regionale steunpunten).

Als u als school kiest voor samenwerking met een instelling voor hoger onderwijs, bent u niet verplicht u aan te melden bij één van de steunpunten. U kunt zelf het materiaal selecteren uit het aanbod van de verschillende ho-instellingen. U kunt dat doen door zelf contact te leggen met de instellingen, maar u kunt ook modules downloaden via internet.

In de toekomst zal het aantal steunpunten zich wellicht nog uitbreiden. Een actuele stand van zaken is te vinden op www.ctwo.nl → tabblad Wiskunde D.

4.4.7 Domein H: Keuzeonderwerpen

In het examenprogramma is 40 sluis gereserveerd voor een of meerdere keuzeonderwerpen. Dit geeft scholen, docenten en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling aan wiskunde D te geven. De onderwerpen kunnen ter verdieping aansluiten bij de vaste domeinen maar kunnen ook voor verbreding zorgen vanuit nieuwe en actuele perspectieven, ook in andere exacte vakken. De onderwerpen kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

In paragraaf 7.3 worden enkele globale suggesties gegeven om het domein "Keuzeonderwerp" vorm te geven. In deze paragraaf zullen we een aantal specifieke voorbeelden geven met verwijzingen naar beschikbaar lesmateriaal. Natuurlijk zijn er veel meer voorbeelden denkbaar en is er ook meer dan alleen het aangegeven lesmateriaal beschikbaar.

Een veel gebruikte invulling voor de keuzeruimte van het vwo zijn de Zebraboekjes van Epsilon. Onderwerpen waarover in deze reeks gepubliceerd is, zijn onder andere: pi, de laatste stelling van Fermat, fractals, chaos, Babylonische wiskunde, geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde, speltheorie, gravitatie en oneindig. Verder zijn er verschillende boekjes verschenen over kansrekening en statistiek.

Op <http://www.epsilon-uitgaven.nl> → Zebrareeks staat een opsomming van alle in deze reeks verschenen boekjes met een inhoudsopgave en een korte omschrijving van de inhoud.

Bij het gebruik van deze boekjes moet u wel rekening houden met de gewijzigde voorkennis van de leerlingen door de vernieuwde inhoud van de programma's.

Ook de verschillende regionale steunpunten bieden lesmateriaal voor keuzeonderwerpen aan.

Het steunpunt uit de regio Amsterdam (<http://www.wiskunded.nl/amsterdam>) heeft onder andere lesmateriaal bij de volgende onderwerpen verzameld:

- chaos;
- grafentheorie (zie ook <http://www.praktijk.nu> → DISWIS);
- oplossen stelsels vergelijkingen;
- riemann-hypothese.

Ter verbreding en verdieping van het domein "Kansrekening en statistiek" wordt in paragraaf 4.4.1 nog ander aangeboden lesmateriaal genoemd.

Het steunpunt van de TU Eindhoven heeft o.a. lesmateriaal bij het onderwerp besliskunde (<http://www.win.tue.nl/wiskunded> → vakken → beslissen).

Beide steunpunten bieden ook lesmateriaal aan over cryptografie. Op de website van cTWO is voor dit onderwerp ook lesmateriaal beschikbaar.

Onderwerpen die daarnaast bijvoorbeeld geschikt zijn voor een keuzeonderwerp, zijn:

- numerieke methoden;
- getaltheorie;
- wiskundige fysica;
- modules uit het nieuwe vak 'Natuur, leven, technologie' (zie paragraaf 6.3).

5. Mogelijkheden voor toetsing en weging (PTA)

5.1 Inrichting van het PTA

Volgens het examenbesluit havo/vwo dient het PTA jaarlijks vóór 1 oktober te worden vastgesteld en moet het in elk geval betrekking hebben op het desbetreffende schooljaar.

In het PTA zijn ten minste de volgende onderdelen opgenomen:

- de onderdelen van het examenprogramma die in het schoolexamen worden getoetst;
- de inhoud van de onderdelen van het schoolexamen;
- de wijze van examinering van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- de mogelijkheden tot herkansing van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- de weging van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- het herexamen van het schoolexamen.

In het examenprogramma van 1998 zijn vormvoorschriften voor het schoolexamen opgenomen. Vanaf 2007 zijn deze vormvoorschriften vervallen. De keuzemogelijkheden voor de scholen zijn verruimd. Het schoolexamen kan naast de aangewezen domeinen betrekking hebben op een of meer van de overige (sub)domeinen of op andere vakonderdelen. Deze kunnen zelfs per kandidaat verschillen.

Bij wiskunde kenden we al de situatie van het keuzeonderwerp als verplicht onderdeel van het schoolexamen in het vwo. Maar nu mogen eigen onderdelen toegevoegd worden aan het wiskundeprogramma en in het schoolexamen worden opgenomen. Inmiddels is in de afgelopen jaren een groot aantal onderwerpen uitgewerkt, die geschikt zijn voor de invulling van deze keuzeruimte in het vwo..Die uitwerkingen zijn terug te vinden in de serie Zebraboekjes. Daarnaast hebben verschillende hogescholen en universiteiten masterclasses ontwikkeld. Dit zijn enkele voorbeelden die voor de school en/of de leerling een inspiratiebron kunnen zijn voor het maken van een keuze. Zo kunnen bijvoorbeeld de Zebraboekjes of delen daarvan, worden gebruikt om leerlingen kennis te laten maken met een onderdeel van de wiskunde dat niet tot het reguliere programma behoort. Uiteraard zijn er veel meer mogelijkheden (zie ook hoofdstuk 7). Veel informatie is ook te vinden op diverse websites (zie bijlage 3).

5.2 Overwegingen bij het opstellen van een PTA

Voordat een vaksectie een PTA voor wiskunde D gaat opstellen, moet zij zich goed op de hoogte stellen van het formele karakter van het PTA. De vaksectie moet zich ook een goed beeld vormen van de randvoorwaarden waarbinnen het vak wiskunde op de eigen school wordt onderwezen.

Belangrijke vragen waarover eerst duidelijkheid moet bestaan, zijn onder andere:

- Hoe worden de studielasturen voor wiskunde D verdeeld over de verschillende leerjaren?
- Hoeveel lessen wiskunde D staan er in de opeenvolgende schooljaren op het rooster?
- Werkt de school met perioden? Zo ja, met hoeveel perioden? Is periodisering mogelijk/wenselijk?
- Welke ruimte is er voor zaken als studiebegeleidinguren, Z-uren en keuzewerktijd?
- Zijn er wel of geen lesvrije toetsweken?
- Hoe is de herkansing van onderdelen van het schoolexamen schoolbreed geregeld? Wanneer vindt die plaats?
- Hoe is de voortgangsrapportage geregeld? Hoeveel rapporten, wanneer?
- Op welke gronden vindt bevordering naar een volgend schooljaar plaats?
- Hoe verhouden examenonderdelen zich tot voortgangstoetsen?
- Welke leermiddelen gebruiken de leerlingen, worden er lesboeken aangeschaft?

Vervolgens is het in het belang van de leerlingen gewenst dat binnen de jaarlaag afstemming is over onder andere:

- spreiding van schriftelijke toetsen en praktische opdrachten over het schooljaar;
- koppeling met examenonderdelen van andere vakken;
- het toetsen van algemene vaardigheden uit domein A zoals informatievaardigheden, natuurwetenschappelijke vaardigheden en algebraïsche vaardigheden;
- de organisatie van oriëntatie op studie en beroep en de rol van de andere vakken daarin;
- voor wiskunde D is afstemming met het PTA voor wiskunde B belangrijk: in welke volgorde worden onderwerpen bij wiskunde B behandeld, waar kan wiskunde D op aansluiten, welke onderwerpen moeten eerst bij B behandeld zijn, etc.

De gewenste detaillering in de beschrijving van de onderdelen van het PTA wordt op schoolniveau aangegeven. Het PTA dient een raamdocument te zijn, waarbinnen later door middel van gedetailleerde studiewijzers de precieze inhoud en werkwijze aan de leerlingen duidelijk gemaakt wordt. Daarom verdient een korte typering en een globale omschrijving van de vakinhoud de voorkeur boven een gedetailleerde beschrijving. Want een gedetailleerde beschrijving kan in de loop van het jaar tot knelpunten voor leerlingen en docenten.

De vakinhoud voor een toets kan in het PTA globaal beschreven worden als bijvoorbeeld 'door vaksectie te bepalen onderdelen over het domein "Kansrekening en statistiek" '. In de studiewijzer kan dan gedetailleerd worden opgenomen welke onderwerpen, hoofdstukken, pagina's, opgaven en eventueel andere bronnen tot de stof van deze toets behoren.

Als de school kiest voor het opnemen van andere vakonderdelen, volstaat het om dat in het PTA te typeren als bijvoorbeeld 'door de vaksectie te bepalen thema, actualiteitsopdracht, verbredingsopdracht of verdiepingopdracht'. Het is niet aan te bevelen om in het PTA op te nemen 'door leerling te bepalen thema', ook al is de school voornemens om leerlingen de ruimte te geven eigen keuzes te maken. Het PTA is een wettelijke regeling en het zou niet zo moeten zijn dat ouders en/of leerlingen met het PTA in de hand de weg naar de rechter zoeken om wettelijk af te dwingen dat hun zoon of dochter een thema voor het schoolexamen kiest dat niet aan de criteria van de vaksectie/docent voldoet.

5.3 Suggesties voor inrichting van en verdeling over leerjaren

Het *Rapport Wiskunde D 2007* geeft een aantal mogelijkheden waarop wiskunde D in de verschillende leerjaren kan worden gepositioneerd. Daarbij spelen verschillende overwegingen een rol:

"Om leerlingen gelegenheid te geven hun profielkeuze zo laat mogelijk te maken, ligt het voor de hand om pas in vwo-5 en halverwege havo-4 met wiskunde D te beginnen. Als men leerlingen in een vroeg stadium kennis wil laten maken met 'de geest van wiskunde D' is juist een start aan het begin van klas 4 passend. Het voordeel van deze laatste optie is dat de studielast van wiskunde D beter over de jaren wordt gespreid. Het nadeel is echter dat bij wiskunde D minder kan worden voortgebouwd op voorkennis uit wiskunde B."

Het is belangrijk om te realiseren dat het vak wiskunde D met het laatste schoolexamen moet zijn afgerond.

De scholen kunnen hier zelf een keus in maken. Wiskunde D is zodanig vormgegeven dat, vanwege de zowel verdiepende als verbredende functie, alle opties worden opgehouden. Dat betekent dat voldoende (sub)domeinen van wiskunde D in klas 4 onderwijsbaar en studeerbaar zijn.

In concreto komt dit erop neer dat in klas 4-havo begonnen kan worden met:

- het domein "Kansrekening en statistiek" (behalve de verdiepingsmodule);
- het subdomein "Evenredigheidsverbanden" uit "Toegepaste analyse 2";
- (een gedeelte van) het domein "Wiskunde in technologie" (afhankelijk van de invulling);
- het domein "Keuzeonderwerpen" (in het geval van verbreding).

Voor vwo kan in klas 4 eveneens begonnen worden met:

- het domein "Kansrekening en statistiek" (behalve de verdiepingsmodule);
- het eerste deel van het domein "Dynamische modellen";
- het eerste deel van het domein "Meetkunde";
- (een gedeelte van) het domein "Wiskunde in wetenschap" (afhankelijk van de invulling);
- het domein "Keuzeonderwerpen" (in het geval van verbreding).

Om de profielspecifieke verdieping van de verschillende domeinen goed tot haar recht te laten komen kan de docent de keuze maken om een domein eerst slechts gedeeltelijk te behandelen en in een later stadium meer de diepte in te gaan als bepaalde lesstof bij wiskunde B is behandeld (zie ook paragraaf 6.2).

In het rapport wordt verder nog het volgende genoemd:

"In verband met de samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs kan het aanbeveling verdienen om wiskunde D in blokken te roosteren of bijvoorbeeld op een vaste middag te plannen."

Het vak kan gegeven worden in regelmatige wekelijkse lessen, maar het kan ook geclusterd worden met een roostering op dagdelen of geconcentreerd in periodes van een paar intensieve weken.

Bij kleine aantallen leerlingen kan volgens het rapport de volgende maatregel worden getroffen: "Voor sommige domeinen geldt dat ze in geval van kleine leerlingenaantallen tweejaarlijks kunnen worden aangeboden."

Daarnaast kunt u bij kleine aantallen leerlingen voor het domein "Kansrekening en statistiek" denken aan het samenvoegen van groepen met wiskunde A- en wiskunde D-leerlingen. Daarbij moet de profielspecifieke verdieping niet uit het oog worden verloren.

Ook het samenvoegen van havo- en vwo-leerlingen behoort tot de mogelijkheden (*Getal & Ruimte* ondersteunt dit; zie ook paragraaf 2.3), evenals een uitwisseling met modules uit het nieuwe bètavak 'Natuur, leven en technologie' (zie paragraaf 6.3). Tevens kunt u samenwerking met naastgelegen scholen of instellingen voor hoger onderwijs overwegen als dit organisatorisch haalbaar is.

5.4 Weging

De school mag zelf bepalen hoe de weging is tussen de verschillende onderdelen van het schoolexamen.

6. Afstemming met andere vakken

6.1 Inleiding

Voor een goede afstemming van het onderwijs en de toetsing van onderdelen van het schoolexamen die inhoudelijk in elkaars verlengde liggen en elkaar zelfs kunnen overlappen, is overleg wenselijk. Voldoende tijd voor structureel overleg met collega's van andere vakken is daarbij van groot belang.

Het is aan te bevelen om, voor zover dat mogelijk is, met de gekozen leermiddelen voor wiskunde en andere vakken een zodanige volgorde te bepalen dat bij wiskunde D wiskundige begrippen geïntroduceerd kunnen worden die in programma's van andere vakken voorkomen. Tegelijkertijd bieden andere programma's contexten, waarop bij wiskunde D kan worden aangesloten en voortgebouwd.

Leerlingen hebben er baat bij als verschillende docenten voor wiskundige begrippen dezelfde definities gebruiken, bij wiskunde refereren aan de contexten waarbinnen leerlingen de betreffende begrippen bij andere vakken krijgen aangereikt en dat wiskundedocenten die contexten correct gebruiken.

Het schoolexamen biedt veel mogelijkheden om te komen tot meer samenhang tussen vakken. Welke vorm dit krijgt, hangt af van de keuzes en organisatie van de school en hoe ver secties en docenten daarin wensen te gaan. U kunt de afstemming vakinhoudelijk laten plaatsvinden, de vorm laten aannemen van een project of van een profielwerkstuk voor individuele leerlingen. U kunt ook besluiten bepaalde onderwerpen voor verschillende vakken in één opdracht te toetsen, waarvan een gedeelte onderdeel is van het schoolexamen wiskunde D en een ander gedeelte onderdeel van het schoolexamen van een ander vak.

6.2 Afstemming tussen wiskunde D en wiskunde B

Wiskunde D is bedoeld als vak ter verbreding en verdieping van wiskunde B. Wiskunde D maakt samenhang binnen de wiskunde zichtbaar maken en is abstracter dan wiskunde B.

Het *Rapport Wiskunde D 2007* zegt hierover het volgende:

“Door wiskunde D te kiezen krijgen leerlingen een bredere kijk op wiskunde en ervaren ze de diversiteit binnen het vakgebied. Ook de toepassing van wiskunde in andere vakken en in beroepspraktijk draagt hieraan bij.

Binnen wiskunde D wordt dieper ingegaan op fundamentele deelgebieden en hun toepassingen. Daardoor krijgt de leerling een beter beeld van wiskunde als zelfstandige discipline, maar ook als wetenschap die zich in samenhang met nieuwe perspectieven in andere vakgebieden ontwikkelt.”

Wat de verdieping betreft, is afstemming met de in wiskunde B behandelde onderwerpen vanzelfsprekend van groot belang. Bij wiskunde D moet worden voortgebouwd op voorkennis uit wiskunde B.

Hieronder geven we voor ieder domein aan of het een verbreding of verdieping is ten opzichte van wiskunde B.

havo:

- Domein B: Kansrekening en statistiek: verbreding;
- Domein C: Toegepaste analyse 2: hoofdzakelijk verdieping (subdomein C2 is verbreding; zie paragraaf 4.3.2 voor een toelichting);
- Domein D: Ruimte meetkunde 2: verbreding;
- Domein E: Wiskunde in technologie: afhankelijk van de invulling zowel verbreding als verdieping mogelijk;
- Domein F: Keuzeonderwerpen: afhankelijk van de invulling zowel verbreding als verdieping mogelijk.

vwo:

- Domein B: Kansrekening en statistiek: verbreding en verdieping (B6);
- Domein C: Dynamische modellen 1: hoofdzakelijk verbreding;
- Domein D: Meetkunde: verbreding en verdieping;
- Domein E: Complexe getallen: verbreding en verdieping;
- Domein F: Dynamische modellen 2: hoofdzakelijk verbreding;
- Domein G: Wiskunde in wetenschap: afhankelijk van de invulling zowel verbreding als verdieping mogelijk;
- Domein H: Keuzeonderwerpen: afhankelijk van de invulling zowel verbreding als verdieping mogelijk.

Meer diepgang in de bij wiskunde B opgebouwde kennis, komt tot uitdrukking in onderwerpen uit technische en wetenschappelijke context die aanleiding geven tot formeel redeneren en bewijzen.

Om de profielspecifieke verdieping van de verschillende domeinen goed tot haar recht te laten komen kan de docent de keuze maken om een domein eerst slechts gedeeltelijk te behandelen en in een later stadium meer de diepte in te gaan als bepaalde lesstof bij wiskunde B is behandeld.

6.3 Afstemming tussen wiskunde D en NLT

Ook afstemming tussen wiskunde en het nieuwe bètavak 'Natuur, leven en technologie' is gewenst. In dit nieuwe vak (<http://www.betavak-nlt.nl>) zijn de natuurwetenschappelijke vakken, wiskunde en fysische geografie nauw verweven en heeft ook informatica een belangrijke bijdrage. Het vak heeft een thematische invulling. Binnen de thema's komen diverse aspecten van wis- en natuurwetenschappen aan de orde.

De inhoud van het examenprogramma NLT wordt aangeboden in modules die geordend zijn binnen domeinen. Deze modules kunnen een mooi uitgangspunt vormen voor een keuzeonderwerp binnen het examenprogramma van wiskunde D.

Het *Rapport Wiskunde D 2007* zegt hierover het volgende:

"Bijvoorbeeld kunnen modules van NLT met een voldoende wiskundegehalte ook fungeren als keuzeonderwerpen in wiskunde D. Denk bijvoorbeeld aan mathematische fysica, kunstmatige intelligentie en cryptografie en security. Andersom kan het domein Dynamische Modellen bij NLT worden ingepast. Dergelijke uitwisselingen bevorderen de samenhang en de financiële en organisatorische haalbaarheid; tevens ondersteunen ze het wiskundig en modelmatig denken."

Voor zowel havo als vwo is er een module Dynamische modellen in het aanbod van de Stuurgroep NLT. De vwo-module is gestart als gezamenlijke module voor NLT en

wiskunde D. Deze heeft als uitgangspunt het modelleren en start vanuit contexten (onder andere griep epidemie). De module is gebaseerd op materiaal dat door cd-bèta is ontwikkeld ((zie <http://www.fisme.uu.nl> → natuurwetenschappen → voortgezet onderwijs → projecten → modelleren).

Wiskundige begrippen worden geleidelijk aan behandeld. Op het moment van schrijven van deze handreiking is alleen een testversie beschikbaar. De goedgekeurde versie zal naar verwachting vanaf 1 augustus 2007 verkrijgbaar zijn via de website van NLT. Ook de havomodule neemt modelleren als uitgangspunt en zal eveneens vanaf augustus 2007 beschikbaar zijn. In verschillende andere modules speelt wiskunde een meer of minder belangrijke rol. Tot sterk wiskundig getinte onderwerpen die gepland zijn voor het vwo, behoren: Imaginaire stromen (netwerk van wisselstroom, complexe getallen), Astrodeeltjesfysica (moderne meetmethoden, driehoeksmeting, plaats- en tijdbepalingen), Bioprocestechnologie en Statistiek.

Enkele havomodules naast Dynamische modellen waarin wiskunde relatief veel gebruikt wordt, zijn Rijden onder invloed en Mens en meten. Er worden enkele modules Statistiek en Technologie ontwikkeld.

De verschillende modules worden gepubliceerd op de website van NLT: <http://www.betavak-nlt.nl>. Alle onderwerpen, testversies van onder leiding van de stuurgroep ontwikkelde modules en eindversies, worden gepubliceerd op de website.

6.4 Afstemming tussen wiskunde D en andere bètavakken

Wiskundige concepten komen veelal in andere bètavakken aan bod zonder dat leerlingen het verband zien. Omgekeerd komen in de wiskunde contexten uit andere bètavakken aan de orde. Door de vaak afwijkende notatie en terminologie worden deze door leerlingen niet herkend. Beide situaties zijn verwarrend voor de leerlingen. Het is dan ook zeker een zinvolle bezigheid om op schoolniveau met de sectie wiskunde en andere bètasecties om de tafel te gaan om tot afstemming te komen.

Leerlingen zijn niet in staat zich zelfstandig een samenhangend beeld van de natuurwetenschappelijke vakken te vormen. Afstemming is belangrijk op het gebied van inhoud, vaardigheden en tijdsplanning. Het aanpakken van één centraal thema vanuit meerdere vakken in de vorm van projectonderwijs is een van de mogelijkheden. Leerlingen kunnen zo beter zicht krijgen op samenhang tussen kennis en vaardigheden die nu ondergebracht zijn in verschillende vakken.

Bij vakinhoudelijke dwarsverbanden kunt u denken aan wiskundige ondersteuning in natuurwetenschappelijke vakken en aan het aanleveren door natuurwetenschappelijke vakken van relevante en realistische contexten bij wiskunde. Met dit laatste kan de toepasbaarheid van wiskunde aangegeven worden. Verder hebben leerlingen er baat bij als voor concepten en begrippen bij alle vakken dezelfde definities gebruikt worden en bij het ene vak wordt aangegeven dat betreffende begrippen ook bij andere vakken voorkomen. Daarnaast is het wenselijk eenduidige notaties te hanteren bij alle natuurwetenschappelijke vakken.

Het domein "Vaardigheden" is voor de verschillende natuurwetenschappelijke vakken vrijwel identiek geformuleerd en heeft veel overeenkomsten met het domein "Vaardigheden" van het wiskundeprogramma (zie ook paragraaf 4.2). Bij de verschillende bètavakken moeten leerlingen wiskundige vaardigheden toepassen om natuurwetenschappelijke problemen op te lossen. Leerlingen moeten

basisrekenvaardigheden kunnen uitvoeren, gebruik kunnen maken van een (grafische) rekenmachine en moeten verschillende wiskundige technieken kunnen toepassen. Voor een goede tijdsplanning is het van belang te kijken naar de verschillende examenprogramma's. Om de volgorde van aanbieden van onderwerpen te bepalen is naast externe samenhang ook interne samenhang van belang.

Onderwerpen waaraan u kunt denken in het kader van afstemming met natuurkunde, zijn:

- verbanden;
- bepaling en toepassing van de afgeleide evenredigheden;
- grafieken tekenen;
- goniometrische functies;
- vectoren;
- dynamische modellen;

bij scheikunde:

- rekenen met verhoudingen;
- het oplossen van lineaire en tweedegraads vergelijkingen;
- het oplossen van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen;

bij biologie:

- logaritmen;
- kansrekening (bij genetica);
- dynamische modellen;

en bij informatica:

- ICT-toepassingen (informatica).

Op de website <http://digimap.slo.nl> vindt u handvaten om samenhangend onderwijs vorm te geven. Op de website <http://www.rug.nl/fwn/voorzieningen/ido/betadidactiek> (→ onderzoek bètadidactiek → onderzoeksprogramma) vindt u criteria voor samenhangend (wiskunde)onderwijs.

Enkele concrete voorbeelden van afstemming of samenwerking van wiskunde met natuurwetenschappelijke vakken zijn te vinden in "*Sonate in het Studiehuis*", een verslag van een onderzoek op het gebied van samenhangend onderwijs in de natuurprofielen. Inmiddels is dit project voortgezet onder de naam "*Salvo*" dat lesmateriaal ontwikkelt waarin de samenhang tussen wiskunde en natuurwetenschappen wordt versterkt (zie <http://www.fisme.uu.nl> → natuurwetenschappen → voortgezet onderwijs → projecten en <http://www.platformbetatechniek.nl> → onderzoek en cijfers → publicaties Axis).

7. Onderdelen naar keuze van de school

7.1 Ruimte in het programma

Zoals vermeld in paragraaf 1.3 bestaat het examenprogramma voor wiskunde D uit globale eindtermen. Dit biedt docenten meer keuzevrijheid bij de invulling en uitvoering van onderdelen van het examenprogramma. Zo krijgt de school de mogelijkheid zich te profileren en kunnen docenten hun eigen expertise kwijt.

In het examenprogramma is er voor 40 sluisruimte voor een keuzeonderwerp. Dit onderwerp kan, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn. Daarnaast kunnen scholen ervoor kiezen vakonderdelen op te nemen in het schoolexamen die niet als domein in het examenprogramma genoemd staan.

Voor de keuzeonderdelen heeft de school verschillende opties. Het geeft docenten meer ruimte om hun eigen wiskundige interesses, ook 'buiten het schoolboek', aan bod te laten komen, zodat leerlingen enthousiasme voor wiskunde kunnen ervaren. Het biedt mogelijkheden om samenhang tussen vakken (zie hoofdstuk 6), variatie in werk- en toetsvormen (zie ook paragraaf 8.2) en aansluiting bij de actuele ontwikkelingen binnen de wiskunde gestalte te geven.

In de volgende paragrafen geven we in het kort een aantal suggesties. Op internet is veel aanvullende informatie te vinden. In bijlage 3, vindt u een uitgebreid overzicht van interessante webadressen.

7.2 Praktische opdrachten

In de tweede fase vanaf 2007 is de verplichting vervallen om ten minste één praktische opdracht in het examenprogramma op te nemen. Maar bij het aandacht besteden aan de vaardigheden uit domein A ontkomt je haast niet aan praktische opdrachten. De school heeft de vrijheid de organisatie van praktische opdrachten naar eigen inzicht in te richten. Bij de invulling van de praktische opdrachten kunt u denken aan de volgende doelstellingen:

- het aanleren van informatie- en onderzoeksvaardigheden;
- een alternatieve didactische werkvorm voor het verwerven van kennis;
- een alternatieve manier van toetsen;
- afstemming en samenwerking met andere vakken;
- voorbereiding voor een profielwerkstuk (eventueel voor twee vakken);
- een keuzeonderwerp (zie ook paragraaf 7.3).

Wat de organisatie betreft, moet u bij een praktische opdracht denken aan:

- de duur van de opdracht;
- de inzet en plaats van de opdracht binnen het programma (in plaats van of extra?);
- de open- c.q. geslotenheid van de opdracht;

- de beoordeling van de opdracht (beoordelingsaspecten kunnen bijvoorbeeld zijn: samenwerking, planning, proces, presentatie, wiskundige diepgang, wiskundige correctheid, originaliteit).

De presentatie van het verrichte werk in praktische opdrachten kan op één van de volgende manieren plaatsvinden:

- een geschreven verslag;
- een essay of artikel;
- een mondelinge voordracht;
- een posterpresentatie met toelichting;
- een presentatie met gebruik van media (bijvoorbeeld audio, video, internet, PowerPoint).

Natuurlijk is het onderwerp van de opdracht van belang. In de schoolboeken en op internet kunnen veel ideeën worden opgedaan voor onderwerpen (zie bijlage 3). De genoemde websites geven onder andere informatie over de bruikbaarheid van de praktische opdracht per schoolsoort, profiel, klas, onderwerp en slu. Sommige websites geven daarnaast informatie over benodigde software, vereiste voorkennis, combinaties met andere vakken, beoordelingsschema en docentenhandleiding.

Voor mogelijke onderwerpen verwijzen we naast de genoemde schoolboeken en websites naar paragraaf 4.3.5 (voor het havo) en 4.4.7 (voor het vwo).

7.3 Keuzeonderwerpen

In het examenprogramma is 40 slu gereserveerd voor een of meerdere keuzeonderwerpen. Dit geeft scholen, docenten en leerlingen de mogelijkheid een eigen invulling aan wiskunde D te geven. De onderwerpen kunnen ter verdieping aansluiten bij de vaste domeinen maar kunnen ook voor verbreding zorgen vanuit nieuwe en actuele perspectieven, ook in andere exacte vakken.

In deze paragraaf geven we enkele globale suggesties. Voor specifieke voorbeelden voor havo en vwo verwijzen we naar respectievelijk paragraaf 4.3.5 en 4.4.7.

Een veel gebruikte invulling voor de keuzeruimte van het vwo zijn de Zebraboekjes van Epsilon uitgaven (<http://www.epsilon-uitgaven.nl>).

Een tweede manier waarop het domein keuzeonderwerpen kan worden ingevuld zijn de masterclasses van de verschillende universiteiten. Via een masterclass kunnen leerlingen kennismaken met voor hen nieuwe wiskundige onderwerpen. In bijlage 3, onderdeel I worden de websites van de universiteiten vermeld. Meer informatie over eventuele masterclasses kunt u daar verkrijgen.

Daarnaast zijn er ook verschillende regionale steunpunten (zie ook paragraaf 7.5), die zowel materiaal voor leerlingen als docenten ontwikkelen (zie bijlage 3, onderdeel J).

Op internet worden via verschillende websites, onder andere van universiteiten, keuzemodules aangeboden (zie ook bijlage 3, onderdeel E).

Ook van het nieuwe vak 'Natuur, leven en technologie' kunnen modules als keuzeonderwerp worden gebruikt voor leerlingen die deze vakken niet hebben gekozen (zie ook paragraaf 6.3).

Daarnaast zijn er mogelijkheden tot samenwerkingsverbanden, bijvoorbeeld contacten met het bedrijfsleven via Jet Net (<http://www.jet-net.nl> → Pagina Wisactueel) en het Platform Bèta Techniek (<http://www.platformbetatechniek.nl>), waaronder het Universum Programma (<http://www.universumprogramma.nl>).

7.4 ICT

Computergebruik speelt een steeds grotere rol als middel tot het verkrijgen van en/of uitwisselen van informatie.

Een andere belangrijke ontwikkeling is ICT als geavanceerd hulpmiddel voor wiskunde. Te denken valt aan algemene programma's zoals Excel, aan wiskundesoftware zoals Cabri en Geogebra, aan het gebruik van applets, aan digitale leeromgevingen, maar ook aan de mogelijkheid van computeralgebra (zie voor meer informatie ook bijlage 3, onderdeel G).

In de globale formuleringen van de inhoud van de subdomeinen van het examenprogramma van wiskunde D wordt aangegeven bij welke onderwerpen ICT ingezet kan worden voor het schoolexamen (zie hoofdstuk 3). Het staat docenten uiteraard vrij om ten behoeve van hun onderwijs vrijelijk gebruik te maken van ICT-middelen.

Via internet wordt veel aanvullend materiaal aangeboden. Uitgevers spelen hierop in door steeds meer hulpmiddelen aan te bieden, ook via de eigen website. Ook docenten, vakorganisaties, universiteiten en hogescholen, ontwikkelaars, commerciële ondernemingen en anderen spelen op deze behoefte in.

Een aantal verschillende manieren waarop computers gebruikt kunnen worden, is:

- als bron voor materiaal, medium om materiaal uit te wisselen, op de hoogte te blijven van ontwikkelingen, te discussiëren met collega's en als vraagbaak (zie bijlage 3, onderdeel A, B, C, D, E, F en J);
- voor het gebruik van wiskundige software en applets, zowel in lessen als bij voorbereiding van lessen en het maken van toetsen (zie bijlage 3, onderdeel G en H);
- voor digitalisering van lesmateriaal, ter vervanging van een deel van het lesboek (zie bijlage 3, onderdeel G);
- voor het maken van praktische opdrachten en profielwerkstukken (zie bijlage 3, onderdeel E en F).

In de bijlage geven we een uitgebreid overzicht met een grote verscheidenheid aan webadressen, gesorteerd binnen verschillende thema's.

7.5 Samenwerking HO

Wiskunde D vormt een goede voorbereiding op een exacte of technische vervolgopleiding. In de vervolgopleiding zal de leerling profiteren van grotere voorkennis.

Al tijdens de middelbare schoolperiode wordt contact met het hoger onderwijs mogelijk gemaakt. Daarvoor zijn het havo-domein "Wiskunde in technologie" en het vwo-domein "Wiskunde in wetenschap" ontwikkeld.

Deze domeinen worden vormgegeven in nauwe samenwerking met instellingen voor hoger onderwijs. Volgens het *Rapport Wiskunde D 2007* "bevordert een dergelijke samenwerking de doorlopende leerlijn van vo naar ho en komt het niet alleen de kwaliteit en actualiteit van de inhoud ten goede, maar heeft het ook een positief effect op de doorstroming".

Om dit te realiseren zijn er verschillende regionale steunpunten ingesteld, die zowel materiaal voor leerlingen als docenten ontwikkelen (zie bijlage 3, onderdeel J). De invulling van de domeinen wordt in overleg met de regionale ho-instellingen vastgesteld. Voor specifieke invullingen voor havo en vwo verwijzen we naar respectievelijk paragraaf 4.3.4 en 4.4.6.

8. Vernieuwing examinering

8.1 Schoolexamen

Zoals eerder vermeld wordt het gehele examenprogramma van wiskunde D in het schoolexamen getoetst.

Een bijzonder aspect van deze vernieuwing is, dat niet langer voor alle leerlingen dezelfde schoolexamenprogramma's hoeven te gelden. Met andere woorden, het PTA is niet langer uniformerend (zie ook hoofdstuk 5).

Voor vernieuwing van de schoolexamens mogen we veel verwachten van uitwisseling van netwerkscholen met universiteiten en hogescholen. Scholen die nog niet ingestapt zijn, kunnen dit proces volgen en zich laten inspireren tot vernieuwende schoolexamens.

Daarnaast kan op andere manieren aan vernieuwing van schoolexamens worden gewerkt. Denkt u bijvoorbeeld aan:

- open boek toetsen;
- projecten;
- modules gevolgd en getoetst binnen het vervolgonderwijs;
- groepstoetsen;
- praktijktoetsen o.a. van een stage;
- digitale toetsen, eventueel met meerdere afnamemomenten per jaar;
- mondelinge toetsen.

Bij de beoordeling van producten (zie ook paragraaf 7.2) kan gedacht worden aan rubrics (zie <http://rubistar.4teachers.org> en <http://digimap.slo.nl> → aanpak in de klas → beoordeling en begeleiding → rubrics). Hierbij kan ook de mogelijkheid van peer-review (leerlingen beoordelen zichzelf en elkaar) worden gebruikt.

8.2 Kwaliteitsborging schoolexamen

De vormvoorschriften voor het schoolexamen zijn beperkt, waardoor de vraag ontstaat wie de kwaliteit van de schoolexamens bewaakt. Informatie hierover is in het docentenveld nog onvoldoende verspreid.

De schoolleiding is verantwoordelijk voor het bewaken van de kwaliteit van de schoolexamens. Veel informatie over kwaliteitszorg wordt gebundeld op www.kwaliteitsring.nl. Hiervoor is onder andere het instrument '*Scan Kwaliteitszorg Schoolexamens VO*' ontwikkeld, dat ook een handreiking biedt voor verbetering van het bestaande kwaliteitszorgsysteem voor schoolexamens binnen de school. Dit kunt u downloaden via <http://www.schoolmanagersvo.nl> (zoeken op: scan kwaliteitszorg schoolexamens).

Voor kwaliteitsborging van het schoolexamen onderscheiden we globaal drie methoden:

- kwaliteitsborging via intercollegiale consultatie;
- kwaliteitsborging via externe visitaties en beoordeling;
- kwaliteitsborging via regulier inspectietoezicht.

Docenten maken zich vaak zorgen om de kwaliteit van hun schoolexamens. Kwaliteitsbepaling via intercollegiale consultatie kan op de volgende manieren plaatsvinden:

- vergelijken van de gemiddelde score van het schoolexamen met andere natuurwetenschappelijke profielvakken;
- vergelijking van schoolexamens wiskunde met die van een of meer 'netwerk'-scholen;
- sectiebrede ontwikkeling van toetsen en praktische opdrachten en collegiale consultatie.

Verder kunnen de volgende overwegingen worden meegenomen:

- komt de spreiding tussen de resultaten overeen met het globale beeld dat de docent heeft van de capaciteiten van een klas;
- is het schoolexamen consistent met het geboden onderwijs (inhoud en niveau van het vak);
- sluit het schoolexamen aan op de kwaliteitseisen van de sectie voor goed wiskundeonderwijs.

Ook kunt u in dit kader denken aan kwaliteitsbepaling door vergelijking met andere scholen of intercollegiale consultatie bij de ontwikkeling van schoolexamens. Het is aan te bevelen voldoende prioriteit te geven aan deskundigheidsbevordering op het gebied van constructie en evaluatie van schoolexamens. Scholing in vaknetwerken heeft als grote voordeel dat docenten in intercollegiaal verband hun visie op examinering kunnen toetsen en verruimen.

In kwaliteitsborging via externe visitaties en beoordeling zouden bijvoorbeeld steunpunten een rol kunnen spelen. In samenwerking met het steunpunt kan ook een netwerk worden opgezet waarin toetsen worden uitgewisseld (intercollegiale consultatie) of gecombineerd, of waarin externe deskundigen bij het beoordelen van toetsen worden betrokken.

Ook valt te denken aan een vorm van benchmarking, bijvoorbeeld via standaardtoetsen. De Nederlandse Vereniging voor Wiskundeleraren zou hier het voortouw kunnen nemen. Zo is het denkbaar dat de NVvW of cTWO een toetsenbank opzet (zie ook www.wisbase.nl).

Er moeten, niet alleen voor wiskunde, instrumenten worden ontwikkeld voor de beoordeling en kwaliteitsverbetering van schoolexamens. Kwaliteitsborging komt ook tegemoet aan de behoefte van docent, schoolleiding, leerling en ouders.

Daarnaast kunnen scholen met regionale steunpunten afspraken maken over het aanbieden van modules die mee kunnen wegen in het schoolexamen enerzijds, maar die anderzijds vrijstelling opleveren binnen de betreffende instelling als de leerling daar zijn vervolgopleiding gaat doen. De modules zouden door de school, maar ook door de vervolgopleiding (voor meerdere toeleveringsscholen tegelijk) aangeboden kunnen worden.

Bijlage 1

Examenprogramma wiskunde D

VWO

Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Dynamische modellen 1
Domein D	Meetkunde
Domein E	Complexe getallen
Domein F	Dynamische modellen 2
Domein G	Wiskunde in wetenschap
Domein H	Keuzeonderwerpen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen B, C, D en H;
- domein G of de beide domeinen E en F;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest, naast de keuzeonderwerpen bedoeld bij domein H: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. Informatievaardigheden
De kandidaat kan doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.
2. Communiceren
De kandidaat kan adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal in het publieke domein communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.
3. Reflecteren op leren
De kandidaat kan bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.
4. Studie en beroep
De kandidaat kan toepassingen en effecten van wiskunde en natuurwetenschappen in verschillende studie- en beroepssituaties herkennen en benoemen. Daarnaast kan de kandidaat een verband leggen tussen de praktijk van deze studies en beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.

Subdomein A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden

5. Onderzoeken
De kandidaat kan een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of economische context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken.
6. Ontwerpen
De kandidaat kan een ontwerp op basis van een gesteld probleem voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren en daarbij relevante begrippen en theorie gebruiken.
7. Modelvorming
De kandidaat kan een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.
8. Redeneren
De kandidaat kan met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten van zowel inductief als deductief karakter.
9. Waarderen en oordelen
De kandidaat kan een beargumenteerd oordeel over een situatie in de natuur of een technische toepassing geven, en daarin onderscheid maken tussen wetenschappelijke argumenten en persoonlijke uitgangspunten.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

10. Algebraïsche vaardigheden

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden, heeft inzicht in de bijbehorende formules en kan de bewerkingen uitvoeren.

11. Vaktaal, conventies en notaties

De kandidaat kan correcte vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties.

12. Oplossingsvaardigheden

De kandidaat kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en gevonden oplossingen controleren op wiskundige juistheid.

Domein B: Kansrekening en statistiek

Subdomein B1: Combinatoriek

13. De kandidaat kan combinatorische problemen oplossen waarin permutaties en combinaties worden toegepast.

Subdomein B2: Kansrekening

14. De kandidaat kan een toevalsexperiment vertalen in een kansmodel, de begrippen onafhankelijke gebeurtenis en voorwaardelijke kans hanteren, kansen berekenen met behulp van som-, complement- en productregel, en van een discrete toevalsvariabele de verwachtingswaarde berekenen.

Subdomein B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens

15. De kandidaat kan, ook met behulp van ICT, waarnemingen verwerken in een tabel, data visualiseren in een passend diagram, gegevens samenvatten in geschikte centrum- en spreidingsmaten en gegeven grafische representaties interpreteren.

Subdomein B4: Kansverdelingen

16. De kandidaat kan het binomiale en het (standaard-)normale verdelingsmodel gebruiken voor het berekenen van kansen, relatieve frequenties, grenswaarden, gemiddelden en standaardafwijkingen van discrete en continue verdelingen.

Subdomein B5: Het toetsen van hypothesen

17. De kandidaat kan nul- en alternatieve hypothesen formuleren en bijbehorende een- of tweezijdige toets uitvoeren bij binomiaal- of normaal-verdeelde toevalsvariabelen.

Subdomein B6: Profielspecifieke verdieping

18. De kandidaat kan de stof van wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein C: Dynamische modellen 1

Subdomein C1: Discrete dynamische modellen

19. De kandidaat kan rijen relateren aan recurrente betrekkingen, iteraties, webgrafieken en contexten en kan het gedrag ervan beschrijven in termen van stationair, convergerend of divergerend.

Subdomein C2: Continue dynamische modellen

20. De kandidaat kan in differentiaalvergelijkingen van de vorm $y = f(y, t)$ eigenschappen van f relateren aan eigenschappen van oplossingen, zoals het al dan niet stationair zijn, monotonie en asymptotisch gedrag en in eenvoudige gevallen een oplossing expliciet bepalen.

Subdomein C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen

21. De kandidaat kan de stof uit de subdomeinen C1 en C2 gebruiken in concrete toepassingen.

Domein D: Meetkunde

Subdomein D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden

22. De kandidaat kan analytische methoden en algebraïsche technieken toepassen op meetkundige problemen, ook bij bewijzen.

Subdomein D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies

23. De kandidaat kan eigenschappen van aard en ligging van figuren in een vlak onderzoeken vanuit vergelijkingen en kan in een gegeven of zelfgekozen coördinatenstelsel vergelijkingen van figuren opstellen.

Subdomein D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten

24. De kandidaat kan op verschillende manieren vergelijking van lijnen, cirkels en kegelsneden opstellen, en op grond van vergelijkingen ligging en eigenschappen van de bijbehorende figuren onderzoeken.

Subdomein D4: Parametrisering

25. De kandidaat kan een parametrisering van een figuur gebruiken om eigenschappen ervan vast te stellen en kan in geschikte gevallen een parametrisering van een figuur opstellen.

Subdomein D5: De ruimte

26. De kandidaat kan de beschrijving van punten in de ruimte met drie coördinaten gebruiken, met name bij bollen en eenvoudige omwentelingsoppervlakken.

Subdomein D6: Toepassingen en ICT

27. De kandidaat kan toepassingen van analytische meetkunde onderzoeken, ook met behulp van ICT.

Domein E: Complexe getallen

Subdomein E1: Basisoperaties

28. De kandidaat kan rekenen met complexe getallen, de geconjugeerde, het argument en de absolute waarde, kan de stelling van De Moivre gebruiken en kan rekenen met de formule van Euler als representatie van poolcoördinaten.

Subdomein E2: Profielspecifieke verdieping

29. De kandidaat kan de stof van subdomein E1 gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein F: Dynamische modellen 2

30. De kandidaat kan de stof van domein C gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Domein G: Wiskunde in wetenschap

31. De onderwerpen worden door de school aan leerlingen aangeboden, komen voort uit aanbod van het hoger onderwijs en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

Domein H: Keuzeonderwerpen

Bijlage 2

Examenprogramma wiskunde D

havo

Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

Domein A	Vaardigheden
Domein B	Kansrekening en statistiek
Domein C	Toegepaste analyse 2
Domein D	Ruimteteekunde 2
Domein E	Wiskunde in technologie
Domein F	Keuzeonderwerpen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A in combinatie met:

- de domeinen B en F, en van het domein C de subdomeinen C1 en C2 en één van de subdomeinen C3 of C4 of beide;
- één van de domeinen D of E;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest, naast de keuzeonderwerpen bedoeld bij domein F: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. Informatievaardigheden
De kandidaat kan doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken.
2. Communiceren
De kandidaat kan adequaat schriftelijk, mondeling en digitaal in het publieke domein communiceren over onderwerpen uit de wiskunde.
3. Reflecteren op leren
De kandidaat kan bij het verwerven van vakkennis en vakvaardigheden reflecteren op eigen belangstelling, motivatie en leerproces.
4. Studie en beroep
De kandidaat kan toepassingen en effecten van wiskunde en natuurwetenschappen in verschillende studie- en beroepssituaties herkennen en benoemen. Daarnaast kan de kandidaat een verband leggen tussen de praktijk van deze studies en beroepen en de eigen kennis, vaardigheden en belangstelling.

Subdomein A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden

5. Onderzoeken
De kandidaat kan een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of economische context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken.
6. Ontwerpen
De kandidaat kan een ontwerp op basis van een gesteld probleem voorbereiden, uitvoeren, testen en evalueren en daarbij relevante begrippen en theorie gebruiken.
7. Modelvorming
De kandidaat kan een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen.
8. Redeneren
De kandidaat kan met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten van zowel inductief als deductief karakter.
9. Waarderen en oordelen
De kandidaat kan een beargumenteerd oordeel over een situatie in de natuur of een technische toepassing geven, en daarin onderscheid maken tussen wetenschappelijke argumenten en persoonlijke uitgangspunten.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

10. Algebraïsche vaardigheden

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende rekenkundige en algebraïsche vaardigheden, heeft inzicht in de bijbehorende formules en kan de bewerkingen uitvoeren.

11. Vaktaal, conventies en notaties

De kandidaat kan correcte vakspecifieke taal en terminologie interpreteren en produceren, inclusief formuletaal, conventies en notaties.

12. Oplossingsvaardigheden

De kandidaat kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en gevonden oplossingen controleren op wiskundige juistheid.

Domein B: Kansrekening en statistiek

Subdomein B1: Kansrekening

13. De kandidaat kan beschreven kansproblemen analyseren, visualiseren met behulp van een schema of diagram en kansen berekenen, zonodig met behulp van permutaties en combinaties.

Subdomein B2: Statistiek – dataverwerking

14. De kandidaat kan bij een gegeven probleemsituatie de populatie aangeven, een gegeven of gekozen steekproef op geschiktheid beoordelen, data verwerken in een geschikte tabel of diagram, samenvatten met geschikte centrum- en spreidingsmaten en een gegeven grafische representatie interpreteren.

Subdomein B3: Kansverdelingen

15. De kandidaat kan binomiale en (standaard-)normale verdelingsmodellen herkennen, binnen zo'n model berekeningen uitvoeren en de resultaten interpreteren.

Subdomein B4: Profielspecifieke verdieping

16. De kandidaat kan de stof van wiskunde B gebruiken voor een profielspecifieke verdieping.

Subdomein B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden

17. De kandidaat kan statistische software gebruiken om in een gegeven probleemsituatie data te verwerken en statistische conclusies te trekken.

Domein C: Toegepaste analyse 2

Subdomein C1: Afgeleide functies 2

18. De kandidaat kan voor het bepalen van de afgeleide functie en de interpretatie daarvan binnen een context gebruik maken van de som-, verschil-, product- en quotiëntregel en van de kettingregel bij enkelvoudig samengestelde functies.

Subdomein C2: Evenredigheidsverbanden

19. De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en de wetten van de schaalvergroting gebruiken.

Subdomein C3: Exponentiële functies

20. De kandidaat kan, ook in concrete toepassingen, exponentiële processen herkennen en met formules beschrijven, de grafieken van exponentiële functies tekenen in assenstelsels met lineaire of logaritmische schalen, dergelijke grafieken interpreteren, bij exponentiële groeigrafieken formules opstellen en er berekeningen aan uitvoeren, de afgeleide bepalen van exponentiële en logaritmische functies en daarmee optimaliseringsproblemen oplossen, ook met behulp van ICT.

Subdomein C4: Goniometrische functies

21. De kandidaat kan, ook in concrete toepassingen, harmonische processen herkennen en beschrijven met goniometrische functies, waaronder ook \tan , de grafieken van goniometrische functies en samenstellingen hiervan tekenen in assenstelsels met radialen op de horizontale as, dergelijke grafieken interpreteren, de stelling van Pythagoras voor lineaire combinaties van goniometrische functies gebruiken, bij grafieken van harmonische trillingen formules opstellen, er berekeningen aan uitvoeren en met behulp van differentiëren optimaliseringsproblemen oplossen, ook met behulp van ICT.

Domein D: Ruimte meetkunde 2

Subdomein D1: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties

22. De kandidaat kan van punten, lijnen en vlakken in een rechthoekig coördinatenstelsel de incidentierelaties bepalen en van lijnen en vlakken de snijpunten bepalen.

Subdomein D2: Afstanden en hoeken in concrete situaties

23. De kandidaat kan met behulp van goniometrische berekeningen, de stelling van Pythagoras en de cosinusregel afstanden en hoeken in de ruimte berekenen.

Subdomein D3: Coördinaten en vectoren

24. De kandidaat kan rekenen met coördinaten en vectoren in de ruimte, ook in een profielspecifieke context.

Domein E: Wiskunde in technologie

25. De onderwerpen worden door de school aan leerlingen aangeboden, komen voort uit aanbod van het hoger onderwijs en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.

Domein F: Keuzeonderwerpen

Bijlage 3

Webadressen

Internet is in de loop van de tijd een grote bron van informatie geworden, die tegenwoordig vrijwel onmisbaar is voor docenten (en leerlingen). Op diverse websites kunt u veel vinden wat in het onderwijs gebruikt kan worden, met name als het gaat om een alternatieve invulling van bijvoorbeeld een deel van het schoolexamen. De informatie die op internet beschikbaar is, heeft voornamelijk betrekking op:

- algemene informatie voor wiskundedocenten, veelal over het wiskundeonderwijs;
- informatie voor leerlingen over eindexamens en wiskundige onderwerpen, met bijvoorbeeld oefenmateriaal, uitwerkingen, tips en uitleg;
- werkstukken, praktische opdrachten en profielwerkstukken, soms uitgewerkt en vaak een bron van inspiratie;
- wiskunde en ICT.

Informatie over wiskunde opzoeken op internet is een zoektocht, waarbij in veel gevallen dezelfde webadressen worden gevonden. Hieronder vindt u een aantal adressen met een summiere aanduiding wat er te vinden is. In een aantal gevallen vindt u op de websites een doorlink naar andere webadressen en daarbij komen ook doublures voor. Omdat webadressen in de loop van de tijd kunnen wijzigen kan het voorkomen dat onderstaande verwijzingen niet meer actief zijn. Meestal is het nieuwe webadres via een zoekmachine te vinden.

Het overzicht is niet volledig. Vanzelfsprekend zult u, wanneer u gericht informatie zoekt, via een zoekmachine op nog veel meer plaatsen terecht komen.

A - Algemene informatie wiskundeonderwijs

Website	korte omschrijving
http://www.nvww.nl	Nederlandse vereniging voor wiskundeleraren
http://www.digischool.nl/wi	Wiskundelokaal van de digitale school
http://www.digischool.nl/wi/community	Vakcommunity wiskunde
http://www.wiskundeonderwijs.nl	Wiskundeonderwijs webwijzer
http://www.fi.uu.nl/wiskids	Wiskids
http://www.ctwo.nl	Commissie toekomst wiskunde onderwijs
http://www.slo.nl	SLO
http://www.cevo.nl	CEVO
http://www.cito.nl	CITO
http://www.fi.uu.nl	Freudenthal Instituut
http://www.aps.nl	APS
http://www.tweedefase-loket.nl	Tweede Fase Adviespunt
http://www.minocw.nl	Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen

B - Wiskunde methoden

Website	korte omschrijving
http://www.getalenruimte.epn.nl	Getal en Ruimte
http://www.modernewiskunde.wolters.nl	Moderne Wiskunde
http://www.netwerk.wolters.nl	Netwerk
http://www.pascal-online.nl	Pascal
http://www.wageningse-methode.nl	De Wageningse Methode
http://www.matrix-malmberg.nl	Matrix
http://www.mathadore.nl	Mathadore
http://www.epsilon-uitgaven.nl	Zebrareeks Epsilon Uitgaven

C - Algemene informatie wiskunde

Website	korte omschrijving
www.wiskunde.startpagina.nl	Veel webadressen over allerlei aspecten van wiskunde(onderwijs)
http://mathematics.start4all.com	Veel webadressen over wiskunde
http://www.wiskgenoot.nl	Koninklijk Wiskundig Genootschap
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk	Geschiedenis van de wiskunde
http://nl.wikipedia.org → wiskunde	Wikipedia
http://www.kennislink.nl/ → wiskunde	Kennislink

D - Wiskundehulp voor leerlingen

Website	korte omschrijving
http://www.wisfaq.nl	Digitale vraagbaak voor het wiskundeonderwijs
http://www.wisnet.nl/	Vraagbaak voor studenten van de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden
http://wiskunde1.starttips.com	Wiskunde starttips
http://www.wiskundeleren.nl	Forum over wiskunde leren
http://www.wiskundeonline.nl	Wiskunde online
http://wiskunde.hacom.nl	Wiskunde op het net
http://www.examenbundel.nl	Examenbundel en Samengevat
http://havovwo.nl	Uitwerkingen van examens
http://examen.kennisnet.nl	Kennisnet examen
http://www.beta1op1.nl	Bèta 1 op 1

E - Praktische opdrachten

Website	korte omschrijving
http://www.digischool.nl/wi → bronnen voor werkstukken	Database van de digitale school
http://www.stepnet.nl → opdrachten	Stepnet
http://www.rug.nl/fwn → informatie voor scholieren)	Bètasteunpunt van de RuG en Hanzehogeschool
http://www.math4all.nl → praktische opdrachten	Stichting Math4all
http://www.win.tue.nl/~jessers/aansluiting	Aansluitingsproject VWO-WO van de TU/e
http://www.fi.uu.nl/wisbdag	Wiskunde B-dag
http://www.math.ru.nl/kangoeroe	Europese Wiskunde Kangoeroe
http://www.kennisnet.nl	Kennisnet
http://www.scholieren.com/werkstukken	Werkstukken van leerlingen
http://www.collegenet.nl	Huiswerk hulpsite werkstukken
http://www.praktijk.nu	De Praktijk

F - Profielwerkstukken

Website	korte omschrijving
http://www.werkstuknetwerk.nl	Werkstuknet Kennisnet
http://www.aarde.nu	Profielwerkstukken over de aarde
http://www.ru.nl/exo	Exo-steunpunt
http://pws.schoolsite.utwente.nl	Schoolsite profielwerkstukken UTwente
http://www.betasteunpunt.nl	Landelijk bètasteunpunt (profiel)werkstukken
http://www.tue.nl/profielwinkel	Profielwinkel TU/e
http://www.werkstuksite.uu.nl	Werkstuksite UU

G - Wiskunde en ICT

Website	korte omschrijving
http://www.fi.uu.nl/wisweb	Wisweb Freudenthal Instituut
http://www.digischool.nl/wi → software	Overzicht van software voor het wiskundeonderwijs
http://wiskunde.startpagina.nl → software	Overzicht van wiskundesoftware
http://home.wxs.nl/~hklein/math.htm	Wiskunde en wetenschap
http://home.hccnet.nl/david.dirkse	Diverse wiskundesoftware
http://www.wiskunde.nu	ICT in de wiskundepraktijk
http://wims.math.leidenuniv.nl	Interactive Mathematica server

Website	korte omschrijving
http://www.wisnet.sohosted.com	Wisnet
http://education.ti.com	Texas Instruments
http://world.casio.com/edu	Casio
http://www.visiria.nl	Visiria
http://www.pandd.demon.nl/cabri.htm	Informatie over Cabri
http://cinderella.de	Cinderella
http://www.geocadabra.nl	Geocadabra
http://www.geogebra.org	Geogebra
http://www.rhombus.be → software	Derive computer algebra
http://groepen.kennisnet.nl	Groepen Kennisnet
http://www.blackboard.com	Blackboard Digitale leeromgeving
http://www.webquests.nl	Webquests

H - Wiskunde toetsen

Website	korte omschrijving
http://www.wisbase.nl	Toetsenbank
http://www.wisster.nl	Toetsprogramma
http://webserv.nhl.nl/~kamminga	Informatie over het toetsprogramma Maple
http://toetswijzer.kennisnet.nl	Toetswijzer Kennisnet
http://e-learning.surf.nl/sigma	Sigma E-learning

I - Hogescholen en universiteiten

Website	korte omschrijving
http://www.wiskundestuderen.nl	Rijksuniversiteit Groningen
http://www.math.utwente.nl	Universiteit Twente
http://www.studiekeuze.tudelft.nl	TU Delft
http://www.science.uva.nl	Universiteit van Amsterdam
http://www.math.vu.nl	Vrije Universiteit
http://www.math.leidenuniv.nl	Universiteit Leiden
http://www.ru.nl/wiskunde	Universiteit Nijmegen
http://www.math.uu.nl	Universiteit Utrecht
http://www.win.tue.nl	Technische universiteit Eindhoven
http://www.hbo-raad.nl	Vereniging van Hogescholen
http://www.driestar-educatief.nl	Driestar Gouda
http://www.fontys.nl	Fontys Hogescholen Sittard en Tilburg

Website	korte omschrijving
http://www.haagsehogeschool.nl	Haagse HS/TH Rijswijk
http://www.inholland.nl	Hogeschool INHOLLAND
http://www.hogeschool-rotterdam.nl	Hogeschool Rotterdam
http://www.hva.nl	Hogeschool van Amsterdam
http://www.nhl.nl	Noordelijke Hogeschool Leeuwarden

J - Steunpunten wiskunde D

Website	korte omschrijving
http://www.wiskunded.nl/amsterdam	Regio Amsterdam
http://www.wiskundedsteun.nl	Technische universiteiten Delft, Eindhoven en Twente en Radboud Universiteit
http://www.win.tue.nl/wiskunded	Regio Zuid-Nederland
http://www.fi.uu.nl/ctwo/links	Regio Noord-Nederland
http://www.fi.uu.nl/ctwo/links	Regio Den Haag

